**Московский Государственный Университет**

**имени М. В. Ломоносова**

****

**Компьютерный практикум по учебному курсу**

**«ВВЕДЕНИЕ В ЧИСЛЕННЫЕ МЕТОДЫ»**

**ЗАДАНИЕ № 2**

**Подвариант №1  
  
«РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ КОШИ ДЛЯ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОГО УРАВНЕНИЯ ПЕРВОГО ПОРЯДКА ИЛИ   
СИСТЕМЫ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ   
ПЕРВОГО ПОРЯДКА»**

**ОТЧЕТ   
о выполненном задании**студента 206 учебной группы факультета ВМК МГУ   
Оганисяна Эдгара Гагиковича   
  
  
  
Москва, 2019 г.

**Цель работы**Изучить методы Рунге-Кутта второго и четвертого порядка точности, применяемые для численного решения задачи Коши для дифференциального уравнения (или системы дифференциальных уравнений) первого порядка.

**Постановка задачи  
1)** Рассматривается обыкновенное дифференциальное уравнение первого порядка, разрешенное относительно производной и имеющее вид:  
   
с дополнительным начальным условием, заданным в точке *x = x0*: *y(x0) = y0*   
Условиями задачи гарантируется существование и единственность решения.

**2)** Рассматривается система обыкновенных дифференциальных уравнений первого порядка, разрешенных относительно производных неизвестных функций:  
   
Дополнительные начальные условия задаются в точке *x = x0*:  
 *y1(x0) = y1(0)* , *y2(x0) = y2(0)*Условиями задачи гарантируется существование и единственность решения.

**Цели и задачи практической работы**

**1)** Решить задачи Коши методами Рунге-Кутта второго и четвертого порядка точности, аппроксимировав дифференциальную задачу соответствующей разностной схемой (на равномерной сетке); полученное конечно-разностное уравнение, представляющее некоторую рекуррентную формулу, просчитать численно.  
**2)** Найти численной решение задачи и построить его график.  
**3)** Найденное численное решение сравнить с точным решением (например с источника wolframalpha.com)

**Описание метода решения**

* **Метод Рунге-Кутта 2 порядка точности** Данныйметод с использованием схемы вычислений типа «предиктор-корректор» является усовершенствованием метода Эйлера. Для получения результата используется следующая рекуррентная формула:  
     
  Сначала делается шаг *h* и по схеме Эйлера вычисляется значение:  
     
  Затем находится значение функции *f* в точке, составляется полусумма: и окончательно:
* **Метод Рунге-Кутта 4 порядка точности** Данный метод усовершенствование уже метода Рунге-Кутта. А именно, если в схеме второго приходилось на каждом шаге функцию *f(x, y)* приходилось вычислять 2 раза, то здесь — 4 раза. Однако усложнение схемы расчета окупается высокой точностью. Сама схема расчета:  
   где

**Описание и листинг программы** Основной частью программы являются 4 функции реализующие методы Рунге-Кутты с различной точность как для одного уравнения, так и для системы. Пояснения будут далее.Т.к программа достаточна велика, здесь приведем пояснения ко всем функциям. Текст программы будет доступен в приложении.

Сначала блок из тестовых ф-ций (из условия задания):  
double f1(double x, double y);

double f1\_exac(double x, double y);

double test2(double x, double y);

double test2\_exac(double x, double y);

double test3(double x, double y);

double test3\_exac(double x, double y);

double f1\_sys(double x, double y, double z);

double f2\_sys(double x, double y, double z);

Далее 4 функции реализующие методы Рунге-Кутта. Они в качестве параметров принимают одну (или две) функции *f, (g)*, указатели на массив переменных *x, y, z* для ф-ций, их размер *n*, шаг алгоритма *h*, а также файл *out* для записи результатаю.

void runge\_kutta\_2(double (\*f)(double, double), double \*x, double \*y, double h, int n, FILE \*out);

