

## Versión 261C.01

**Carrera: INGENIERÍA EN INFORMÁTICA**

**Asignatura:** 3631 - Fundamentos de sistemas embebidos

**Tema:** Álgebra de Boole, circuitos combinatorios y aritmética binaria

**Unidad:** 2

**Objetivo:** Comprender el diseño de circuitos combinatorios, lógica de dos niveles, simplificaciones y circuitos típicos de una ALU.

**Competencias a desarrollar:**

- Concepción, diseño y desarrollo de proyectos de ingeniería en informática.
- Gestión, planificación, ejecución y control de proyectos de ingeniería en informática.
- Utilización de técnicas y herramientas de aplicación en la ingeniería en informática.
- Generación de desarrollos tecnológicos y/o innovaciones tecnológicas.
- Desarrollo de una actitud profesional emprendedora.
- Aprendizaje continuo
- Actuación profesional ética y responsable.
- Comunicación efectiva.
- Desempeño en equipos de trabajo.
- Identificación, formulación y resolución de problemas de ingeniería en informática

**Descripción de la actividad:**

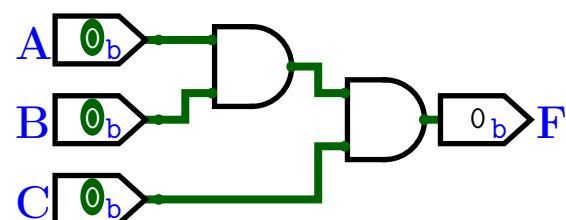
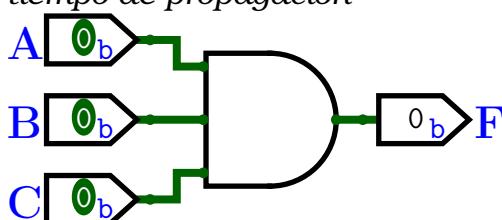
1. Tiempo estimado de resolución: 2 semana
2. Metodología: Ejercicios verificados en simuladores
3. Forma de entrega: No obligatoria
4. Metodología de corrección y feedback al alumno: Presencial y por Miel.

## D- Lógica de dos niveles

**D.1** Utilizando los postulados del álgebra de Boole simplifique las siguientes funciones

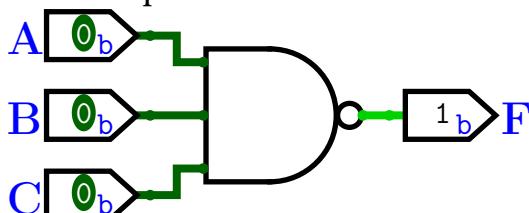
- $F(A, B) = A + A \cdot B$
- $F(A, B) = A + \overline{A} \cdot B$
- $F(A, B, C) = (A + B) \cdot (A + C)$

**D.2** El producto lógico (AND) es asociativo, es decir que  $A \cdot B \cdot C = (A \cdot B) \cdot C = A \cdot (B \cdot C)$ , por ende implementar una compuerta AND de 3 entradas puede lograrse con dos compuertas AND de 2 entradas de la siguiente forma. *Nota: esto aumenta el tiempo de propagación*



La operación NAND **NO** es asociativa. Es decir,  $\overline{A \cdot B \cdot C} \neq \overline{\overline{A} \cdot \overline{B} \cdot \overline{C}} \neq \overline{A} \cdot \overline{\overline{B} \cdot \overline{C}}$ . Recor-dando que NAND es una AND negada, podemos entonces plantear la equiva-lencia  $\overline{A \cdot B \cdot C} = \overline{\overline{A} \cdot \overline{B} \cdot \overline{C}}$ .

