

Ejercicio 1

González Paz Edgar

Desarrollo

$$\bullet p(x|\lambda) = \frac{\lambda^x e^{-\lambda}}{x!}, \quad x \in \{0, 1, 2, \dots\}$$

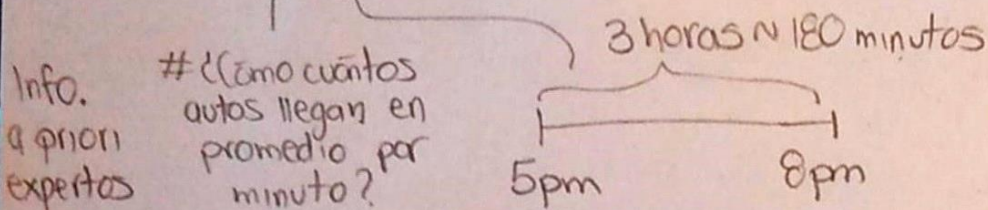
Distribución a priori $p(\lambda)$, $p(\lambda|\beta)$, $\lambda \sim \text{exp}(\beta)$, β es un hiperparámetro.

$$p(\lambda) = \exp(\beta)$$

$$p(\lambda) = \beta e^{-\beta\lambda} \mathbb{1}_{\{\lambda \geq 0\}}$$

Sea λ el número de autos que llegan en promedio de 5 a 8 pm

$$\Rightarrow \mathbb{E}(\lambda) = 4 \cdot 180 = 720 \quad (1)$$



Pero $\lambda \sim \text{exp}(\beta)$ y $\mathbb{E}(\lambda) = \frac{1}{\beta}$ (2)

\Rightarrow De (1) y (2) se tiene que

$$\frac{1}{\beta} = 720 \rightarrow \beta = \frac{1}{720} \quad \text{Valor adecuado para } \beta$$

Para la densidad a priori tenemos que

$$p(\lambda) = \frac{1}{720} e^{-\frac{1}{720}\lambda}, \quad \lambda \geq 0$$

• Registro total de llegadas durante las 3 horas, a.e., la m.a.o.

$$X = (751, 760, 744, 750, 753, 763, 706)$$

Para la distribución a posteriori

$$p(\theta|X) \propto p(X|\theta) p(\theta)$$

$$p(X|\lambda) = \prod_{i=1}^n p(x_i|\lambda) = \prod_{i=1}^n \frac{\lambda^{x_i} e^{-\lambda}}{x_i!} = \frac{\lambda^{\sum x_i} e^{-n\lambda}}{\prod_{i=1}^n x_i!}$$

$$\Rightarrow p(\lambda|X) \propto \left(\frac{\lambda^{\sum x_i} e^{-n\lambda}}{\prod_{i=1}^n x_i!} \right) \left(\beta e^{-\beta\lambda} \right) \mathbb{1}_{\{\lambda \geq 0\}}$$

// Quitamos lo que no depende de λ //

$$\propto \lambda^{\sum x_i} e^{-n\lambda} e^{-\beta\lambda} \mathbb{1}_{\{\lambda \geq 0\}}$$

$$\propto \lambda^{\sum x_i} e^{-\lambda(n+\beta)} \mathbb{1}_{\{\lambda \geq 0\}}$$

$$\propto \lambda^{(1+\sum x_i)-1} e^{-\lambda(\beta+n)} \mathbb{1}_{\{\lambda>0\}}$$

Es el Kernel de una Gamma($1+\sum x_i, \beta+n$)

$$\Rightarrow p(\lambda|X) = \frac{(\beta+n)^{1+\sum x_i} \lambda^{\sum x_i} e^{-\lambda(\beta+n)}}{\Gamma(1+\sum x_i)} \mathbb{1}_{\{\lambda>0\}}$$

Sustituyendo tenemos que

$$p(\lambda|X) = \frac{(\frac{1}{720}+7)^{1+5227} \lambda^{5227} e^{-\lambda(\frac{1}{720}+7)}}{\Gamma(1+5227)} \mathbb{1}_{\{\lambda>0\}}$$

$$= \frac{(\frac{5041}{720})^{5228} \lambda^{5227} e^{-\lambda(\frac{5041}{720})}}{\Gamma(5228)} \mathbb{1}_{\{\lambda>0\}}$$

• Función utilidad cuadrática

$$u(\hat{\lambda}, \lambda) := -(\hat{\lambda} - \lambda)^2$$

Estimación puntual de λ .

