

מדינת ישראל - משרד החינוך

(1) - جے اے

581	290	145	72	36	18	9	4	2	1	0
2	1	0	1	0	0	0	1	0	0	1

$$(581)_{10} = (1001000101)_2$$

J"ע 0.4 ס'ת כח'ס'ר'י:

0.4	0.8	0.6	0.2	0.4	0.2	...
2	0	1	1	0	0	

$$(0.4)_p = 0.\overline{1100}$$

$$521.4 = 1001000101.01100; \text{деп.}$$

$$581,4 = 1,00100010101100 \cdot 2^9 \quad : 811711$$

$$= 81.4 = (-1)^1 \cdot 1.00100010101100 \cdot 2^{136-127}$$

1 1 0 0 0 1 0 0 0 0 0 0 1 0 0 0 1 0 1 0 1 1 0 0 0 1 1 0 0 1 1 0 0 1

ה. מונחים יסודיים בביטויים.
הפנימיים הם הסדרה $2^0, 2^1, 2^2, \dots, 2^{n-1}$.
כאשר $n \leq 23$, כל המונחים הם סדרה $2^{-1}, 2^0, 2^1, \dots, 2^{n-1}$.

זמור ב \geq קצ' סל ה"צוא'י' של מסד'יק הק מ"ח טקס,
ומכאן שזמור סל מדק של קצ' בין צב מסד'יק -8 127 נקהל
 2^3 ו"צוא'יק. סה"כ נקהל:

$2^{23} \cdot (127 - 23) + (2^4 - 1)$

$$(2^{23} \cdot 104 + (2^{24} - 1)) \cdot 2 = \cancel{2^{24}} (2^{24} \cdot 53 - 1) \cdot 2$$

$$2(2^{24} \cdot 53 - 1) + 1 = 2^{25} \cdot 53 - 1 \quad 0 \text{ נכנס } 1 \text{ שוב}$$

$$\begin{aligned} 1, 11, \dots, 1 \cdot 2^{127} &= (1 + 2^{-1} + \dots + 2^{-128}) \cdot 2^{127} = (2 - 2^{-128}) \cdot 2^{127} : \text{כ"צוב מלא} \quad (7.2) \\ 0.11, \dots, 1 \cdot 2^{-126} &= (0 + 2^{-1} + \dots + 2^{-128}) \cdot 2^{-126} = (1 - 2^{-128}) \cdot 2^{-126} : \text{כ"צוב מלא} \quad 2 \end{aligned}$$

ה. מספרים בין 1-2 במשתנה single: 2^3 ביטים במספר, 2^3 ביטים

1. מצורף

3 ב.

n	4	8	12	16	20	24
d	3	6	8	8	6	4

ג. הסטודנט אזהר בחישוב השלם הניתן נקבע ג, ולכן ככל שגדל את n, נקבע הביטוי ערך שקרוב ל-2. כתוצאה מכך נקבע הביטוי הגדול יותר חיסור של שני מספרים קטנים (2-2) ולכן נסמל מאיבוד משמעות, ונשיק גם כי התוצאה המקורית תשאל ל-5 במצב זה.

ד. נבצע ככל שבמקור בכדי להימנע מחיסור מספרים קטנים. הפונקציה מצורפת: (נשיק גם כי מבצעים n פעמים ככל שבמקור, כך ש הצמיד גילה בהתאם למס' האיטרציה)

ה.

n	4	8	12	16	20	24
d	3	6	8	11	13	15

1. מצורף

שאלה 2:

א. הקו העליון מסמן חזרה אינסופית $(0.1)_{10} = 0.000\overline{1001}$
 נתון שהמערכת מכילה מספרים עם עד 23 ביטים אחרי הנקודה, לכן:
 $(0.\tilde{1})_{10} = 0.000110011001100110011001100$

ב. על פי הגדרה, שגיאה מוחלטת:

$$e(0.\tilde{1})_{10} = |(0.1)_{10} - (0.\tilde{1})_{10}| = 0.0000000000000000000000001100110011001100... = 2^{-20} \cdot (0.1)_{10}$$

שגיאה יחסית:

$$p(0, \tilde{1})_{10} = \frac{|(0.1)_{10} - (0, \tilde{1})_{10}|}{(0.1)_{10}} = \frac{2^{-20} \cdot (0.1)_{10}}{(0.1)_{10}} = 2^{-20}$$