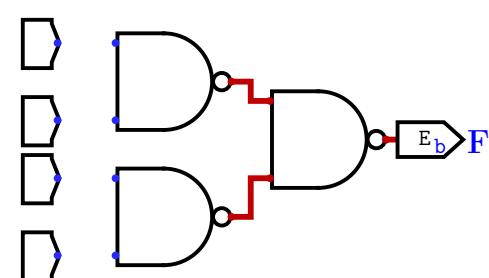
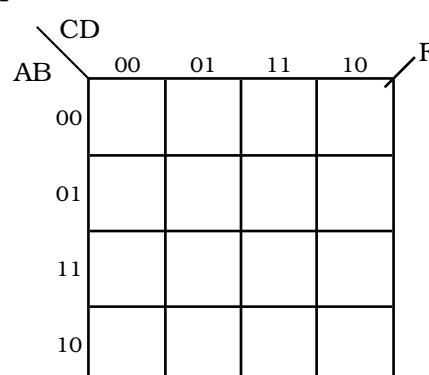
Implemente en logisim-evolution una compuerta NAND de 3 entradas utilizando solo compuertas NAND de 2 entradas.



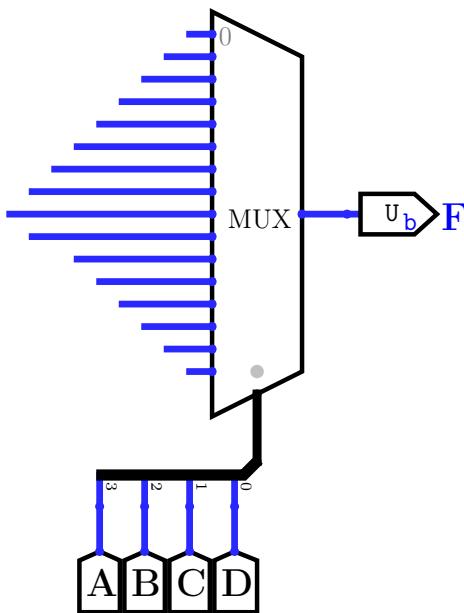
**D.3** Dada la siguiente tabla de verdad para la función  $F(A, B, C, D)$

A	B	C	D	F
0	0	0	0	0
0	0	0	1	0
0	0	1	0	0
0	0	1	1	0
0	1	0	0	1
0	1	0	1	1
0	1	1	0	1
0	1	1	1	X
1	0	0	0	0
1	0	0	1	0
1	0	1	0	0
1	0	1	1	0
1	1	0	0	1
1	1	0	1	0
1	1	1	0	1
1	1	1	1	0

- Escriba la función F en primera forma canónica (suma de productos).  $F(A, B, C, D) =$
- Escriba la función F en segunda forma canónica (producto de sumas).  $F(A, B, C, D) =$
- Simplifique F (miniterminos) utilizando el mapa de Karnaugh y luego implemente el circuito simplificado utilizando solo com-puertas NAND.



- Implemente el circuito utilizando un MUX de 4 entradas de selección.

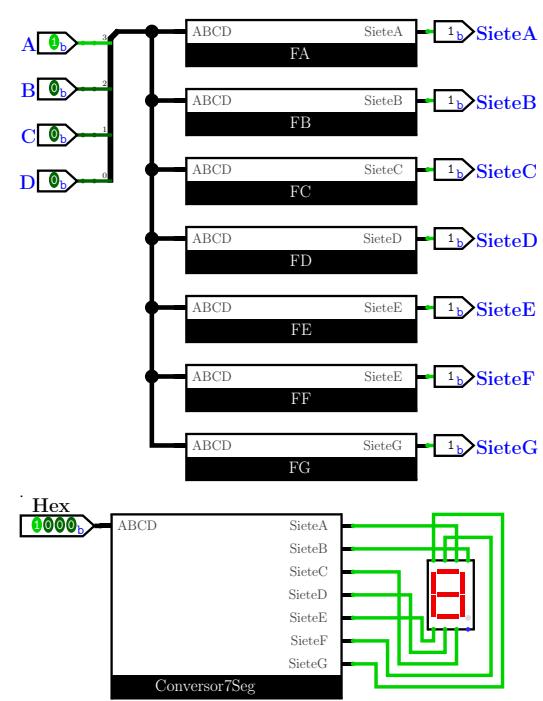


**D.4** Escriba las siguientes funciones en forma primera forma canónica:

- $F(A, B, C, D) = \overline{A} \cdot B + A \cdot B \cdot \overline{D}$
- $F(A, B, C, D) = B \cdot \overline{D} + \overline{A} \cdot B \cdot D$