• Estimador puntual a priori

$$\textcircled{H} := \{\lambda | \lambda > 0\}$$

$$\hat{\lambda} = \int_{\textcircled{H}} \lambda p(\lambda) d\lambda = \int_0^{\infty} \lambda \frac{1}{720} e^{-\frac{1}{720}\lambda} d\lambda = \int_0^{\infty} \lambda \frac{1}{720} e^{-\frac{1}{720}\lambda} d\lambda$$

Por partes
Sea $u = \lambda$ $du = d\lambda$
 $dv = e^{-\frac{1}{720}\lambda} d\lambda$ $v = -720 e^{-\frac{1}{720}\lambda}$

$$\frac{1}{720} \left[(-720 \lambda e^{-\frac{1}{720}\lambda}) \Big|_0^{\infty} - \int_0^{\infty} -720 e^{-\frac{1}{720}\lambda} d\lambda \right] = \left[(-720 \lim_{\lambda \rightarrow \infty} \lambda e^{-\frac{1}{720}\lambda}) - \right.$$

$$\left. (-720 \cdot 0 \cdot e^{-\frac{1}{720} \cdot 0}) + 720 \int_0^{\infty} e^{-\frac{1}{720}\lambda} d\lambda \right] = \left[0 - 0 + 720 \int_0^{\infty} e^{-\frac{1}{720}\lambda} d\lambda \right] =$$

// CV Sea $u = -\frac{1}{720}\lambda$

$$\Rightarrow du = -\frac{1}{720} d\lambda \quad -720 du = d\lambda \quad = \frac{1}{720} (720 \int_0^{\infty} -720 e^u du) = -720 \int_0^{\infty} e^u du$$

Limites Si $\lambda=0, u=0$

$\lambda \rightarrow \infty, u \rightarrow -\infty$

$$= 720 \int_{-\infty}^0 e^u du = 720(1) = 720$$

Estimador puntual a posteriori // De manera general //

$$\hat{\lambda} = \int_{\mathcal{H}} \lambda p(\lambda | \mathbf{x}) d\lambda = \int_0^{\infty} \lambda (\beta + n)^{1+\sum x_i} \lambda^{\sum x_i} e^{-\lambda(\beta+n)} \frac{1}{\Gamma(1+\sum x_i)} d\lambda$$

$$= \frac{(\beta+n)^{1+\sum x_i}}{\Gamma(1+\sum x_i)} \int_0^{\infty} \lambda^{1+\sum x_i} e^{-\lambda(\beta+n)} d\lambda \quad \begin{array}{l} \text{CV Seq} \\ t = (\beta+n)\lambda \\ dt = (\beta+n)d\lambda \end{array} \quad \begin{array}{l} \text{Límites} \\ \text{Si } \lambda=0 \rightarrow t=0 \\ \text{Si } \lambda \rightarrow \infty \rightarrow t \rightarrow \infty \end{array}$$

$$\lambda = \frac{t}{\beta+n} \rightarrow \lambda^{1+\sum x_i} = \left(\frac{t}{\beta+n}\right)^{1+\sum x_i} \quad \begin{array}{l} // \\ = \end{array} \frac{(\beta+n)^{1+\sum x_i}}{\Gamma(1+\sum x_i)} \cdot \frac{1}{\beta+n} \cdot \left(\frac{1}{\beta+n}\right)^{1+\sum x_i} \int_0^{\infty} t^{1+\sum x_i} e^{-t} dt$$

$$= \frac{(\beta+n)^{1+\sum x_i}}{(\beta+n)^{2+\sum x_i}} \frac{1}{\Gamma(1+\sum x_i)} \cdot \frac{\Gamma(2+\sum x_i)}{\Gamma(2+\sum x_i)} \int_0^{\infty} \frac{1}{t^{\sum x_i+2-1}} t^{(\sum x_i+1+1)-1} e^{-t} dt$$

$$= \frac{\Gamma(2+\sum x_i)}{(\beta+n)\Gamma(1+\sum x_i)} \stackrel{\text{Para } n \in \mathbb{Z}^+}{=} \frac{\Gamma(n) = (n-1)!}{=} \frac{\sim \Gamma(\sum x_i+2, 1)}{=} \frac{(2+\sum x_i-1)!}{(\beta+n)(1+\sum x_i-1)!} = \frac{(1+\sum x_i)(\sum x_i)!}{(\beta+n)(\sum x_i)!} =$$

$$= \frac{1+\sum x_i}{\beta+n}$$

=> En particular

$$\hat{\lambda} = \frac{1+5227}{\frac{1}{720}+7} = 746.708$$

• Para la región de probabilidad 0.95 de máxima densidad para λ .

$$CC(\mathcal{H}) \text{ tal que } \int_C p(\lambda | \mathbf{x}) d\lambda = 0.9$$

