

## תכנון אלגוריתמים תרגיל 2 – דף תשובות

אנא הגישו רק חלק זה. אל תחרגו מהמקום המוקצה לתשובה!

שם:	דן קמח	ת.ז.:	305156531
שם:	דן קמח	ת.ז.:	308564210

שאלה 1 סעיף א' (5 שורות)

נניח, קלט מספר ראשוני  $C_1=1$ ,  $d_1=3$

$C_2=2$ ,  $d_2=2$

$L(5)=1$

מספר קלט זה הפסדו ת"ס סכמת המספר הכסוי:  $S=(1,2)$   
 ונניח, מספר המספר  $S^*=(2,1)$  מתק"ס  $L(S^*)=0$  כי:

$$L(1) = \max\{0, 2+1-3\} = 0 = \max\{0, 0+2-2\} = L(2) \Rightarrow L(S^*) < L(S).$$

שאלה 1 סעיף ב' (11 שורות)

הי'  $S$  סידור נתון כמספר,  $i$  ונניח  $S^*$  סידור נתון

כמספר נתון  $S$  כמספר נתון  $S^*$  ונניח  $L^*(i)$  המספר

דנה אנוני  $S^*$  ונניח  $S^*$  ונניח  $S^*$  ונניח  $S^*$

$$L^*(i_1) = \max\{0, S_{i_1} + C_1 - d_{i_1}\} = \max\{0, S_{i_1} + C_2 + C_1 - d_{i_1}\} \leq$$

$$\leq \max\{0, S_{i_1} + C_2 + C_1 - d_{i_1}\} \leq \max\{0, S_{i_1} + C_2 + C_1 - d_{i_1}\} \leq$$

$$\leq \max\{0, S_{i_1} + C_2 - d_{i_1}\} = L(i_1).$$

$$L^*(i_2) = \max\{0, S_{i_2} + C_2 - d_{i_2}\} \leq \max\{0, S_{i_2} + C_2 - d_{i_2}\} = L(i_2)$$

נניח:  $L^*(i_1) \leq L(i_1)$ ,  $L^*(i_2) \leq L(i_2)$  ונניח  $3 \leq i \leq n$

$$L^*(i) = L(i)$$

$$L(S^*) = \max_{1 \leq i \leq n} L^*(i) = \max\{L^*(i_1), L^*(i_2), \max_{3 \leq i \leq n} L^*(i)\} \leq$$

$$\leq \max_{1 \leq i \leq n} L(i) = L(S).$$

שאלה 1 סעיף ג' – תיאור האלגוריתם (8 שורות)

אחריות:  $\langle \rangle \leftarrow S$  (הפרמטר צריך להיות "החמ"ל").

$$\therefore m \leftarrow A$$

M = 218 5 : 363

1. הוצא מ-2882 מ' 88 i di נשנ'.

2. הוסף את:  $7x^2 + 10x + 3$  כיסודי S.

מילים: רומבר ה 5

שאלה 1 סעיף ג' – הוכחת נכונות (20 שורות)

מלכא: האסא' נחזיר במרוץ חוק' גם אחריו תמלא'.

דבר דעות: ככל שיש לי חשד ק'ם מתוך וורמ' 0:122

ISI הידרים בימולוגים שונים לאיורים ב-S ונתונים באורו סבר.

הכנסת ה-18 סדר היום ה-18 הכנסת ה-18 סדר היום ה-18

13-11. מנחם בגין י"ח שבט ה'תשנ"א

היחסים בין המספרים  $0 \rightarrow 1 \rightarrow 2 \rightarrow 3 \rightarrow 4 \rightarrow 5$  הם:

[illegible]

שם: ד"ר יעקב יצחק תאריך: 25.12.2019 שם המטופל: ד"ר יעקב יצחק

2. 100 : 100 = 100%

האינדקסים ה- $i$  ו- $j$  של  $S$  הם האינדקסים של  $S$  (כלומר  $i, j \in S$ ).

