Cadenas de Marcov

- estado
  - Asignación de Valores para un conjunto Variables
- estado observable
  - Puede medirse con sertidumbre
- medida de probabilidad
  - Funsion que asigna prob. a eventos, mide la incertidumbre
- Proseso estocico
  - Estado en el tiempo → Markov
  - el pasado no afecta el futuro

Teoria de deciciones

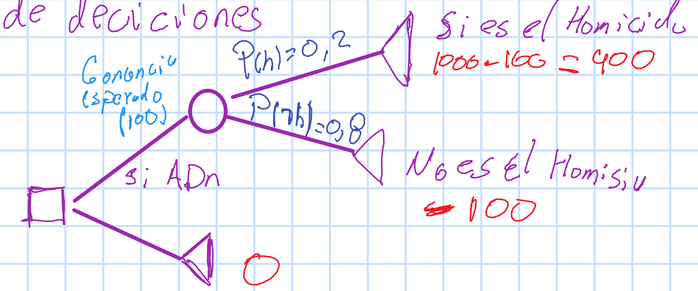
- Caso del Asecino del tren
  - Prueba de adn 100$
  - Si con la prueba Hallo al Asecino gano 1000$
  - la prob de Hallarlo es 0,2

arbol de deciciones

□ mi decicion

○ decicion Natural

△ hojas del Arbol



$900 \times 0{,}2 - 100 \times 0{,}8 = 100$

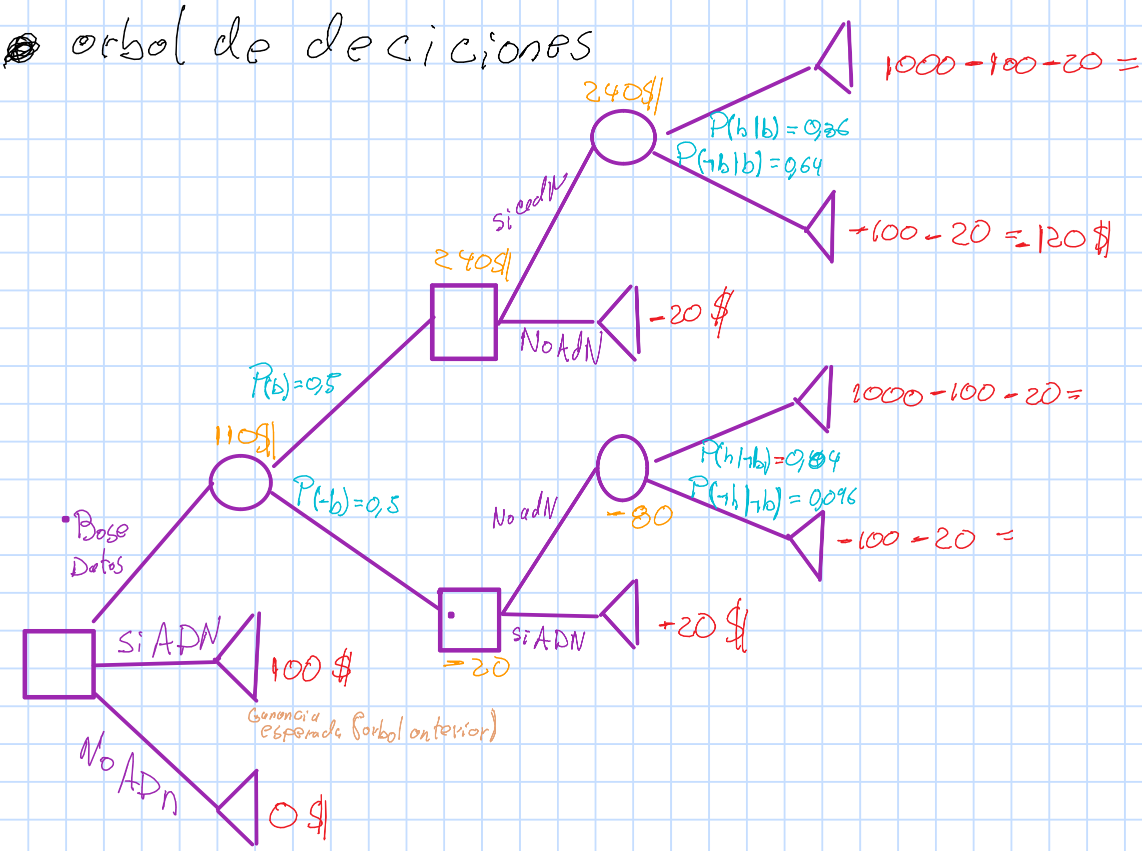
- Continuamos con el ejemplo
  - Base de datos de huellas digitales 20$
  - Prob. de que la huella del sospeshoso este en la base es 0,9 — $P(b|h) = 0{,}9$
  - Prob de que la base de datos Falle 0,4 — $P(b|\neg h) = 0{,}4$
  - Prob de que la Base diga si se trata de un homisida