Por la gráfica se puede ver que el intervalo de mayor probabilidad está concentrado entre los valores de 600 y 800, es un intervalo de la forma (a, b) donde $0 \leq a \leq K$ t.q. $\int_0^K p(\lambda | \mathbf{x}) d\lambda = 0.1$

Utilizando R, el valor de $K \approx 733.5051$

$$\Rightarrow 0.9 = \int_a^b p(\lambda | \mathbf{x}) d\lambda = F_{\lambda}(b) - F_{\lambda}(a)$$

$$\Rightarrow b = F_{\lambda}^{-1}(0.9) + F_{\lambda}(a)$$

Después de implementarlo en R, el intervalo de probabilidad 0.9 de máxima probabilidad para λ es (726.0959, 761, 4229)

• Contraste de Hipótesis

a_1 : Abrir una nueva caseta $\lambda \geq 760$

a_2 : No abrir una nueva caseta $\lambda < 760$

$u(a_1, H_1) = \$10,000$ $u(a_1, H_2) = -\$7,500$

$u(a_2, H_1) = 0$ $u(a_2, H_2) = 0$

$$P(H_1) = P(\lambda \in H_1) = P(\lambda \geq 760) = \int_{760}^{\infty} p(\lambda|x) d\lambda = 0.09956506$$

$$P(H_2) = P(\lambda \in H_2) = P(\lambda < 760) = \int_0^{760} p(\lambda|x) d\lambda = 0.9004349$$

Utilizando la función de utilidad

|| $\{i=j\}$, realizamos la tabla:

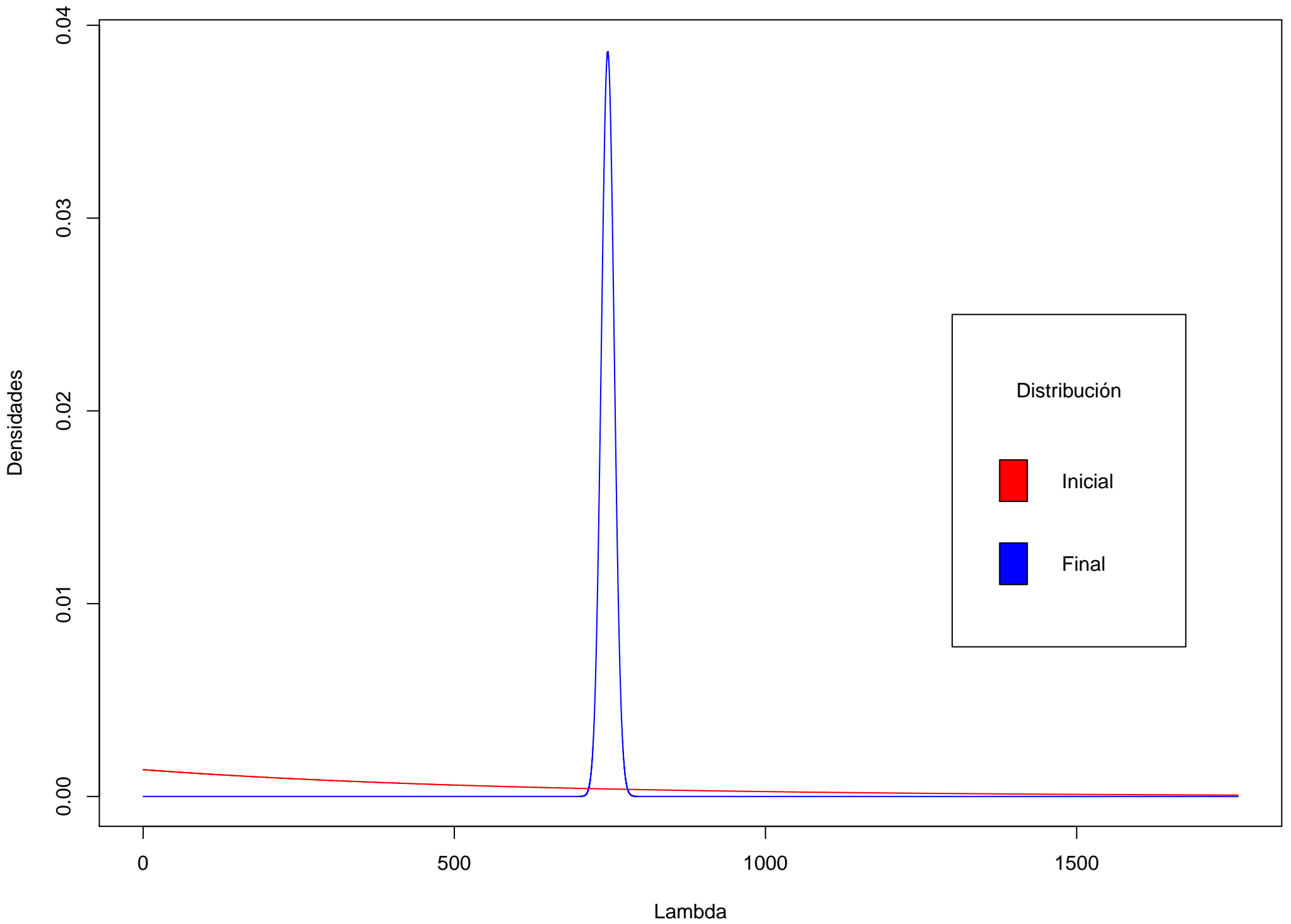
	H_1	H_2	
	0.09956	0.9004349	Utilidad Esperada
Acción 1	1	0	0.09956
Acción 2	0	1	0.9004349

