

que es la logica?  $\rightarrow$  Formalizar el pensamiento consciente  
 $\rightarrow$  razonamiento correcto } **Logica**  
 descriptivo } Probabilistico

$\rightarrow$  IA  $\rightarrow$  Verificacion de modelos  
 $\rightarrow$  Resolvedores SAT

## Conceptos preliminares

dos partes: **Logica**

**T, Probabilidad**

**Proposición** Oración que puede ser Verdadera o Falsa

**Conector logico** "y", "si", "y"

**Razonamientos**

## Sintaxis

$P$  = conjunto de variables proposicionales  $p \in P$

$\rightarrow$  Formula es  $\neg$

"cinu"  
 "Fondo"  
 Proposición  
 No

Por  $P = \{a, b, c\}$

$(\neg Formula)$

$(F \wedge F)$

$(F \vee F)$

$(F \rightarrow F)$

y  
 o  
 si, entonces

Ejemplo  $\alpha = (a \wedge (b \vee (c)))$   
 $\alpha$  Formula

## Semantica: Modelo y Satisfacción

Modelo ( $M$ ) (situación o escenario)

modelo  $M$  respecto a  $P$

$M \subseteq P$

Satisfacción: un modelo satisface una Formula

$M \models \alpha$  ("M Hace cierto  $\alpha$  alFA")

**Nota**

$M \models \top$

True semantico

$M \not\models \perp$

False semantico

$M \models p$  si y solo si  $p$  es cierto en  $M$   
 $M \models (\neg \alpha)$  si y solo si  $M \not\models \alpha$   
 $M \models (\alpha \wedge \beta)$  si y solo si  $M \models \alpha, M \models \beta$   
 $M \models (\alpha \vee \beta)$  si  $M \models \alpha$  o  $M \models \beta$   
 $M \models (\alpha \rightarrow \beta)$  si y solo si  $M \models \alpha, M \models \beta$

## Consecuencia lógica

cuando una fórmula <sup>conjunto de</sup> sigue lógicamente otra  
 lógica implícita

$$\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n \models \beta$$

es decir si  
 Todos los Modelos  $\alpha_n$  son ciertos  $\beta$  se hace cierto

Ejemplo: a esta expresión:

$$((a \wedge b) \rightarrow c), a \models (b \rightarrow c)$$

$$a \quad b \quad c \quad ((a \wedge b) \rightarrow c) \wedge a \quad b \rightarrow c$$

0	0	0	0	1
0	0	1	0	1
0	1	0	0	0
0	1	1	0	1
1	0	0	1	1
1	0	1	1	1
1	1	0	0	0
1	1	1	1	1

Si el Sr A iba en el tren <sub>a</sub> y el señor A tiene un arma <sub>b</sub> entonces cometió el homicidio <sub>c</sub>

el Sr A iba en el tren

Por lo tanto si el Sr A tiene un arma, cometió homicidio

$\models$

## Equivalencia lógica

• Dos Formulas son logicamente equivalentes ( $\equiv$ ) si tienen los mismos modelos que las hacen ciertas

$\rightarrow \alpha \equiv \beta$  si y solo si  $\alpha \models \beta$  y  $\beta \models \alpha$

$\rightarrow$  equivalencia de conectivos

$$\alpha \vee \beta \equiv \neg(\neg\alpha \wedge \neg\beta)$$

$$\alpha \rightarrow \beta \equiv \neg\alpha \vee \beta$$

## • Literal

Variable o negacion de Variable

$\ell$  es  $p$  o  $\neg p$  y  $p \in P$

$\rightarrow$  Forma normal disyuntiva (FND)

$$(\ell_{1,1} \wedge \dots \wedge \ell_{1,n_1}) \vee \dots \vee (\ell_{m,1} \wedge \dots \wedge \ell_{m,n_m})$$

$\rightarrow$  termino  $\rightarrow$

$\rightarrow$  Forma normal conjuntiva (FNC)

$$(\ell_{1,1} \vee \dots \vee \ell_{1,n_1}) \wedge \dots \wedge (\ell_{m,1} \vee \dots \vee \ell_{m,n_m})$$

$\rightarrow$  Clausula  $\rightarrow$

## I Inferencia

• Poder razonar respecto a un sintaxis

$$\begin{array}{c} \text{Se infiere} \\ \text{que} \end{array} \frac{(a \wedge b) \rightarrow c \quad a}{b \rightarrow c}$$

$\vdash$  a partir del lado izquierdo  $\vdash$  Se infiere lado derecho

• Formula SAT satisfiable

Para FNC

Nota: Problemas NP-completos

$\rightarrow$  solución por búsqueda  $\rightarrow$  IA

## • Algoritmo DPLL

$\rightarrow$  algoritmo recursivo  $\rightarrow$  Búsqueda por retroceso

1. asigno de manera parcial una solución candidata
2. refinar la solución parcial mientras sea prometedora
3. retrocede a un punto anterior al determinar de la solución parcial no era la completa
4. elige otra solución y repite hasta Hallar la solución completa

