

בס"ד



שנה"ל תשע"ט, סמסטר א, מועד א
שאלון בחינה בקורס: מבנה נתונים ב'
מספר קורס: 150090

<p>מס' תלמיד: _____</p> <p>קמפוס: _____</p> <p>למילוי ע"י הסטודנט</p>

- ☐ שם המרצה: א. זילברמן, ד"ר א. קונלי, ד"ר א. חייט, ד"ר ח. פריאנטי, ד"ר מ. לחיאני, ד"ר ר. אזולאי, ד"ר ש. גולן, ד"ר ת. הרסט
- ☐ תאריך הבחינה: ט' אדר א' התשע"ט 14 / 2 / 19
- ☐ משך הבחינה (בדקות): 180
- ☐ חומר עזר מותר לשימוש: אין
- ☐ מחשבון : מותר מחשבון שאינו ניתן לתכנות
- ☐ המבחן כולל סה"כ 3 שאלות פתוחות+16 שאלות סגורות, יש לענות על 2 שאלות פתוחות ועל כל השאלות הסגורות.

נבחן/ת יקר/ה,

- את התשובות יש לסמן **בדף התשובות בלבד**, השאלון ודפי הטייטא לא ייבדקו.
- יש לרשום ולסמן במקומות המיועדים לכך בדף התשובות את מספר התלמיד, ומספר המבחן, אין אפשרות לבדוק מבחן אשר נתונים אלה אינם מסומנים באופן מלא ונכון.
- אין לכתוב שום דבר נוסף על דף התשובות, רישומים נוספים פוסלים את הטופס לבדיקה.
- נוהל הבחינות של המרכז האקדמי לב מחייב אותך, באחריותך לקוראו ולהכירו - בחינה עלולה להיפסל על כל חריגה מהנוהל.
- חובה להחזיר את השאלון יחד עם דף התשובות. **בהצלחה רבה !**

נספח - נוסחאות

נוסחאות של לוגריתמים:

$$\log_c(a^r) = r \cdot \log_c(a)$$

$$x^{\log_a b} = b^{\log_a x}$$

$$\log_a b = \frac{\log_c b}{\log_c a}$$

טור אריתמטי:

$$\sum_{k=1}^n k = 1 + 2 + \dots + n = \frac{1}{2}n(n+1)$$

טור גיאומטרי:

$$\sum_{k=0}^n x^k = 1 + x + x^2 + \dots + x^n = \frac{x^{n+1} - 1}{x - 1}$$

$$\sum_{k=0}^{\infty} x^k = \frac{1}{1-x} \quad |x| < 1 \quad \text{רובע}$$

טור הרמוני:

$$H_n = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \dots + \frac{1}{n} = \sum_{k=1}^n \frac{1}{k} = \ln n + O(1)$$

שיטת המסטר:

$$T(n) = aT(n/b) + f(n)$$

$$T(n) = \begin{cases} \Theta(n^{\log_b a}) & f(n) = O(n^{\log_b a - \varepsilon}) \\ \Theta(n^{\log_b a} \log n) & f(n) = \Theta(n^{\log_b a}) \\ \Theta(f(n)) & f(n) = \Omega(n^{\log_b a + \varepsilon}) \text{ AND } af(n/b) < cf(n) \text{ for large } n \end{cases} \quad \begin{matrix} \varepsilon > 0 \\ c < 1 \end{matrix}$$

מימוש קבוצות זרות ע"י עצים עם איחוד על פי דרגה וכיווץ מסלולים:**MAKE-SET(x)**

p[x] = x

rank[x] = 0

UNION(x, y)

LINK(FIND-SET(x), FIND-SET(y))

LINK(x, y)

if (rank[x] > rank[y]) then

p[y] = x

else

p[x] = y

if (rank[x] = rank[y]) then

rank[y] = rank[y] + 1

FIND-SET(x)

if (x ≠ p[x]) then

p[x] = FIND-SET(p[x])

return(p[x])

אלגוריתם DFS**DFS (G)**

1. for each vertex $u \in V[G]$ do
2. color[u] = WHITE
3. pi[u] = NULL
4. time = 0
5. for each vertex $u \in V[G]$ do
6. if (color[u] = WHITE)
7. then DFS-Visit(u)
- DFS-Visit(u)
1. color[u] = GRAY
2. time = time + 1
3. d[u] = time
4. for each v in Adj(u) do
5. if (color[v] = WHITE) then
6. pi[v] = u
7. DFS-Visit(v)
8. color[u] = BLACK
9. time = time + 1
10. f[u] = time

אלגוריתם BFS**BFS(G,s)**

1. for each vertex u in $V[G] - \{s\}$ do
2. color[u] = white
3. d[u] = ∞
4. pi[u] = NULL
5. color[s] = gray
6. d[s] = 0
7. pi[s] = NULL
8. $Q = \Phi$
9. enqueue(Q,s)
10. while $Q \neq \Phi$ do
11. u = dequeue(Q)
12. for each v in Adj(u) do
13. if (color[v] = white) then
14. color[v] = gray
15. d[v] = d[u] + 1
16. pi[v] = u
17. enqueue(Q,v)
18. color[u] = black

חלק א': ענו רק על 2 מתוך 3 השאלות הבאות:
(העונה על 3 שאלות, תיבדקנה שאלות 1,2 בלבד).