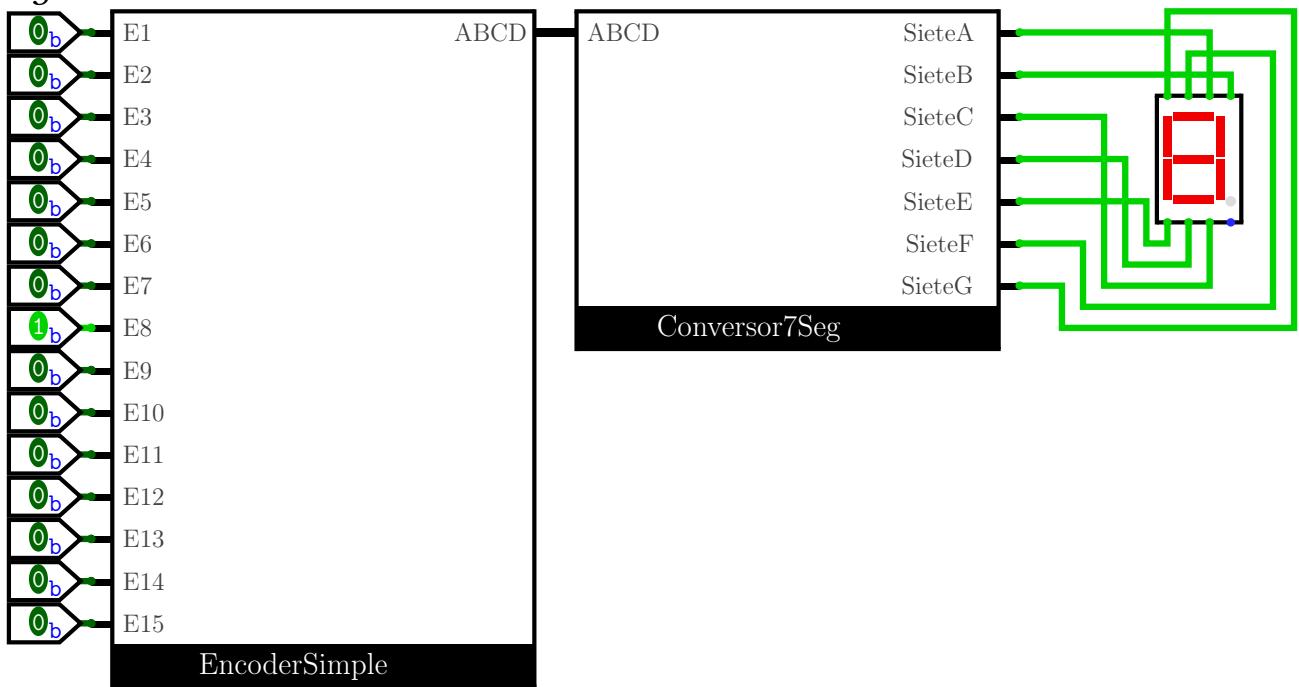
**D.5** Dadas 4 variables de entrada ( $A, B, C, D$ ), utilizando logisim-evolution, haga la implementación de 7 funciones de salida (FA,FB,FC,FD,FE,FF,FG). Utilice en cada caso la forma simplificada mas conveniente (suma de productos o producto de sumas). Cada función  $F_x$  debe tener una entrada de 4 bits llamada  $ABCD$  y una salida *SieteX* de un bit como se ve en la imagen. Utilice separadores (splitters) para juntar o separar conjuntos de bits.