ג. על פי הגדרה, נחפש את d :

$$2^{-20} = p(0.\tilde{1})_{10} \leq \frac{2^{1-d}}{2} = 2^{-d} \Rightarrow d = 20$$

ד. עבור 8 שעות:

$$\left. \begin{aligned} t_1 &= (0.\tilde{1})_{10} \cdot 3600 \cdot 10 \cdot 8 \\ t_2 &= (0.\tilde{1})_{10} \cdot (3600 \cdot 10 \cdot 8 + 20) \end{aligned} \right\} \Rightarrow \Delta \tilde{t} = 20 \cdot (0.\tilde{1})_{10}, \Delta t = 2 = 20 \cdot (0.1)_{10}$$

$$e(\Delta \tilde{t}) = 20 \cdot |(0.1)_{10} - (0.\tilde{1})_{10}| = 20 \cdot 2^{-20} \cdot (0.1)_{10} = 2^{-19}$$

$$p(\Delta \tilde{t})_{10} = \frac{20 \cdot |(0.1)_{10} - (0.\tilde{1})_{10}|}{\Delta t} = \frac{2^{-19}}{2} = 2^{-20}$$

ה. עבור 100 שעות:

$$\left. \begin{aligned} t_1 &= (0.\tilde{1})_{10} \cdot 3600 \cdot 10 \cdot 100 \\ t_2 &= (0.\tilde{1})_{10} \cdot (3600 \cdot 10 \cdot 100 + 20) \end{aligned} \right\} \Rightarrow \Delta \tilde{t} = 20 \cdot (0.\tilde{1})_{10}, \Delta t = 2 = 20 \cdot (0.1)_{10}$$

$$e(\Delta \tilde{t}) = 20 \cdot |(0.1)_{10} - (0.\tilde{1})_{10}| = 20 \cdot 2^{-20} \cdot (0.1)_{10} = 2^{-19}$$

$$p(\Delta \tilde{t})_{10} = \frac{20 \cdot |(0.1)_{10} - (0.\tilde{1})_{10}|}{\Delta t} = \frac{2^{-19}}{2} = 2^{-20}$$

ו. עבור 8 שעות:

$$\left. \begin{aligned} t_1 &= (0.\tilde{1})_{10} \cdot 3600 \cdot 10 \cdot 8 \\ t_2 &= (0.1)_{10} \cdot (3600 \cdot 10 \cdot 8 + 20) \end{aligned} \right\}$$

$$\Rightarrow \Delta \tilde{t} = (0.1)_{10} \cdot (3600 \cdot 10 \cdot 8 + 20) - (0.\tilde{1})_{10} \cdot 3600 \cdot 10 \cdot 8 =$$

$$= (0.1)_{10} \cdot (3600 \cdot 10 \cdot 8 + 20) - (0.1)_{10} \cdot (1 - 2^{-20}) \cdot 3600 \cdot 10 \cdot 8 =$$

$$= 2 + 0.1 \cdot 2^{-20} \cdot 3600 \cdot 10 \cdot 8$$

$$\Delta \tilde{t} = 2 + 2^{-20} \cdot 3600 \cdot 8, \Delta t = 2 = 20 \cdot (0.1)_{10}$$

$$e(\Delta \tilde{t}) = \Delta \tilde{t} - \Delta t = \Delta \tilde{t} = 2 + 2^{-20} \cdot 3600 \cdot 8 - 2 = 2^{-20} \cdot 3600 \cdot 8 = 0.0274$$

$$p(\Delta \tilde{t})_{10} = \frac{\Delta \tilde{t} - \Delta t}{\Delta t} = \frac{2^{-20} \cdot 3600 \cdot 8}{2} = 2^{-20} \cdot 1800 \cdot 8 = 0.01373$$