שאלה 1 (10 נק')

נתונה הפונקציה הבאה:

rselect(A, p, r, i)

```
if (p=r) return A[p]
q=randomized-partition(A,p,r)
k=q - p
if ( i <= k)
    return rselect(A ,p, q-1, i)
else if (q==p)
    return rselect(A, q+1, r, i-1)
else
    return rselect(A,q,r,i-k)
```

כתבו נוסחה המתארת את זמן הריצה של הפונקציה במקרה הגרוע, ונתחו את סבוכיותה.

שאלה 2 (10 נק')

הוכיחו או הפריכו: גרף מכוון $G=(V,E)$ הוא גרף מכוון ללא מעגלים Directed Acyclic Graph אם ורק אם הרצת DFS על הגרף לא תגלה "קשת אחורה" backward edge.

שאלה 3 (10 נק')

נתון עץ T שהוא עץ B מדרגת מקסימום m . כתבו בפסאודו קוד אלגוריתם מפורט יעיל שמקבל מצביע לשורש העץ T ומקבל מספר i . על האלגוריתם להחזיר את האיבר ה- i בגודלו בעץ T .
(כלומר, האיבר ש- $i-1$ איברים קטנים ממנו).
נמקו את נכונותו ונתחו את סיבוכיותו של האלגוריתם שהצעתם.

חלק ב': ענו על כל השאלות הבאות (כל שאלה 5 נק')

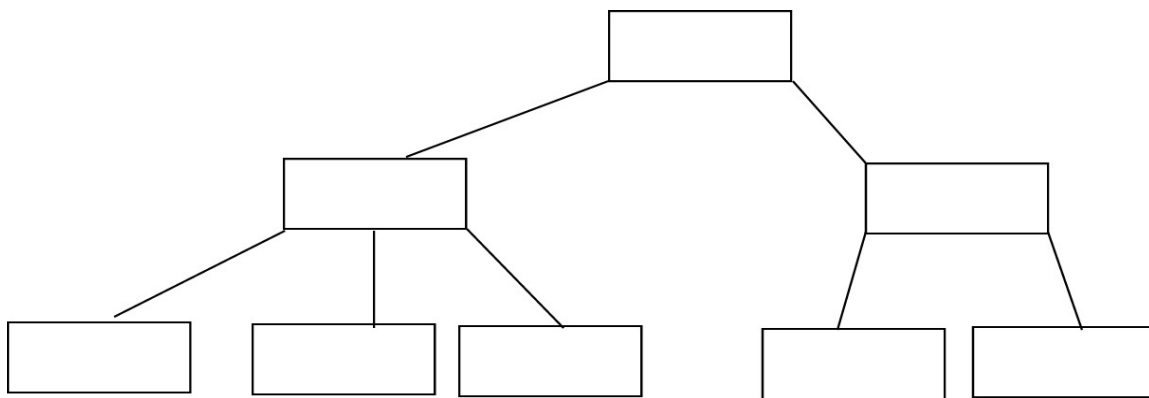
שאלה מספר 1:

הניחו כי אנו מממשים קבוצות זרות באמצעות יער עם היוריסטיקת כיווץ המסלולים והאיחוד לפי דרגה. מהו מספר הקודקודים המינימלי והמקסימלי בעץ הפוך אחד, בגובה 2 ?

- א. מינימום 4, מקסימום 7
- ב. מינימום 4. אין גבול עליון.
- ג. מינימום 4, מקסימום 8
- ד. מינימום 15, מקסימום 64

שאלה מספר 2:

נתון מבנה עץ 2-3 הבא. מהו מספר המפתחות המינימלי והמקסימלי שיכול להיות בעץ זה?



- א. בין 8 ל 16 מפתחות
- ב. יש בעץ 8 מפתחות
- ג. בין 5 ל-10 מפתחות
- ד. בין 9 ל 14 מפתחות

שאלה מספר 3:

אילו מהטענות הבאות נכונה לגבי חישוב חציון של n איברים?