## → DPLL( $\phi$ )

Entrada: cadena con una fórmula en Forma FNC

Salida: **Cierto** si la fórmula es satisficible  
**Falso** sino

Si  $\phi$  es vacío entonces regresa **cierto**

Si  $\phi$  tiene una cláusula de  $\phi$  es vacío entonces **Falso**

Si " $l$ " es cláusula unitaria en  $\phi$  se regresa **DPLL( $\phi(l)$ )**

Si existe " $l$ " como literal pura  $\phi$  regresa **DPLL( $\phi(l)$ )**

selecciono una variable " $v$ " en  $\phi$

Si **DPLL( $\phi$ )** regresa **cierto**

Sino regresa **DPLL( $\phi(\neg v)$ )**

## → Ejemplo Homicidio en el tren

Variables:

DA = Detective en Vagon A

S1A = Sospecho 1 en Vagon A

CS1 = Cuchillo Sospecho 1

SS1 = Sangre en pañuelo sospecho 1

S2A = Sospecho 2 en Vagon A

CS2 = Cuchillo sospecho 2

SS2 = Sangre en Pañuelo Sospecho 2

VA = Victim Vagon A

S1MV = Sospecho 1 mato a la víctima

S2MV = Sospecho 2 mato a la víctima

Restas

1. uno de los sospechosos mato a la víctima

(S1MV  $\vee$  S2MV)

2. Si el sospecho 1 mato a la víctima entonces

tiene un cuchillo y sangre en el pañuelo además  
el sospecho y la víctima están en el mismo  
Vagon pero en un Vagon distinto al del detective

S1MV  $\rightarrow$  (CS1  $\wedge$  SS1)  $\wedge$  ((S1A  $\wedge$  VA  $\wedge$   $\neg$  DA)  $\vee$  ( $\neg$  S1A  $\wedge$   $\neg$  VA  $\wedge$  DA))

3. lo mismo para el sospecho 2

S2MV  $\rightarrow$  (SS2  $\wedge$  SS2)  $\wedge$  ((S2A  $\wedge$  VA  $\wedge$   $\neg$  DA)  $\vee$  ( $\neg$  S2A  $\wedge$   $\neg$  VA  $\wedge$  DA))

4. alguien no estaba en el Vagon A

( $\neg$  S1A  $\vee$   $\neg$  S2A  $\vee$   $\neg$  VA  $\vee$  VDA)

• con Viento a FNC

(S1MV  $\vee$  S2MV)  $\wedge$  (CS1  $\vee$   $\neg$  S1MV)  $\wedge$  (SS1  $\vee$   $\neg$  S1MV)  $\wedge$  (...)

18 cláusulas

• DPLL

→ iteru hasta encontrar satisficible

\* Cuestiónario:

1. Cuales de las siguientes asignaciones son modelos respecto a  $\{x, y, z\}$

- $\{x, y\}$

- $\frac{x}{\text{cierto}} \frac{y}{\text{cierto}}$

2. Sea  $M$  la asignación en la que  $x$  es Cierto y  $y$  Falso. ¿Cual afirmación se cumple?

- $M \models y$

- $M \models (x \rightarrow y)$

- $M \models (x \vee y)$

- $M \models \perp$

- $M \models (x \wedge y)$

3. ¿que Afirmaciones se cumplen Faltan

- $(P \wedge Q) \models P$

- $(P \rightarrow Q), Q \models P$

- $(P \vee Q) \models P$

- $(P \vee Q), \neg P \models Q$

- $(P \rightarrow Q), P \models Q$

→ el cas  $P = \text{Falso}$  q  $\text{cierto}$  no hace cierto  $P$

— esto es  $(P \rightarrow Q) \wedge Q$  o  $(\neg P \vee Q) \wedge Q$

4. que Afirmaciones se cumplen Faltan

- $((\neg U) \wedge V) \equiv (\neg(U \vee (\neg V)))$

- $(a \wedge (b \vee c)) \equiv ((a \vee b) \wedge (a \vee c))$

- $((\neg U) \vee V) \equiv (\neg(U \wedge (\neg V)))$

- $((\neg X) \vee (\neg Y)) \equiv (\neg(X \vee Y))$

- $((\neg X) \wedge (\neg Y)) \equiv (\neg(X \wedge Y))$

5. que Formulas son satisficibles

- $((P \wedge (\neg P)) \vee (Q \wedge (\neg Q)))$

- $(P \wedge (\neg P)) \vee Q$

- $((P \wedge (\neg Q)) \vee (Q \vee (\neg P)))$

- $((P \wedge (\neg Q)) \vee (Q \wedge (\neg P)))$

el modelo es  $\{P, Q\}$

el modelo puede ser  $\{P\}$