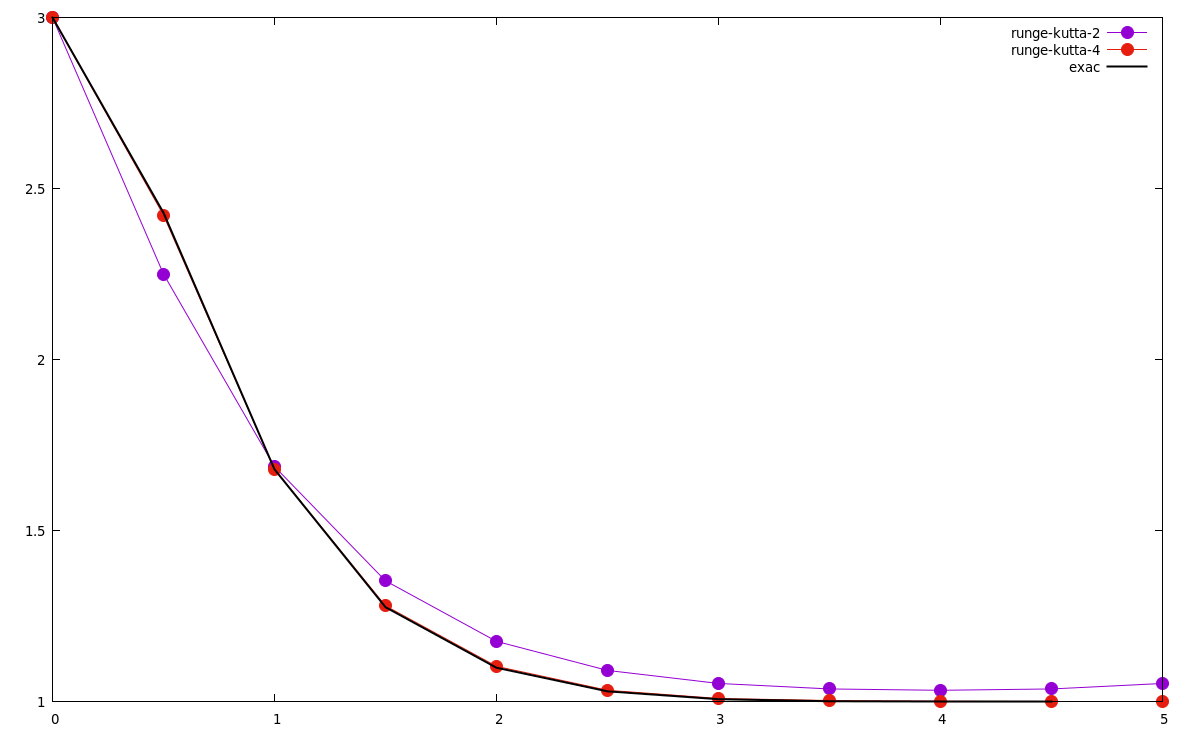
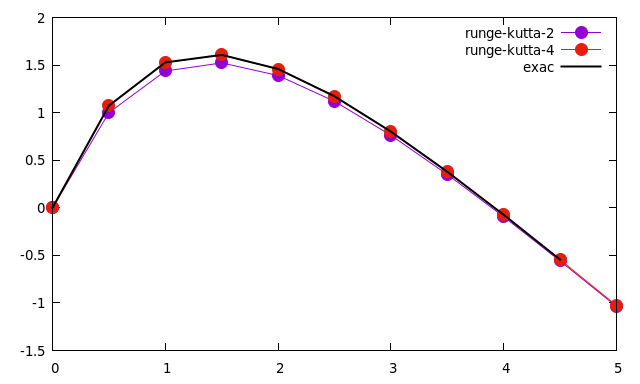
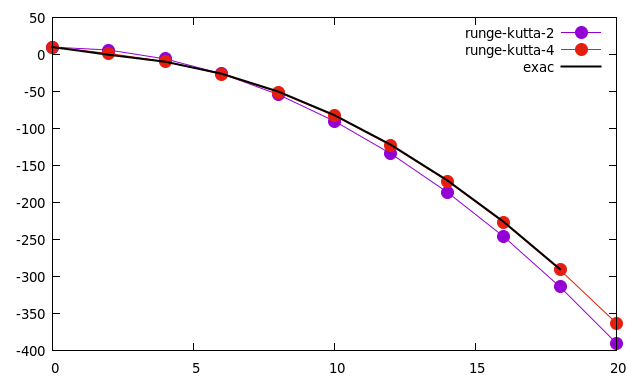
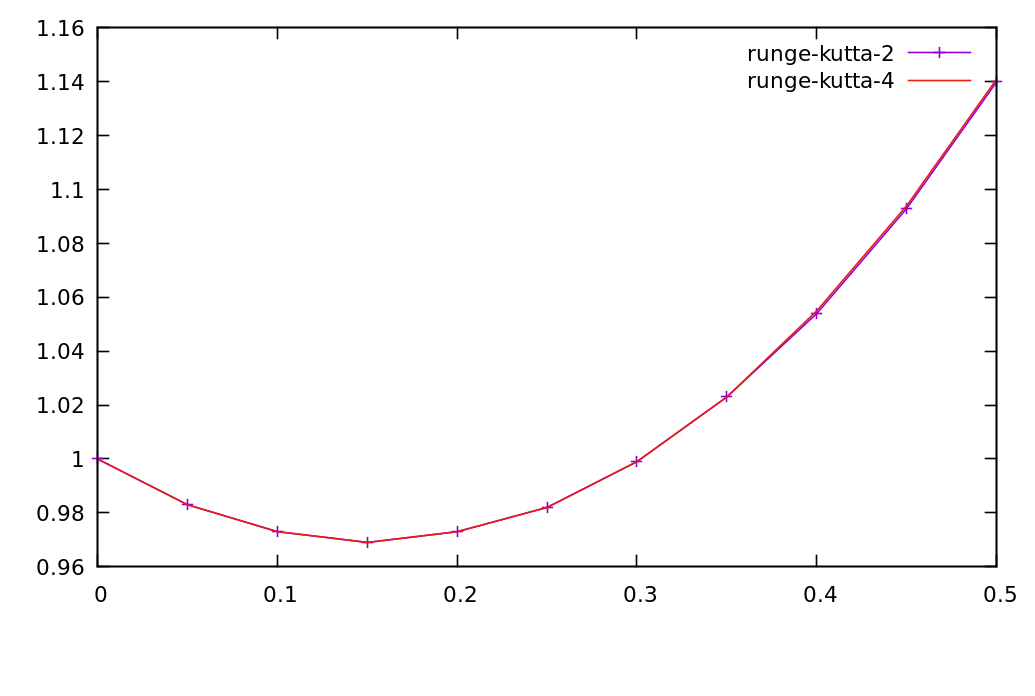
void runge\_kutta\_4(double (\*f)(double, double), double \*x, double \*y, double h, int n, FILE \*out);

void runge\_kutta\_sys\_2(double (\*f)(double, double, double), double (\*g)(double, double, double), double \*x, double \*y, double \*z, double h, int n, FILE \*out);

void runge\_kutta\_sys\_4(double (\*f)(double, double, double), double (\*g)(double, double, double), double \*x, double \*y, double \*z, double h, int n, FILE \*out);

**Тесты**

Результаты тестов будут представлены в виде графиков с приближенными и точными решениями

* **Тест №1**  
   Точное решение:
* **Тест №2** Точное решение:
* **Тест №3**Точное решение:
* **Тест 4**Система дифференциальных уравнений:

**Выводы**

Были изучены методы Рунге-Кутта второго и четвертого порядка точности, применяемые для численного решения задачи Коши для дифференциального уравнения (или системы дифференциальных уравнений) первого порядка. Экспериментально было показано, что второй дает большую точность вычислений.