



НИУ ИТМО

ОТЧЕТ ПО ЛАБОРАТОРНОЙ РАБОТЕ №4

“Линейная фильтрация”

Выполнил:

Александр Иванов, R3238

Преподаватель:

Перегудин А. А.

Санкт-Петербург, 2024

Содержание

1. Спектральное дифференцирование	4
1.1. Исходная функция	4
1.2. Численная производная	4
1.3. Спектральная производная	5
2. Линейные фильтры	8
2.1. Линейный фильтр первого порядка	8
2.1.1. Рассматриваемая функция	9
2.1.2. Графики рассматриваемой и зашумленной функции	9
2.1.3. Применение фильтра	10
2.1.4. Амплитудно-частотная характеристика фильтра	11
2.1.5. Результаты фильтрации	12
2.1.6. Зависимость эффективности фильтрации от параметра a	25
2.2. Специальный фильтр	30
2.2.1. Рассматриваемая функция	30
2.2.2. Графики рассматриваемой и зашумленной функции	30
2.2.3. Применение фильтра	32
2.2.4. Амплитудно-частотная характеристика фильтра	32
2.2.5. Результаты фильтрации	34
2.2.6. Фильтрация шума меньшей частоты	37
2.2.7. Фильтрация шума большей частоты	41
2.2.8. Исследование влияния параметра c на результат фильтрации	44
3. Фильтрация биржевых данных	47

3.1. Исходные данные	47
3.2. Фильтрация данных	47
3.3. Выводы	51
А Спектральное дифференцирование на промежутке $[-100, 100]$	52
1.1. Исходная функция	52
1.2. Численная производная	52
1.3. Спектральная производная	53

1. Спектральное дифференцирование

1.1. Исходная функция

Рассмотрим функцию $f(t) = \sin(t)$ и соответствующий ей массив точек на промежутке $[-10, 10]$ с наложенным на нее небольшим случайным шум. График полученный функции приведен на рисунке 1.

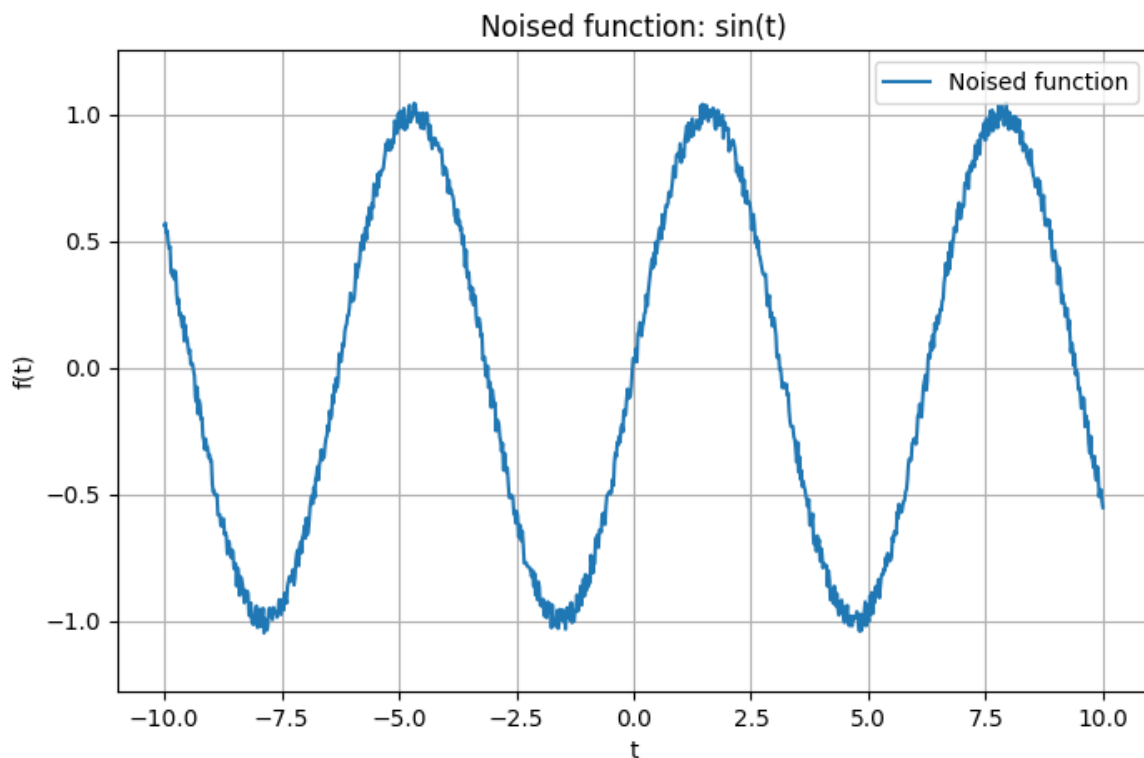


Рис. 1: Функция $f(t) = \sin(t)$ с небольшим случайным шумом

1.2. Численная производная

Найдем численную производную от зашумленной функции, используя поточечное дифференцирование:

$$f'(t) = \frac{y(k+1) - y(k)}{dt} \quad (1)$$

график полученной производной приведен на рисунке 2. На графике видно, что производная функции $f(t) = \sin(t)$ с небольшим шумом также сильно зашумлена, это связано, с тем, что значения исходной функции терпят сильные изменения за короткие промежутки времени.

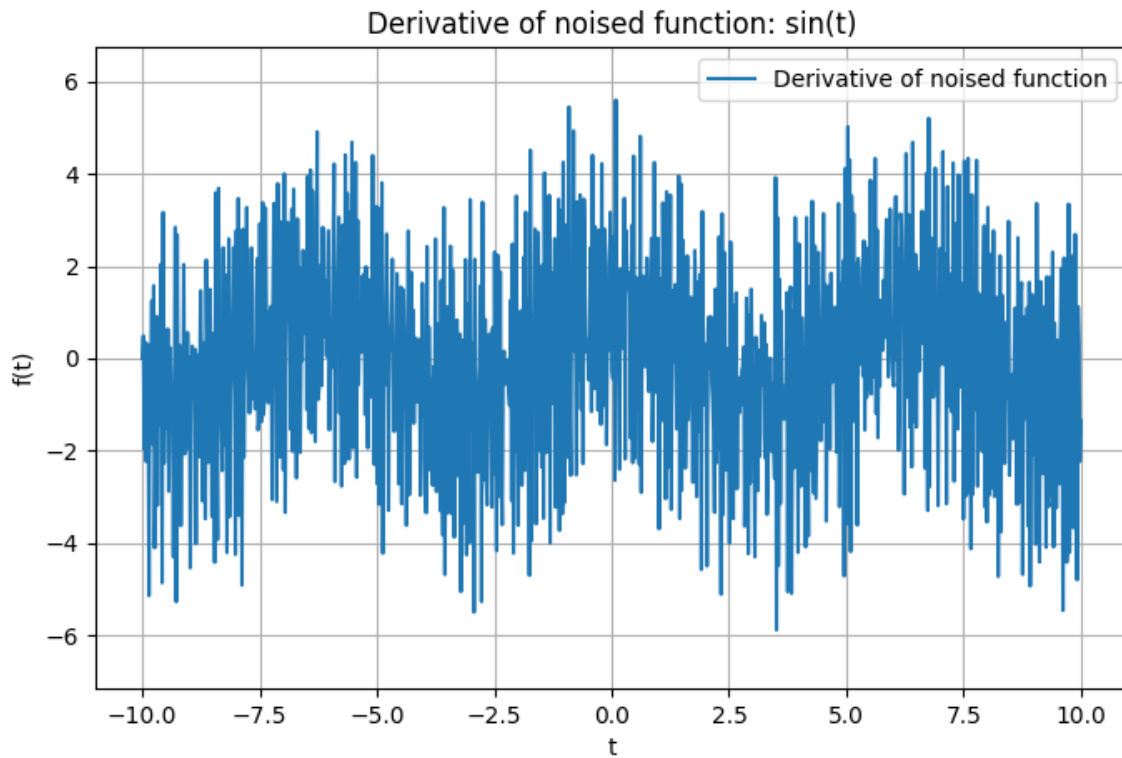


Рис. 2: Численная производная функции $f(t) = \sin(t)$

1.3. Спектральная производная

Для нахождения спектральной производной найдем образ исходной функции $f(t)$ (см. рисунок 3). Теперь, воспользовавшись тем, что:

$$\mathcal{F}\{f'(t)\} = i\omega\mathcal{F}\{f(t)\} \quad (2)$$

умножим образ функции на $i\omega$ и найдем обратное преобразование Фурье (см. рисунок 4).

Найдем обратное преобразование Фурье от образа производной функции (см. рисунок 5) и сравним его с численной производной и истинной производной ($\cos(t)$) (см. рисунок 6).

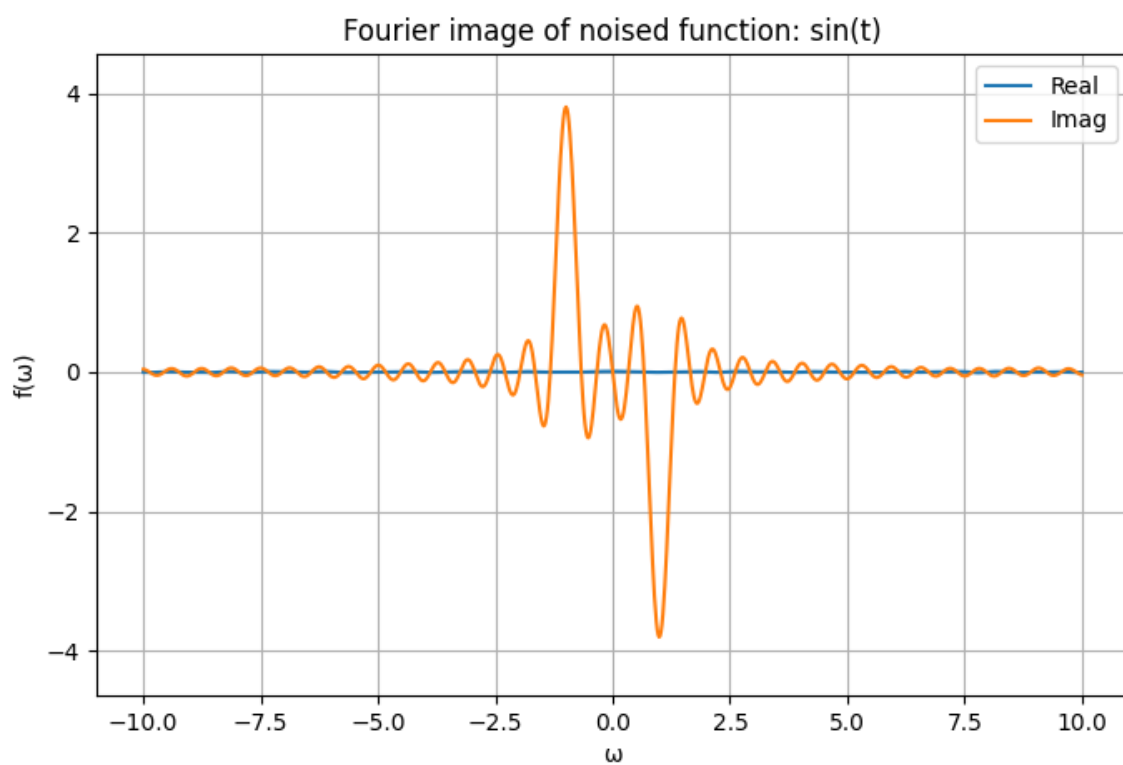


Рис. 3: Образ функции $f(t) = \sin(t)$

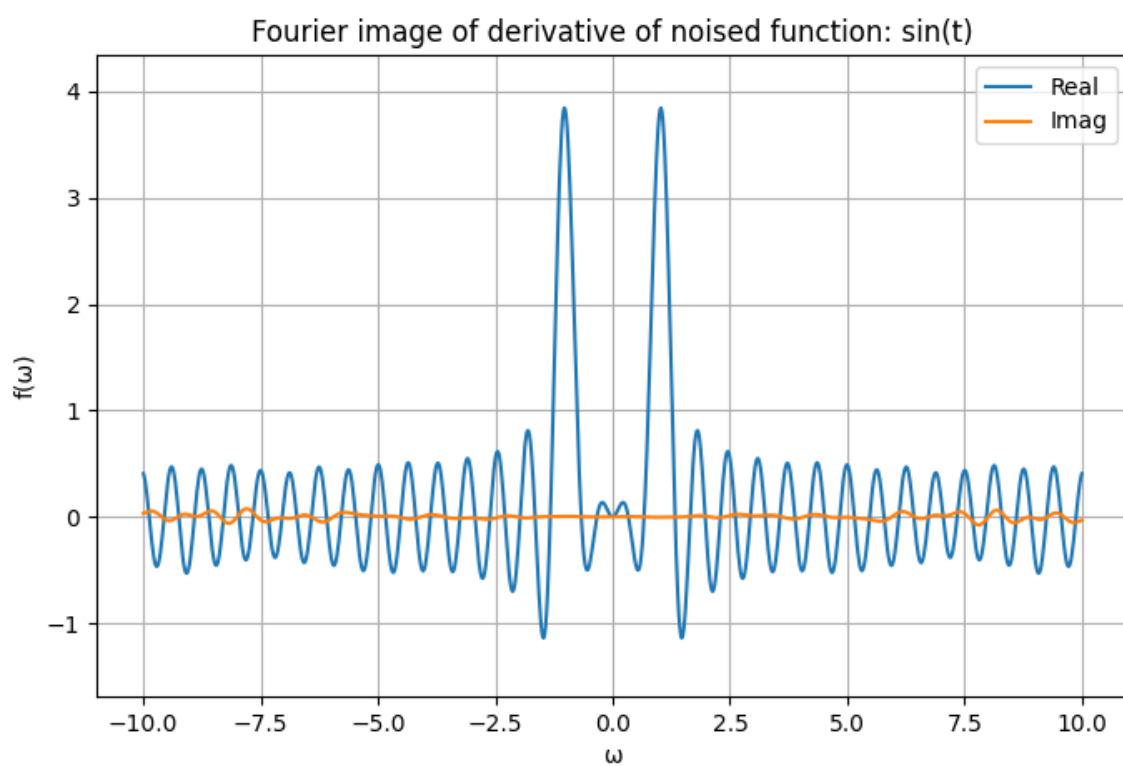


Рис. 4: Образ производной функции $f(t) = \sin(t)$

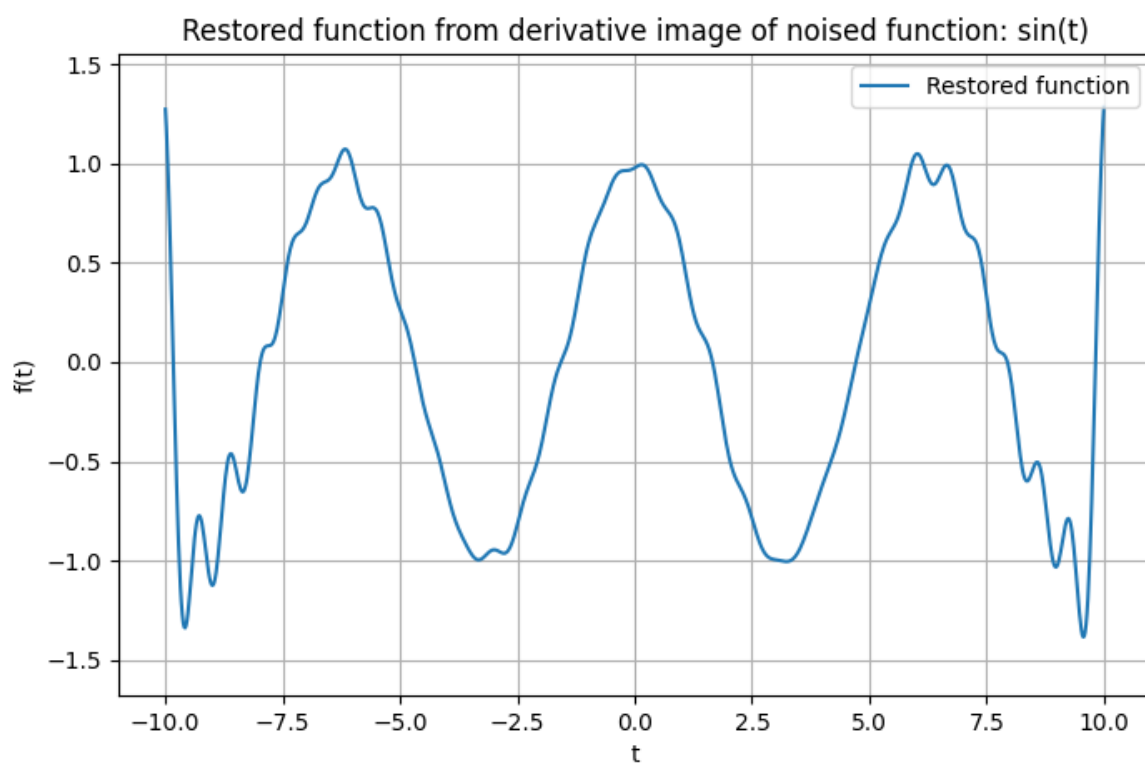


Рис. 5: Обратное преобразование Фурье от образа производной функции $f(t) = \sin(t)$

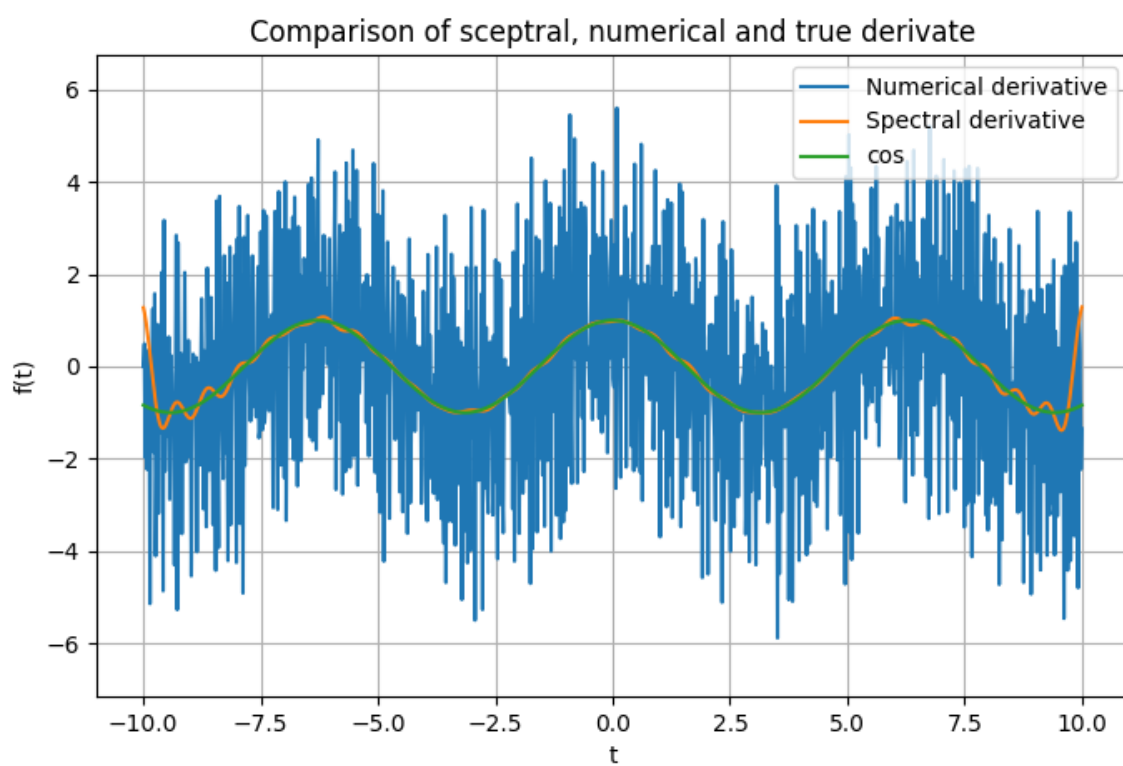


Рис. 6: Сравнение численной производной, истинной производной и спектральной производной

На сравнительном графике (см. рисунок 6) видно, что спектральная производная практически совпадает с истинной производной функции $f(t) = \sin(t)$, в то время как численная производная сильно зашумлена и не совпадает с истинной. Это, в первую очередь связано с тем, что при образ исходной функции $f(t)$ находился на промежутке $[-10, 10]$, а не на всей числовой прямой, что привело к фильтрации шума и улучшению качества производной.

Графики для промежутка $[-100, 100]$ приведены в приложении А, так как я посчитал их менее информативными и понятными.

2. Линейные фильтры

Для выполнения задания рассмотрим функцию $g(t)$, которая задается следующим образом:

$$g(t) = \begin{cases} a, & t \in [t_1, t_2] \\ 0, & otherwise \end{cases} \quad (3)$$

Кроме того, зададим *зашумленную* версию функции $u(t)$

$$u(t) = g(t) + b(\text{rand}(t) - 0.5) + c(\sin(d \cdot t)) \quad (4)$$

2.1. Линейный фильтр первого порядка

Будем рассматривать линейный фильтр первого порядка, который описывается следующим уравнением:

$$W_1(p) = \frac{1}{Tp + 1} \quad (5)$$

где T – постоянная времени.

2.1.1. Рассматриваемая функция

Рассмотрим функцию $g(t)$ при параметрах $a = 4$, $t_1 = 1$, $t_2 = 4$ (см. рисунок 7) и ее *зашумленную* версию $u(t)$ с параметрами $b = 1$, $c = 0$, $d = 0$ (см. рисунок 8). на промежутке $[0, 10]$.

2.1.2. Графики рассматриваемой и зашумленной функции

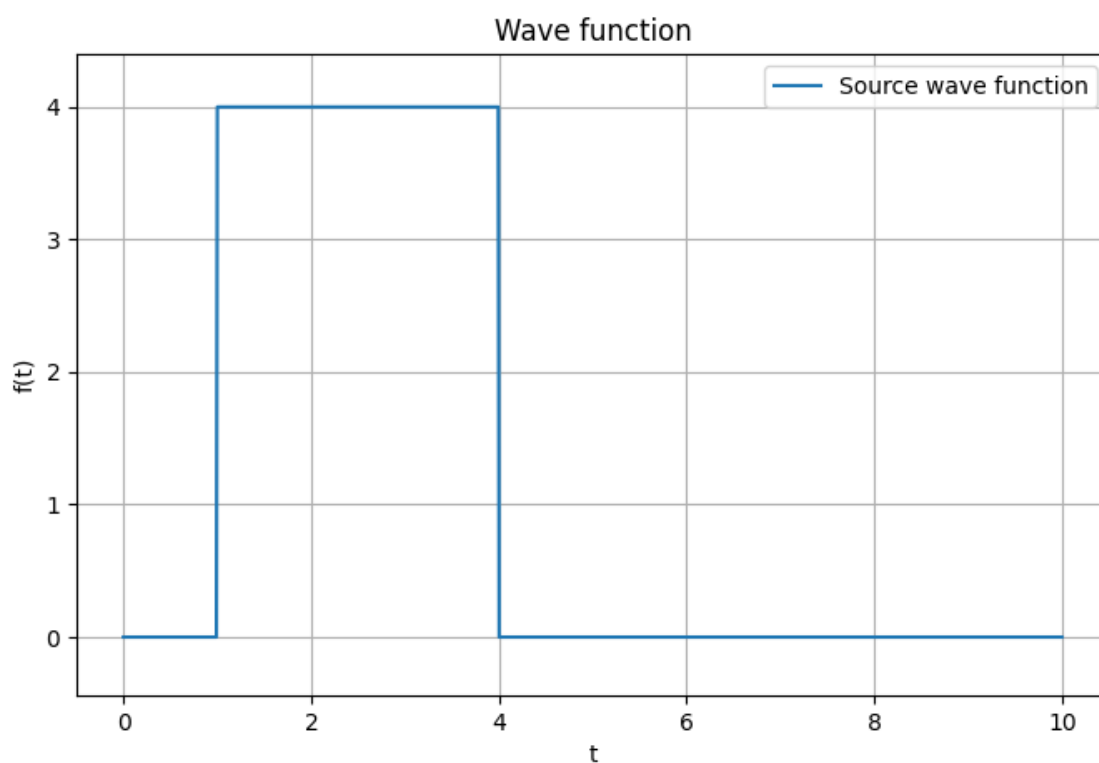


Рис. 7: Функция $g(t)$ с параметрами $a = 4$, $t_1 = 1$, $t_2 = 4$

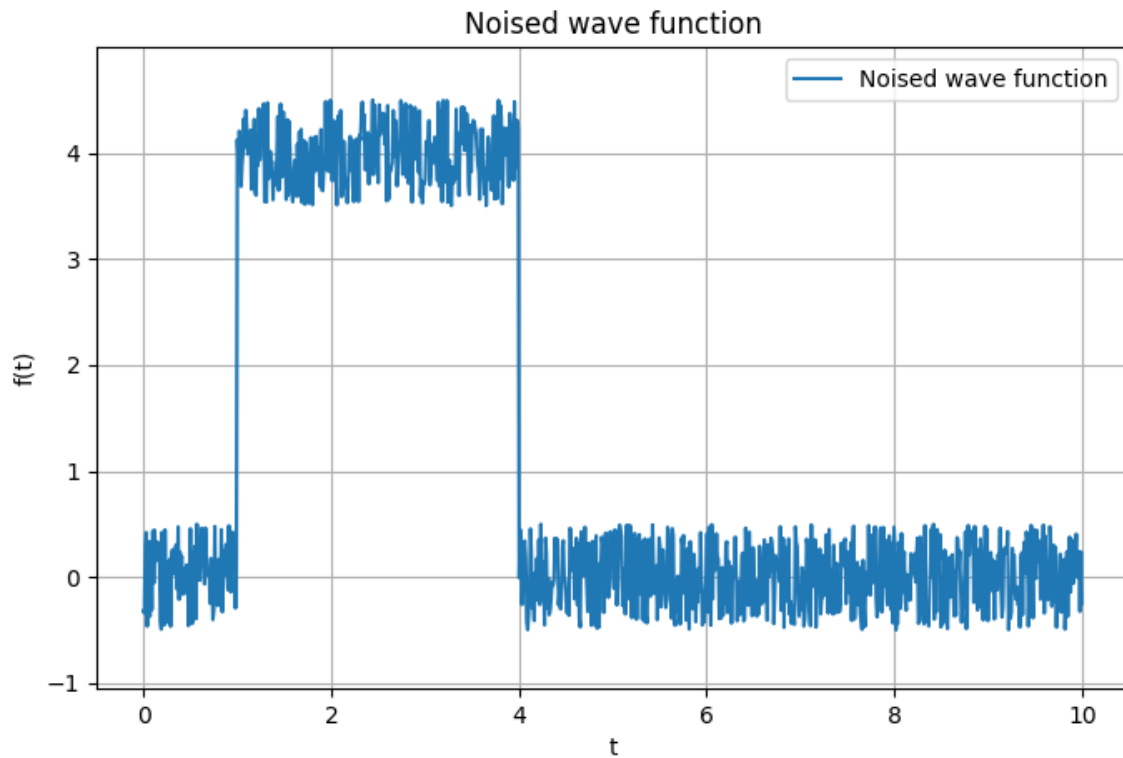


Рис. 8: Функция $u(t)$ с параметрами $b = 1$, $c = 0$, $d = 0$

2.1.3. Применение фильтра

Рассмотрим фильтрованную функцию $u'(t)$, которая получается применением линейного фильтра первого порядка с $T = 0.5$ (см. рисунок 9).

Видим, что функция после фильтрации стала более гладкой, фронт и спад стали менее выраженными. Это связано с тем, что фильтр убирает высокочастотные компоненты функции. Убедиться в этом можно рассмотрев АЧХ данного фильтра (см. рисунок 10).