303: זהו א דמיה נחמה ו' ב' ח' י' כ' ל' מ' נ' ש' ע' פ' צ' ק' ר' ש' ת' י' י"א י"ב י"ג י"ד י"ה י"ו י"ז י"ח י"ט

i- $\alpha$  מ'ק'ת ר'ר נ'ר נ'ר i- $\alpha$  מ'ק'ת ר'ר נ'ר N''O K RQ S $\rightarrow$  i- $\alpha$  מ'ק'ת ר'ר נ'ר

3.  $\frac{1}{2} \ln \left( \frac{1+x}{1-x} \right) \rightarrow \frac{1}{2} \ln \left( \frac{1+0.2}{1-0.2} \right) = \frac{1}{2} \ln \left( \frac{1.2}{0.8} \right) = \frac{1}{2} \ln (1.5) \approx 0.2027$

$d_m \geq d_k$   $p^{m-k} j-1 \leq 28 j-2$   $p^{m-k} j' \leq 28 j' d-2$

המשפט הראשון של קוראנו הוא:  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} = 0$

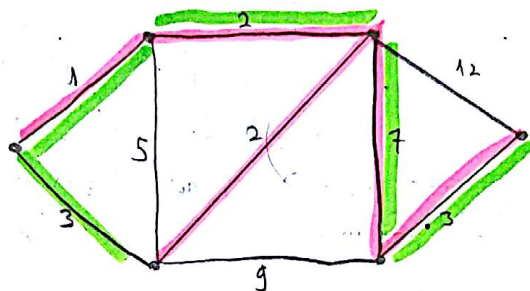
since  $\lim_{t \rightarrow \infty} p(t) \leq p(0)$ ,  $\exists \delta > 0$  s.t.  $p(t) \leq p(0) - \delta$   $\forall t > 0$   $\rightarrow$   $\square$







### שאלה 3 סעיף א'



MST

MST-2

$$MST: 1+2+2+3+7=15$$

$$MST-2: 1+2+3+5+7=16$$

### שאלה 3 סעיף ב' (13 שורות)

מחשב ב שאלה 3 סעיף א' כי לא קטן  $E_1, E_2$  כך שאם  
 נוסף אותה ל-  $E_1$  היא תפגור דו-ענף. למעשה זה ש בלתי-אפשר  
 $E_1, E_2$  כי אחרת  $E_1$  יהיה בעל ענף אחד  $E_2$   $\rightarrow E_1, E_2$   
 סתירה לכן ש-  $E_1$  הוא  $E_2$  (חסר-ענף). נניח כי לא קטן  
 $E_1, E_2$  אז נוסף אותה ל-  $E_1$  (במקרה שיש סכר, לא קטן  
 $E_1, E_2$  מה"ק"ם  $(V, E, w)$  ונמנה: כל  $E_1, E_2$  (מכאן  
 למעשה)  $\rightarrow (V, E, w) = E_1$  -  $E_2$  חסר-אופקיות: נניח  
 כי קטן כל  $E_1, E_2$  איננו-המשולב כלל, אז ה-  $(V, E, w)$   
 ש ב חסר-אופקיות:  $H_1, H_2$  כך שאם כל  $E_2$  לא מקושר  
 דו-ענף בלתי-אפשר ש-  $E_2$  קטן  $(P)$ . מכאן ניתן לומר כי  
 ידוע  $E_1, E_2$  קטן כל  $E_1, E_2$   $P: E_1 \leq w(E_2) \leq w(E_1)$   
 (נניח שנתקן השאלה והמסקנה)  
 מכאן מתקיים ש:  $(V, E, w) \leq w(E_2) \leq w(E_1)$  סתירה.