- א. ניתן לפתור את הבעיה בזמן שהוא $\theta(n)$
- ב. אי אפשר לפתור את הבעיה תוך שימוש במקום נוסף שהוא $O(1)$.
- ג. יש שתי תשובות נכונות מתוך יתר התשובות.
- ד. יש צורך בזמן שהוא $\Omega(n \log n)$ לפתרון הבעיה.

שאלה מספר 4:

פתרו את נוסחת הנסיגה הבאה:

$$T(n) = T\left(\frac{n}{5}\right) + \log_5 n$$

הניחו כי $T(1)=1$

א. $T(n) = \theta(\log n)$

ב. אף תשובה לא נכונה

ג. $T(n) = \theta(\log^2 n)$

ד. $T(n) = \theta(\log \log n)$

שאלה מספר 5:

נתונה טבלת גיבוב בגודל 501, בשיטת המיעון הפתוח. באיזו מפונקציות הגיבוב הבאות עלול להיווצר מצב שבו לא נצליח למצוא מקום עבור איבר X , למרות שקיים מקום פנוי בטבלה?

א. $h(k,i) = ((k \bmod 501) + 2 * i) \bmod 501$

ב. בכל הפונקציות שצוינו, נוכל להכניס את האיבר X לטבלה כל עוד יש בה מקום פנוי.

ג. $h(k,i) = ((k \bmod 501) + (1 + (k \bmod 7)) * i) \bmod 501$

ד. $h(k,i) = ((k \bmod 501) + i) \bmod 501$

שאלה מספר 6:

פתרו את נוסחת הנסיגה הבאה:

$$T(n) = 8T\left(\frac{n}{2}\right) + n^3$$

הניחו כי $T(1)=1$

א. $T(n) = \theta(n^3)$

ב. אף תשובה לא נכונה

ג. $T(n) = \theta(n^3 \log^2 n)$

ד. $T(n) = \theta(n^3 \log n)$

שאלה מספר 7:

נתון גרף מכוון $G=(V,E)$ שיש בו שניים או יותר רכיבים קשירים חזק, ונתונים שני קודקודים s, t ב- G . הפעלנו על הגרף את הפונקציה DFS-VISIT(s). איזו מהטענות הבאות נכונה?

א. אם s ו- t שייכים לאותו רכיב קשיר חזק, בסיום ה-DFS נקבל $color[t]=black$.

ב. אף תשובה לא בהכרח נכונה.

ג. אם s ו- t אינם שייכים לאותו רכיב קשיר חזק, בסיום ה-DFS נקבל $color[t]=white$.

ד. גם א' וגם ב' נכונות.

שאלה מספר 8:

נתונה טבלת גיבוב ריקה בגודל 11 הממומשת באמצעות גיבוב כפול עם הפונקציות הבאות.

$$h_1(k) = (k \bmod 11)$$

$$h_2(k) = 1 + (k \bmod 7)$$

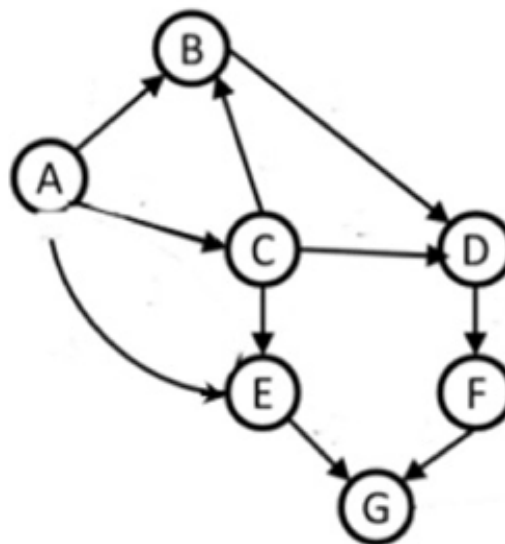
הכניסו לטבלת הגיבוב את המפתחות הבאים (משמאל לימין).
18, 14, 25, 22, 33, 28

איזו מהטענות הבאות נכונה?

- א. המספר 33 ייכנס לכניסה 0.
- ב. המספר 28 ייכנס לכניסה 9.
- ג. המספר 28 ייכנס לכניסה 6.
- ד. מקדם העומס בטבלה אחרי ההכנסה הוא 0.6.

שאלה מספר 9:

נתון הגרף הבא:



הפעלנו עליו אלגוריתם של מיון טופולוגי. איזו מהטענות הבאות נכונה לגבי הסדר של המיון הטופולוגי שיתקבל?

- א. בהכרח C יהיה הקודקוד השני.
- ב. בהכרח G יהיה הקודקוד האחרון.
- ג. בהכרח A יהיה הקודקוד הראשון.
- ד. כל הטענות נכונות.