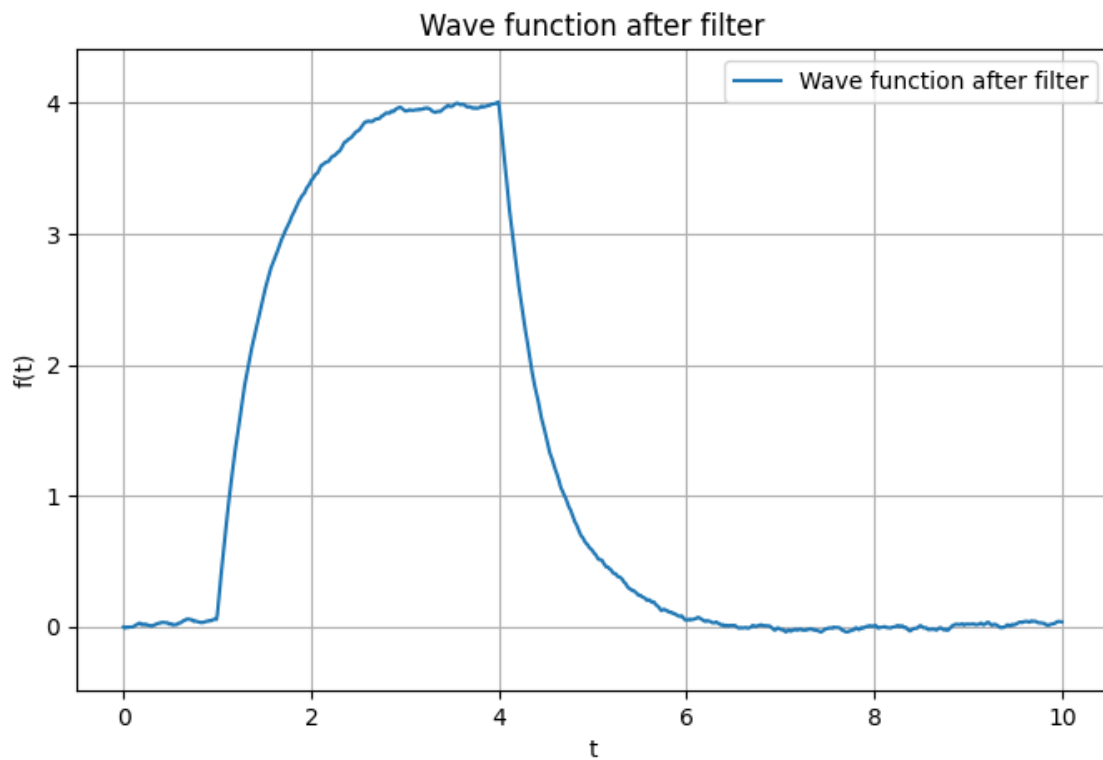


Рис. 9: Функция $u'(t)$ после применения фильтра

2.1.4. Амплитудно-частотная характеристика фильтра

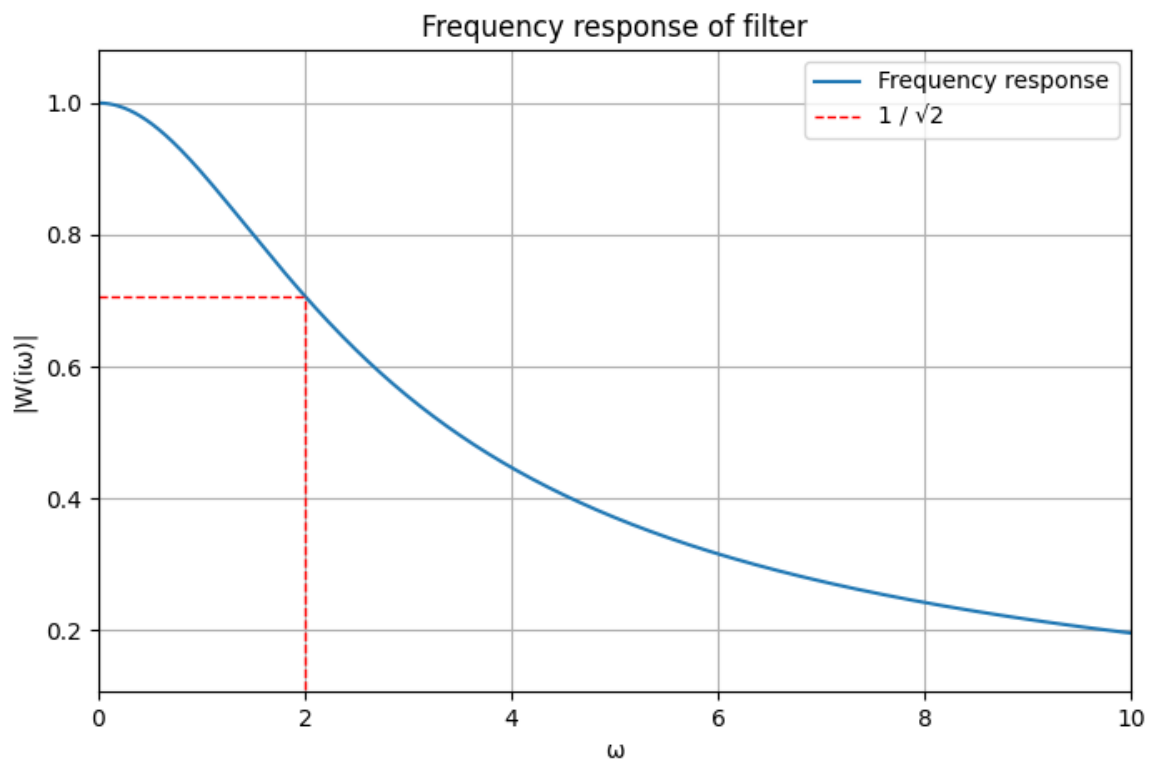


Рис. 10: АЧХ фильтра первого порядка при $T = 0.5$

На графике также отмечено значение ω_c – частоты среза $|W(i\omega_c)| = \frac{1}{\sqrt{2}}$, по нему можно судить о том, какие частоты будут *усиливаться*, а какие *подавляться*. Для фильтра первого порядка это значение равно $\omega_c = \frac{1}{T}$. Таким образом, делаем вывод, что все частоты, большие $\frac{1}{0.5} = 2$ будут подавляться, что соответствует значению на графике.

2.1.5. Результаты фильтрации

Сравнительный график исходной функции и функции после фильтрации представлен на рисунке 11.

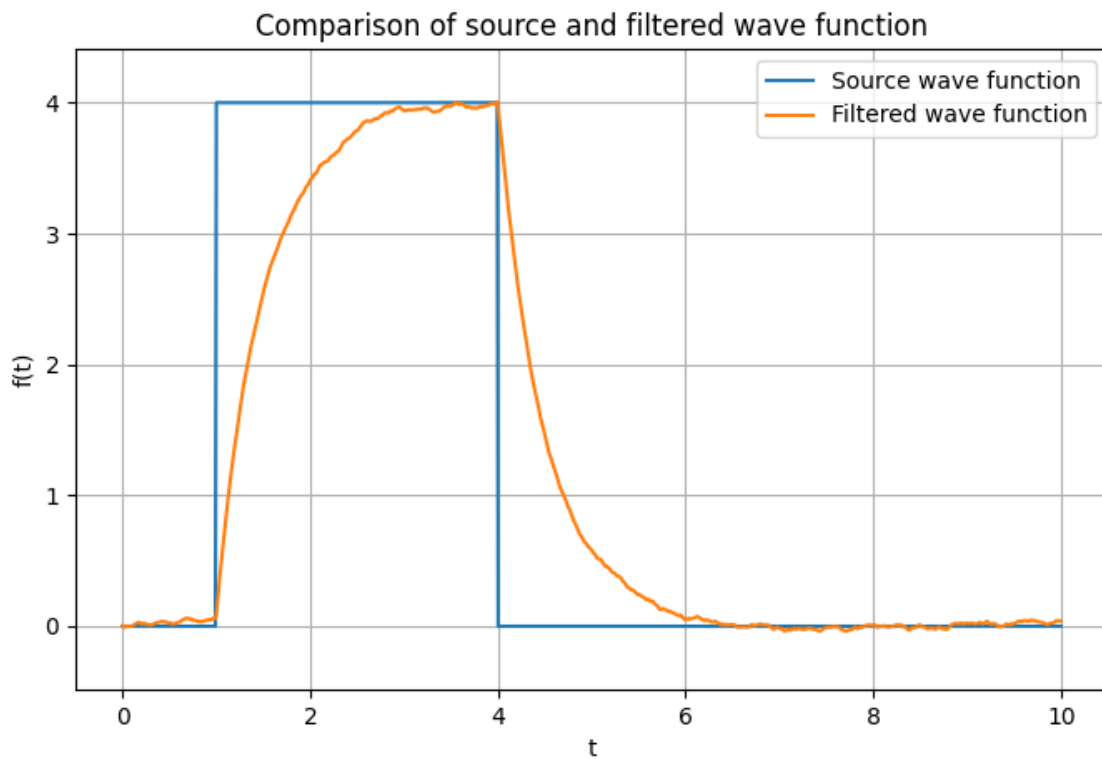


Рис. 11: Сравнение функции $g(t)$ и $u'(t)$

Образ исходной функции и функции после фильтрации приведены на рисунках 12 и 13. Графики модулей соответствующих функций приведены на рисунках 14 и 15, их сравнительный график – на рисунке 16.

На графиках модуля исходного и фильтрованного сигнала видно, что фильтр убирает высокочастотные компоненты, что и приводит к сглаживанию функции.

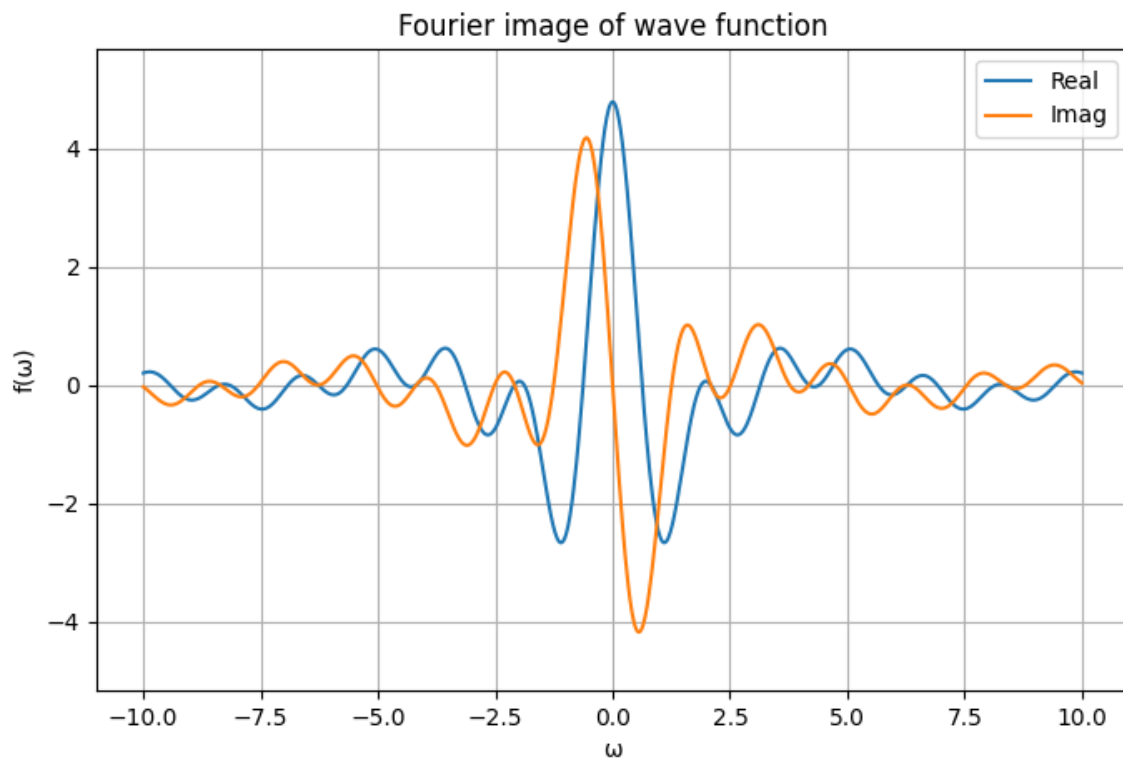


Рис. 12: Образ исходной функции $u(t)$.

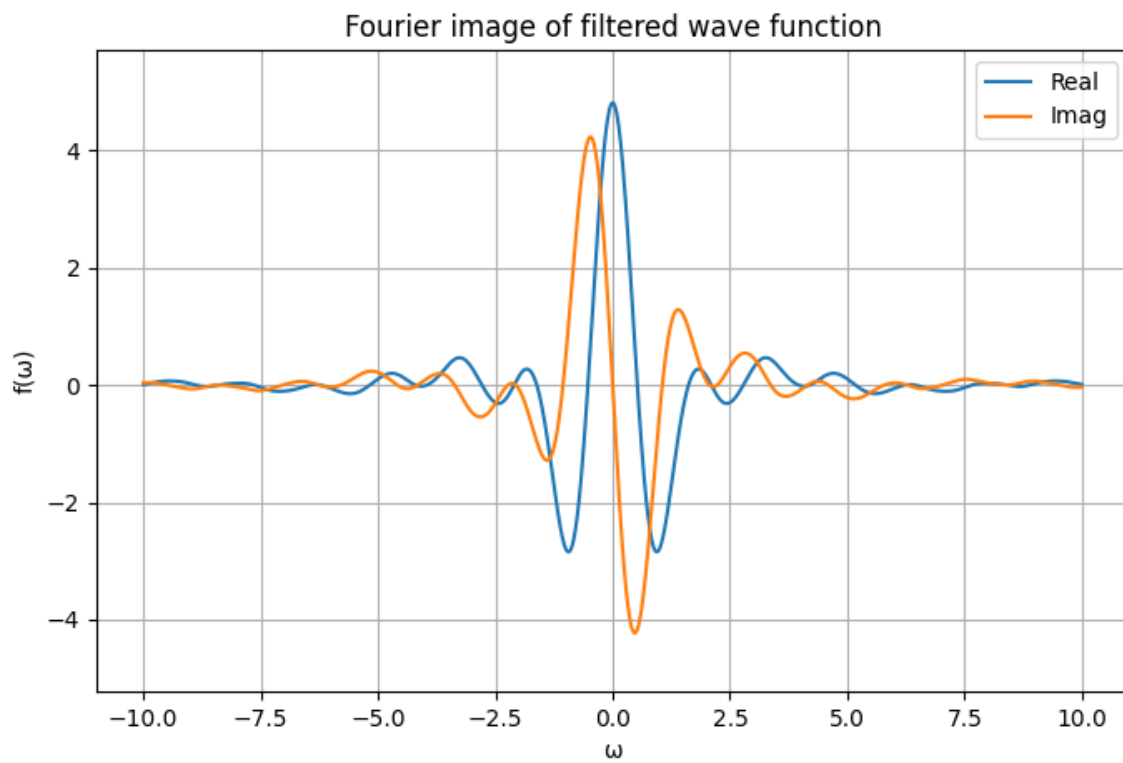


Рис. 13: Образ фильтрованной функции $u'(t)$.

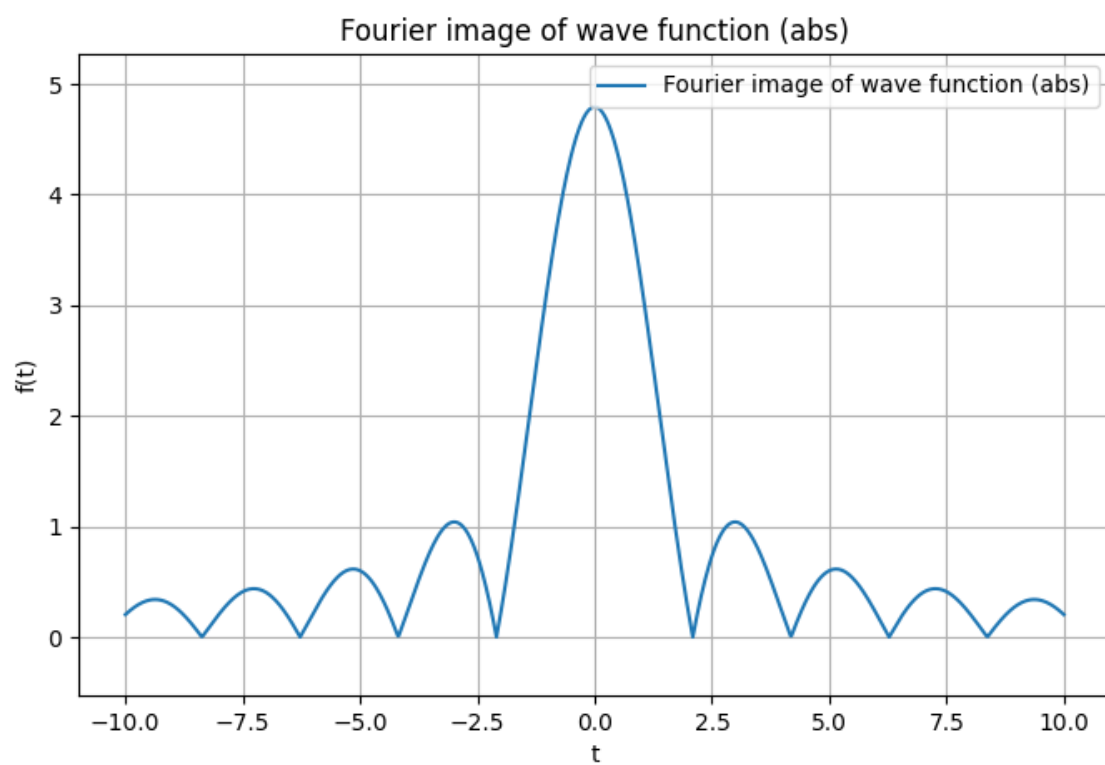


Рис. 14: Модуль образа исходной функции $u(t)$.

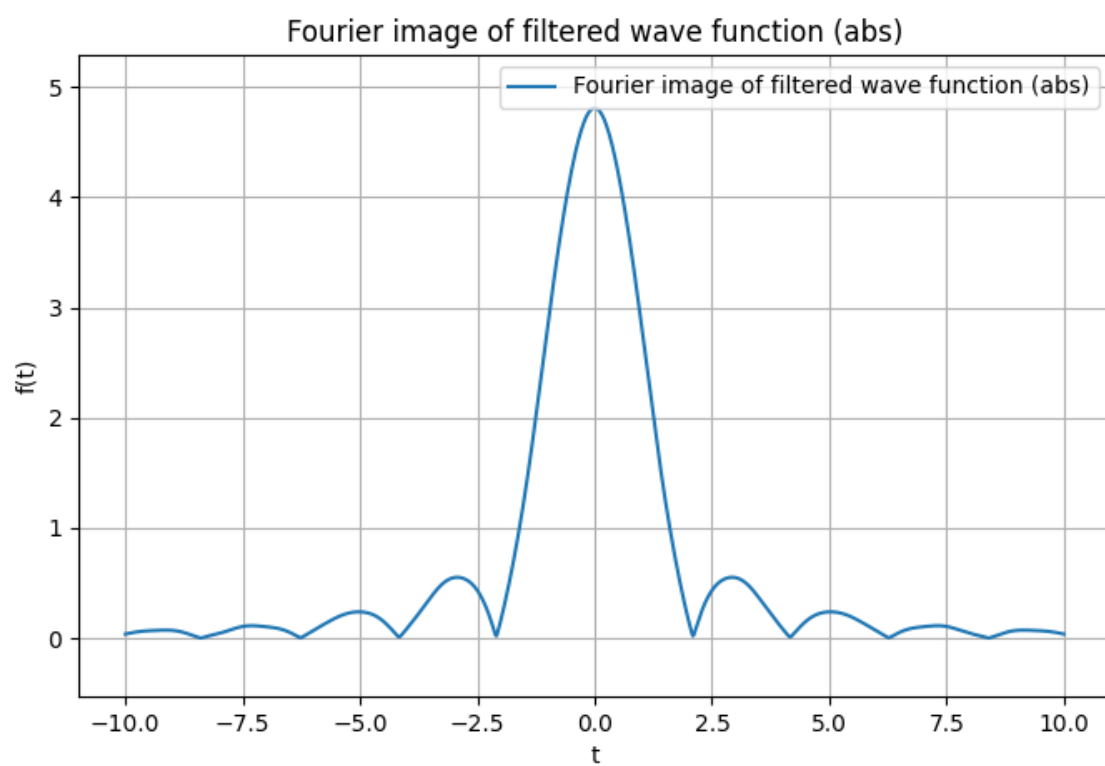


Рис. 15: Модуль образа фильтрованной функции $u'(t)$.

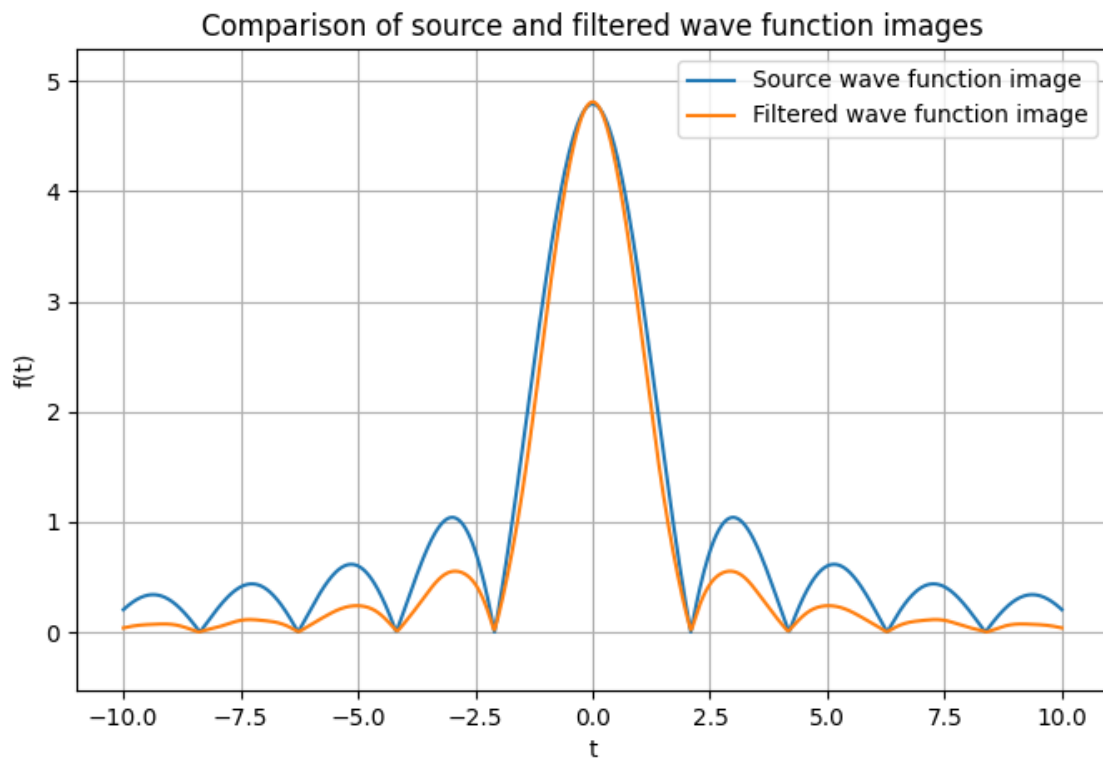


Рис. 16: Сравнение модулей образов исходной и фильтрованной функций.

Рассмотрим линейный фильтр первого порядка при $T = 0.3$ (см. рисунок 17).

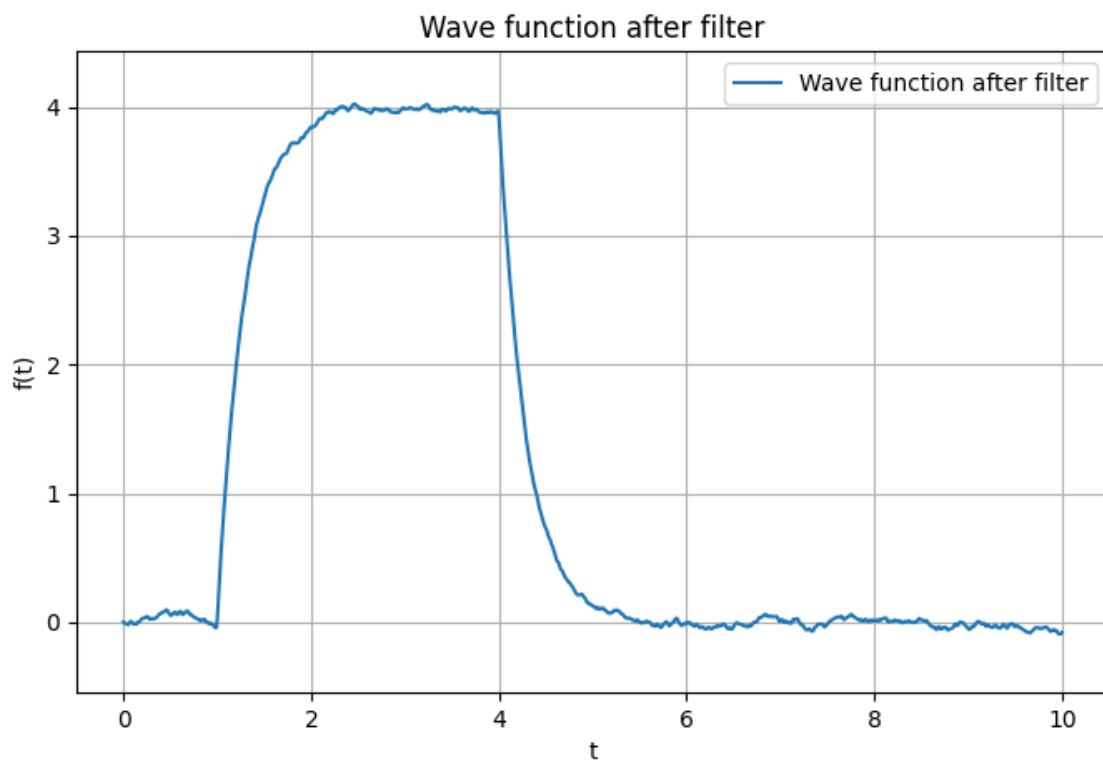


Рис. 17: Функция $u'(t)$ после применения фильтра

В данном случае фронт и спад стали более резкими, функция стала больше похожа на исходную. АЧХ данного фильтра представлена на рисунке 18.

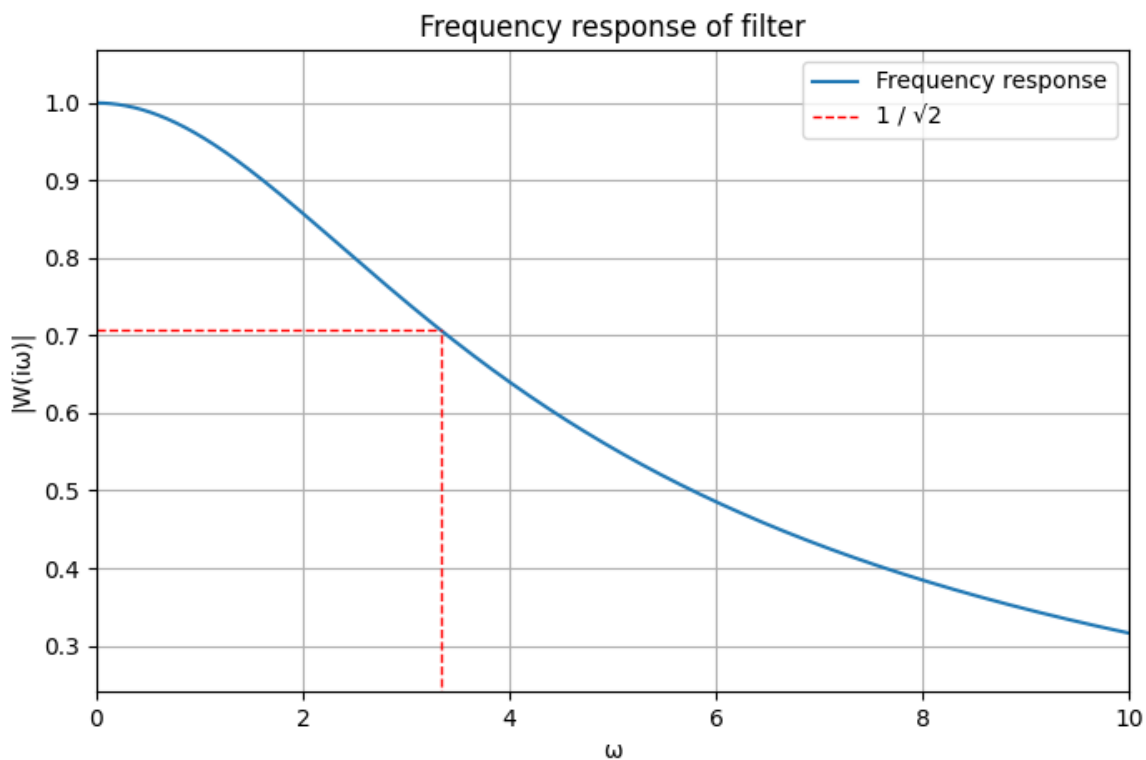


Рис. 18: АЧХ фильтра первого порядка при $T = 0.3$

В данном случае будут подавляться частоты большие $\frac{1}{0.3} = 3.333$, что значит, что функция лучше повторяет исходную, по сравнению с прошлой.

Сравнительный график исходной функции и функции после фильтрации представлен на рисунке 19.

Образ исходной функции и функции после фильтрации приведены на рисунках 20 и 21. Графики модулей соответствующих функций приведены на рисунках 22 и 23, их сравнительный график – на рисунке 24.

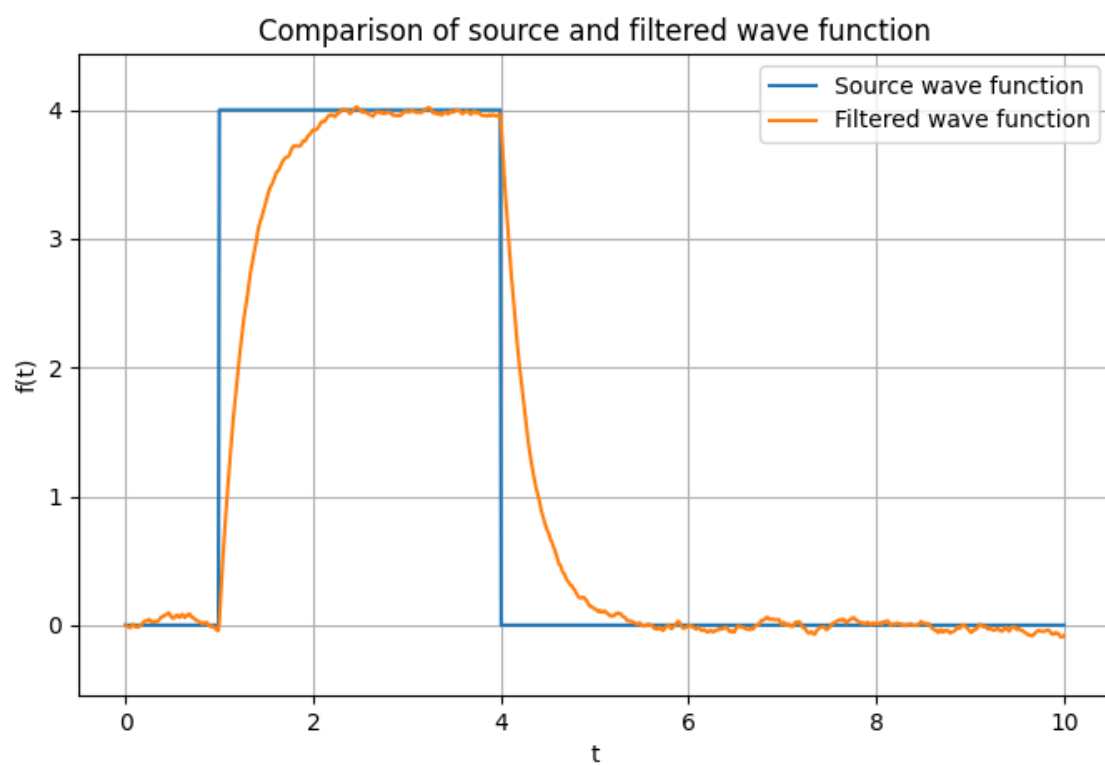


Рис. 19: Сравнение функции $g(t)$ и $u'(t)$

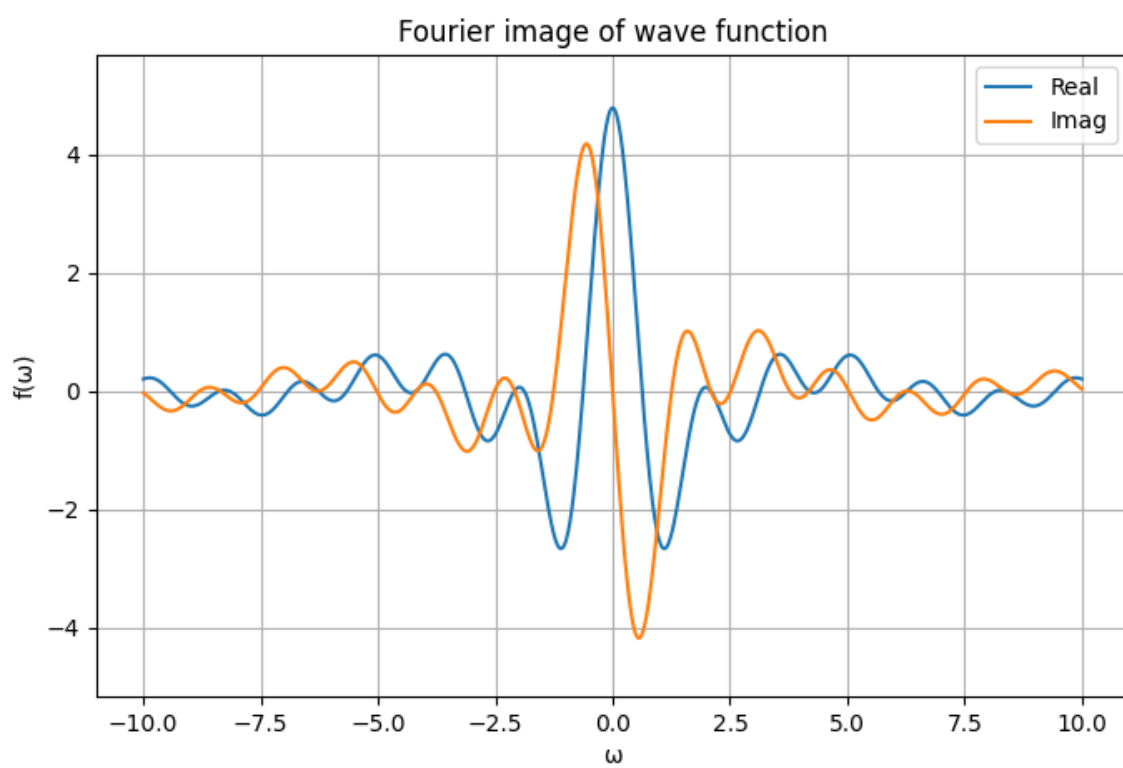


Рис. 20: Образ исходной функции $u(t)$.