$$P(b) = P(b|h) \cdot P(h) + P(b|\neg h) \cdot P(\neg h)$$
$$= 0{,}9 \cdot 0{,}2 + 0{,}4 \cdot 0{,}8$$
$$= 0{,}5$$

- con teorema de Bayer: Prob de de que el sospechoso sea el homisida dado que la base de Datos diga que si lo es

$$P(h|b) = \frac{P(b|h) \cdot P(h)}{P(b)} = \frac{0{,}9 \times 0{,}2}{0{,}5} = 0{,}36$$

árbol de deciciones

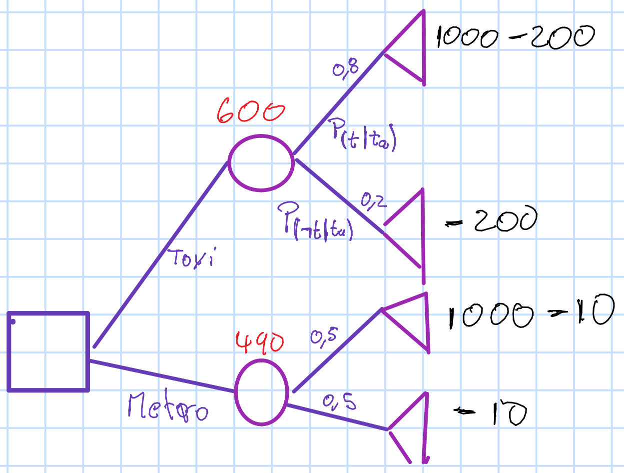


• Nota: Forma de evaluar cual es el mejor camino para realizar multiples iteraciones

• Tarea árbol de deciciones

1. Considera el siguiente problema:

- Si llegamos
  a tiempo a nuestro destino, recibimos $1,000.
- Podemos ir a
  nuestro destino ya sea en taxi o en metro.
- El taxi nos
  cuesta $200. La probabilidad de llegar a tiempo en taxi es 80% (y de no llegar a tiempo, 20%).
- El metro nos
  cuesta $10. La probabilidad de llegar a tiempo en metro es 50% (y de no llegar a tiempo, 50%).

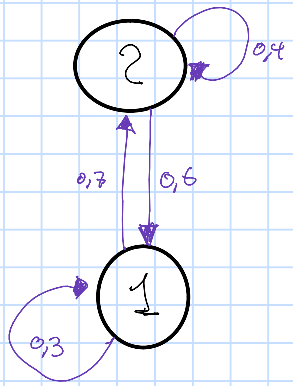


1) $P(T)$ = Prob llegar a tiempo
2) utilidad
$800 \cdot 0{,}8 + (-200) \cdot 0{,}2 = 600$
3) utilidad Metro
$990 \cdot 0{,}5 + (-10) \cdot 0{,}5 = 490$

Cadena de Markov

- Proceso esto
- Probabilidades de transitorias estacionarias - No dependen del tiempo
- la probabilidad del estado siguiente depende solo de ese estado, no de estados pasados

