

**Einführung in die Topologie  
Übungsblatt 05**

Abgabetermin: Mittwoch, 02.07.2014, 13:30 Uhr

---

**Aufgabe 1.** Zeige, dass gilt:  $X$  ist kontrahierbar  $\implies X$  ist wegzusammenhängend.

**Aufgabe 2.** Zeige, dass die folgenden vier topologischen Räume homotopieäquivalent sind:

- (a)  $X_1 := S^1$ ,
- (b)  $X_2 := ([-1, 1] \times [-1, 1]) \setminus \{(0, 0)\}$ ,
- (c)  $X_3 := ((-1, 1) \times [-1, 1]) \setminus \{(0, 0)\}$ ,
- (d)  $X_4 := \{x \in \mathbb{R}^2 \mid \frac{1}{2} \leq \|x\| \leq 1\}$ .

**Aufgabe 3.** Sei  $X = (I \times \{0\}) \cup \left( \left( 0 \cup \left\{ \frac{1}{n} \mid n \in \mathbb{N}_{>0} \right\} \right) \times I \right) \subset \mathbb{R}^2$ , der sogenannte “Kamm”. Zeige, dass  $\text{id}_X$  homotop zu einer konstanten Abbildung ist, aber nicht homotop relativ  $\{(0, 1)\}$ .

**Aufgabe 4.** Es seien  $X$  und  $Y$  topologische Räume sowie  $x_0 \in X$  und  $y_0 \in Y$ . Zeige, dass dann gilt:

$$\pi_1(X \times Y, (x_0, y_0)) \cong \pi_1(X, x_0) \times \pi_1(Y, y_0).$$