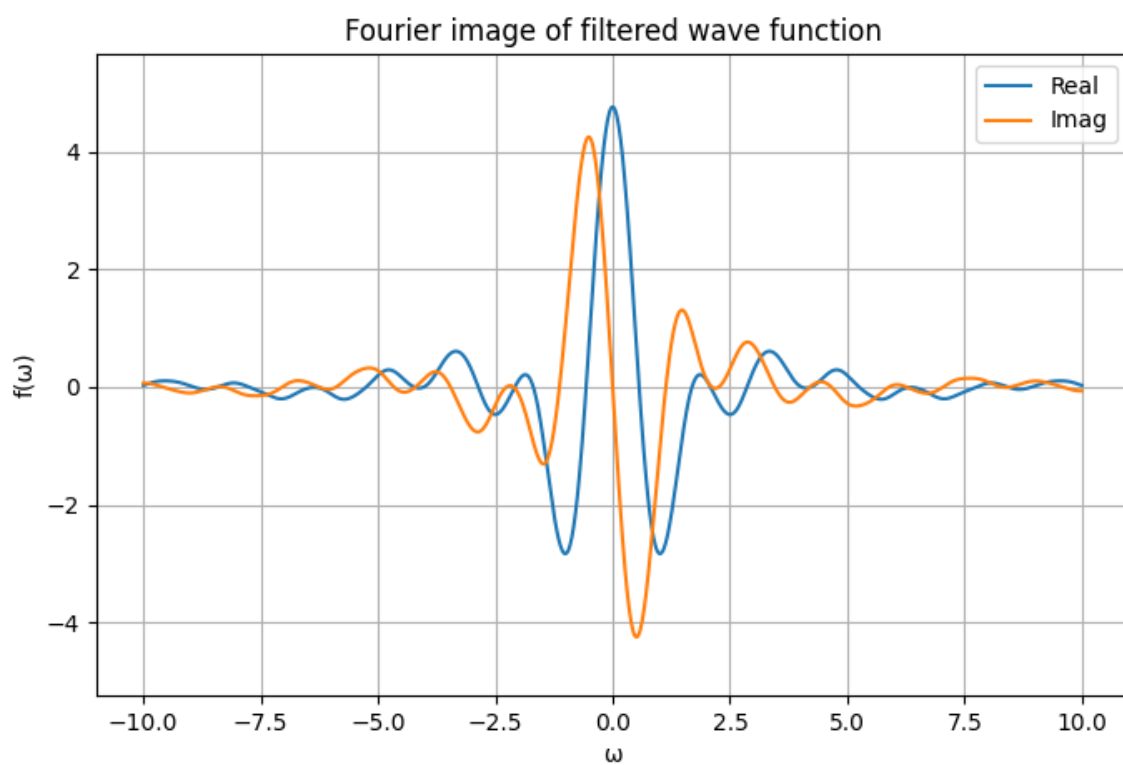


Рис. 21: Образ фильтрованной функции $u'(t)$.

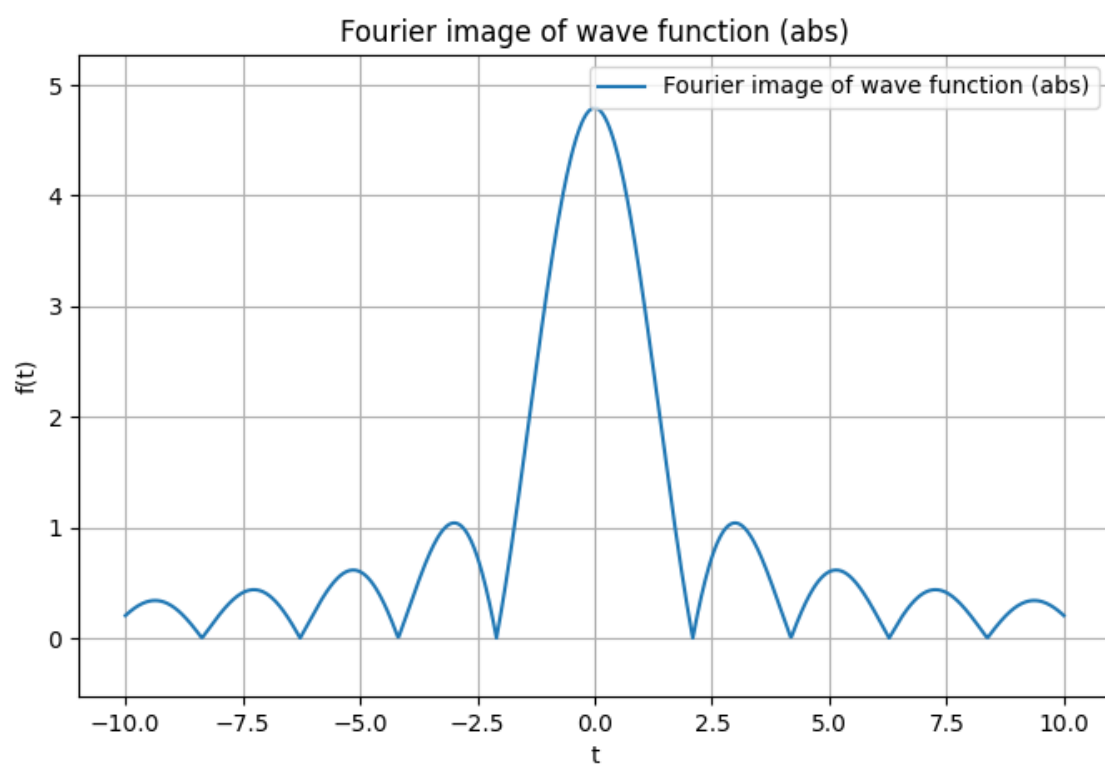


Рис. 22: Модуль образа исходной функции $u(t)$.

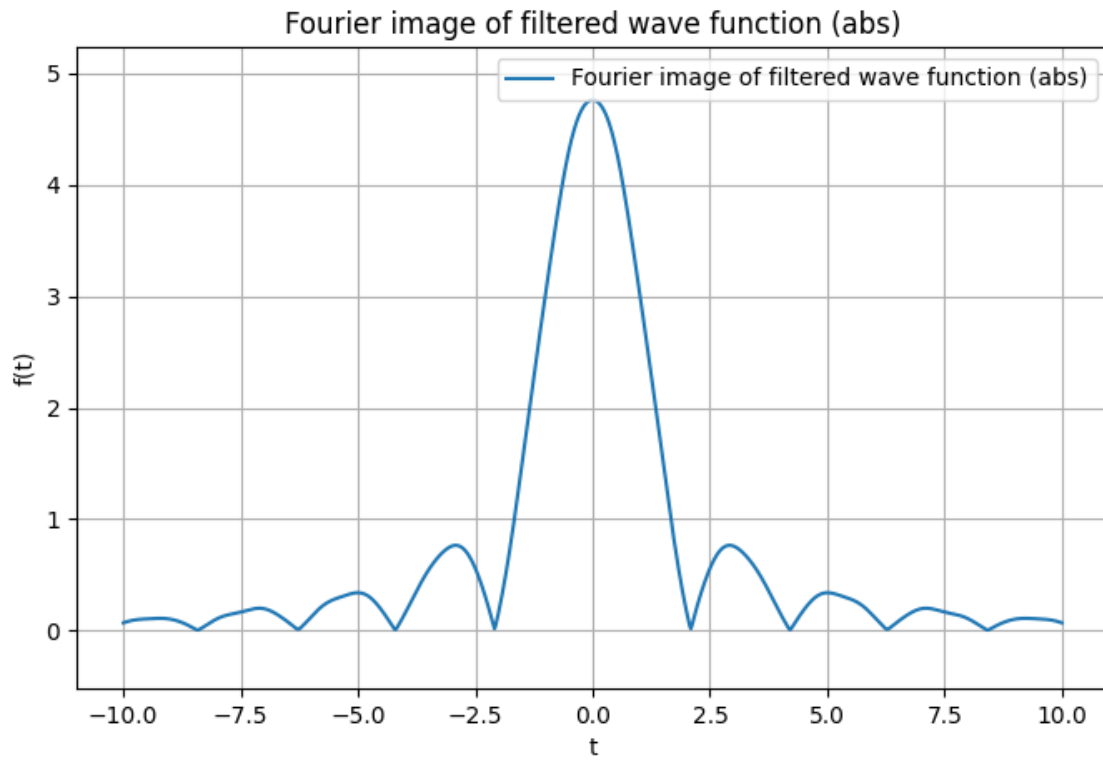


Рис. 23: Модуль образа фильтрованной функции $u'(t)$.

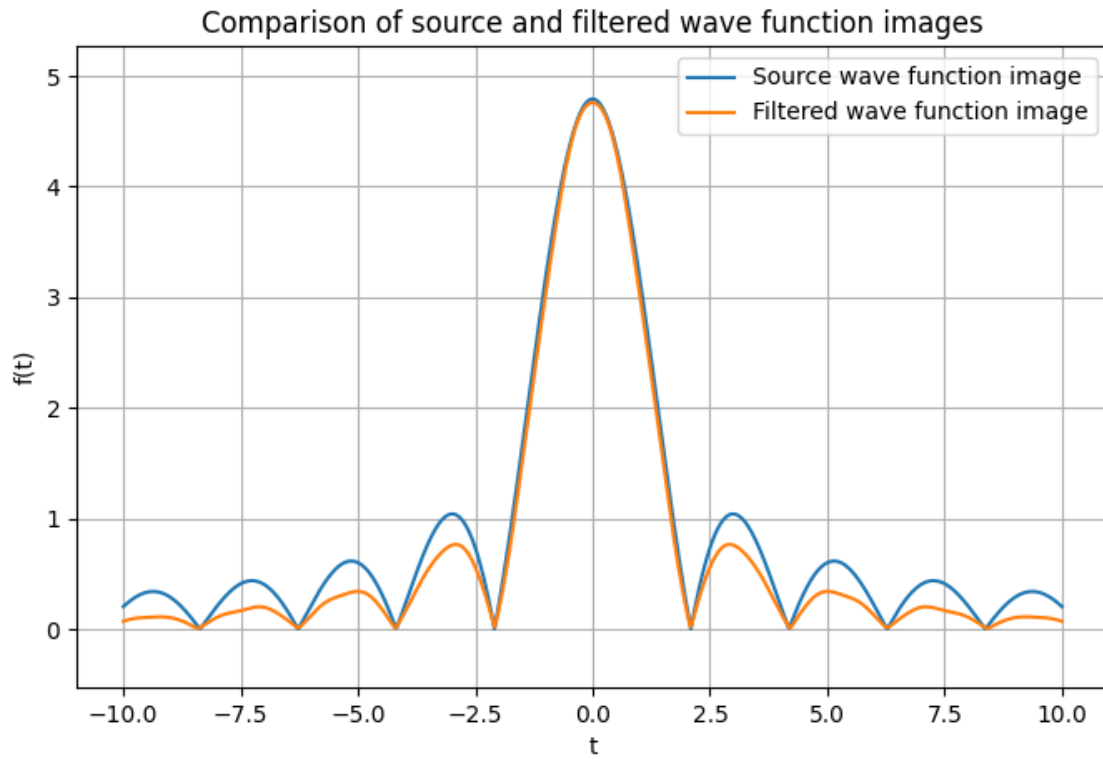


Рис. 24: Сравнение модулей образов исходной и фильтрованной функций.

Также посмотрим на фильтр с параметром $T = 0.1$ (см. рисунок 25). Теперь функция

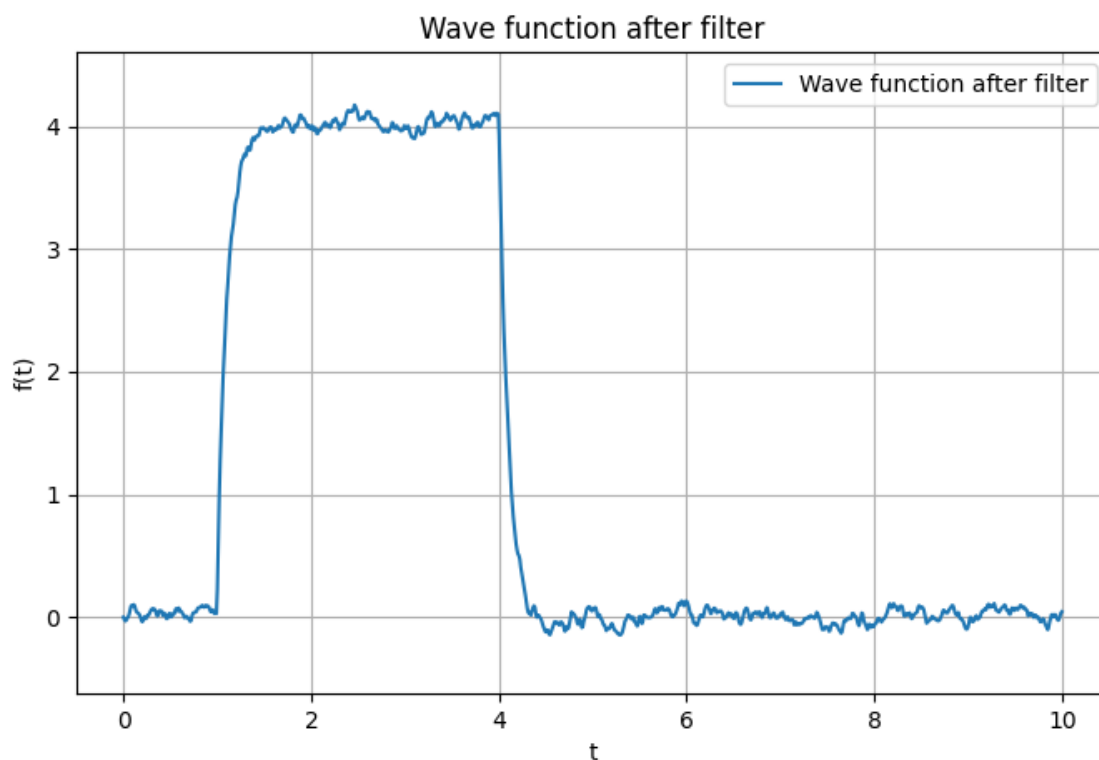


Рис. 25: Функция $u'(t)$ после применения фильтра

стала еще более похожей на исходную квадратную волну, но в фильтрованной функции стали проявляться шумы из исходной функции. АЧХ данного фильтра представлена на рисунке 26.

Сравнительный график исходной функции и функции после фильтрации представлен на рисунке 28.

Можем сделать вывод, что при увеличении постоянной времени T фильтра, функция становится более гладкой, при этом меньше похожей на исходную.

Образ исходной функции и функции после фильтрации приведены на рисунках 29 и 30. Графики модулей соответствующих функций приведены на рисунках 31 и 32, их сравнительный график – на рисунке 33.

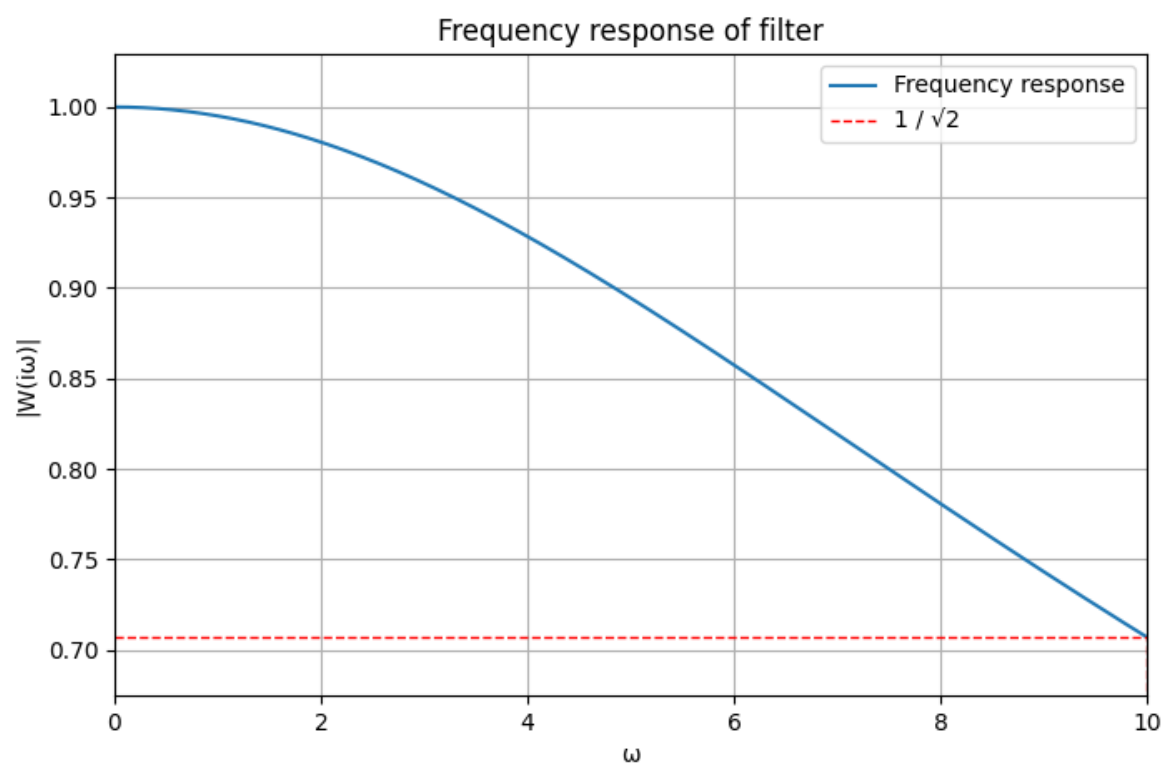


Рис. 26: АЧХ фильтра первого порядка при $T = 0.1$

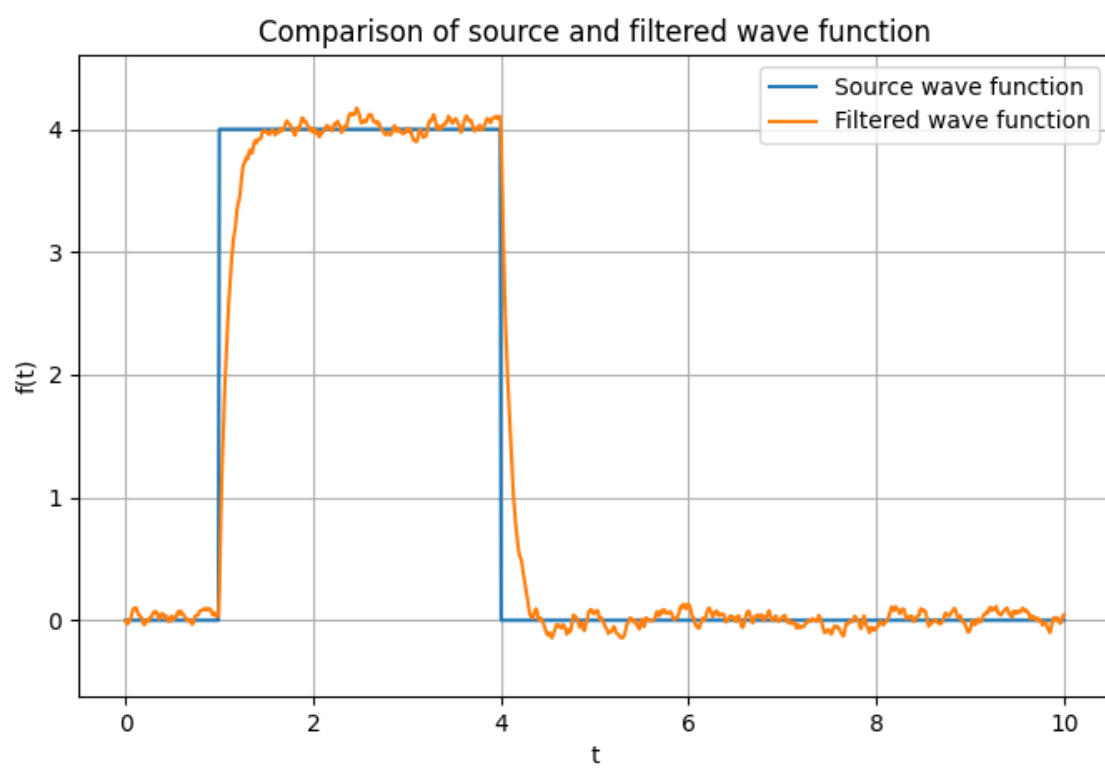


Рис. 27: Сравнение функции $g(t)$ и $u'(t)$

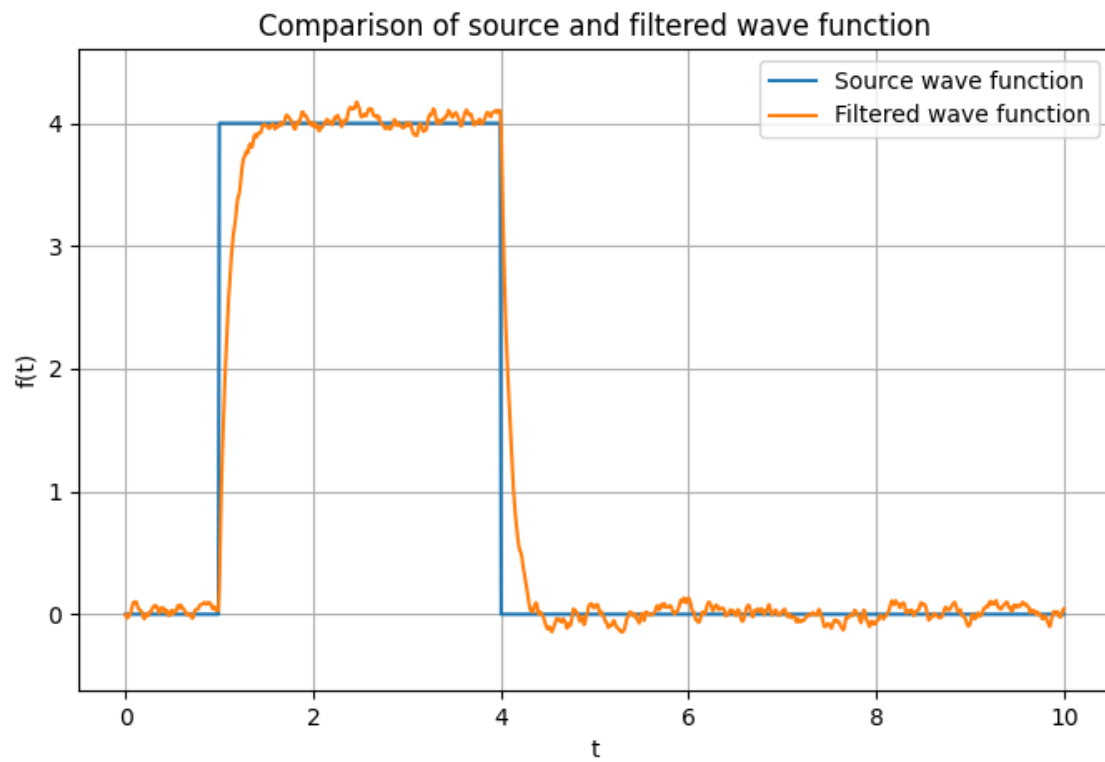


Рис. 28: Сравнение функции $g(t)$ и $u'(t)$

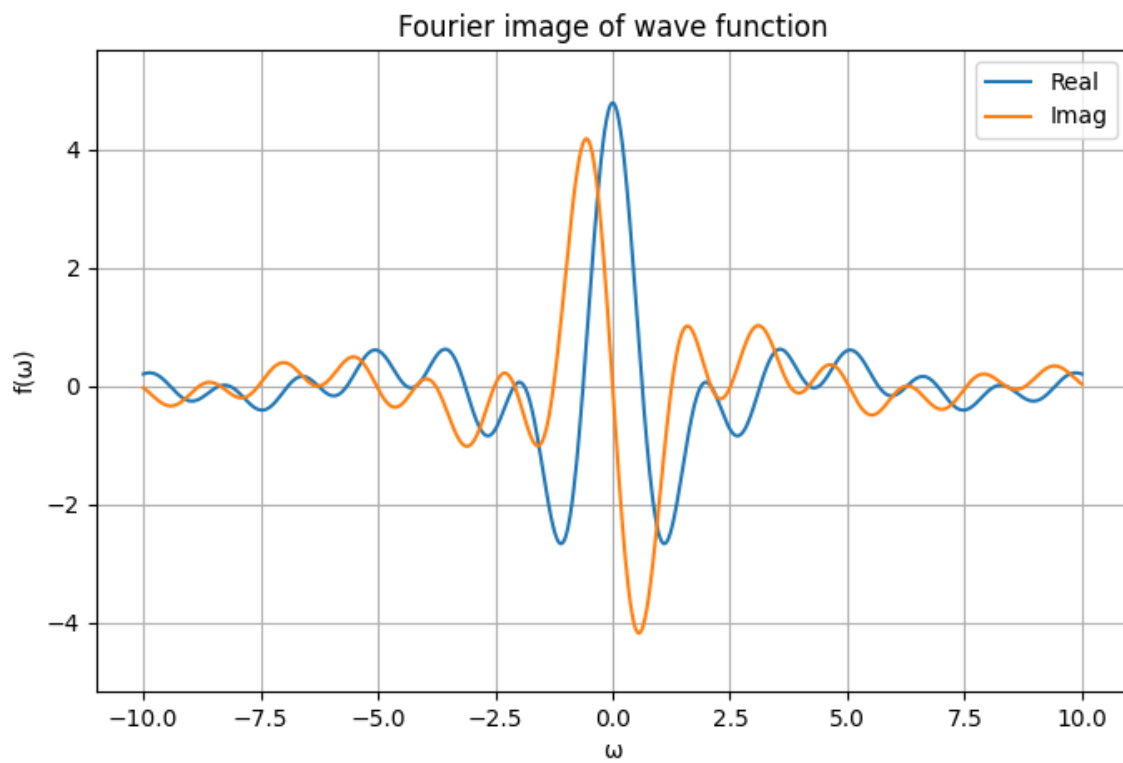


Рис. 29: Образ исходной функции $u(t)$.

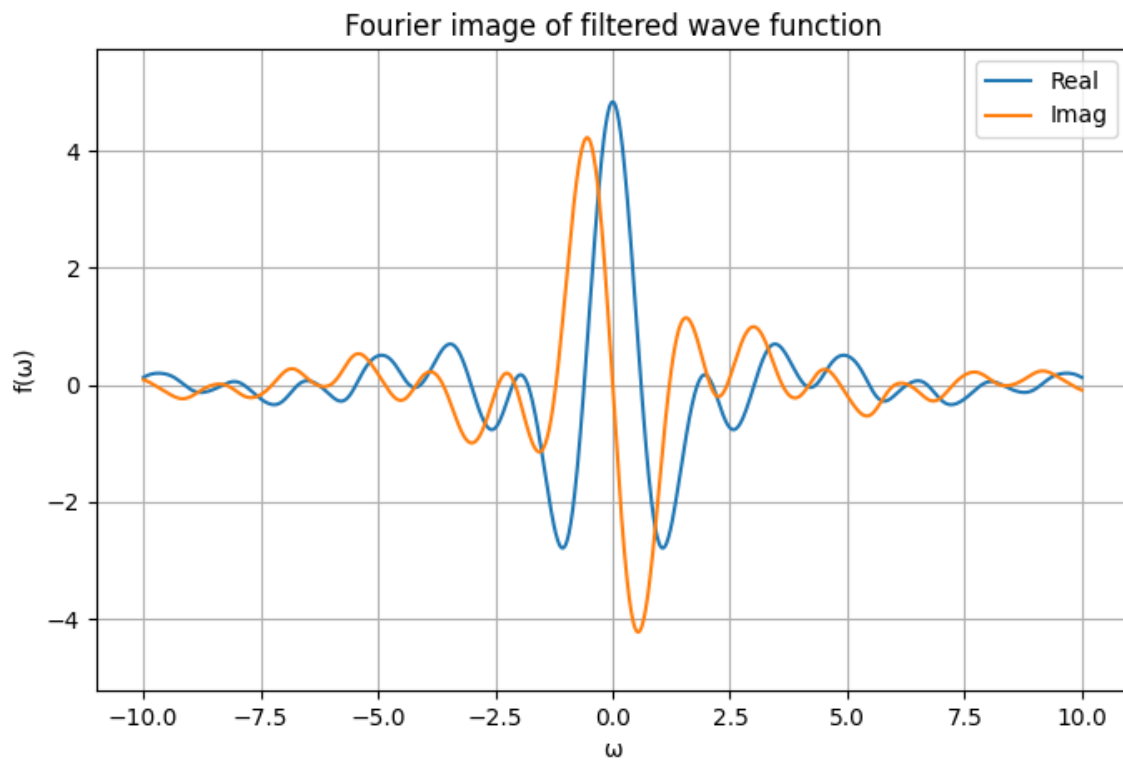


Рис. 30: Образ фильтрованной функции $u'(t)$.

