Fachbereich Mathematik
Sommersemester 2014

Christian Eder
Lucas Ruhstorfer

Einführung in die Topologie
Übungsblatt 04

Abgabetermin: Mittwoch, 18.06.2014, 13:30 Uhr

Aufgabe 1. Seien X, Y topologische Räume, sei $A \subset X$ und sei $f : A \to Y$ eine stetige Abbildung, die surjektiv und offen (d.h. f bildet offene Mengen auf offene Mengen ab) ist. Zeige, dass gilt:

$$U \in \mathscr{T}_{X \cup_f Y} \iff \pi_X^{-1}(U) \in \mathscr{T}_X.$$

Aufgabe 2. Sei X ein kompakter topologischer Raum und $\sim$ eine Äquivalenzrelation auf X. Zeige, dass gilt: $X/\sim$ ist Hausdorffsch genau dann, wenn $\Gamma := \{(x, y) \mid x \sim y\} \subset X \times X$ abgeschlossen ist.

Aufgabe 3. Wir kennen zwei Darstellungen der reellen projektiven Ebene:

(a) $D^2/\sim$ mit $z \sim -z$ für alle $z \in S^1$,

(b) $\left(\mathbb{R}^3 \setminus \{0\}\right)/(\mathbb{R} \setminus 0)$.

Zeige, dass die so konstruierten Räume homöomorph zueinander sind.

Aufgabe 4. Sei X ein normaler Raum und sei G eine endliche Gruppe, die auf X operiert. Zeige: X/G ist normal.