ז. עבור 100 שעות:

$$\left. \begin{aligned} t_1 &= (0.\tilde{1})_{10} \cdot 3600 \cdot 10 \cdot 100 \\ t_2 &= (0.1)_{10} \cdot (3600 \cdot 10 \cdot 100 + 20) \end{aligned} \right\}$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow \Delta \tilde{t} &= (0.1)_{10} \cdot (3600 \cdot 10 \cdot 100 + 20) - (0.\tilde{1})_{10} \cdot 3600 \cdot 10 \cdot 100 = \\ &= (0.1)_{10} \cdot (3600 \cdot 10 \cdot 100 + 20) - (0.1)_{10} \cdot (1 - 2^{-20}) \cdot 3600 \cdot 10 \cdot 100 = \\ &= 2 + 0.1 \cdot 2^{-20} \cdot 3600 \cdot 10 \cdot 100 \\ \Delta \tilde{t} &= 2 + 2^{-20} \cdot 3600 \cdot 100, \Delta t = 2 = 20 \cdot (0.1)_{10} \end{aligned}$$

$$e(\Delta \tilde{t}) = \Delta \tilde{t} - \Delta t = \Delta \tilde{t} = 2 + 2^{-20} \cdot 3600 \cdot 8 - 2 = 2^{-20} \cdot 3600 \cdot 100 = 0.3433$$

שאלה 3

א:

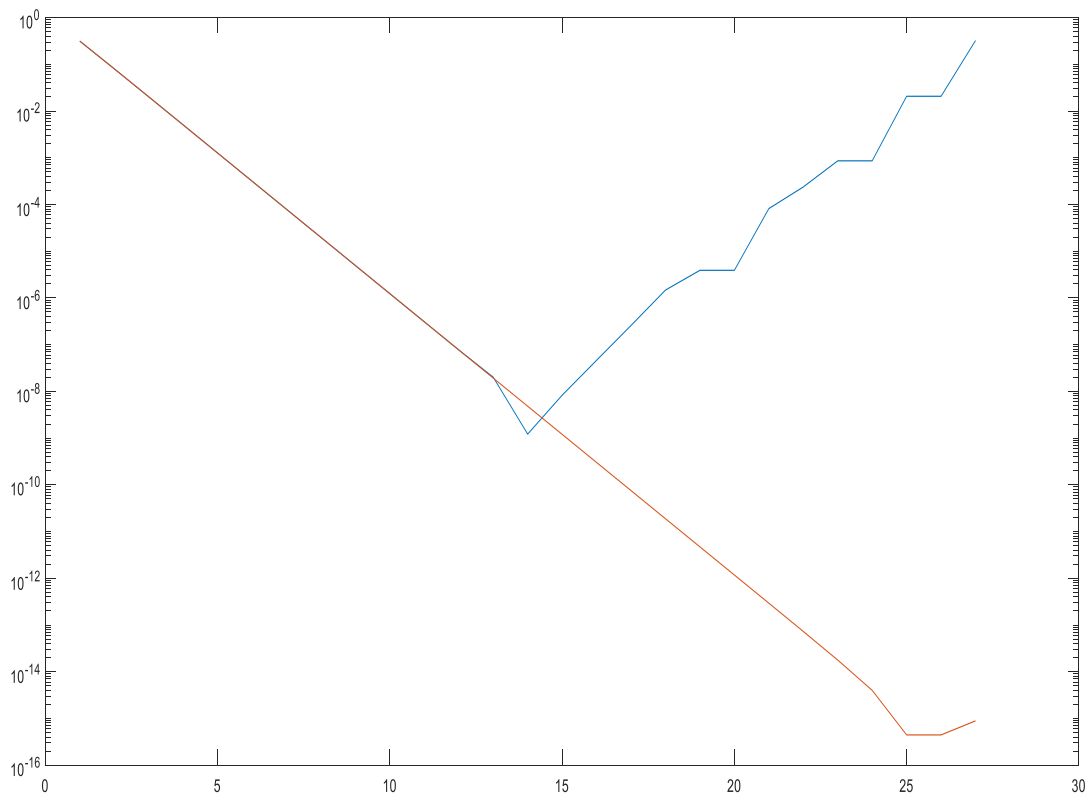
```
function[est_pi,error,d]=calcPi(n)
    if n>1
        b=0;
        for i=2:n
            b=sqrt(2+b);
        end
    else
        b=0;
    end
    est_pi=(2^n) * sqrt(2-b);
    error=abs(pi-est_pi);
    a=error/pi;
    d=0;
    while a<(10^(1-d))
        d=d+1;
    end
    d=d-1;
end
```