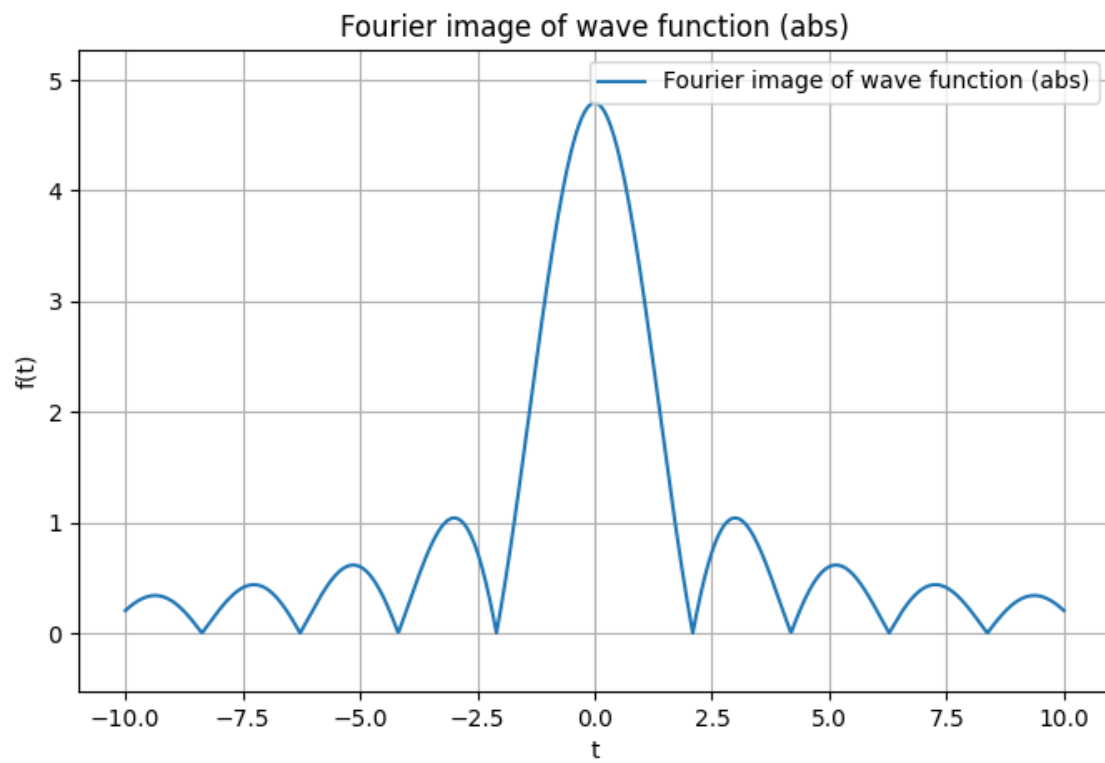


Рис. 31: Модуль образа исходной функции $u(t)$.

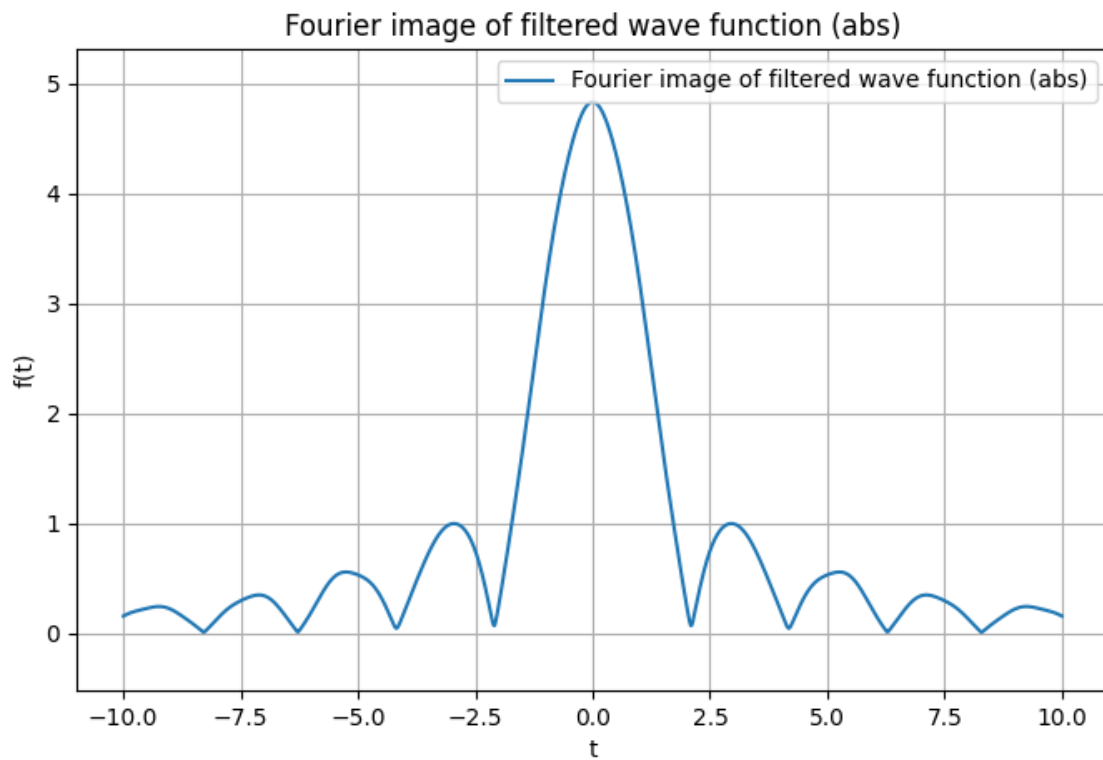


Рис. 32: Модуль образа фильтрованной функции $u'(t)$.

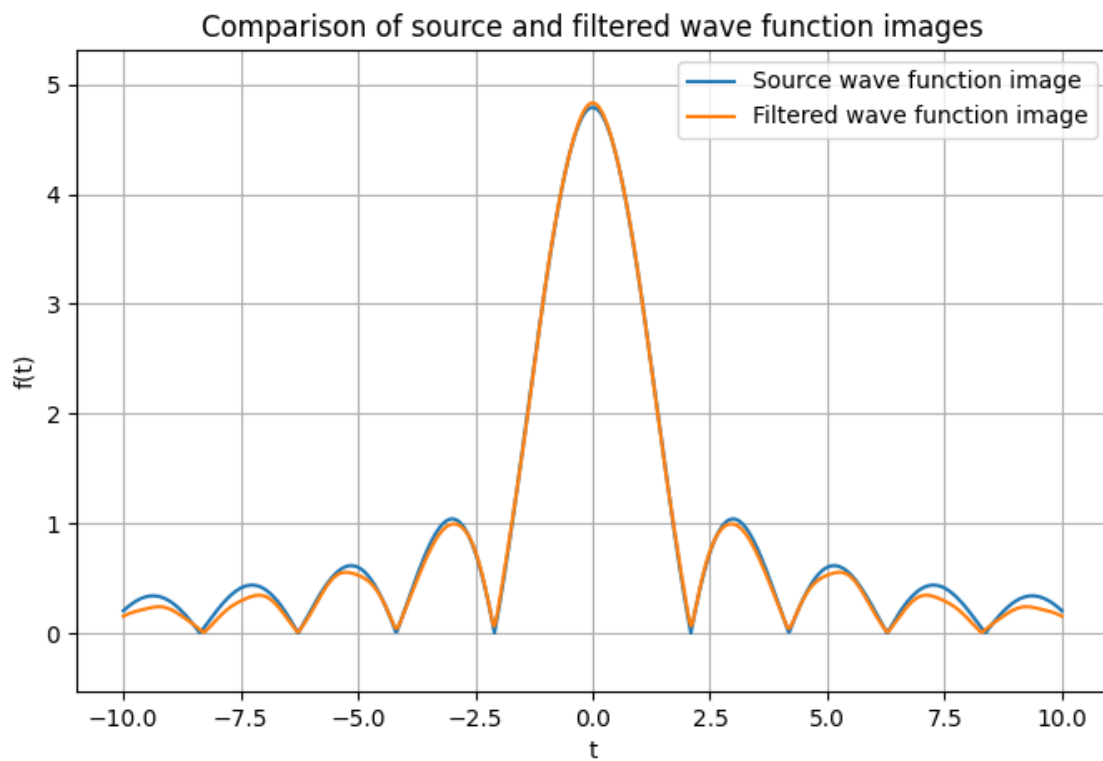


Рис. 33: Сравнение модулей образов исходной и фильтрованной функций.

2.1.6. Зависимость эффективности фильтрации от параметра a

Для исследования данной зависимости рассмотрим функцию $g(t)$ при различных значениях параметра a при фильтрации линейным фильтром первого порядка с $T = 0.3$.

Рассмотрим функцию $g(t)$ при параметрах $a = 10$, $t_1 = 1$, $t_2 = 4$ (см. рисунок 34) и ее *зашумленную* версию $u(t)$ с параметрами $b = 1$, $c = 0$, $d = 0$ (см. рисунок 35). на промежутке $[0, 10]$.

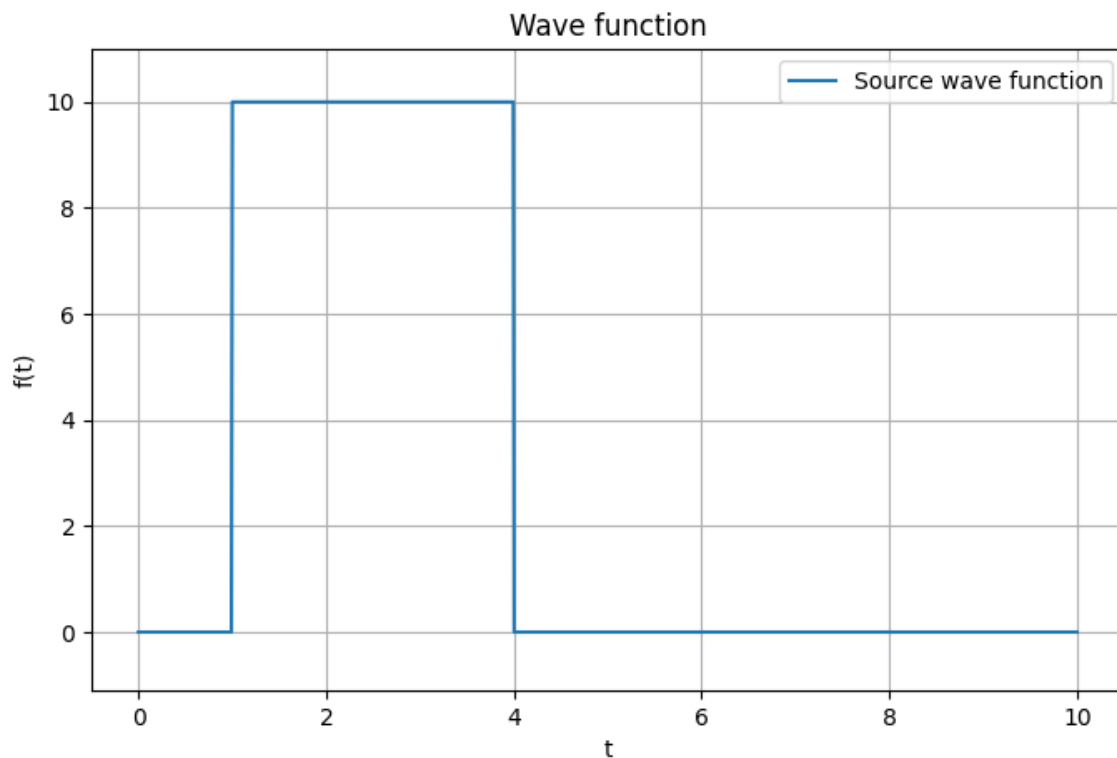


Рис. 34: Функция $g(t)$ с параметрами $a = 10$, $t_1 = 1$, $t_2 = 4$

Результат фильтрации с помощью линейного фильтра первого порядка с $T = 0.3$ (см. рисунок 36). Сравнительные графики исходной функции и функции после фильтрации представлены на рисунке 37.

Результат практически не отличается от предыдущего случая. Функция стала более гладкой, но при этом менее похожей на исходную. Фронт и спад так же завалены.

Рассмотрим функцию $g(t)$ при параметрах $a = 30$, $t_1 = 1$, $t_2 = 4$ (см. рисунок 38) и ее *зашумленную* версию $u(t)$ с параметрами $b = 1$, $c = 0$, $d = 0$ (см. рисунок 39). на промежутке $[0, 10]$.

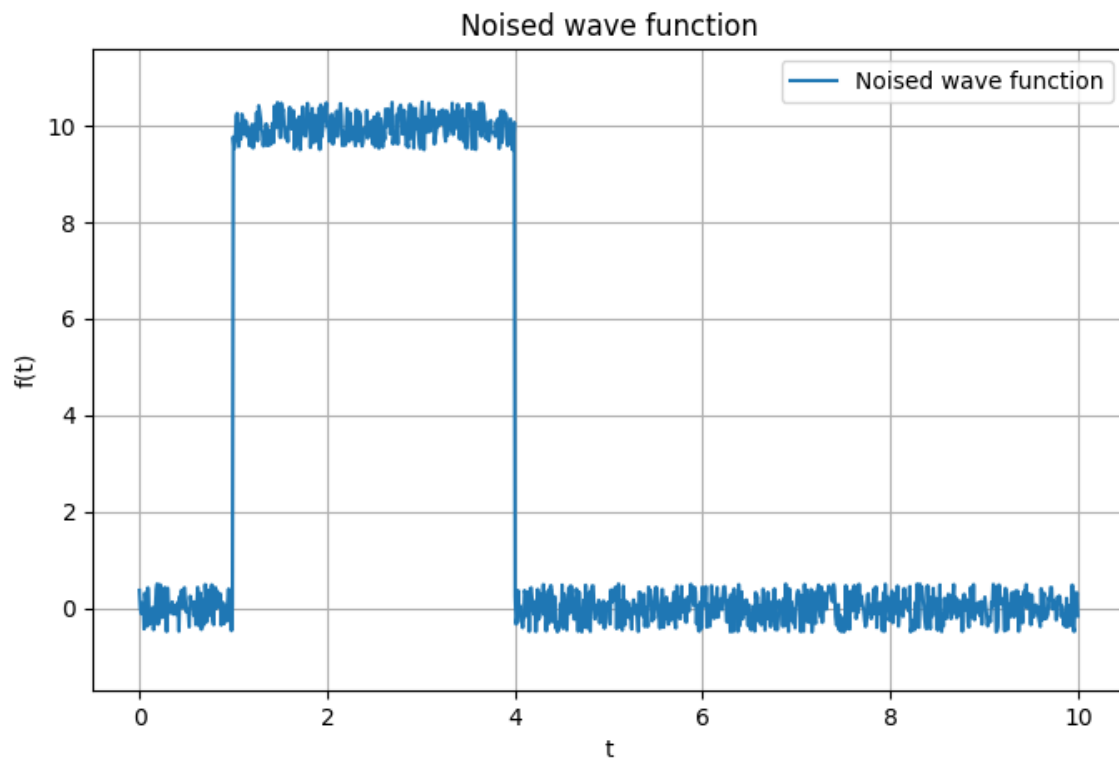


Рис. 35: Функция $u(t)$ с параметрами $b = 1$, $c = 0$, $d = 0$

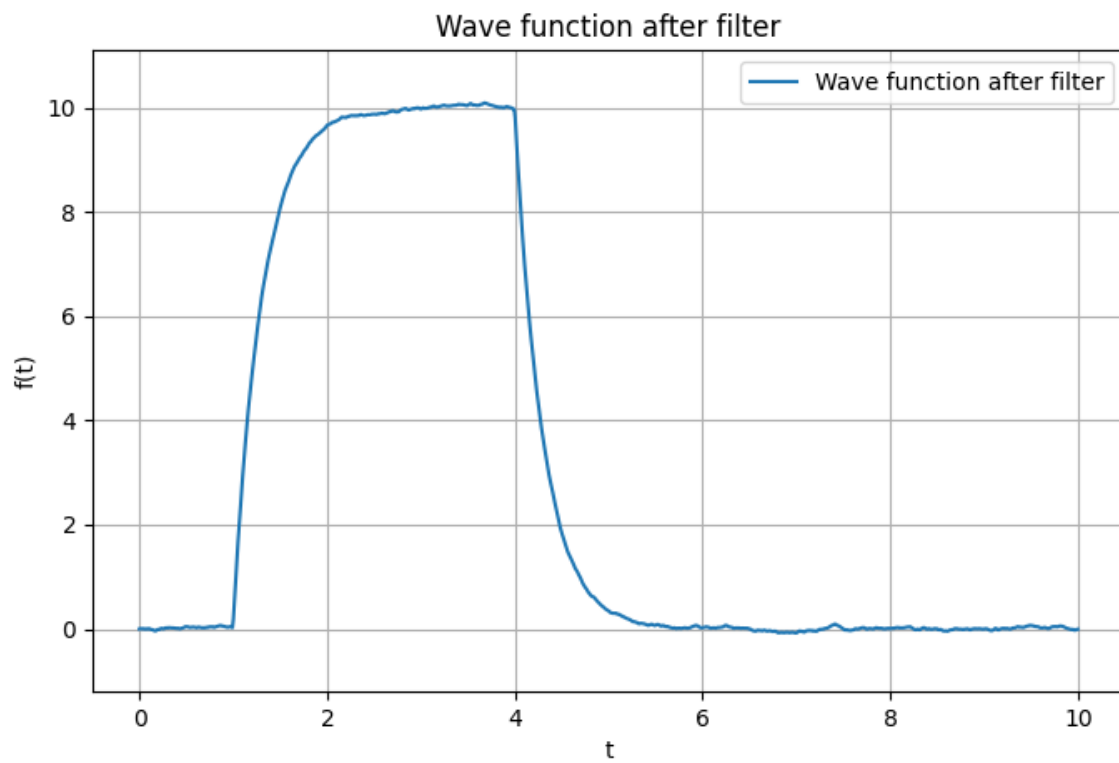


Рис. 36: Функция $u'(t)$ после применения фильтра

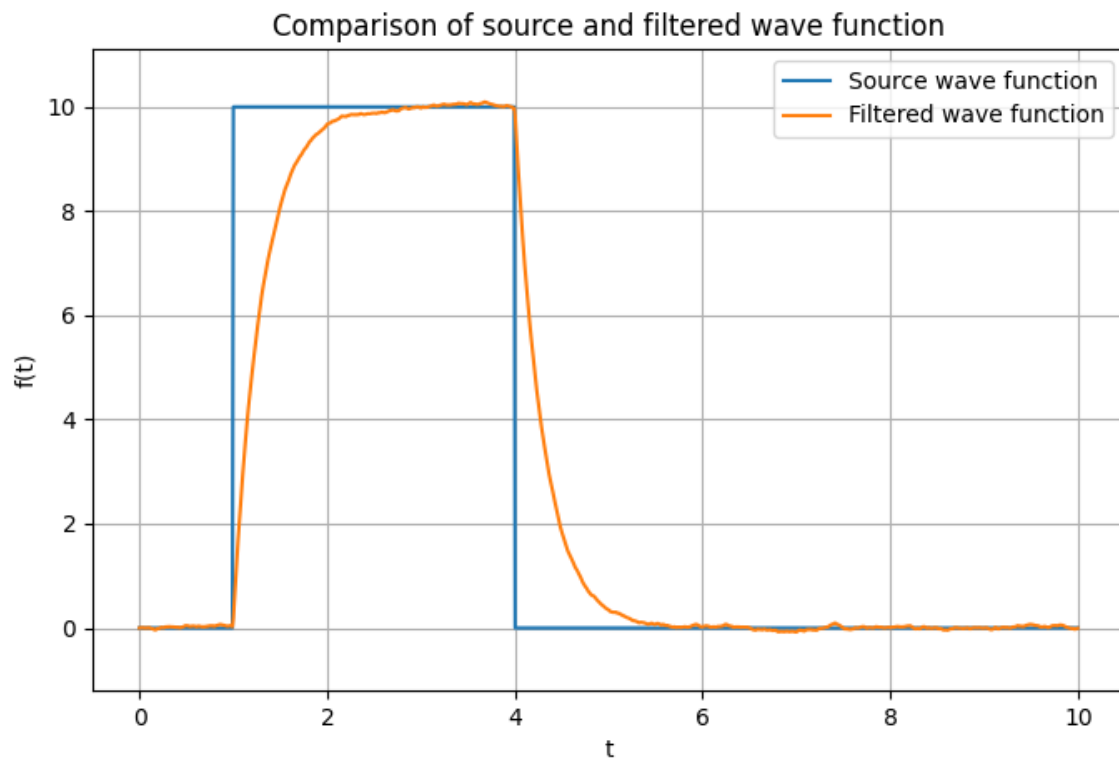


Рис. 37: Сравнение функции $g(t)$ и $u'(t)$

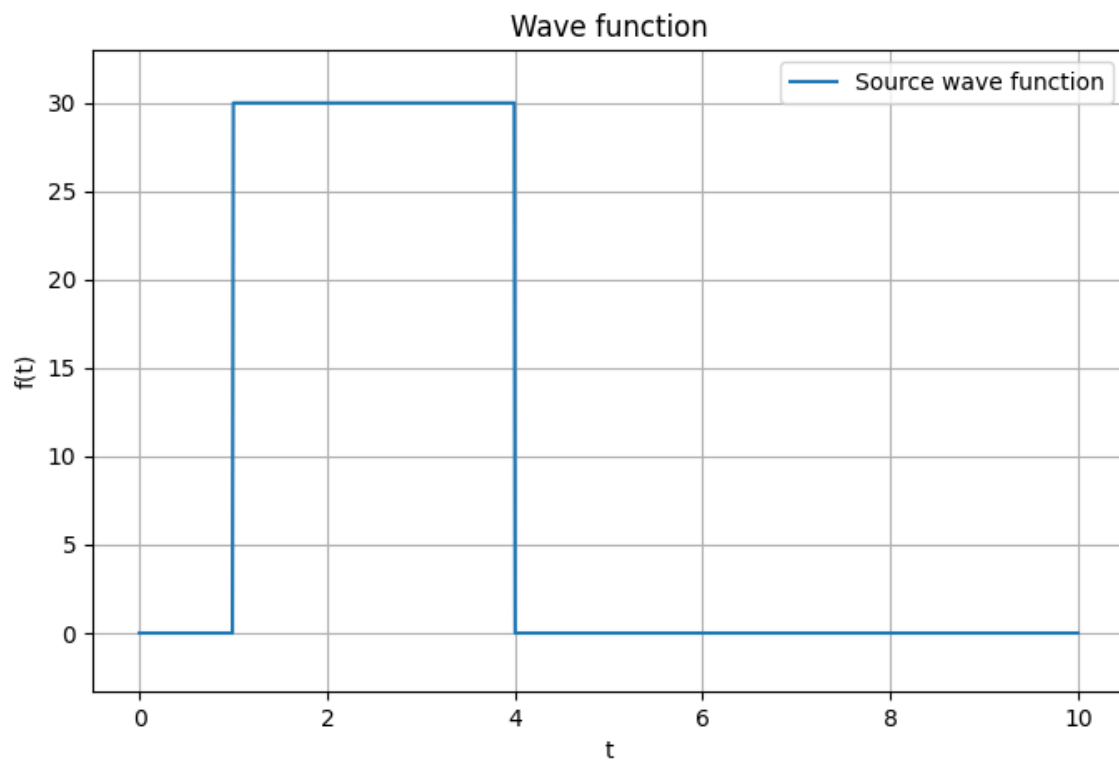


Рис. 38: Функция $g(t)$ с параметрами $a = 30$, $t_1 = 1$, $t_2 = 4$

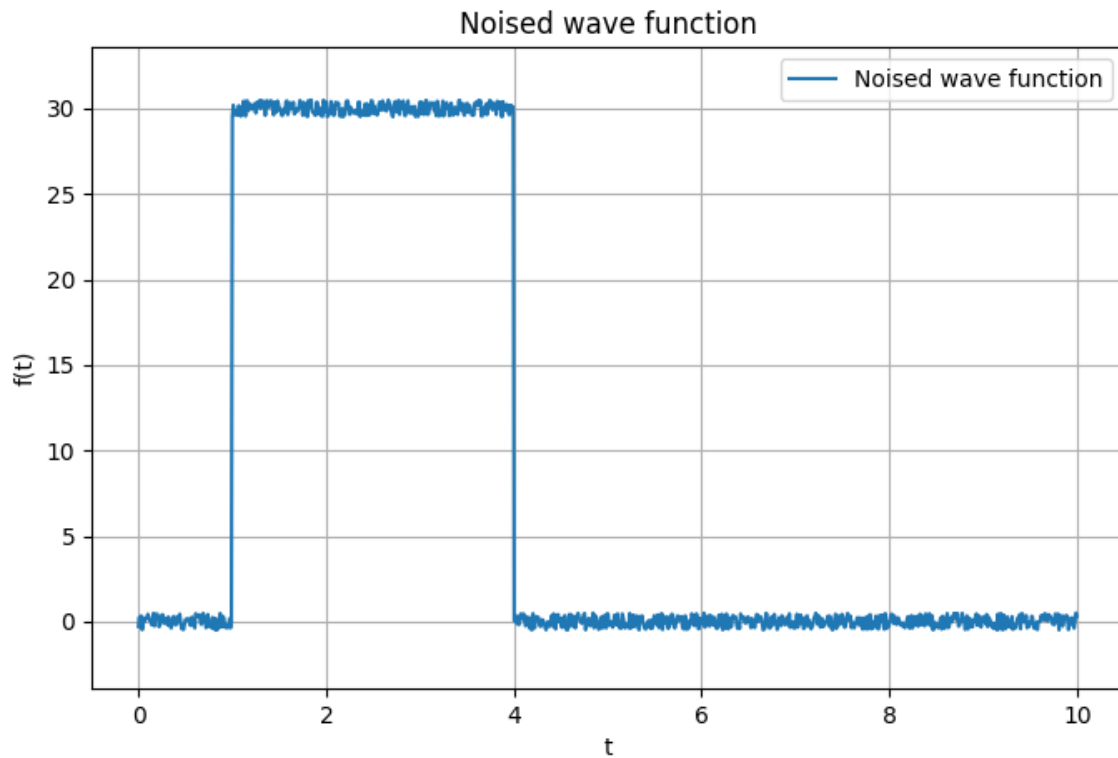


Рис. 39: Функция $u(t)$ с параметрами $b = 1$, $c = 0$, $d = 0$

Результат фильтрации с помощью линейного фильтра первого порядка с $T = 0.3$ (см. рисунок 40).

Ровно как и в прошлый раз – никаких изменений. Фронт функции выглядит идентично с поправкой на масштаб. Сравнительные графики исходной функции и функции после фильтрации представлены на рисунке 41.

Можно сделать вывод, что параметр a не влияет на эффективность фильтрации линейным фильтром первого порядка. Связано это с тем, что, фильтр первого порядка лишь *масштабирует* функцию согласно его АЧХ.

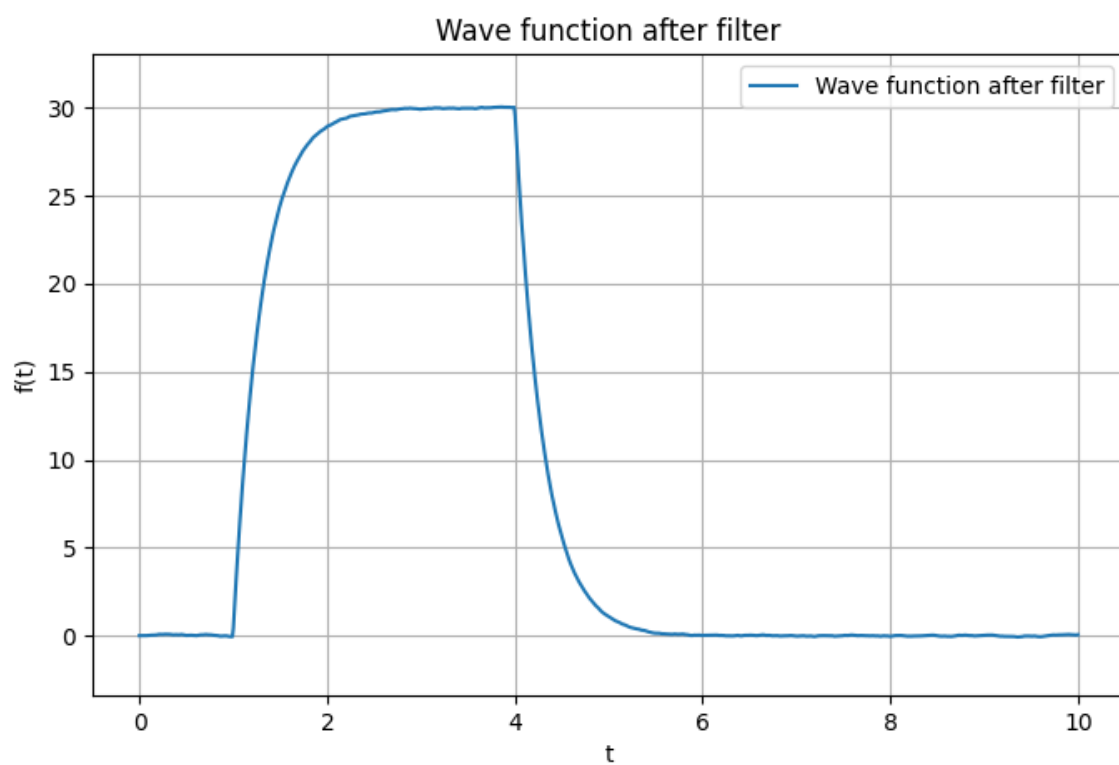


Рис. 40: Функция $u'(t)$ после применения фильтра

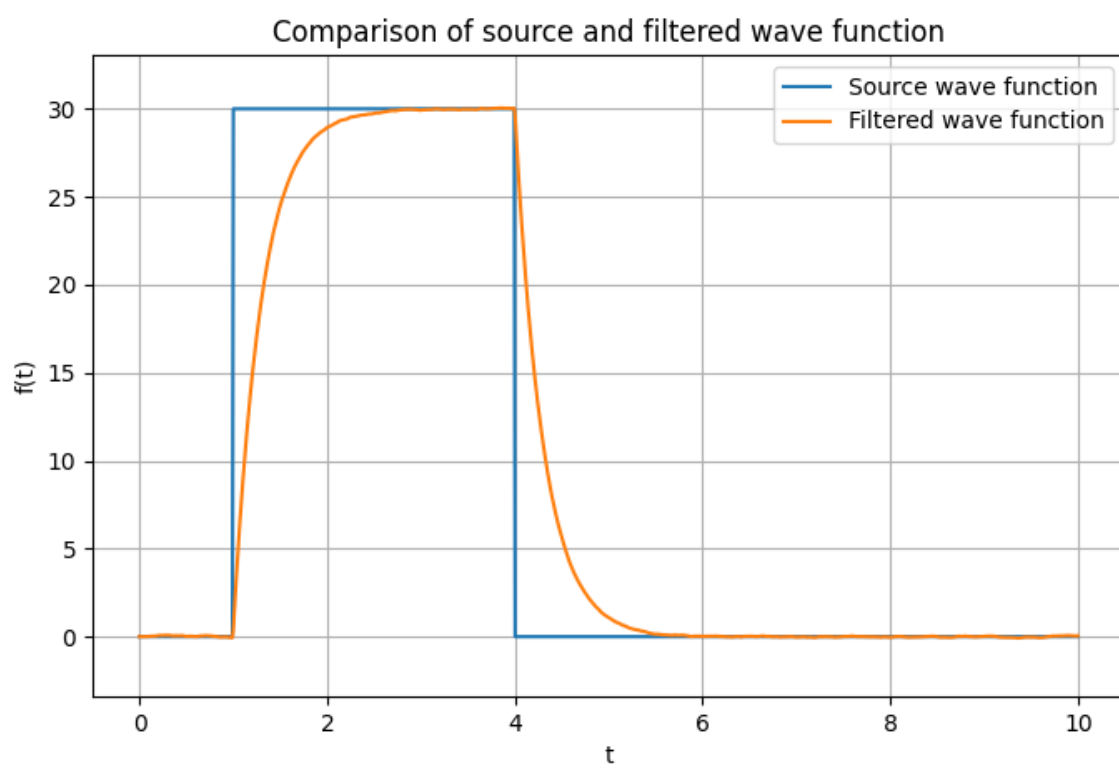


Рис. 41: Сравнение функции $g(t)$ и $u'(t)$

2.2. Специальный фильтр

Будем рассматривать линейный фильтр второго порядка вида:

$$W_2(p) = \frac{(T_1 p + 1)^2}{(T_2 p + 1)(T_3 p + 1)} = \frac{T_1^2 p^2 + 2T_1 p + 1}{T_2 T_3 p^2 + (T_2 + T_3)p + 1} \quad (6)$$

Для того, чтобы подобрать коэффициенты T_1 , T_2 , T_3 , я рассмотрел данный фильтр в виде произведения двух фильтров первого порядка. В ходе рассмотрения графиков АЧХ данных фильтров я пришел к выводу, что, можно ввести параметры w_0 и A – частота, на которой происходит фильтрация и коэффициент подавления на этой частоте соответственно. коэффициенты исходного фильтра получаются следующим образом:

$$T_1 = \frac{1}{w_0}, \quad T_2 = \frac{A}{w_0}, \quad T_3 = \frac{1}{Aw_0} \quad (7)$$

2.2.1. Рассматриваемая функция

Рассмотрим функцию $g(t)$ при параметрах $a = 4$, $t_1 = 1$, $t_2 = 4$ (см. рисунок 42) и ее *зашумленную* версию $u(t)$ с параметрами $b = 0$, $c = 0.4$, $d = 80$ (см. рисунок 43). на промежутке $[0, 10]$.