### שאלה 3 סעיף ג' (14 שורות)

נקב כי  $G$  היא  $2$ -MST,  $T_2 = (V, E_2)$ ,  $|E_1 \setminus E_2| = |E_2 \setminus E_1| > 1$ .  
 (ד)  $w(T_2) > w(T_1)$ , לכן, נסמיל ל' קיימת  $e_1 \in E_1 \setminus E_2$  כך שגם נוסף אליה  
 ל-  $T_2$  היא מסתדרת יותר  $e_1 \in E_1 \setminus E_2$  כך שגם נוסף אליה. והיו  
 $e_1, e_2$  שגם נוסף נכלל. נקב  $T_3 = (V, (E_2 \cup \{e_1, e_2\}) \setminus \{e_1\})$ .  $w(T_3) < w(T_2)$  מכיוון  
 שגם נוסף  $e_2$  ונמסר  $e_1$ . לכן קיימת  $T_3$  היא  $2$ -MST של  $G$ , אך  $T_1 \neq T_3$ .  
 כעת, נקבע הילכה בלע איש אחד שאם נוסף ל-  $T_3$  ואי-  $e_1$ .  
 ניקח לדגש הילכה בלע דם סוף ל' שגם נוסף נוסף סוף בלע  
 בלע  $e_1$  ל-  $T_3$ . נחזיר אל אל כפי וז' לקבל ל-  $T_1$ . כעת  
 נסמיל ל' שהילכה בלע  $e_1$  יש בלע נוסף שגם נוסף  
 דם  $T_1$ , בלע דם  $e_1$  נוסף הוא מינימלי  $0 \leq e_1$  קיימ  
 הקיום יד כך  $w(T_1) = w(T_2)$ . כמי הילכה של  $2$ -MST  
 נקב  $T_1$  היא בלע בלע.

### שאלה 3 סעיף ד' - תיאור האלגוריתם (12 שורות)

נתונים:  $L \leftarrow \emptyset, B \leftarrow \emptyset, F \leftarrow E$   
 30  $|B| < |V| - 1$  30  $|B| < |V| - 1$   
 30  $F \leftarrow F \setminus e$  קב קב קב  
 30  $B \leftarrow B \cup \{e\}$   $(V, B \cup \{e\})$  ל' נוסף  
 30  $L \leftarrow L \cup \{e\}$   
 30  $e1 \leftarrow \text{null}, e2 \leftarrow \text{null}, val \leftarrow \text{max\_int}$   $F \leftarrow F \cup L$   
 30  $|F| < |V| - 1$  30  $F \neq \emptyset$   
 30  $F \leftarrow F \setminus e$  קב



\* כ. כל קצה דוגר במעגל שנוצר ב-  $(V, E_{MST})$  שגודל  $|E| \leq |V|$   
 \* ד. אום:  $(V, E_{MST})$  הוא  $(V, E_{MST})$  אם  $|V| > 1$   
 $E_{MST} \leftarrow E_{MST} \cup \{e\}$  אם  $|E_{MST}| < |V| - 1$   
 אום: אם  $e \neq null$  אז  $(V, E_{MST} \cup \{e\})$  הוא  $(V, E_{MST} \cup \{e\})$  אחרת הוסיף קצה

### שאלה 3 סעיף ד' - הוכחת נכונות (10 שורות)

טענה חשיב: האלגוריתם מחזיר  $MST$  של  $G$  אם  $G$  הוא  $(V, E)$  ו- $E_{MST}$  הוא  $(V, E_{MST})$   
 \* א.  $(V, E_{MST})$  הוא  $(V, E_{MST})$  אם  $|V| > 1$   
 \* ב.  $(V, E_{MST})$  הוא  $(V, E_{MST})$  אם  $|V| > 1$   
 \* ג.  $(V, E_{MST})$  הוא  $(V, E_{MST})$  אם  $|V| > 1$   
 \* ד.  $(V, E_{MST})$  הוא  $(V, E_{MST})$  אם  $|V| > 1$   
 \* ה.  $(V, E_{MST})$  הוא  $(V, E_{MST})$  אם  $|V| > 1$   
 \* ו.  $(V, E_{MST})$  הוא  $(V, E_{MST})$  אם  $|V| > 1$   
 \* ז.  $(V, E_{MST})$  הוא  $(V, E_{MST})$  אם  $|V| > 1$   
 \* ח.  $(V, E_{MST})$  הוא  $(V, E_{MST})$  אם  $|V| > 1$   
 \* ט.  $(V, E_{MST})$  הוא  $(V, E_{MST})$  אם  $|V| > 1$   
 \* י.  $(V, E_{MST})$  הוא  $(V, E_{MST})$  אם  $|V| > 1$