A	B	C	D	FA	FB	FC	FD	FE	FF	FG
0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	0
0	0	0	1	0	1	1	0	0	0	0
0	0	1	0	1	1	0	1	1	0	1
0	0	1	1	1	1	1	1	0	0	1
0	1	0	0	0	1	1	0	0	1	1
0	1	0	1	1	0	1	1	0	1	1
0	1	1	0	1	0	1	1	1	1	1
0	1	1	1	1	1	1	0	0	0	0
1	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1
1	0	0	1	1	1	1	1	0	1	1
1	0	1	0	1	1	1	0	1	1	1
1	0	1	1	0	0	1	1	1	1	1
1	1	0	0	0	0	1	1	1	1	0
1	1	0	1	0	1	1	1	1	0	1
1	1	1	0	1	0	0	1	1	1	1
1	1	1	1	1	0	0	0	1	1	1

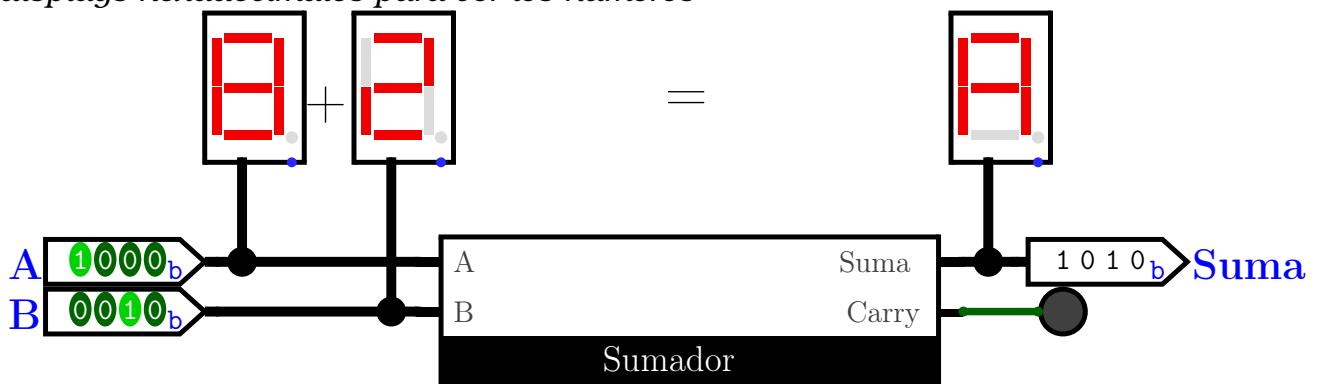


**D.6** Implemente un nuevo circuito llamado EncoderSimple. El mismo se comporta como un codificador simple con 15 entradas (de un bit). Posee una salida de 4 bits que indican en binario el valor de la entrada que vale uno. Al ser un

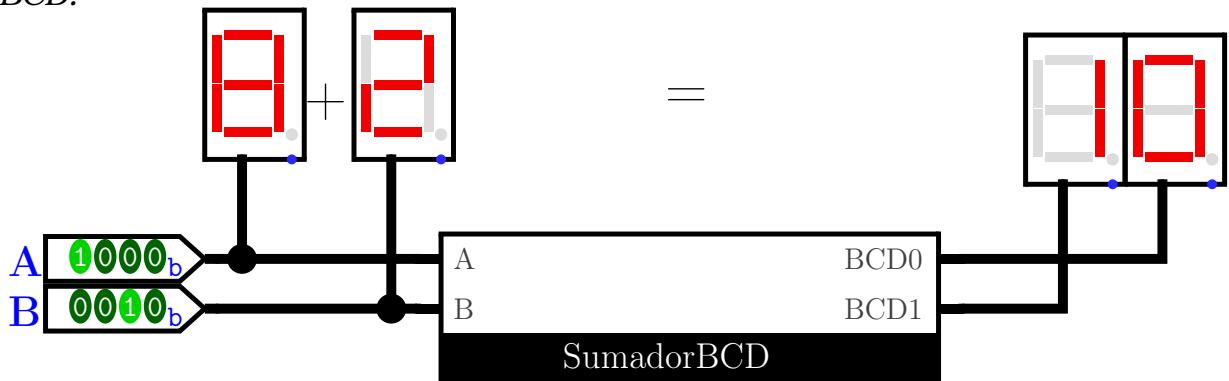
codificador simple solo una entrada a la vez puede valer uno. Nota: En la imagen se ve pulsado E8, lo que genera una salida 1000 que equivale a 8 en el siete segmentos