2.2.2. Графики рассматриваемой и зашумленной функции

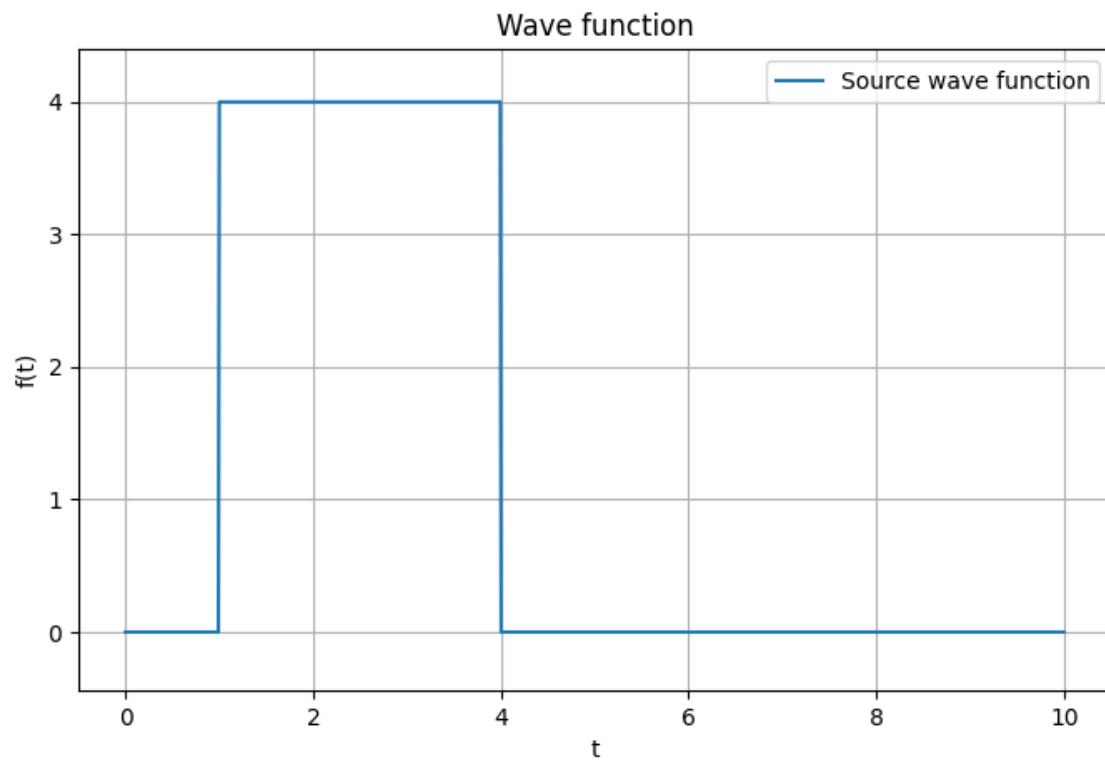


Рис. 42: Функция $g(t)$ с параметрами $a = 4$, $t_1 = 1$, $t_2 = 4$

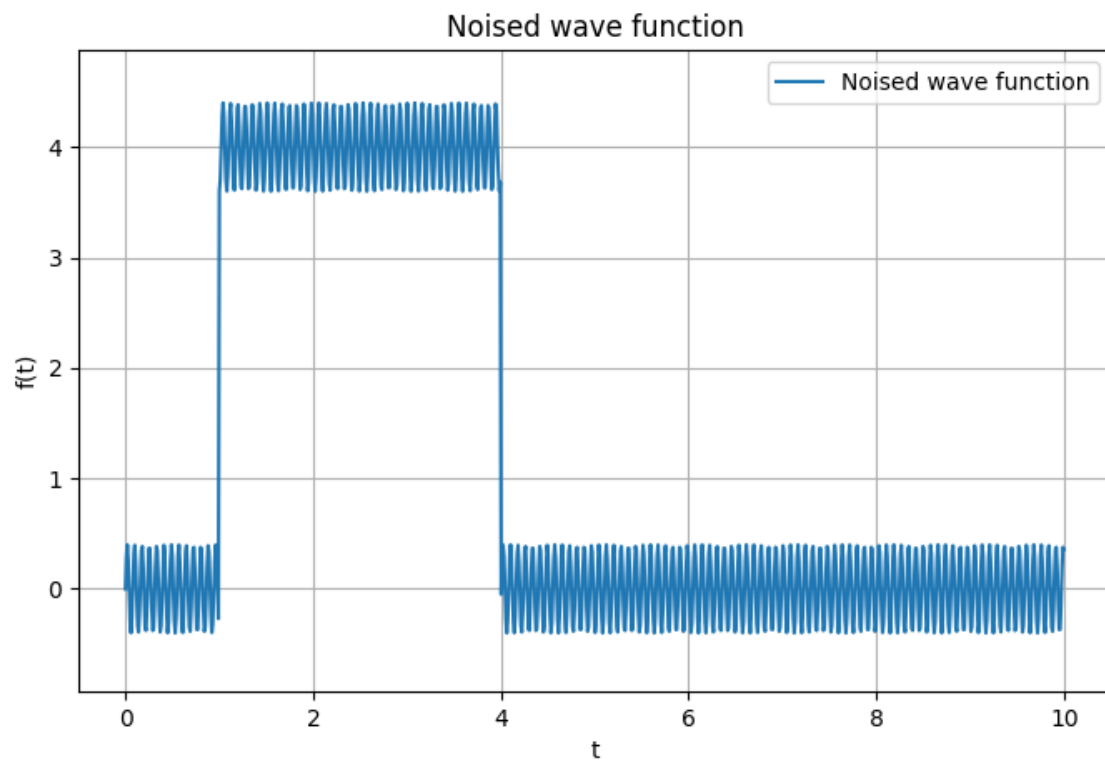


Рис. 43: Функция $u(t)$ с параметрами $b = 0$, $c = 0.4$, $d = 80$

2.2.3. Применение фильтра

Рассмотрим фильтрованную функцию $u'(t)$, которая получается применением линейного фильтра второго порядка с $T_1 = 0.0125$, $T_2 = 0.375$, $T_3 = 0.0004167$ (см. рисунок 44). Значения T_1 , T_2 , T_3 получены из формул (7) при $w_0 = 80$ и $A = 30$.

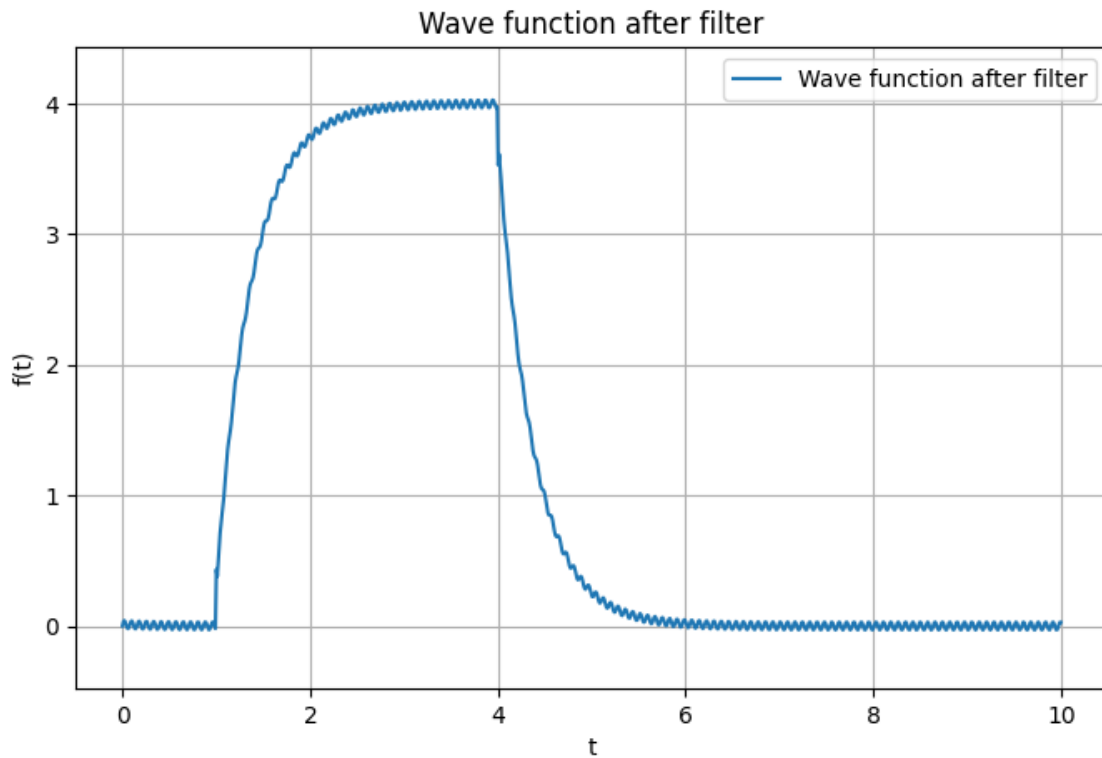


Рис. 44: Функция $u'(t)$ после применения фильтра

Видим, что функция после фильтрации стала более гладкой, фронт и спад стали менее выраженными. Это связано с тем, что фильтр убирает высокочастотные компоненты функции. Убедиться в этом можно посмотрев на АЧХ фильтра (см. рисунок 45 и 46).

2.2.4. Амплитудно-частотная характеристика фильтра

На логарифмическом графике более заметно, что данный фильтр подавляет частоты в окрестности частоты $w_0 = 80$, что и требуется для фильтрации гармонического шума. Но, на этом же графике видно, что фильтр, кроме требуемых частот, подавляет довольно большой диапазон частот, что, конечно, сильно сказывается на качестве фильтрации. Именно для того, чтобы фильтр минимально срезал нижние частоты, которые необходимы для восстановления исходной функции была выбрана довольно большая частота гармонического шума.

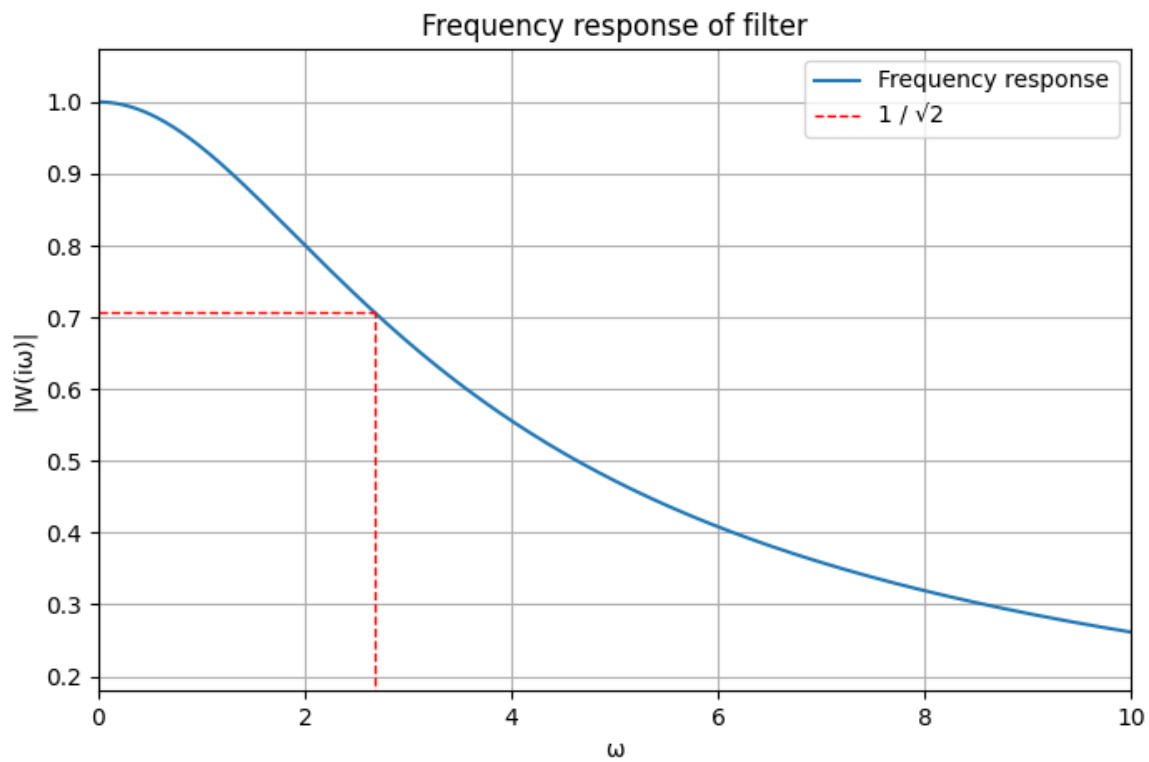


Рис. 45: АЧХ фильтра второго порядка при $T_1 = 0.0125$, $T_2 = 0.375$, $T_3 = 0.0004167$

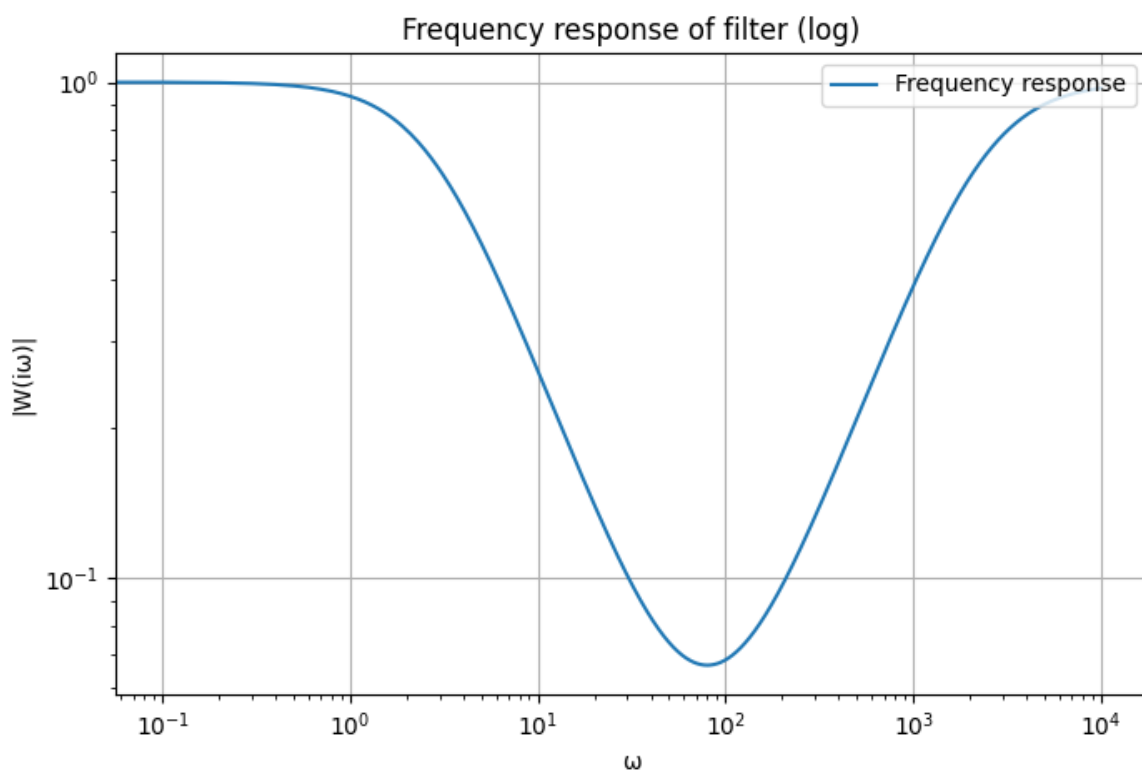


Рис. 46: АЧХ фильтра второго порядка при $T_1 = 0.0125$, $T_2 = 0.375$, $T_3 = 0.0004167$ (логарифмическая шкала)

2.2.5. Результаты фильтрации

Сравнительный график исходной функции и функции после фильтрации представлен на рисунке 47.

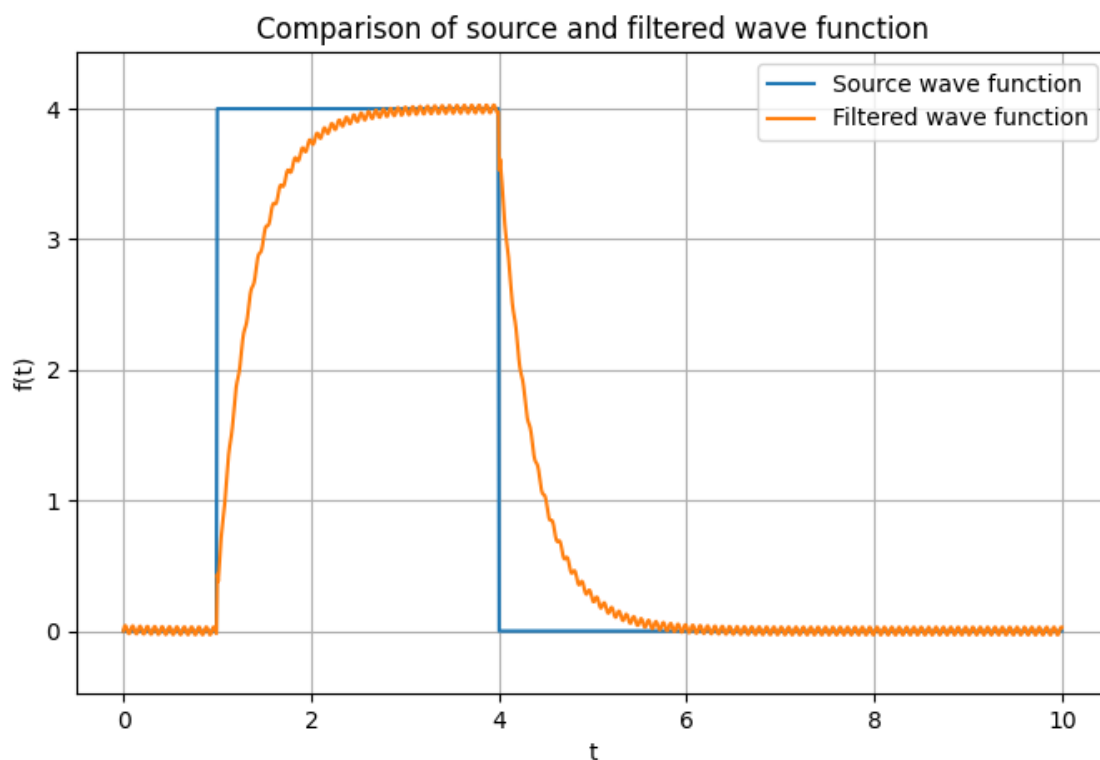


Рис. 47: Сравнение функции $g(t)$ и $u'(t)$

Образ исходной функции и функции после фильтрации приведены на рисунках 48 и 49. Графики модулей соответствующих функций приведены на рисунках 50 и 51, их сравнительный график – на рисунке 52.

На сравнительном графике (см. рисунок 52) видно, что *амплитуда* образа фильтрованного сигнала уменьшается по сравнению с образом начальной функции. Результат соответствует АЧХ фильтра (см. рисунок 45).

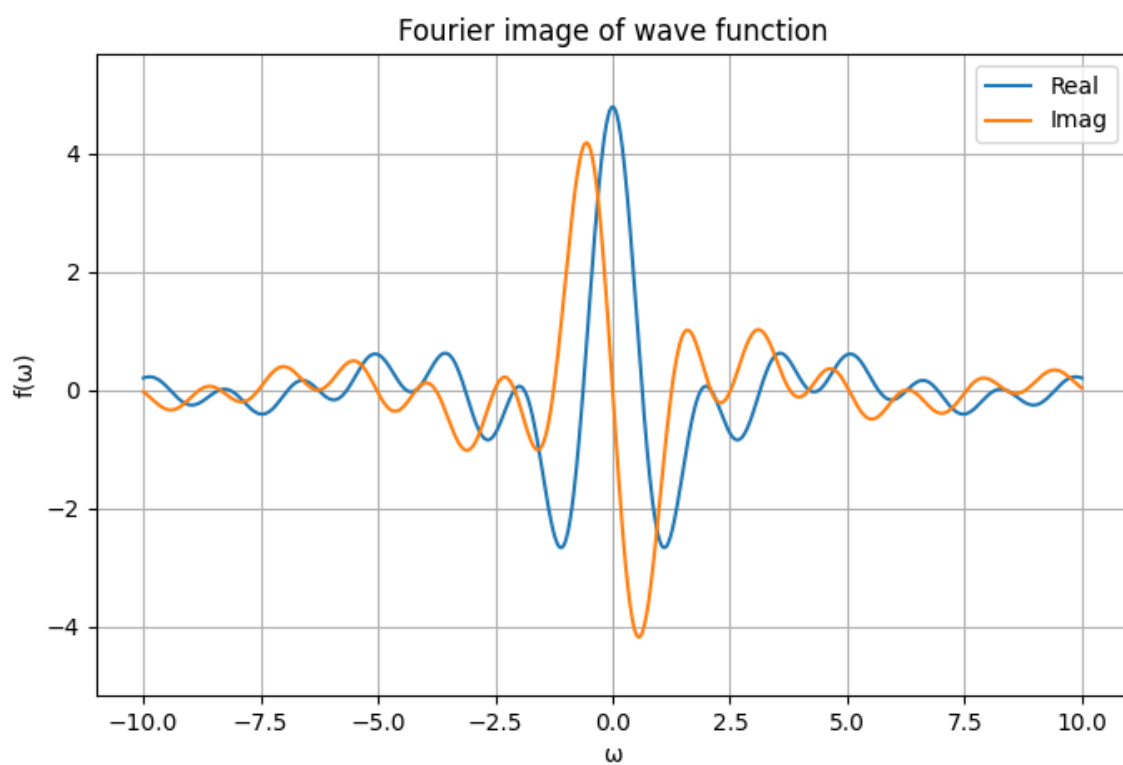


Рис. 48: Образ исходной функции $u(t)$.

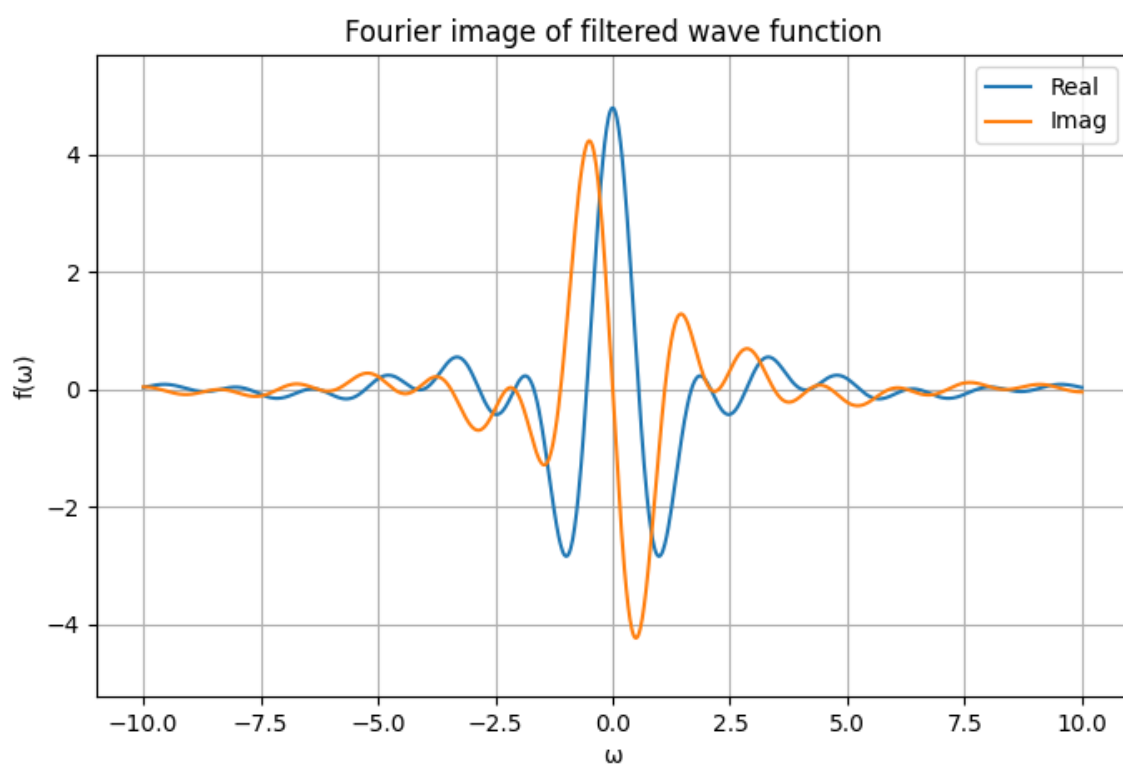


Рис. 49: Образ фильтрованной функции $u'(t)$.

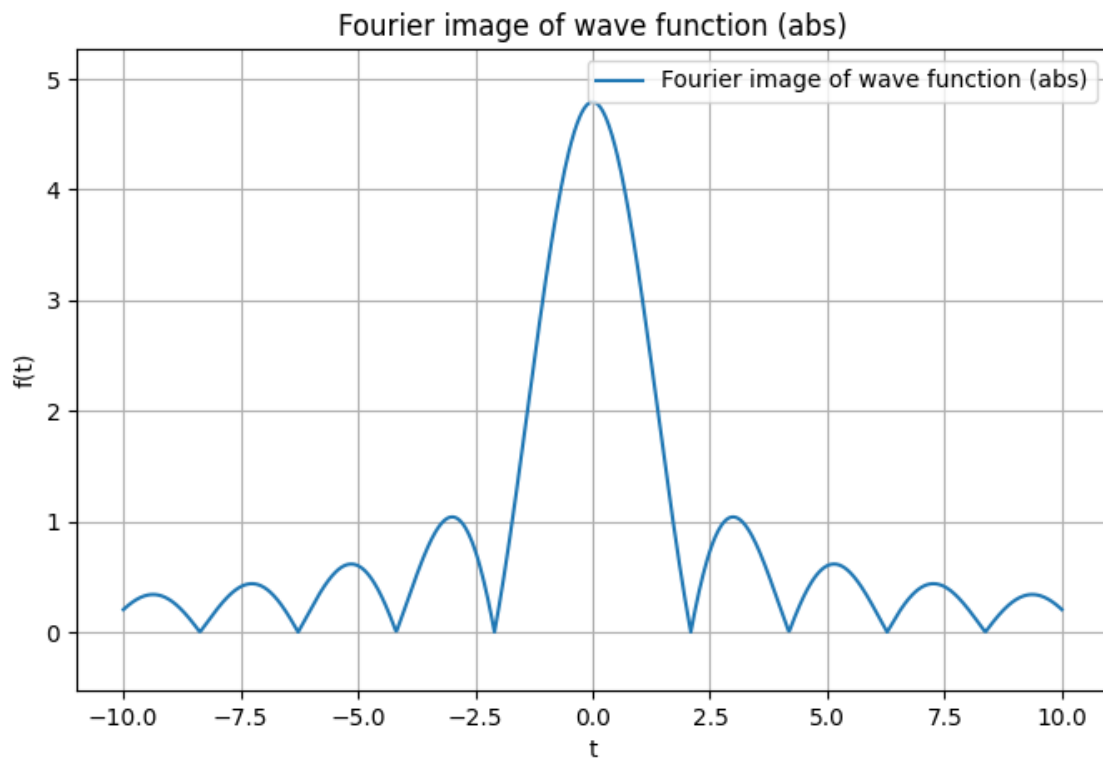


Рис. 50: Модуль образа исходной функции $u(t)$.