ד:

```
function[est_pi1,error1,d1]=calcPi1(n)
    if n>1
        b=sqrt(2);
        c=sqrt(2);
        for x=2:n
            c=sqrt(2+c);
            b=b*c;
        end
    else
        b=sqrt(2);
    end
    est_pi1=(2^(n+1)) / b;
    error1=abs(pi-est_pi1);
    a=error1/pi;
    d1=0;
    while a<(10^(1-d1))
        d1=d1+1;
    end
    d1=d1-1;
end
```

ו:

(כחול – השגיאה של calcPi, אדום – השגיאה של calcPi1)



הקוד:

```
errArray=[];  
errArray1=[];  
for i=1:27  
    [est,err,digits]=calcPi(i);  
    [est1,err1,digits1]=calcPi1(i);  
    errArray=[errArray,err];  
    errArray1=[errArray1,err1];  
end  
semilogy(errArray);  
hold on;  
semilogy(errArray1);
```

שאלה 4:

א. על פי הגדרה, שגיאה מוחלטת של הקלט:

$$e(\Delta x) = |\tilde{x} - x| = |124.567465 - 124.567576893| = 1.1189 \cdot 10^{-4}$$

ב. על פי הגדרה, שגיאה יחסית של הקלט:

$$p(\Delta x) = \frac{|\tilde{x} - x|}{|x|} = 8.9822 \cdot 10^{-7}$$

ג. על פי הגדרה, שגיאה יחסית של הפלט:

$$p(\Delta y) = \frac{|\tilde{y} - y|}{|y|} = \frac{|0.0017683475 - 0.0017634856|}{|0.0017634856|} = 2.7569 \cdot 10^{-3}$$

ד. רגישות המערכת כפי שמתגלה מהמספרים הנתונים:

$$Cp = \frac{p(\Delta y)}{p(\Delta x)} = \frac{2.7569 \cdot 10^{-3}}{8.9822 \cdot 10^{-7}} = 3.0691 \cdot 10^3$$

ה. על פי הגדרה, נחפש את d השלם אי שלילי הגדול ביותר שמקיים:

$$2.7569 \cdot 10^{-3} = p(\Delta y) \leq \frac{10^{1-d}}{2} \Rightarrow 2.7569 \cdot 2 \cdot 10^{-4} \leq 10^{-d} \Rightarrow d = 3$$

שאלה 5:

א. נתון – $(x_1, y_1) = (1.93, 4.76), (x_0, y_0) = (1.31, 3.24)$

נחשב בעזרת השיטה הראשונה:

$$X = \frac{x_0 y_1 - x_1 y_0}{y_1 - y_0} = \frac{1.31 \cdot 4.76 - 1.93 \cdot 3.24}{4.76 - 3.24} = -0.00658$$

נחשב בעזרת השיטה השנייה:

$$X = x_0 - \frac{(x_1 - x_0) y_0}{y_1 - y_0} = 1.31 - \frac{(1.93 - 1.31) \cdot 3.24}{4.76 - 3.24} = -0.01$$

לכן השיטה השנייה יותר קרובה לערך האמיתי -0.0116 ולכן היא עדיפה.

ב.

$$\Delta \tilde{X} = \left| \frac{y_1}{y_0 - y_1} \right| \bullet \Delta \tilde{x}_0 + \left| \frac{y_0}{y_0 - y_1} \right| \bullet \Delta \tilde{x}_1 + \left| \frac{y_1 \cdot (x_0 - x_1)}{(y_0 - y_1)^2} \right| \bullet \Delta \tilde{y}_0 + \left| \frac{y_0 \cdot (x_0 - x_1)}{(y_0 - y_1)^2} \right| \bullet \Delta \tilde{y}_1$$

ג. כאשר נציב את הנקודות במשוואה אז נקבל $\Delta \tilde{X} = 0$

ד.

$$\delta(x+y) = \frac{\Delta(x+y)}{|x+y|} \leq \frac{\Delta x + \Delta y}{|x+y|} = \frac{\Delta x + \Delta y}{|x|+|y|} = \frac{|x| \delta x + |y| \delta y}{|x|+|y|} \leq$$

$$\leq \max(\delta x, \delta y) \cdot \frac{|x|+|y|}{|x|+|y|} = \max(\delta x, \delta y)$$