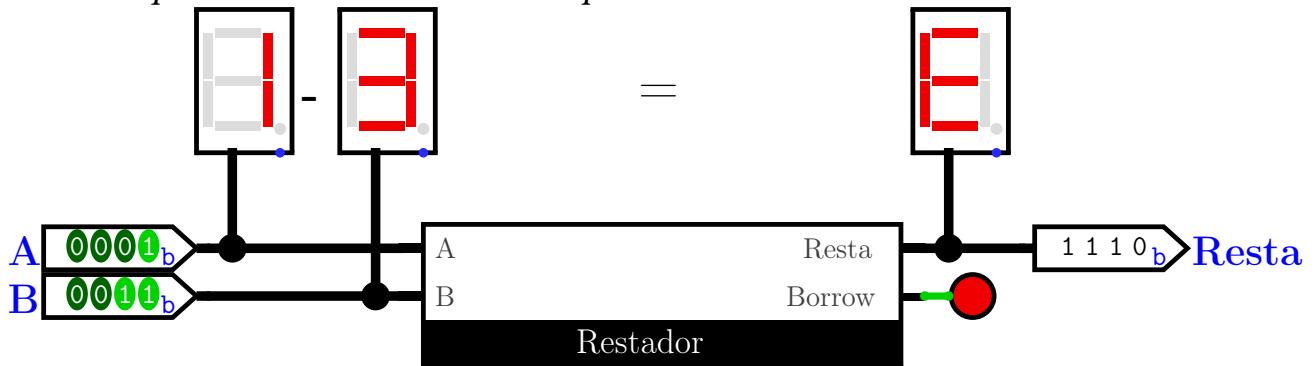
**D.7** Implementar en logisim-evolution un sumador de dos números de 4 bits. Como entrada tiene los números A ( $A_3A_2A_1A_0$ ) y B ( $B_3B_2B_1B_0$ ). Como salida un número de 4 bits llamado Salida y un numero de un bit llamado Carry. Nota: utilice displays hexadecimales para ver los números



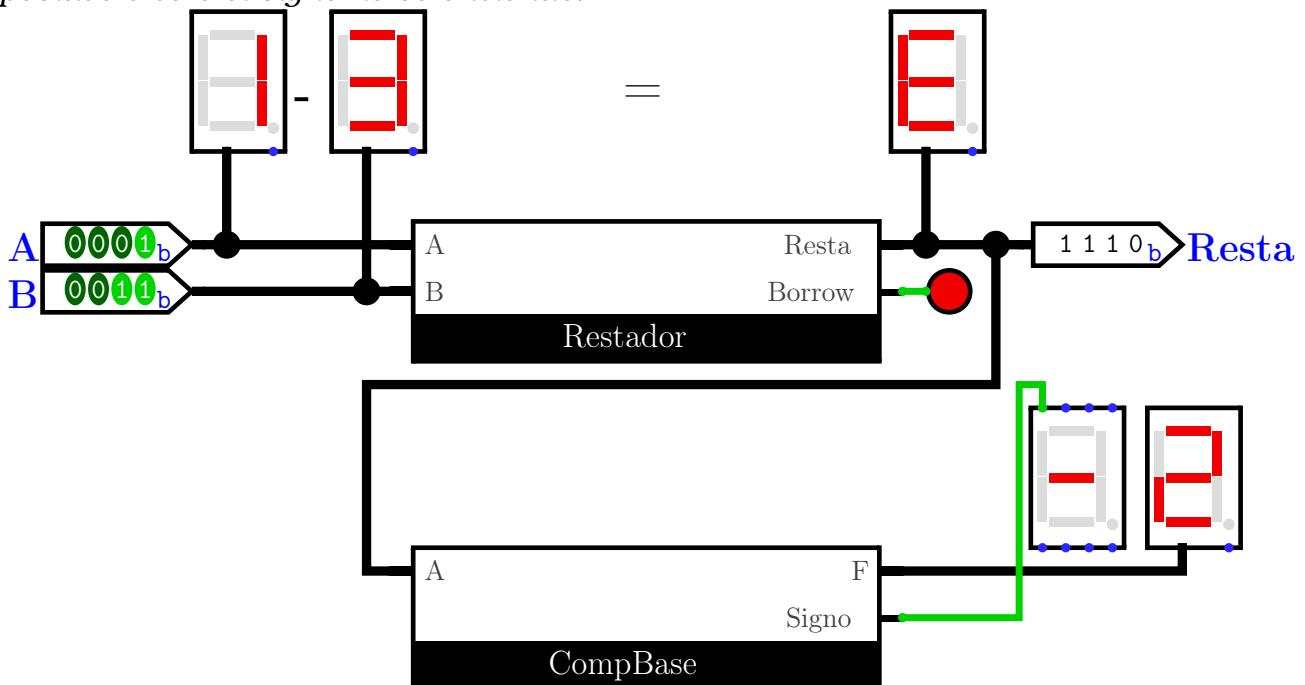
**D.8** Implementar en logisim-evolution un sumador de dos números BCD. Como entrada tiene los números A ( $A_3A_2A_1A_0$ ) y B ( $B_3B_2B_1B_0$ ). Como salida posee dos dígitos BCD. Nota: pruebe las combinaciones que generan un uno en el dígito más significativo, como por ejemplo  $9+9=18$ . Solo considere dígitos válidos en BCD.