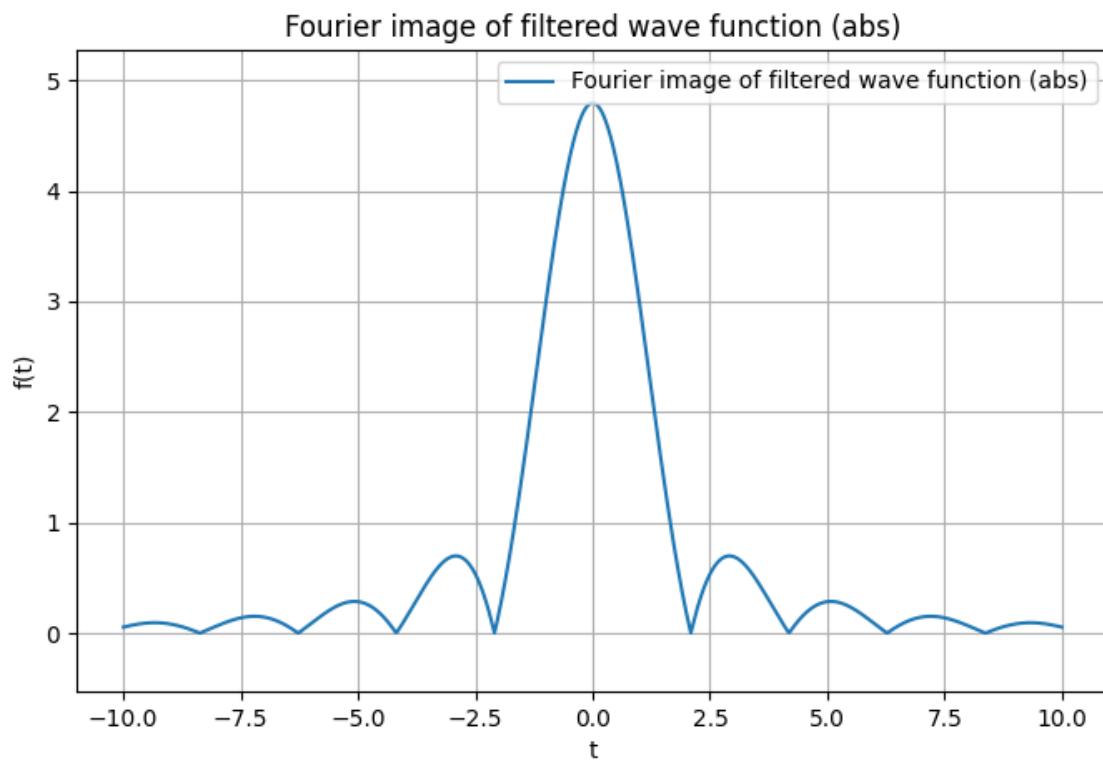


Рис. 51: Модуль образа фильтрованной функции $u'(t)$.

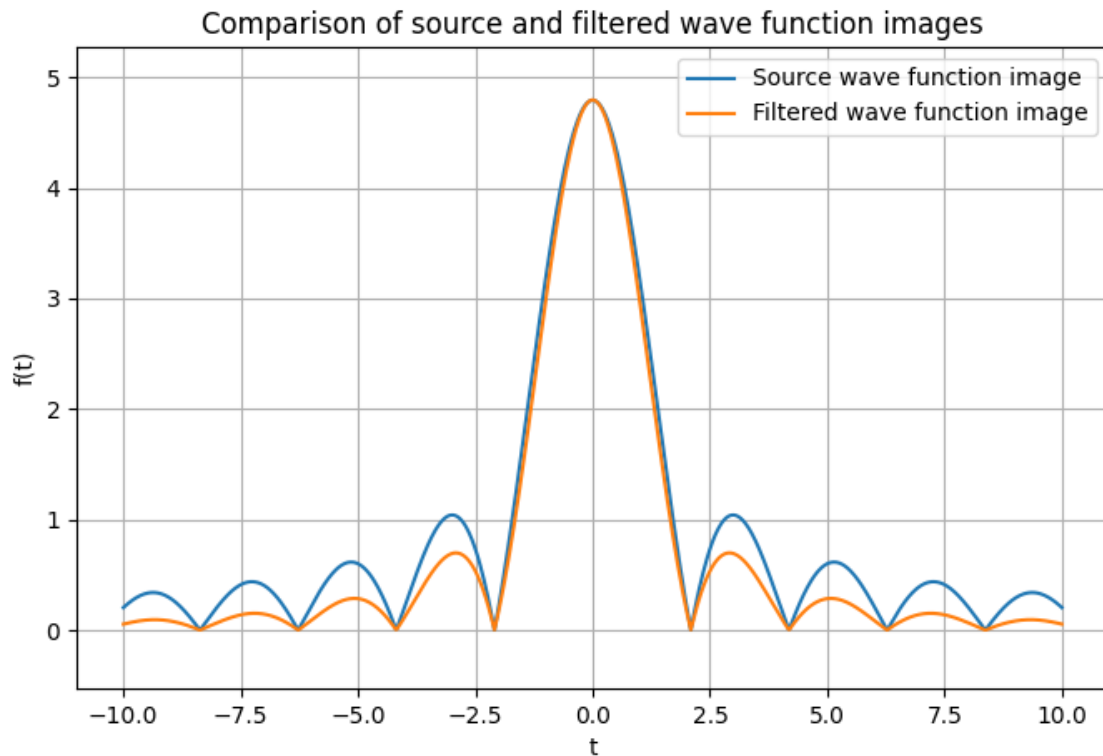


Рис. 52: Сравнение модулей образов исходной и фильтрованной функций.

2.2.6. Фильтрация шума меньшей частоты

Теперь рассмотрим функцию с гармоническим шумом меньшей частоты, чем в предыдущем случае: $g(t)$ при параметрах $a = 4$, $t_1 = 1$, $t_2 = 4$ (см. рисунок 53) и ее *зашумленную* версию $u(t)$ с параметрами $b = 0$, $c = 0.4$, $d = 20$ (см. рисунок 54). на промежутке $[0, 10]$.

Рассмотрим фильтрованную функцию $u'(t)$, которая получается применением линейного фильтра второго порядка с $T_1 = 0.05$, $T_2 = 1.5$, $T_3 = 0.0016667$ (см. рисунок 55). Значения T_1 , T_2 , T_3 получены из формул (7) при $w_0 = 20$ и $A = 30$.

На рисунке 55 видно, что гармонический шум действительно уменьшился, при этом, фронт и спад функции стали менее выраженными. Это связано с тем, что фильтр убирает не только частоты гармонического шума, но и некоторый диапазон частот рядом с ним, что и приводит к сглаживанию функции. Убедить в этом можно посмотрев на графики АЧХ данного фильтра (см. рисунок 56 и 57).

Сравнительный график исходной и фильтрованной функции приведен на рисунке 58.

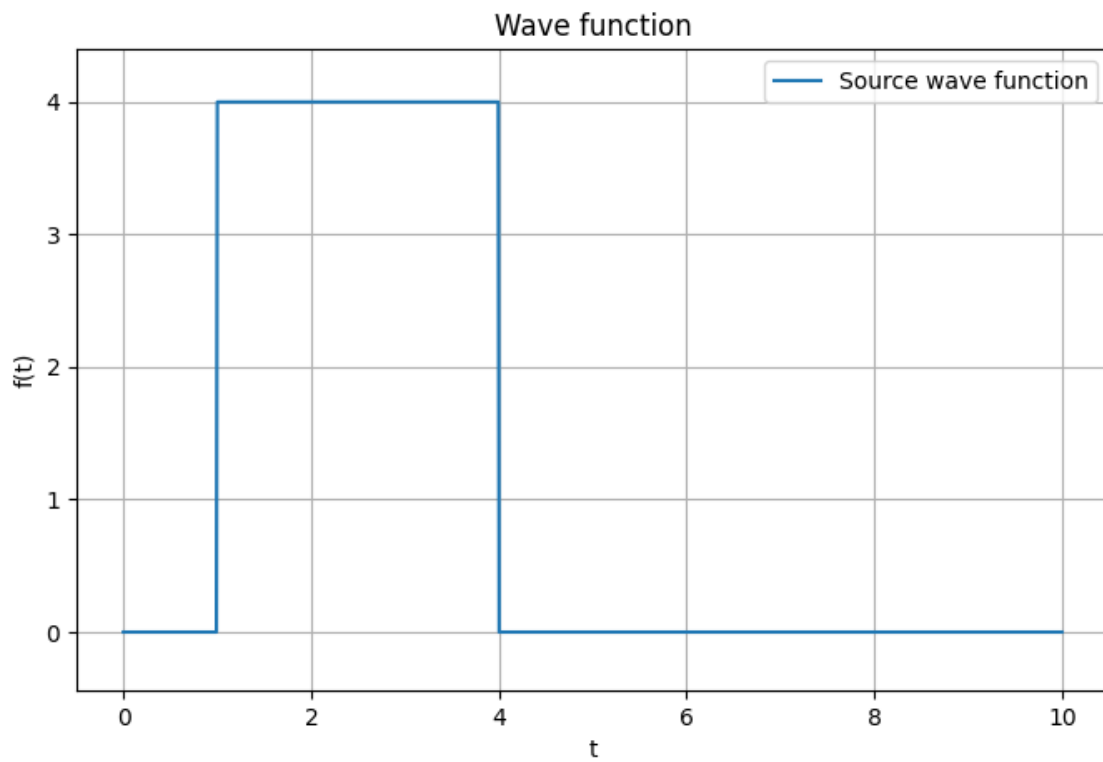


Рис. 53: Функция $g(t)$ с параметрами $a = 4$, $t_1 = 1$, $t_2 = 4$

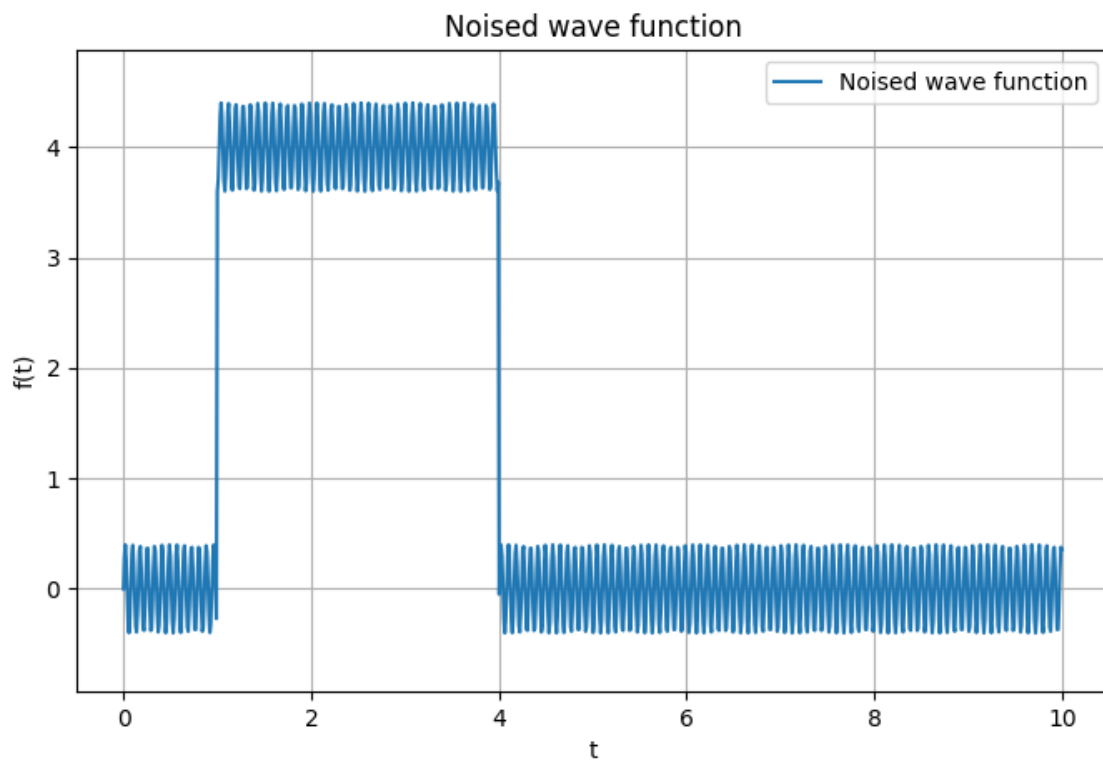


Рис. 54: Функция $u(t)$ с параметрами $b = 0$, $c = 0.4$, $d = 20$

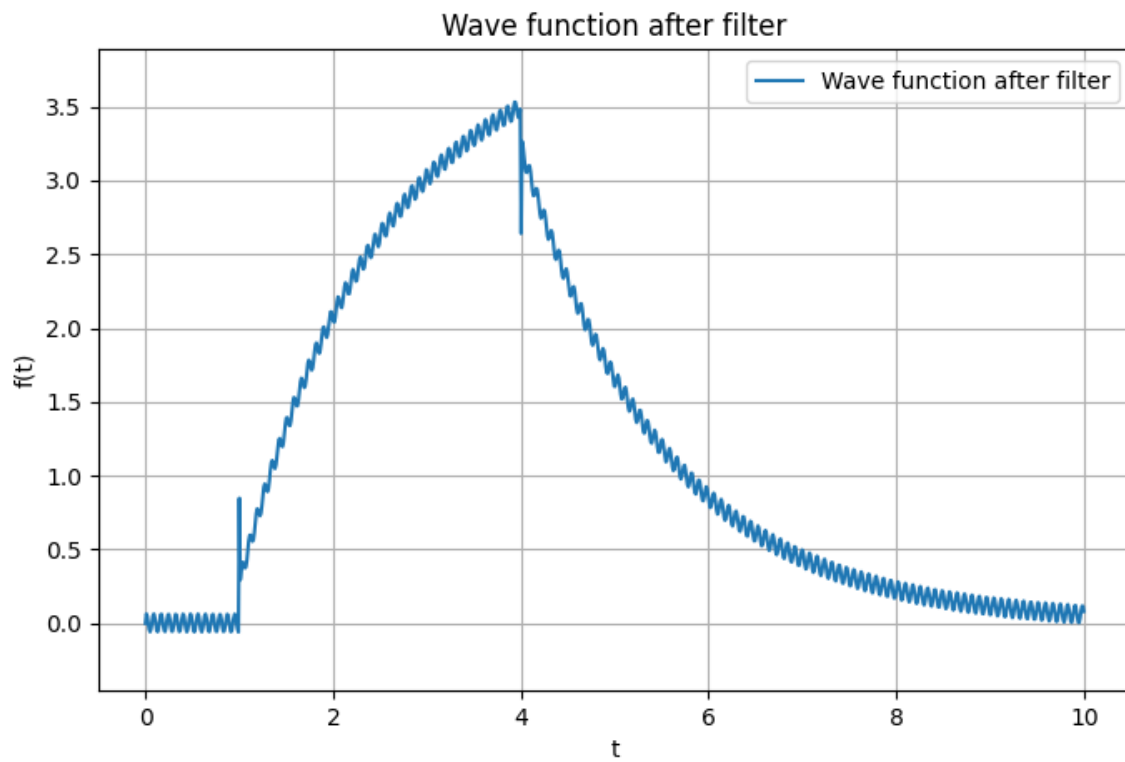


Рис. 55: Функция $u'(t)$ после применения фильтра

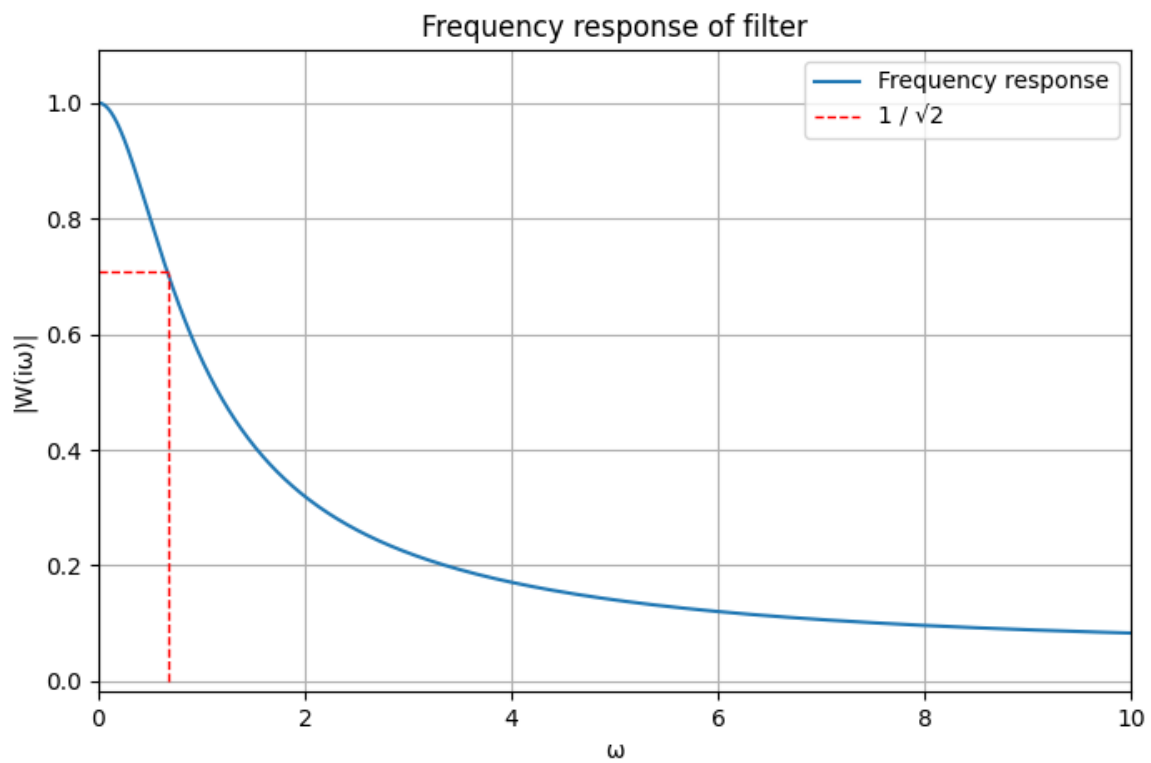


Рис. 56: АЧХ фильтра второго порядка при $T_1 = 0.05$, $T_2 = 1.5$, $T_3 = 0.0016667$

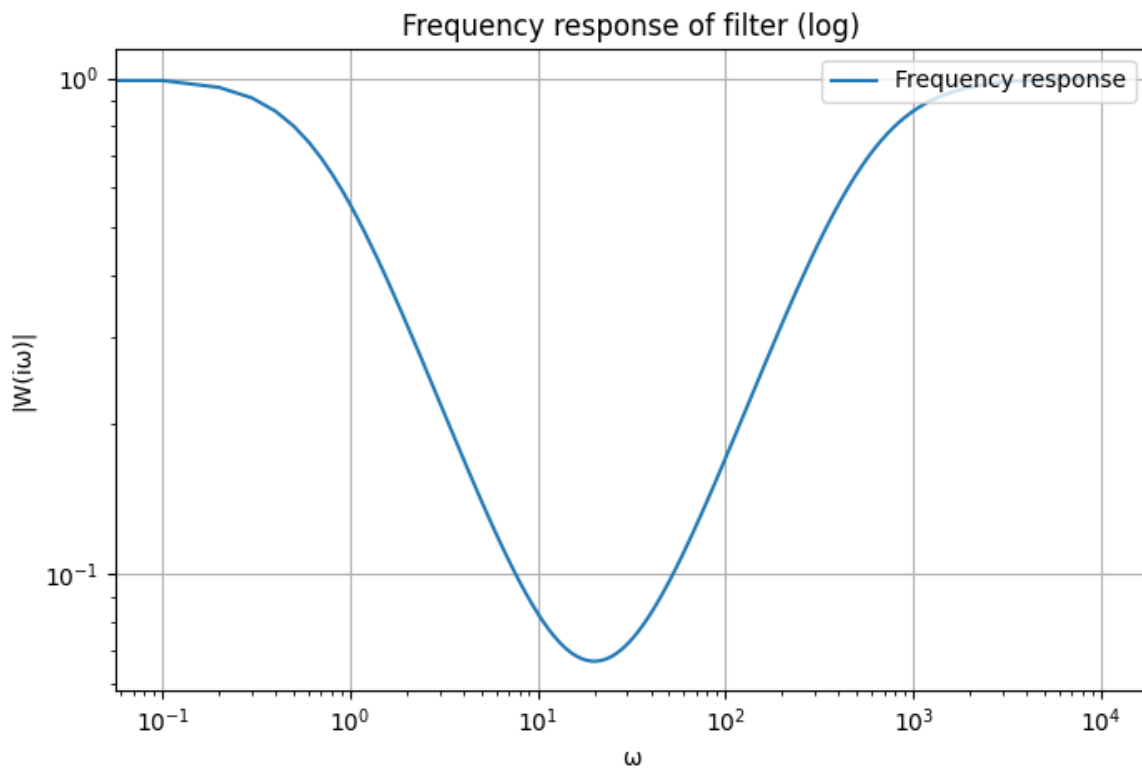


Рис. 57: АЧХ фильтра второго порядка при $T_1 = 0.05$, $T_2 = 1.5$, $T_3 = 0.0016667$ (логарифмическая шкала)

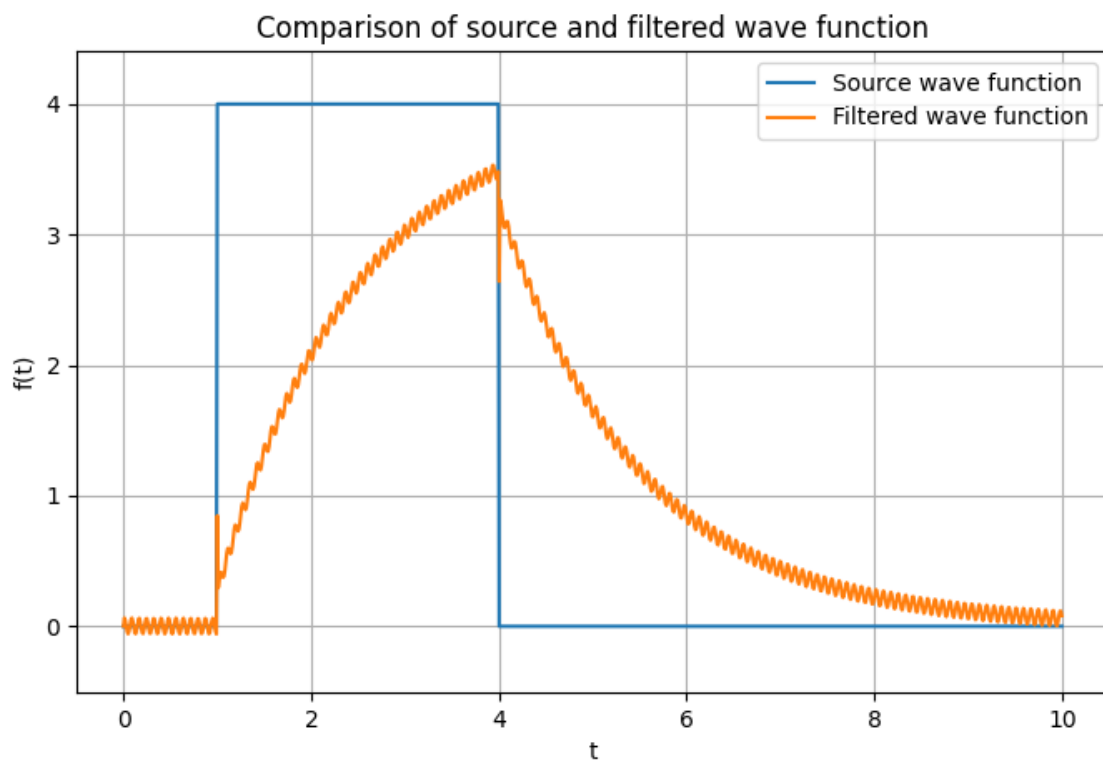


Рис. 58: Сравнение функции $g(t)$ и $u'(t)$

2.2.7. Фильтрация шума большей частоты

Теперь рассмотрим более удачный случай, когда гармонический шум имеет большую частоту. Таковую, что при применении фильтра не будет захватываться диапазон частот, необходимый для восстановления исходной функции.

Рассмотрим функцию $g(t)$ при параметрах $a = 4$, $t_1 = 1$, $t_2 = 4$ (см. рисунок 65) и ее *зашумленную* версию $u(t)$ с параметрами $b = 0$, $c = 1$, $d = 2000$ (см. рисунок 66). на промежутке $[0, 10]$.

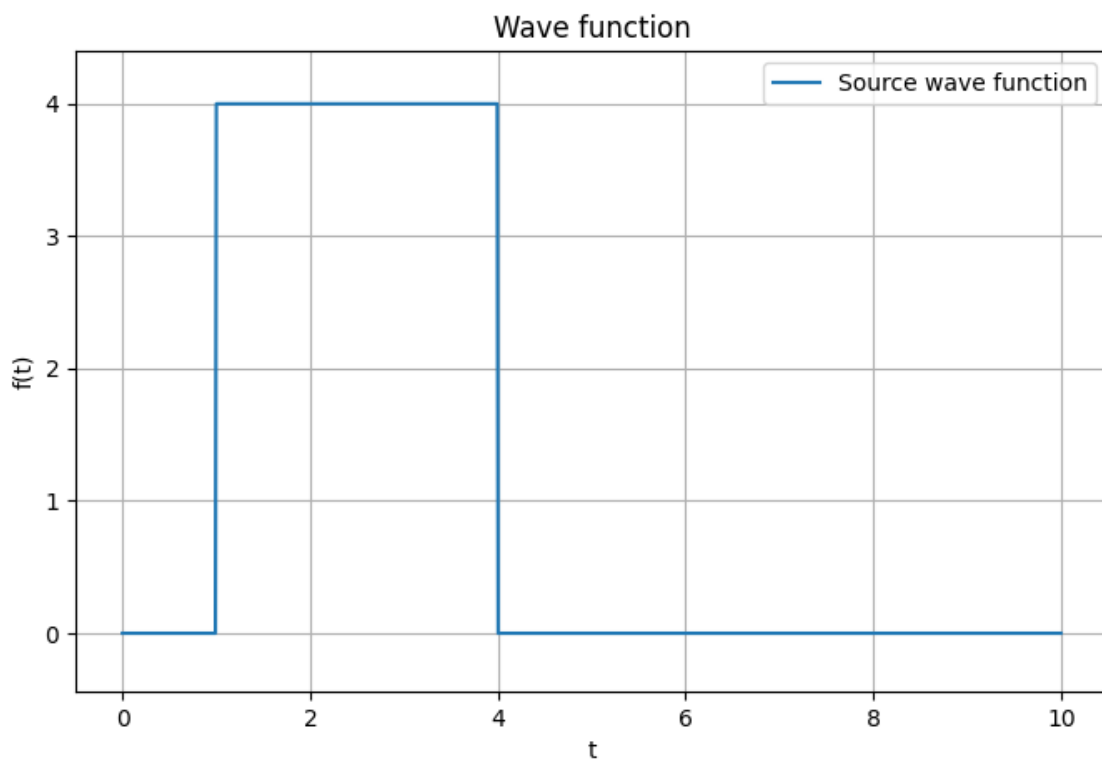


Рис. 59: Функция $g(t)$ с параметрами $a = 4$, $t_1 = 1$, $t_2 = 4$

Рассмотрим фильтрованную функцию $u'(t)$, которая получается применением линейного фильтра второго порядка с $T_1 = 0.0005$, $T_2 = 0.15$, $T_3 = 0.0000017$ (см. рисунок 67). Значения T_1 , T_2 , T_3 получены из формул (7) при $w_0 = 2000$ и $A = 300$. АЧХ данного фильтра приведена на рисунках 62 и 63.

Видно, что гармонический шум практически полностью был убран, при этом сама функция сохранила свой вид. Сравнительные графики исходной и фильтрованной функции приведены на рисунке 68.