→ ejemplo



∘) Prob. de ir de 1 a 2 es 0,7
y se denota

$$P(s^{t+1} = 2 \mid s^{t} = 1) = 0{,}7$$

Matrises de Markov

las probabilidades de transicion entre estados se pueden organizar en matrices

$$T = \begin{array}{cc} 1 & 2 \\ \end{array}$$
$$T = \left[\begin{array}{cc} 0{,}3 & 0{,}6 \\ 0{,}7 & 0{,}4 \end{array}\right] \begin{array}{c} 1 \\ 2 \end{array} \quad \text{llegan A..} \rightarrow$$

salen de ... ↓

Evolución de la distribución de Probabilidad (x)

$$x = Tx$$

- Para el siguiente estado suponien que el estado actual de (x) es $\left[\begin{array}{c} 1 \\ 0 \end{array}\right] \begin{array}{c} 1 \\ 2 \end{array}$

$$x^{t+1} = \left[\begin{array}{cc} 0{,}3 & 0{,}6 \\ 0{,}7 & 0{,}4 \end{array}\right] \left[\begin{array}{c} 1 \\ 0 \end{array}\right] = \left[\begin{array}{c} 0{,}3 \\ 0{,}7 \end{array}\right]$$

↳ Prob de estar en los estados 1 y 2 en el siguiente instante de tiempo

- 2 tiempos en el Futuro

$$x^{t+2} = \left[\begin{array}{cc} 0{,}3 & 0{,}6 \\ 0{,}7 & 0{,}4 \end{array}\right] \left[\begin{array}{cc} 0{,}3 & 0{,}6 \\ 0{,}7 & 0{,}4 \end{array}\right] \left[\begin{array}{c} 1 \\ 0 \end{array}\right]$$

$$= \left[\begin{array}{cc} 0{,}3 & 0{,}6 \\ 0{,}7 & 0{,}4 \end{array}\right]^{2} \left[\begin{array}{c} 1 \\ 0 \end{array}\right]$$

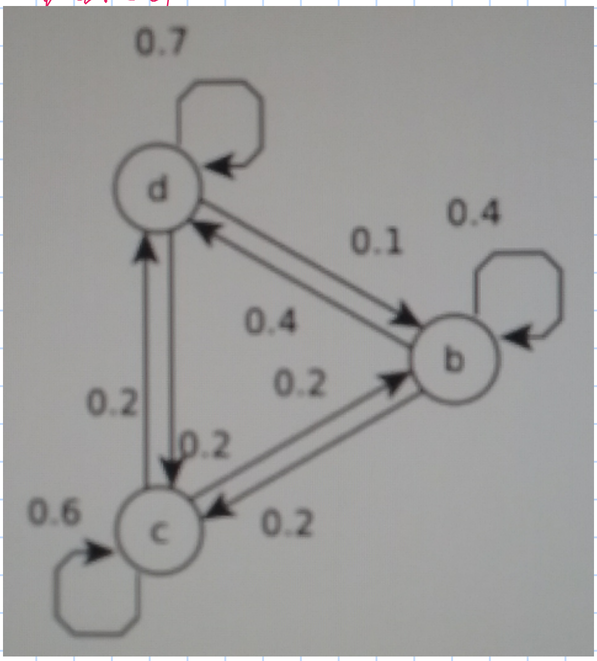
Distribusiones de Probabilidad estacionarias.

- No importa la distro inicial, al iterar esta converge a una Distribu que no cambia
- Para T, esta convergera a $\left[\begin{array}{c} 0{,}46... \\ 0{,}53... \end{array}\right]$

∘) la Forma mas util de Hallar esta Distribucion de convergencia es por medio del $\boxed{\text{Vector Propio}}$ de la Matriz

· Nos interesa el vector propio correspondiente al valor propio deseado = 1 → estos son los que convergen

Tarea



$$T = \begin{array}{c c} \begin{array}{ccc} b & c & d \end{array} & \\ \begin{bmatrix} 0{,}4 & 0{,}2 & 0{,}1 \\ 0{,}2 & 0{,}6 & 0{,}2 \\ 0{,}4 & 0{,}2 & 0{,}7 \end{bmatrix} & \begin{array}{c} b \\ c \\ d \end{array} \end{array}$$