**D.9** Implementar en logisim-evolution un restador binario de dos números 4 bits. Como entrada tiene el minuendo A ( $A_3A_2A_1A_0$ ) y el sustraendo B ( $B_3B_2B_1B_0$ ). Como salida posee el resultado de la resta y un bit de Borrow. Nota: los negativos se representan **SIEMPRE** en complemento a la base.

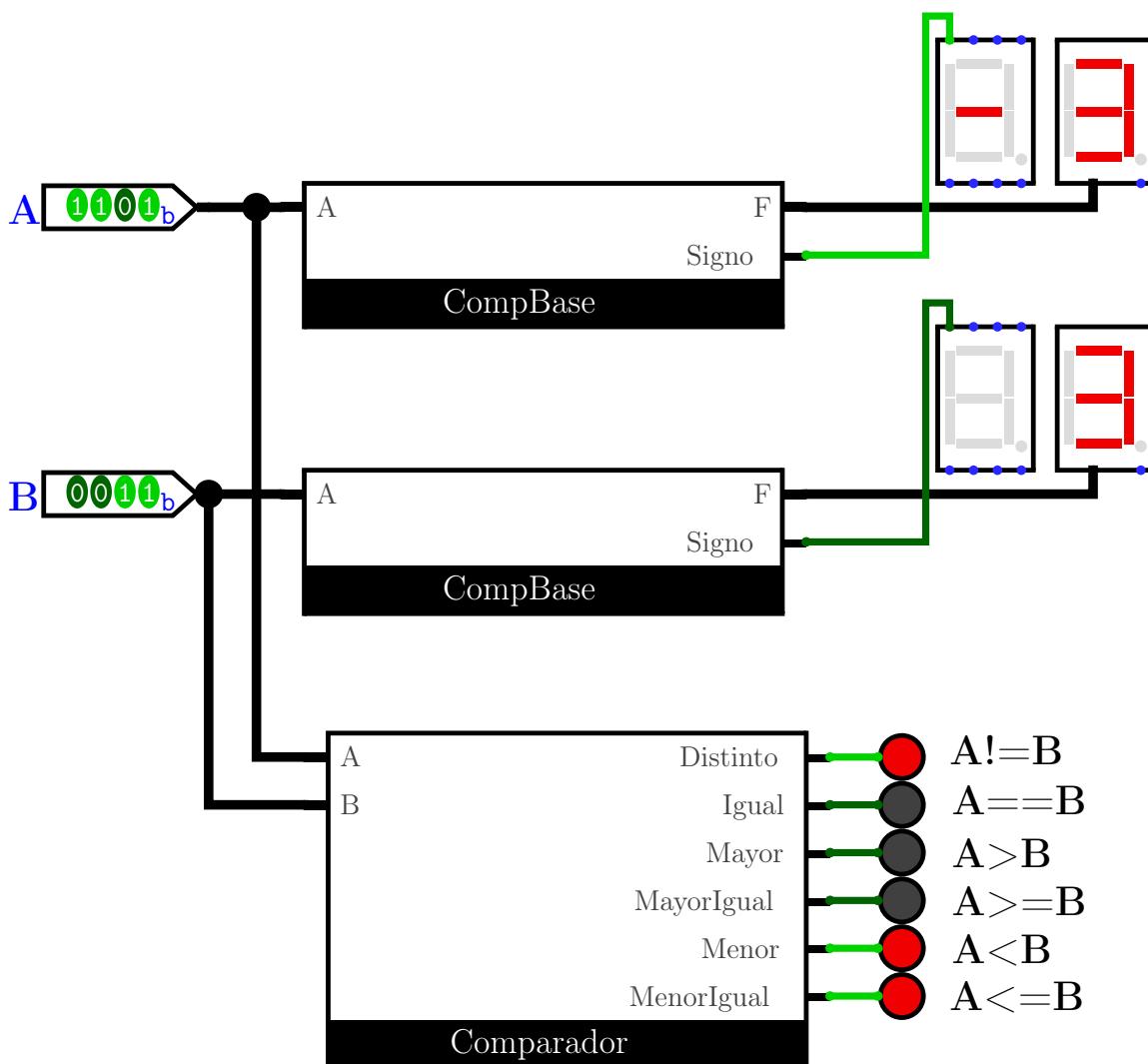


**D.10** Implementar en logisim-evolution un circuito que genere el complemento a la base de un número de 4 bits **si y SOLO si** el número es negativo (o sea su bit más significativo esta en uno). En dicho caso debe generar un uno en la salida de signo. Nota: utilice un display hexadecimal para el número y un display siete segmentos para el signo en caso de ser negativo. En el caso que el número sea positivo o cero el signo no se enciende.



**D.11** Dados un número de 4 bits minuendo A ( $A_3A_2A_1A_0$ ) y el sustraendo B ( $B_3B_2B_1B_0$ ), ambos representan los negativos en complemento a la base, realice un circuito que compare ambos números y que tenga 6 leds con la siguiente leyenda:

- LED A=B se enciende si A=B
- LED A<B se enciende si A<B
- LED A>=B se enciende si A>=B
- LED A > B se enciende si A > B
- LED A <= B se enciende si A <= B
- LED A != B se enciende si A != B



Recuerde sistemas de numeración. Luego de hacer A-B se sabe que:

- A=B si A-B= 0
- A!=B si A-B != 0