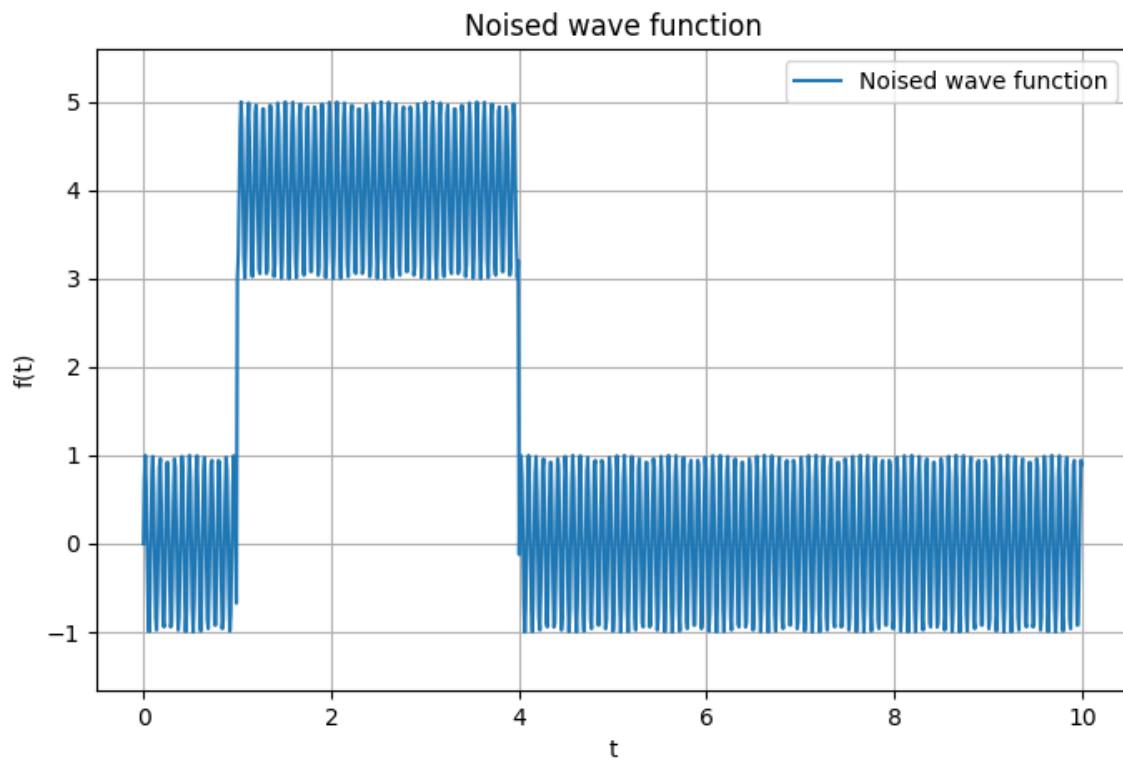


Рис. 60: Функция $u(t)$ с параметрами $b = 0$, $c = 1$, $d = 2000$

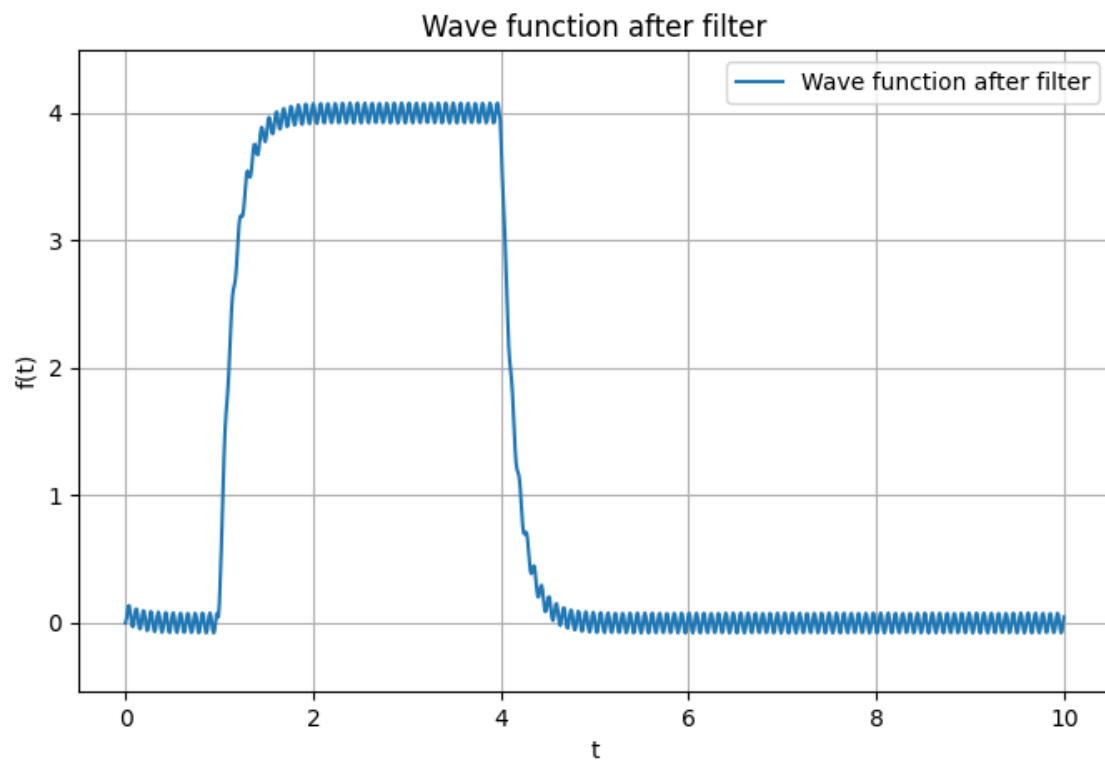


Рис. 61: Функция $u'(t)$ после применения фильтра

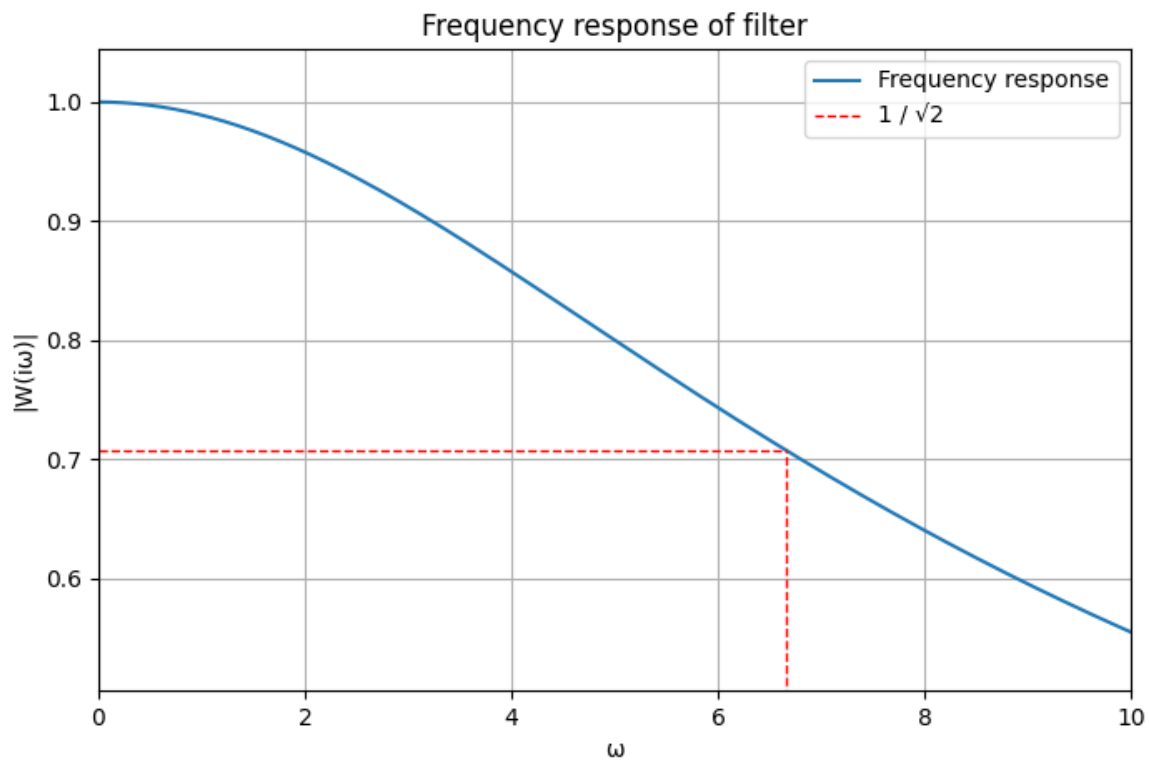


Рис. 62: АЧХ фильтра второго порядка при $T_1 = 0.0005$, $T_2 = 0.15$, $T_3 = 0.0000017$

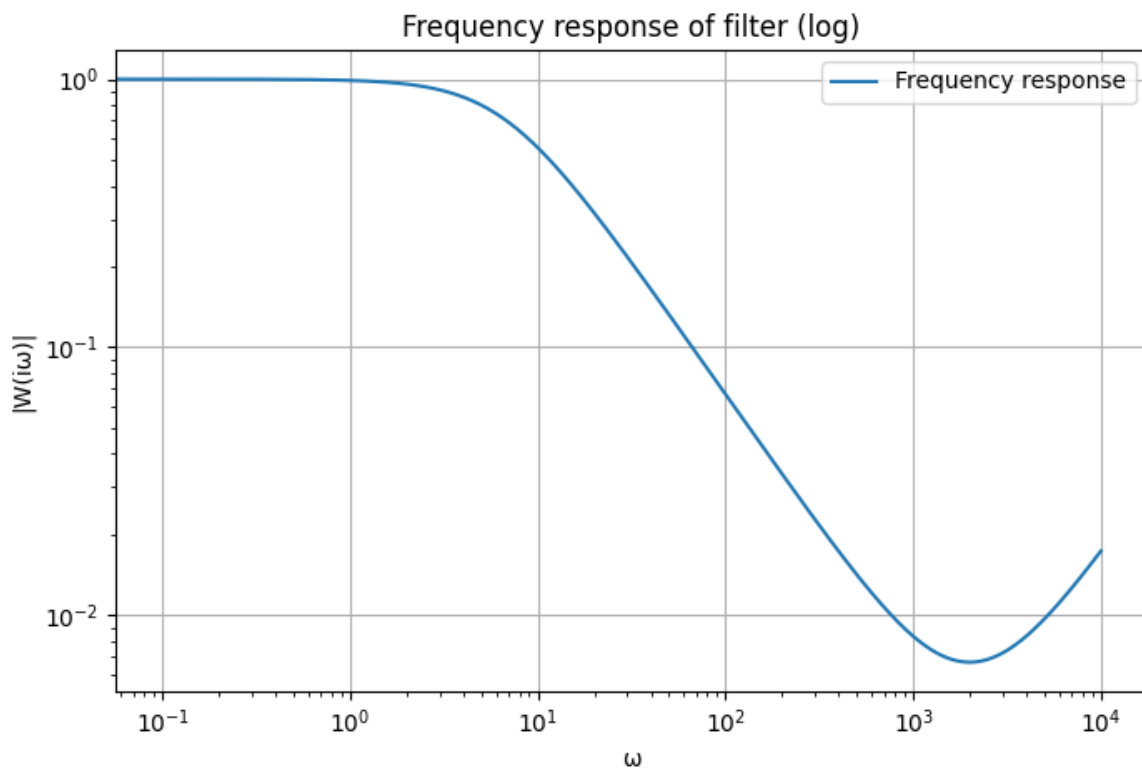


Рис. 63: АЧХ фильтра второго порядка при $T_1 = 0.0005$, $T_2 = 0.15$, $T_3 = 0.0000017$ (логарифмическая шкала)

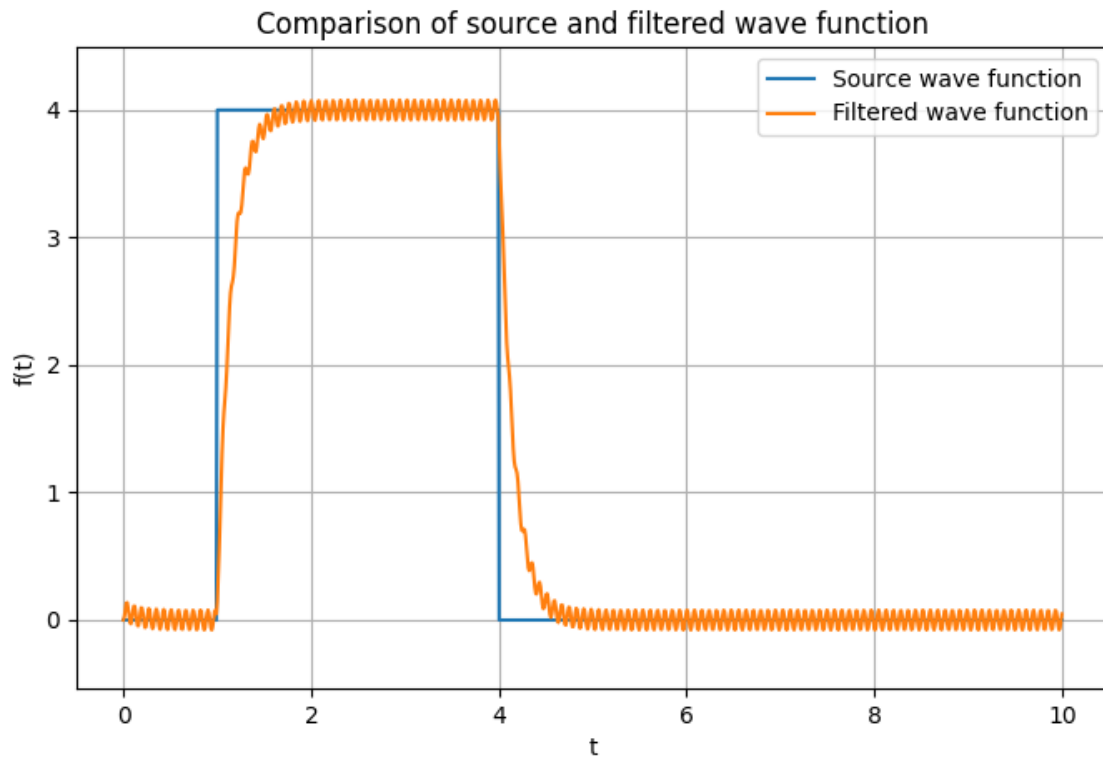


Рис. 64: Сравнение функции $g(t)$ и $u'(t)$

2.2.8. Исследование влияния параметра c на результат фильтрации

Рассмотрим функцию $g(t)$ при параметрах $a = 4$, $t_1 = 1$, $t_2 = 4$ (см. рисунок 65) и ее *зашумленную* версию $u(t)$ с параметрами $b = 0$, $c = 2$, $d = 80$ (см. рисунок 66). на промежутке $[0, 10]$.

Рассмотрим фильтрованную функцию $u'(t)$, которая получается применением линейного фильтра второго порядка с $T_1 = 0.0125$, $T_2 = 0.375$, $T_3 = 0.0004167$ (см. рисунок 67). Значения T_1 , T_2 , T_3 получены из формул (7) при $w_0 = 80$ и $A = 30$.

Сравнительный график исходной функции и функции после фильтрации представлен на рисунке 68.

Видно, что, как и в первом случае, гармонический шум был успешно убран, несмотря на то, что его амплитуда довольно сильно увеличилась (более, чем в 4 раза). Это связано с тем, что фильтр подавляет частоты, на которых находится гармонический шум, при этом шум любой амплитуды будет подавляться пропорционально.

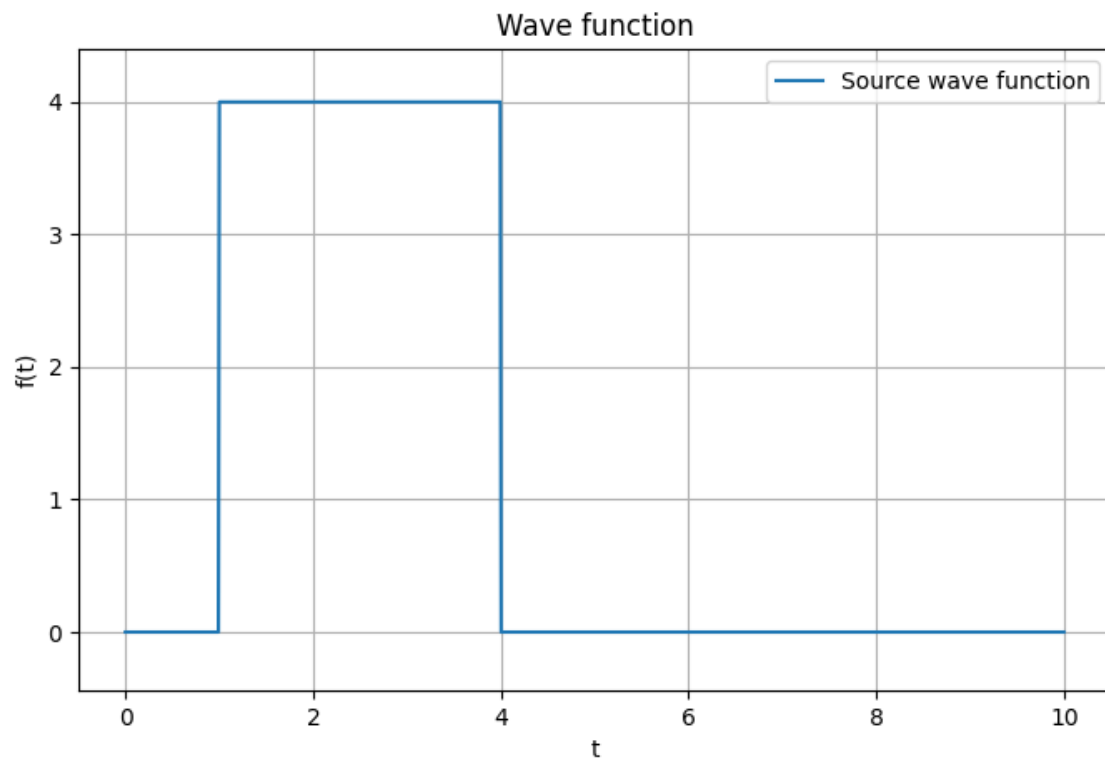


Рис. 65: Функция $g(t)$ с параметрами $a = 4$, $t_1 = 1$, $t_2 = 4$

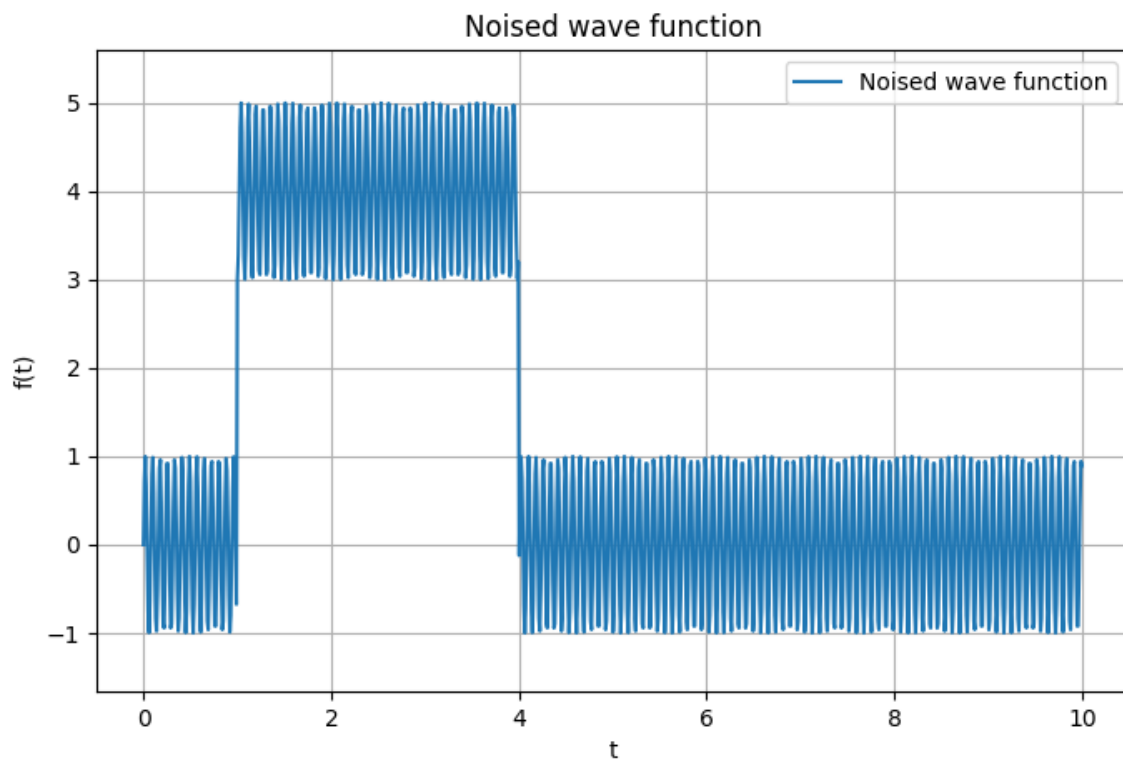


Рис. 66: Функция $u(t)$ с параметрами $b = 0$, $c = 2$, $d = 80$

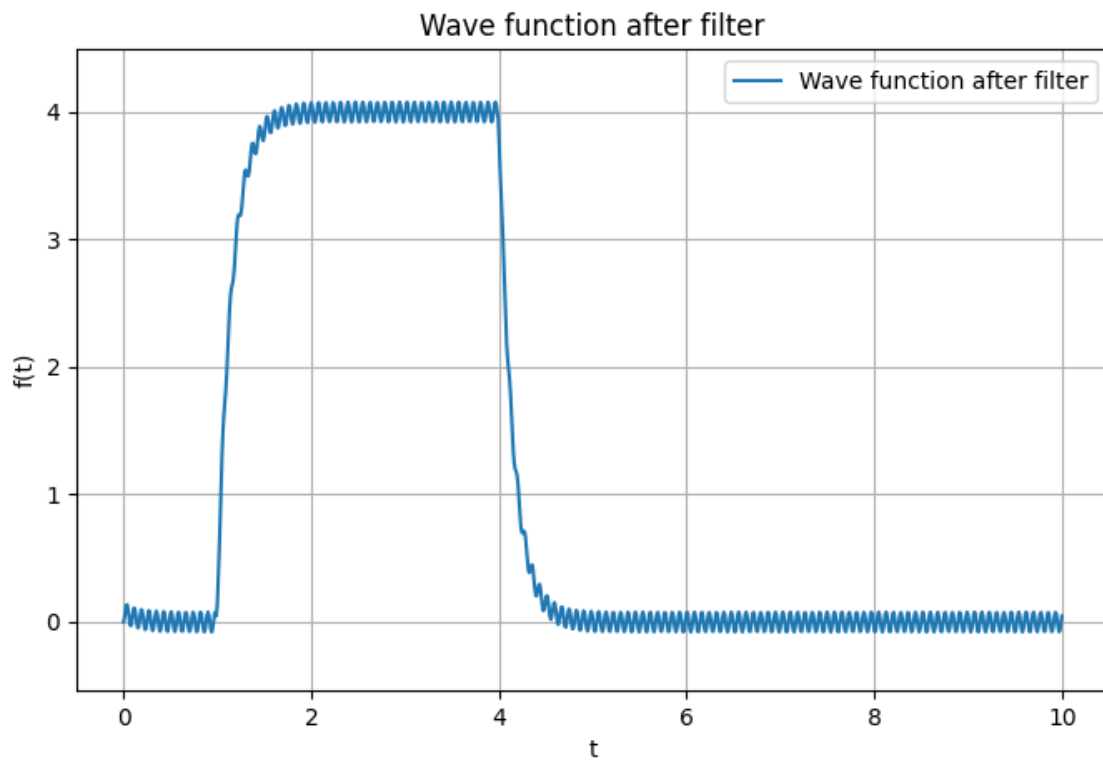


Рис. 67: Функция $u'(t)$ после применения фильтра

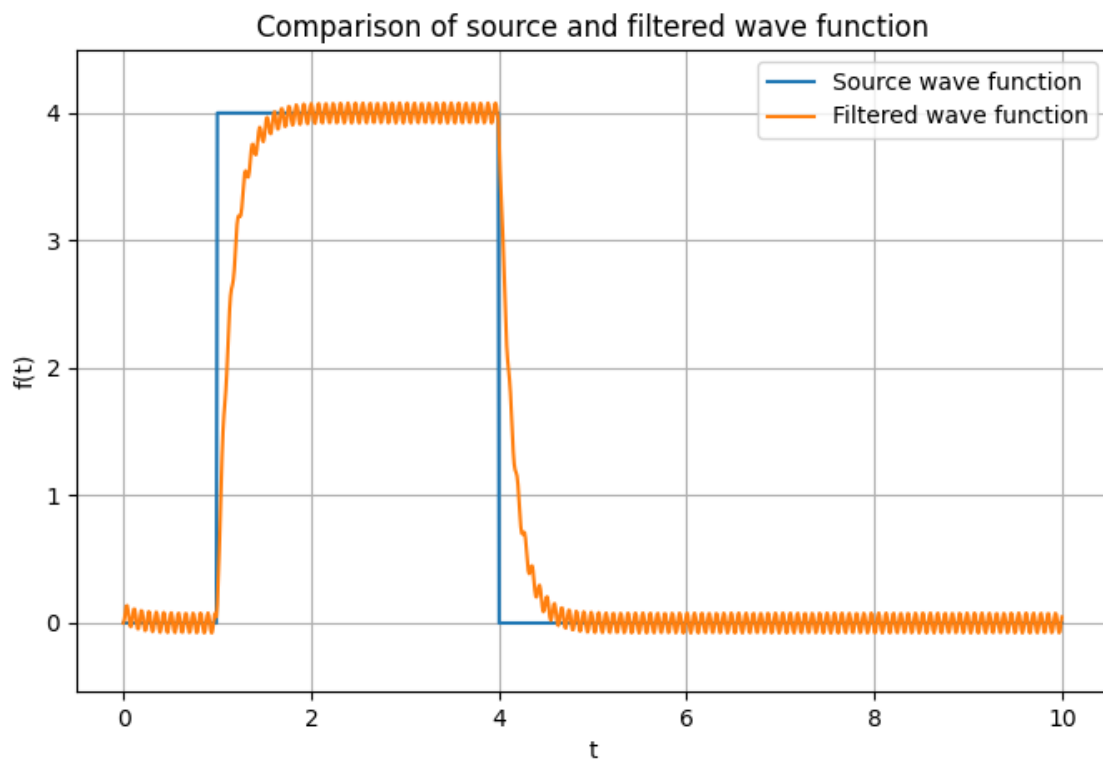


Рис. 68: Сравнение функции $g(t)$ и $u'(t)$

3. Фильтрация биржевых данных

3.1. Исходные данные

Для примера я скачал данные о курсе акций компании SBER в период с первого апреля 2023 года по первое апреля 2024 года с промежутком в 1 день.

Исходный график курса акций представлен на рисунке ??.

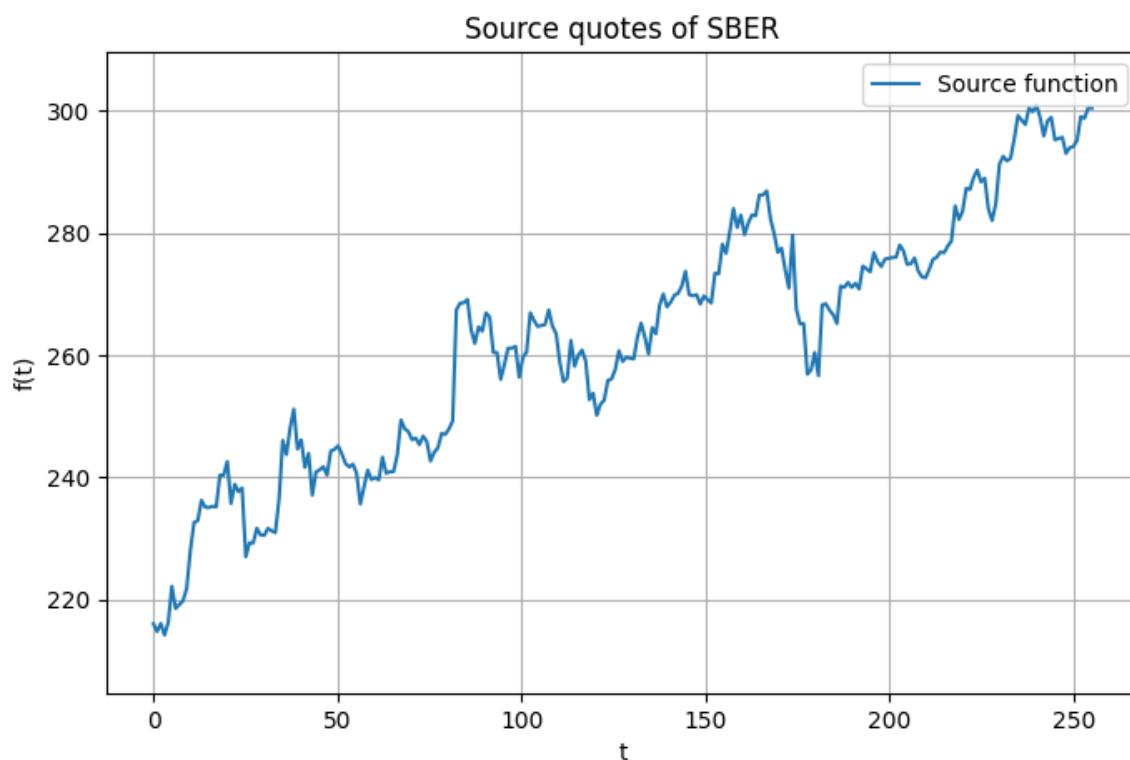


Рис. 69: Исходные данные

3.2. Фильтрация данных

Для фильтрации данных использовался фильтр первого порядка с параметром $T = 1$. Данный параметр соответствует периоду сглаживания в 1 день.

Отфильтрованный график курса акций вместе с начальным представлены на рисунке 70.

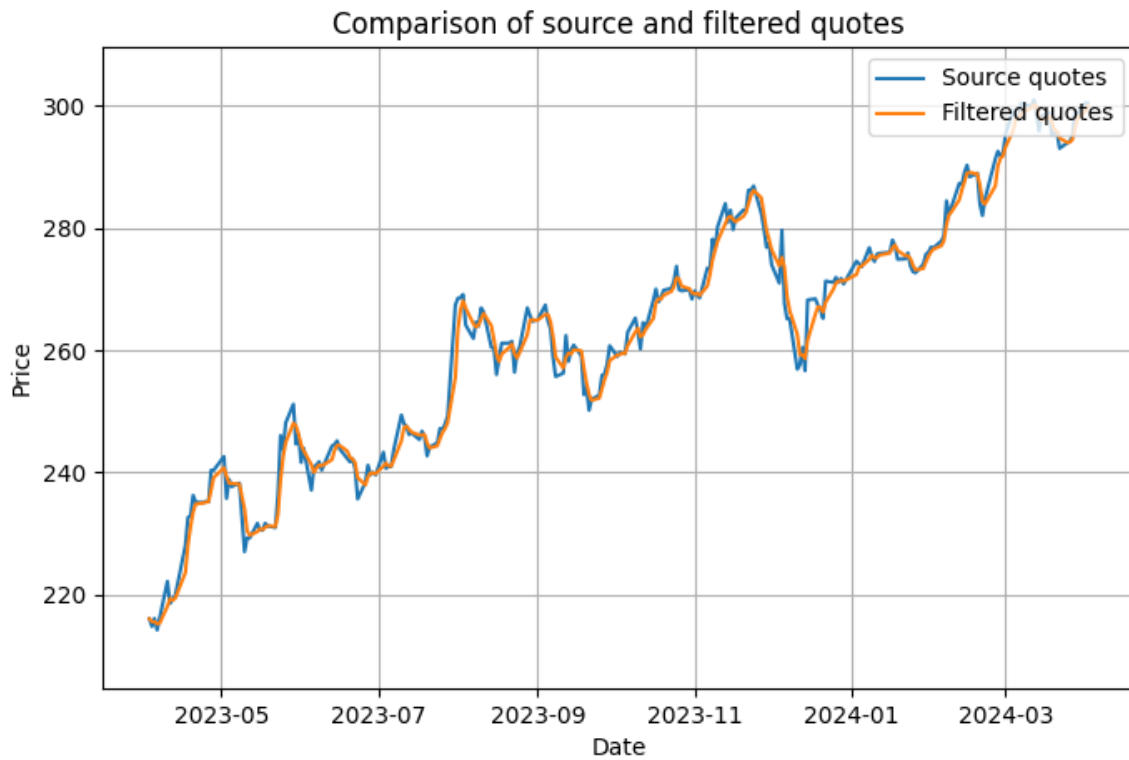


Рис. 70: Отфильтрованные данные ($T = 1$)

Теперь посмотрим на фильтр, который даст фильтрацию в 7 дней, ему соответствует параметр $T = 7$.