### שאלה 3 סעיף ד' - מימוש וניתוח זמן ריצה (5 שורות)

\* א.  $O(V^2)$  -  $O(V^2)$  -  $O(V^2)$  -  $O(V^2)$  -  $O(V^2)$   
 \* ב.  $O(V^2)$  -  $O(V^2)$  -  $O(V^2)$  -  $O(V^2)$  -  $O(V^2)$   
 \* ג.  $O(V^2)$  -  $O(V^2)$  -  $O(V^2)$  -  $O(V^2)$  -  $O(V^2)$   
 \* ד.  $O(V^2)$  -  $O(V^2)$  -  $O(V^2)$  -  $O(V^2)$  -  $O(V^2)$   
 \* ה.  $O(V^2)$  -  $O(V^2)$  -  $O(V^2)$  -  $O(V^2)$  -  $O(V^2)$   
 \* ו.  $O(V^2)$  -  $O(V^2)$  -  $O(V^2)$  -  $O(V^2)$  -  $O(V^2)$   
 \* ז.  $O(V^2)$  -  $O(V^2)$  -  $O(V^2)$  -  $O(V^2)$  -  $O(V^2)$   
 \* ח.  $O(V^2)$  -  $O(V^2)$  -  $O(V^2)$  -  $O(V^2)$  -  $O(V^2)$   
 \* ט.  $O(V^2)$  -  $O(V^2)$  -  $O(V^2)$  -  $O(V^2)$  -  $O(V^2)$   
 \* י.  $O(V^2)$  -  $O(V^2)$  -  $O(V^2)$  -  $O(V^2)$  -  $O(V^2)$

#### שאלה 4 - תיאור האלגוריתם (10 שורות)

נמצא רציונלית כלומר  $MST$  מציג כפי ויחסי

מחר קרא: זכור כי  $W(u,v) = c$  (עבור בעיניי משקל  $R \rightarrow E: W'$ , באופן זה:  $W'(e) = W(v) + W(u)$

מחר קרא: בעיניי זהות. מציור העצמי: מציור קרא כמציור בעיניי נכנס את מחר קרא, עמור מן נכנס את העצמי של  $Prim$  למציור  $MST$  אכסון את מחר קרא.

#### שאלה 4 - הוכחת נכונות (10 שורות)

אנחנו מנסים: העצמי מציור על כולם  $T$  של  $E$  את מציור.

אנחנו מציור: מציור של  $T = (V, E)$ ,  $\sum_{v \in V} d_T(v) \cdot W(v) = \sum_{e \in E} W'(e)$ , הוכחת העצמי מציור על מציור: העצמי של  $Prim$ , מציור על כולם  $T$

עם משקל  $W$  מציור, נניח  $W'(T) = \sum_{v \in V} d_T(v) \cdot W(v) = K$ ,  $\sum_{v \in V} d_T(v) \cdot W(v) = K$ ,  $\sum_{v \in V} d_T(v) \cdot W(v) = K$ ,  $\sum_{v \in V} d_T(v) \cdot W(v) = K$

אנחנו  $W'(T) = \sum_{v \in V} d_T(v) \cdot W(v)$ , כמציור מציור  $T$  על  $E$ .

הוכחת העצמי:  $\sum_{e \in E} W'(e) = \sum_{e=(u,v) \in E} (W(u) + W(v)) = \sum_{v \in V} d_T(v) \cdot W(v)$

ש קוצנו יוצא מציור מציור העצמי מציור העצמי מציור העצמי.

#### שאלה 4 - מימוש ניתוח זמן ריצה (6 שורות)

מחר קרא: העצמי  $O(V+E)$ , העצמי  $Prim$  מציור

$O(V+E) + O(V+E)$ , מציור העצמי  $O(V)$ .

מציור כמציור העצמי  $O(V \log V)$ .