שאלה מספר 10:

בשיטת החילוק, פונקצית הגיבוב היא: $h(k) = k \bmod m$, ובתוך הטבלה שומרים על המפתח k עצמו.

במקרה שהמפתחות עצמם מאוד ארוכים, רוצים לחסוך במקום, ולשמור במקום כל מפתח k , מחרוזת יותר קצרה: $q(k)$ כך שניתן יהיה – כשרוצים – לשחזר את k מתוך $q(k)$ ו- $h(k)$ הידועים כבר מתוך הטבלה.

האם אכן ניתן לעשות זאת?

- אי אפשר לבצע את הנדרש.
- נבחר את $q(k)$ להיות הערך של $m \bmod k$.
- נבחר את $q(k)$ להיות הערך השלם (המעוגל כלפי מטה) של k/m .
- נבחר את $q(k)$ להיות הערך של $k \bmod m$.

שאלה מספר 11:

נתונות הפעולות הבאות על קבוצות זרות הממומשות באמצעות עצים הפוכים, עם היוריסטיקת האיחוד לפי דרגה וכיווץ המסלולים, על פי המימוש המתואר בדף הנוסחאות המצורף:

```
makeSet(x1)
makeSet(x2)
makeSet(x3)
makeSet(x4)
makeSet(x5)
Union(x1,x2)
Union(x4,x5)
Union(x5,x3)
Union(x2,x3)
FindSet(x1)
```

איזו מהטענות הבאות נכונה לגבי היער שיווצר?

- היער יהיה מורכב משני עצים הפוכים
- היער יהיה מורכב מעץ הפוך אחד, שגובהו 1.
- היער יהיה מורכב מעץ הפוך אחד, שגובהו 2.
- היער יהיה מורכב מעץ הפוך אחד, ששורשו x_2 .

שאלה מספר 12:

נתון גרף מכוון $G=(V,E)$. הפעלנו BFS על הגרף, כאשר המקור הוא s . איזו מהטענות הבאות נכונה?

- אם הגרף קשיר חזק, בסוף הפעלת האלגוריתם לכל הקודקודים יהיה ערך π שונה מ- $null$. (לתלמידי ד"ר חייט: אם הגרף קשיר חזק, בסוף הפעלת האלגוריתם לכל הקודקודים ערך $pred$ יהיה שונה מ-1).
- אם הגרף קשיר חזק, בעץ הרוחב של הגרף יהיו $|V|$ קודקודים ו- $|E|$ קשתות.
- בעץ הרוחב של הגרף יהיו $O(|V|)$ קודקודים ו- $O(|V|)$ קשתות.
- אם הגרף אינו קשיר חזק, בגמר הפעלת האלגוריתם יהיה קודקוד אחד או יותר עבורו $d=\infty$.

שאלה מספר 13:

נתונה סדרת השכיחויות הבאה:

letter	a	b	c	d	e	f	G
f(letter)	3	4	8	9	9	12	27

בנו עבור סדרה זו את הקוד של הופמן וסמנו איזו מהתשובות הבאות נכונה?

- א. אורך הקידוד של a יהיה כפול מאורך הקידוד של b.
- ב. אורך הקידוד של b יהיה כפול מאורך הקידוד של a.
- ג. אורך הקידוד של a יהיה זהה לאורך הקידוד של b.
- ד. אורך הקידוד של a יהיה גדול מאורך הקידוד של b, אך לא כפול בגודלו.

שאלה מספר 14:

נתון עץ B מדרגת מקסימום m, שגובהו h. איזו טענה נכונה?

- א. מספר המפתחות בעץ זה הוא קטן או שווה $m^{h+1}-1$.
- ב. מספר המפתחות בעץ זה הוא קטן או שווה $(m-1)m^h$.
- ג. אף תשובה לא נכונה.
- ד. מספר המפתחות בעץ זה הוא קטן או שווה m^h .

שאלה מספר 15:איזה מהסדרות הבאות אינה יכולה לייצג את אורכי הקידודים בקוד תחיליות אופטימלי?

- א. 1,2,3,4,5,6,7,8
- ב. 1,2,3,4,5,6,7,7
- ג. 3,3,3,3,3,3,3,3
- ד. 1,2,3,4,6,6,6,6

שאלה מספר 16:

פתרו את נוסחת הנסיגה הבאה:

$$T(n) = T(\sqrt{n}) + n$$

הניחו כי $T(1)=1$

- א. $T(n) = \theta(n)$
- ב. אף תשובה לא נכונה
- ג. $T(n) = \theta(\sqrt{n})$
- ד. $T(n) = \theta(2^n)$