Fachbereich Mathematik
Sommersemester 2014

Christian Eder
Lucas Ruhstorfer

# Einführung in die Topologie
## Übungsblatt 06

Abgabetermin: Mittwoch, 16.07.2014, 13:30 Uhr

---

**Aufgabe 1.** Es sei $n \geq 2$. Zeige, dass gilt:

(a) Die Abbildung $p : S^n \to \mathbb{P}^n$ mit $x \mapsto \bar{x}$ ist eine zweiblättrige Überlagerung. (Beachte: $\mathbb{P}^n \cong S^n/\{\pm 1\}$.)

(b) $\Pi_1(\mathbb{P}^n, x_0) \cong \mathbb{Z}_2$ für alle $x_0 \in \mathbb{P}^n$.

**Aufgabe 2.** Es sei $I$ eine Indexmenge und $\{U_i \mid i \in I\}$ eine offene Überdeckung eines kompakten metrischen Raumes $X$. Dann gibt es ein $\varepsilon \in \mathbb{R}_{>0}$, so dass jede offene Kugel $U_\varepsilon(x) \subset X$ für beliebiges $x \in X$ bereits in einem $U_i$ enthalten ist.

**Aufgabe 3.**

(a) Es sei $p : X \to Y$ eine Überlagerung. Zeige, dass dann $p$ offen ist, d.h. $p(U) \in \mathscr{T}_Y$ für alle $U \in \mathscr{T}_X$.

(b) Es seien $p : X \to Y$ und $p' : X' \to Y'$ Überlagerungen. Zeige, dass dann auch $p \times p' : X \times X' \to Y \times Y'$ eine Überlagerung ist.

**Aufgabe 4.** Sei $f : D^2 \longrightarrow D^2$ stetig. Dann besitzt $f$ einen Fixpunkt, d.h. es existiert ein $x \in D^2$ mit $f(x) = x$. (Gilt übrigens allgemein für $f : D^n \to D^n$ mit $n \geq 1$. Den Fall $n = 1$ hatten wir schon in Aufgabe 1 auf Blatt 2 da $D^1 = I$.)