- A < B si SignoResultado XOR Overflow = 1
- A >= B si SignoResultado XNOR Overflow = 1
- Overflow se produce en la resta cuando el signo del minuendo y el sus- traendo es distinto y el resultado tiene el signo opuesto al minuendo.

**D.12** Implemente un circuito en logisim-evolution llamado DesplazaDerecha. El mismo posee una entrada de 4 bits llamada Dato y otra entrada de 2 bits llamada Cantidad. La salida del circuito son 4 bits llamados Salida. La siguiente tabla describe el funcionamiento del circuito que desplaza a la derecha el Dato según el valor de Cantidad. *Nota: Tenga en cuenta que existen 4 valores de salida posible, que son 4 formas distintas de tomar el dato y completar con ceros a la izquierda. Utilice un MUX para seleccionar la forma correcta.*

Dato	Cantidad	Salida
abcd	00	abcd
abcd	01	0abc
abcd	10	00ab
abcd	11	000a



**D.13** Implemente un circuito en logisim-evolution llamado DesplazaDerechaAritmetico. El mismo posee una entrada de 4 bits llamada Dato y otra entrada de 2 bits llamada Cantidad. La salida del circuito son 4 bits llamados Salida. La siguiente tabla describe el funcionamiento del circuito que desplaza a la derecha el Dato según el valor de Cantidad. *Nota: Tenga en cuenta que el valor del bit 'a' de la entrada se repite a diferencia del circuito anterior donde se completaba con ceros*