Для фильтрации данных использовался фильтр первого порядка с параметром $T = 7$.

Отфильтрованный график курса акций вместе с начальным представлены на рисунке 71.

В данном случае фильтрация уже заметна. Видно, что график стал более гладким, на нем убраны некоторые колебания в пределах одной недели, которые были на исходном графике.

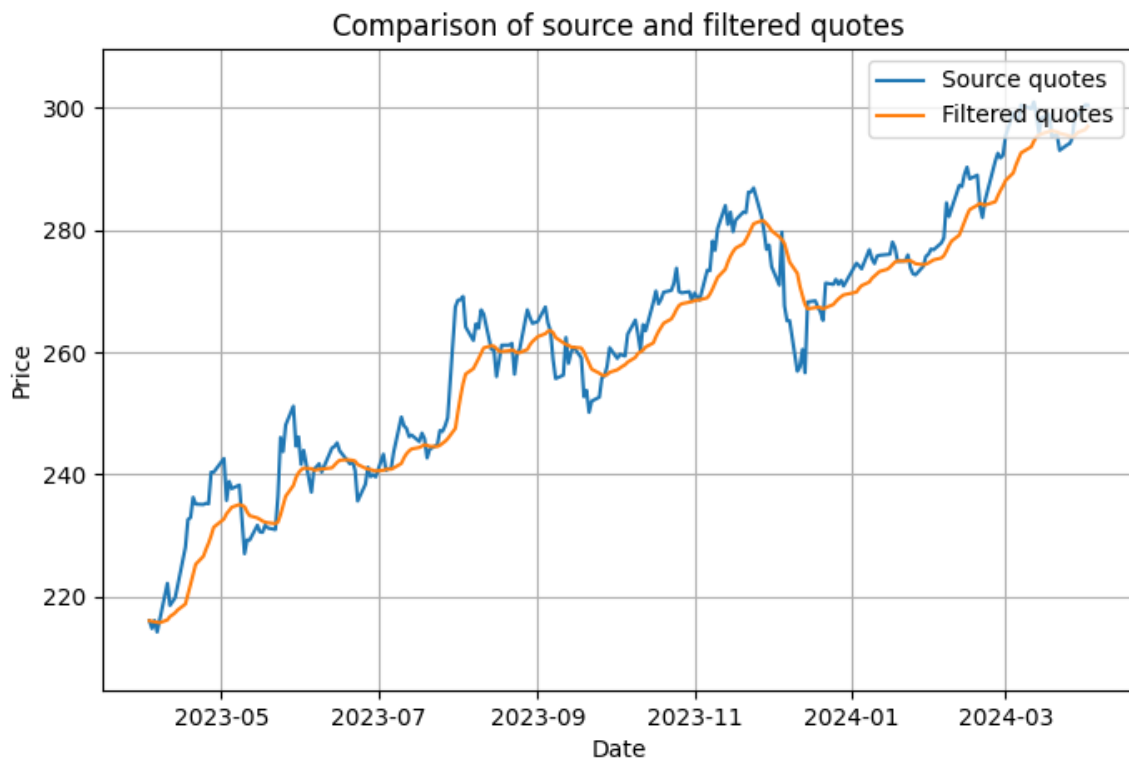


Рис. 71: Отфильтрованные данные ($T = 7$)

Рассмотрим также другие значения T :

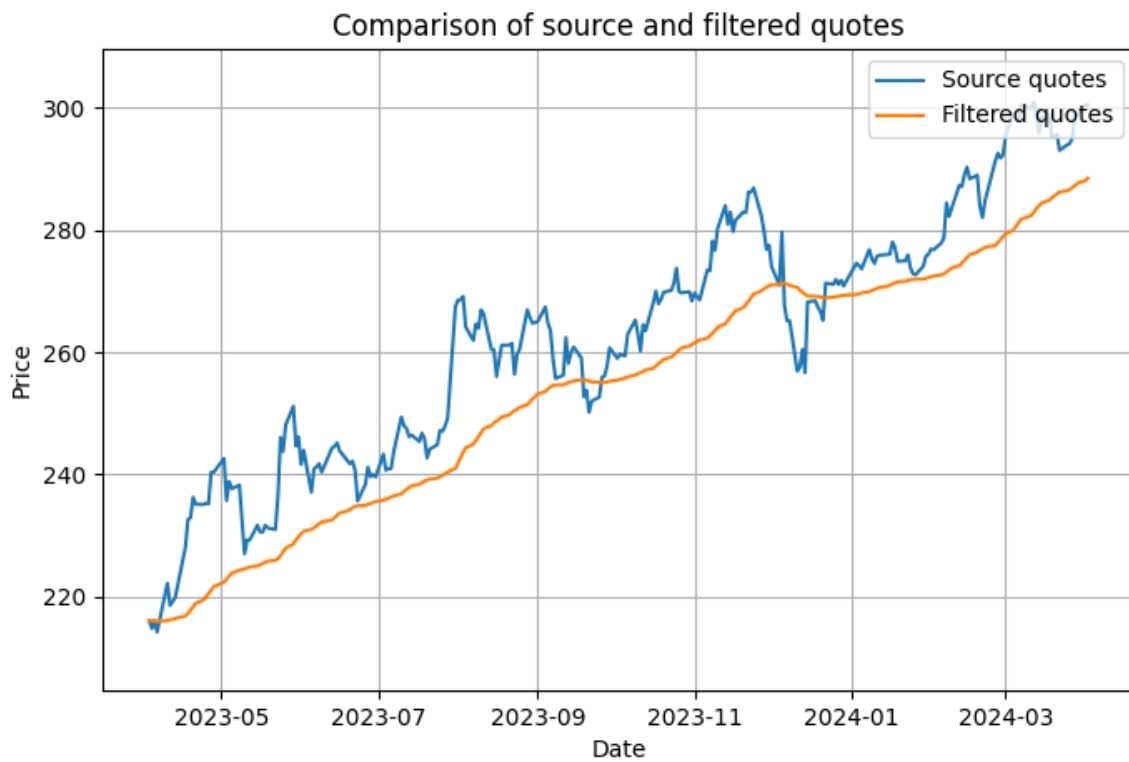


Рис. 72: Отфильтрованные данные ($T = 30$)

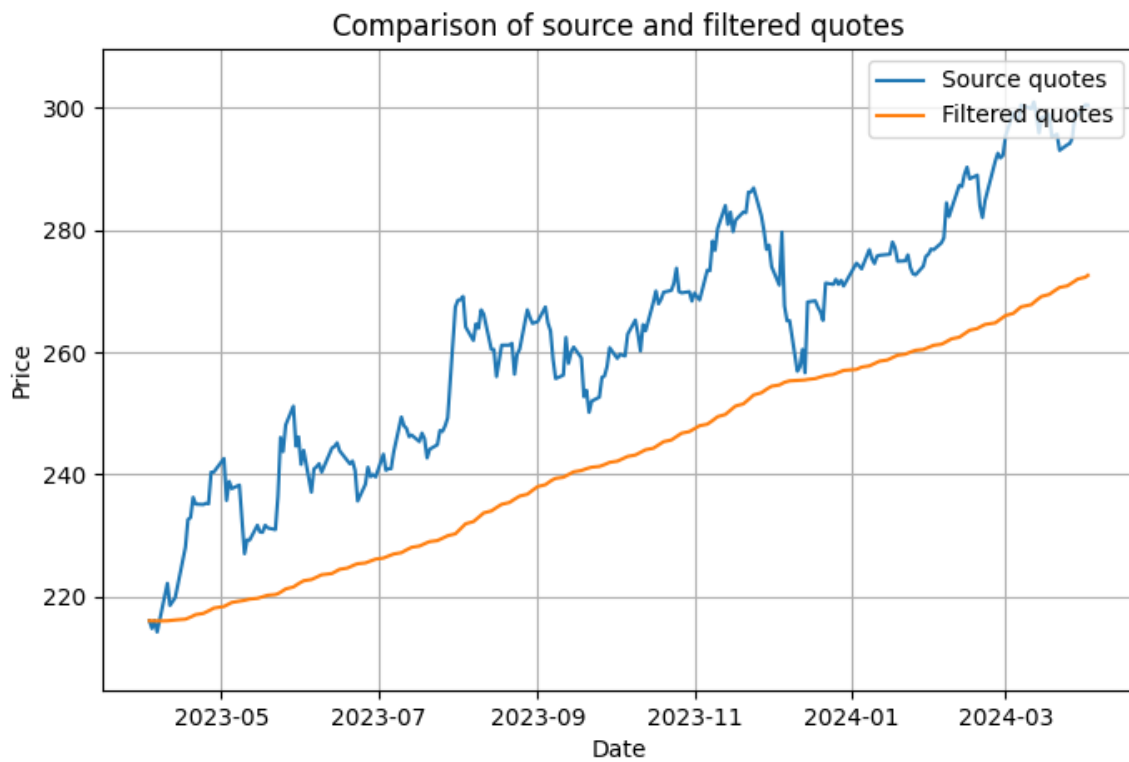


Рис. 73: Отфильтрованные данные ($T = 90$)

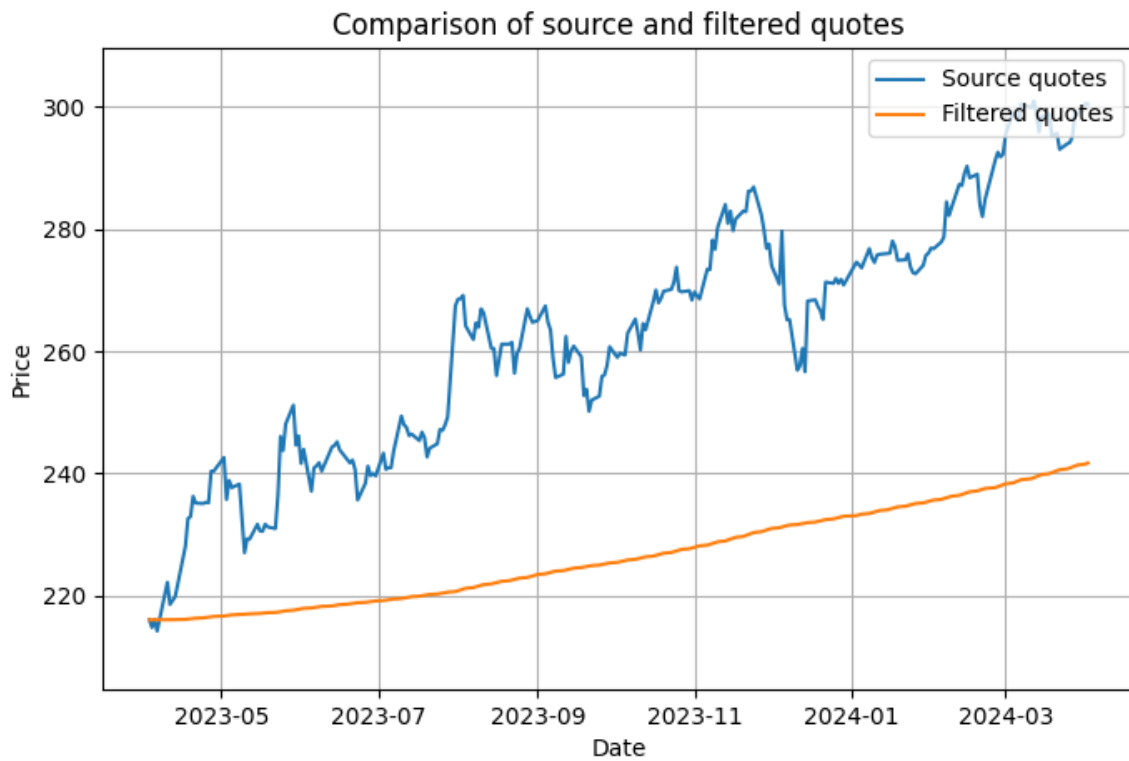


Рис. 74: Отфильтрованные данные ($T = 356$)

3.3. Выводы

Видно, что при увеличении параметра T график становится все более гладким, что и ожидается от фильтрации. Значения T соответствуют периоду, колебания меньше которого будут подавляться. При значении $T = 1$ фильтрации практически не произошло, это связано с тем, что исходные данные и так не содержат колебаний в пределах одного дня.

Также видно, что при больших значениях T график начинает сильно отличаться от исходного, что будет критично в случае фильтрации реальных данных. Это связано с тем, что я работаю с относительно небольшой выборкой данных (всего 255 точек, то есть дней в году, которые работала биржа). Более большой временной промежуток мне скачать не удалось.

А Спектральное дифференцирование на промежутке $[-100, 100]$

1.1. Исходная функция

Рассмотрим функцию $f(t) = \sin(t)$ и соответствующий ей массив точек на промежутке $[-100, 100]$ с наложенным на нее небольшим случайным шум. График полученный функции приведен на рисунке 75.

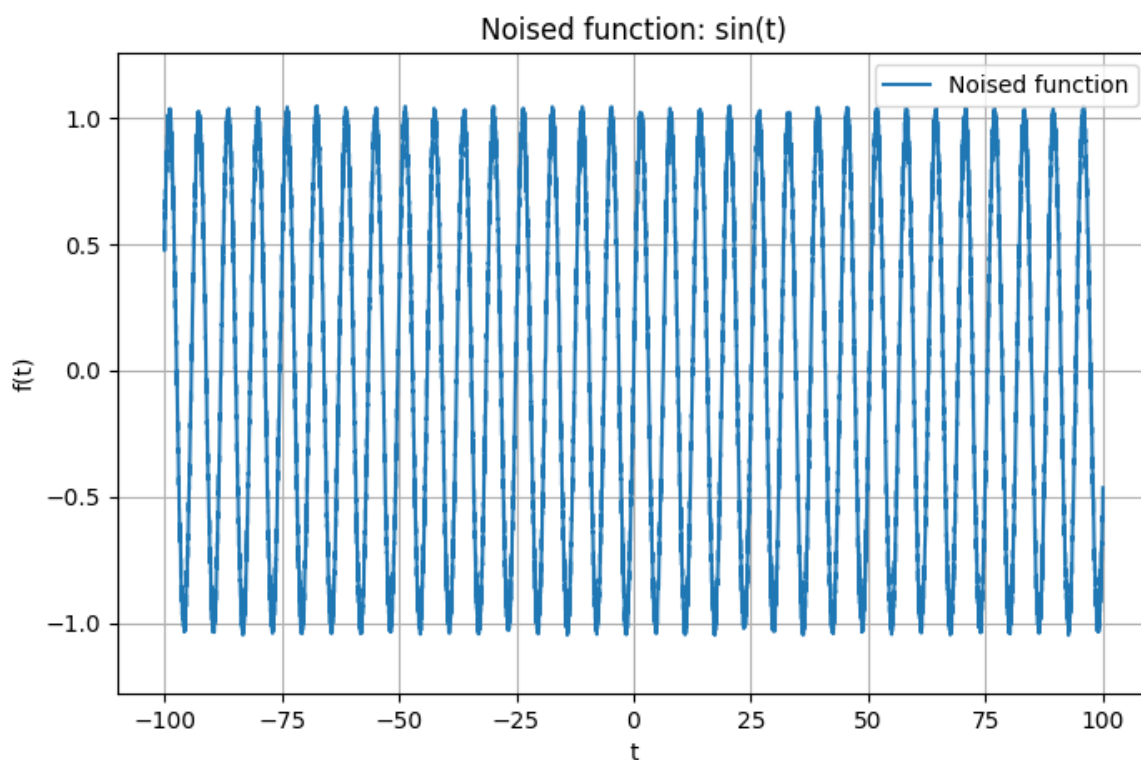


Рис. 75: Функция $f(t) = \sin(t)$ с небольшим случайным шумом

1.2. Численная производная

График численной производной приведен на рисунке 76.

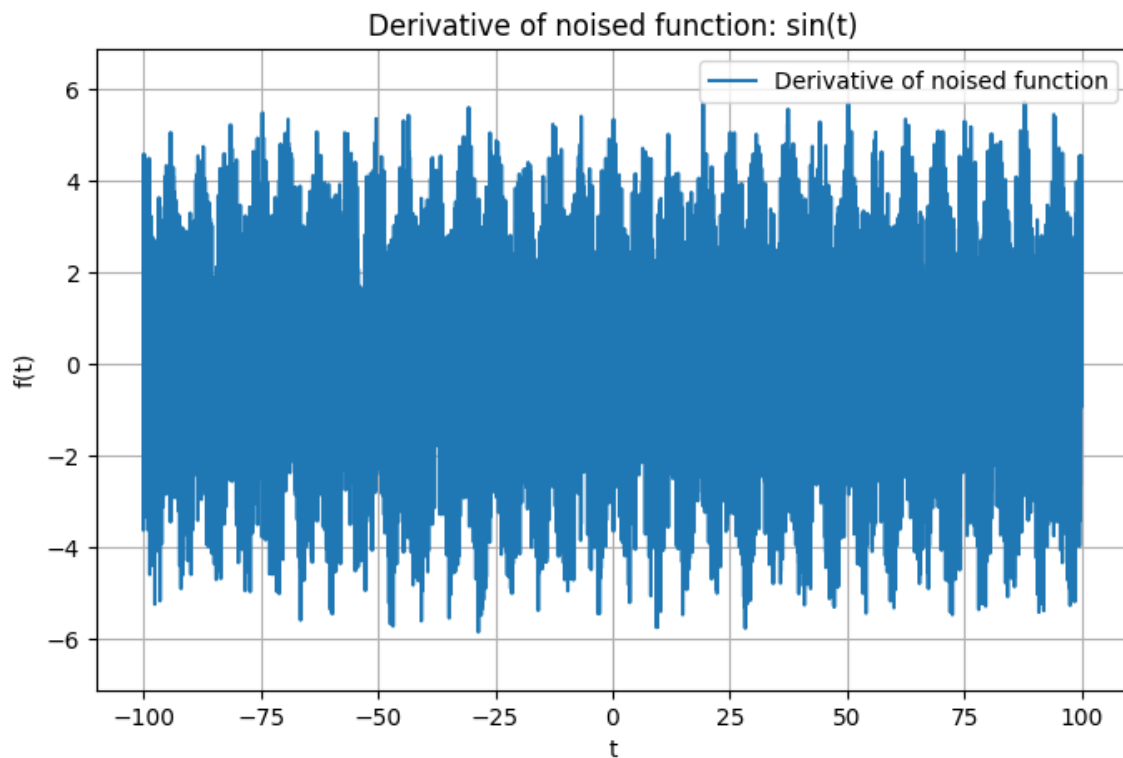


Рис. 76: Численная производная функции $f(t) = \sin(t)$

1.3. Спектральная производная

Для нахождения спектральной производной найдем образ исходной функции $f(t)$ (см. рисунок 77). Спектральная производная приведена на рисунке 78.

Найдем обратное преобразование Фурье от образа производной функции (см. рисунок 79) и сравним его с численной производной и истиной производной ($\cos(t)$) (см. рисунок 80).

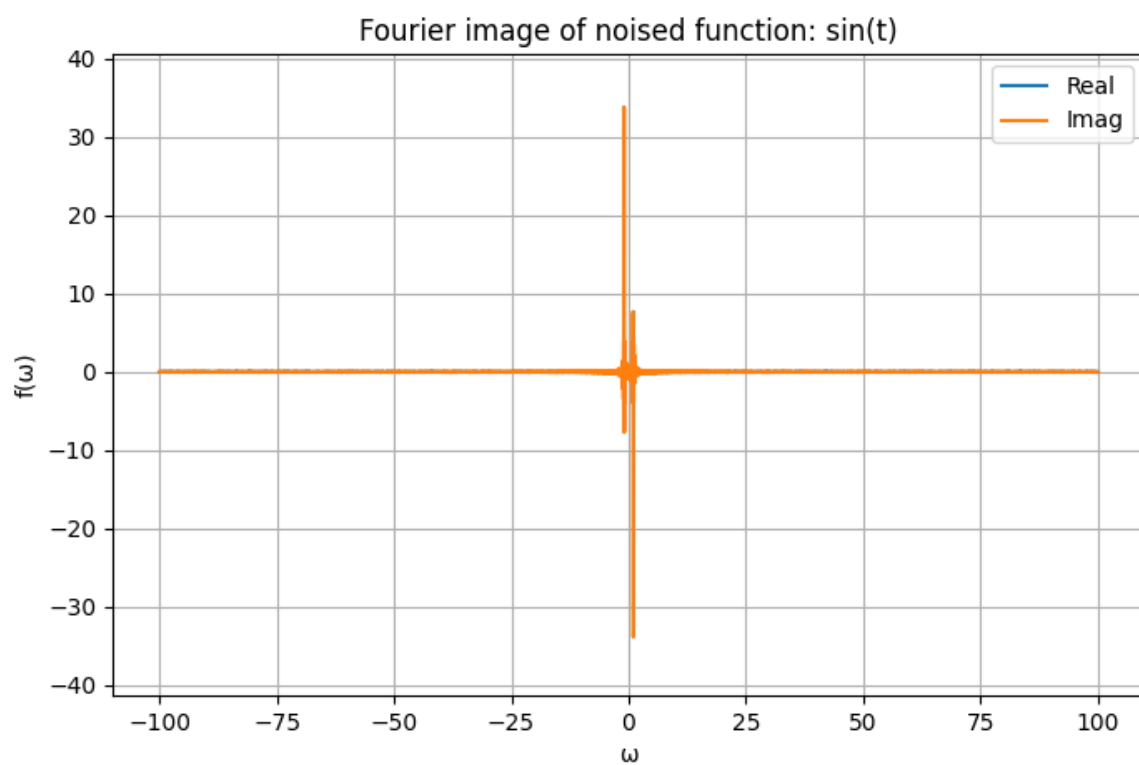


Рис. 77: Образ функции $f(t) = \sin(t)$

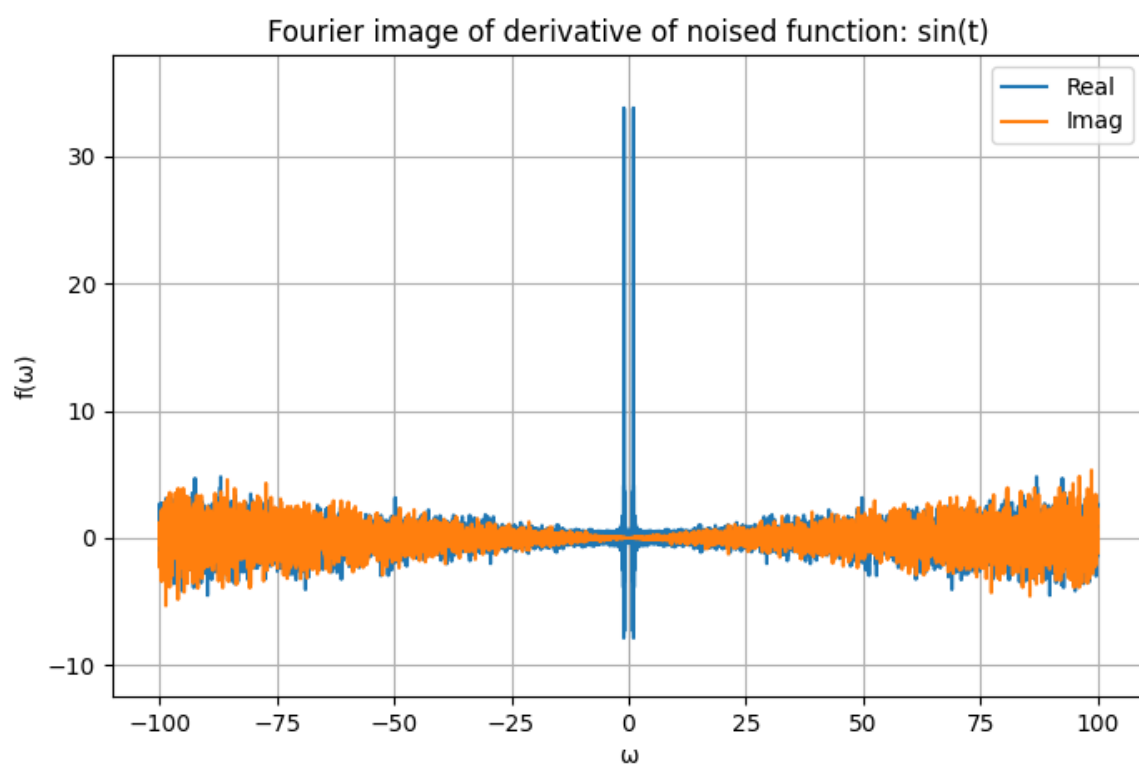


Рис. 78: Образ производной функции $f(t) = \sin(t)$

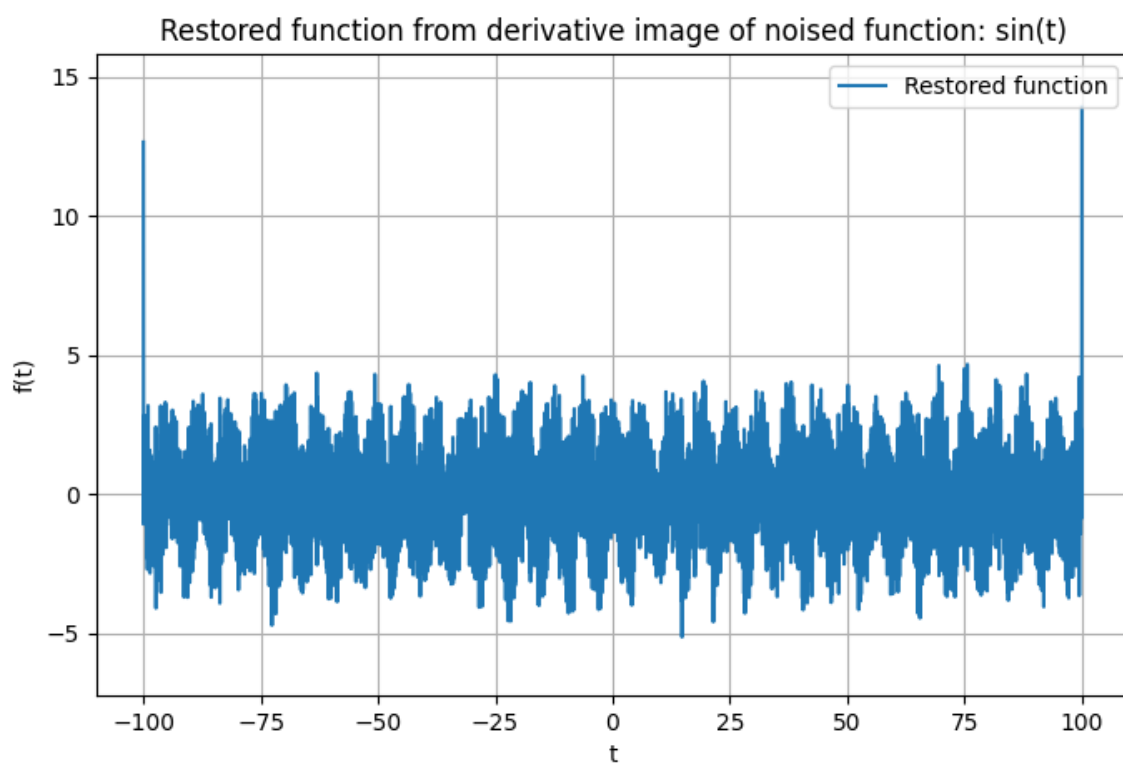


Рис. 79: Обратное преобразование Фурье от образа производной функции $f(t) = \sin(t)$

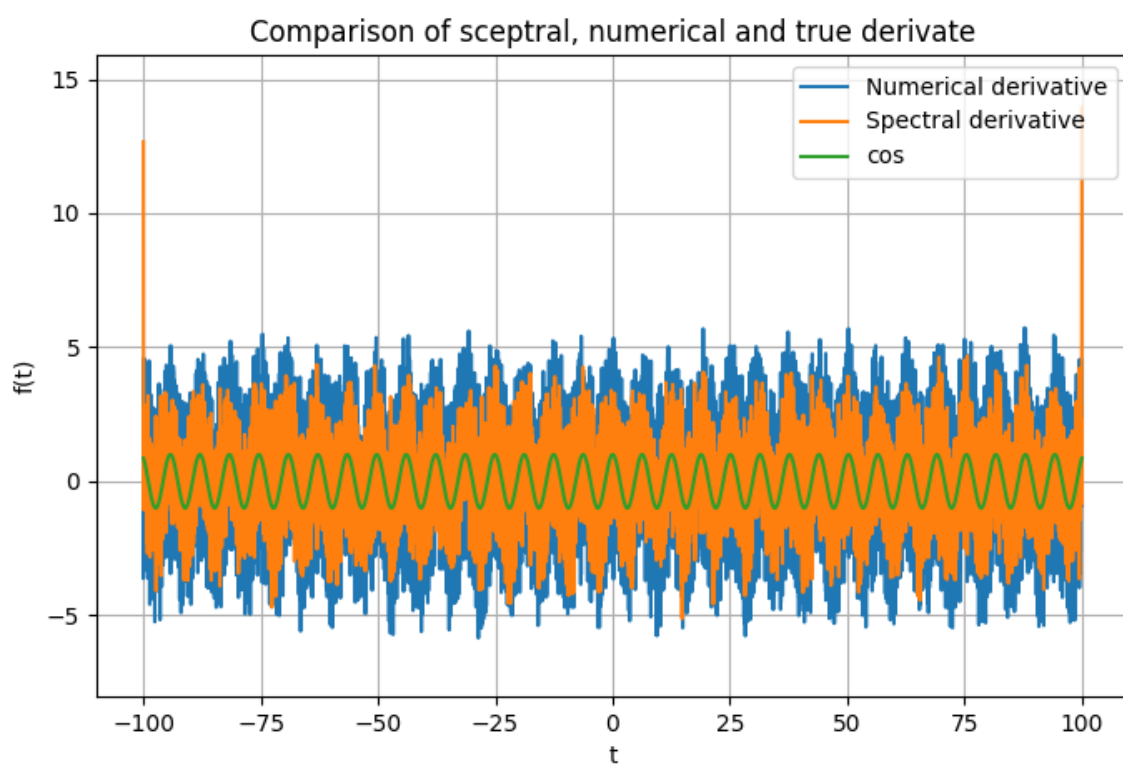


Рис. 80: Сравнение численной производной, истинной производной и спектральной производной

На сравнительном графике (см. рисунок 80) видно, что спектральная производная не совпадает с истинной производной функции $f(t) = \sin(t)$, в то же время как и численная производная. В этом случае образ функции обрезан по большому промежутку и включает в себя высокочастотный шум, это можно увидеть на рисунке 77. Это приводит к тому, что спектральная производная не совпадает с истинной производной, зато больше совпадает с численной производной.