Dato	Cantidad	Salida
abcd	00	abcd
abcd	01	aabc
abcd	10	aaab
abcd	11	aaaa



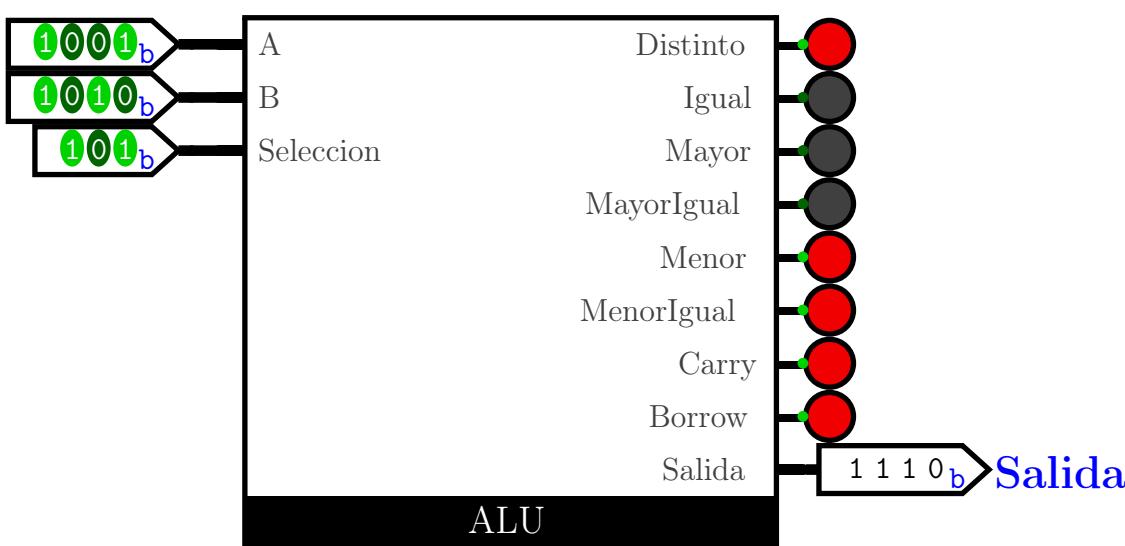
**D.14** Implemente un circuito en logisim-evolution llamado DesplazaIzquierda. *Nota: es similar a los anteriores solo que desplaza el número a la izquierda completando con ceros a la derecha*

Dato	Cantidad	Salida
abcd	00	abcd
abcd	01	bcd0
abcd	10	cd00
abcd	11	d000



**D.15** Implemente en logisim-evolution un circuito llamado ALU. El mismo tiene como entrada un número A de 4 bits, un número B de 4 bits, y una entrada de 3 bits llamada Selección. La salida de la ALU es un número de 4 bits llamado Salida , los 6 leds del punto **D.11**, un led de Carry y un led de Borrow. El valor de salida se define dependiendo de los valores de selección:

- 000 → Salida = A - B
- 001 → Salida = A + B
- 010 → Salida = A en complemento a la base
- 011 → Salida = B en complemento a la base
- 100 → Salida = A desplazado derecho usando B1B0 como desplazamiento
- 101 → Salida = A desplazado aritmético usando B1B0 como desplazamiento
- 110 → Salida = A desplazado izquierda usando B1B0 como desplazamiento
- 111 → Salida = A AND B (bitwise A4 AND B4, A3 AND B3, etc).



**D.16** Dados dos números, A (A<sub>1</sub>,A<sub>0</sub>) y B (B<sub>1</sub>, B<sub>0</sub>) de dos bits, se sabe que A representa números sin signo mientras que B representa números signados en complemento a la base. Escriba la tabla de verdad de un sumador A+B. Tenga en cuenta que A puede valer 0,1,2 o 3, mientras que B puede valer -2, -1,0,1. Elija la cantidad de bits de resultado acorde considerando que tiene que soportar sumas como 0 + (-2) , 3 + 1, etc. Implemente el circuito de la forma que crea más conveniente para cada bit del resultado (sumas de productos o producto de sumas) utilizando siempre un único tipo de compuertas. El circuito debe estar implementado con lógica de dos niveles (no encadenado sumadores).

**D.17** Dados los números del punto anterior, implemente un circuito multiplicador de Ax B. Tenga en cuenta que debe soportar resultados como 3 x -2 por ende elija la cantidad de bits de resultado acorde a estos valores. Comience por la tabla de verdad y luego haga la implementación en logisim-evolution