Por lo tanto, conviene no abrir la caseta, bajo esta función, en la segunda decisión tenemos que:

	H_1	H_2	
	0.09956	0.90043	Utilidad Esperada
Acción 1	10,000	-7500	-5757.65
Acción 2	0	0	0

La decisión bajo esta función de utilidad nos indica no abrir la caseta para no tener pérdidas.

Distribuciones de Lambda



Ejercicio 2

Desarrollo

Edgar González Paz

$$p(x|\theta) = \frac{1}{\theta} \mathbb{1}_{(0,\theta)}(x)$$

Distribución a priori de $p(\theta), p(\theta|\alpha, \beta), \theta \sim \text{Pareto}(\alpha, \beta)$

$$p(\theta) = \text{Pareto}(\alpha, \beta)$$

$$p(\theta) = \frac{\alpha \beta^\alpha}{\theta^{\alpha+1}} \mathbb{1}_{\{\theta > \beta\}}$$

Una vez obtenidos los valores

$$p(\theta) = \frac{0.2276}{\theta^{1.2276}} \mathbb{1}_{\{\theta > 1\}}$$

Parámetros

β : valor mínimo posible, α : escala

$$\beta = 1, \alpha = \frac{\ln(2)}{\ln(21)}$$

Sea θ las toneladas que tiene como demanda la fábrica en un día

Demanda mínima durante el último mes = 1 tonelada $\Rightarrow \beta = 1$

50% de las veces la demanda no supera 21 toneladas durante el último mes

$$P(\theta < 21) = 50\% = 0.5$$

$$\Rightarrow 1 - 0.5 = P(\theta > 21)$$

$$1 - P(\theta > 21) = 0.5$$

$$\Rightarrow 0.5 = \left(\frac{1}{21}\right)^\alpha$$

$$P(\theta > 21) = \begin{cases} \left(\frac{1}{21}\right)^\alpha & \text{si } 21 \geq 1 \quad \checkmark \\ 1 & \text{si } 21 < 1 \quad \times \end{cases}$$

$$\Rightarrow 0.5^{1/\alpha} = \frac{1}{21}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{\alpha} \ln(0.5) = \ln\left(\frac{1}{21}\right) = \ln(1) - \ln(21)$$

$$\Rightarrow \frac{1}{\alpha} (\ln(1) - \ln(2)) = -\ln(21)$$

$$-\ln(2) = -\alpha \ln(21) \Rightarrow \alpha = \frac{\ln(2)}{\ln(21)}$$

Para la distribución a posteriori

$$p(\theta|x) \propto p(x|\theta) p(\theta)$$

$$p(x|\theta) = \prod_{i=1}^n p(x_i|\theta) = \prod_{i=1}^n \frac{1}{\theta} \mathbb{1}_{(0,\theta)}(x_i) = \frac{1}{\theta^n} \mathbb{1}_{\{x_{(n)} \leq \theta\}}$$

$$p(\theta|x) \propto \frac{1}{\theta^n} \mathbb{1}_{\{x_{(n)} \leq \theta\}} \frac{\alpha \beta^\alpha}{\theta^{\alpha+1}} \mathbb{1}_{\{\theta > \beta\}}$$

$$\propto \frac{1}{\theta^{n+\alpha+1}} \mathbb{1}_{\{x_{(n)} \leq \theta\}} \mathbb{1}_{\{\beta < \theta\}}$$

$$\propto \frac{1}{\theta^{n+\alpha+1}} \mathbb{1}_{\{\max\{x_{(n)}, \beta\} < \theta\}}$$

Es el Kernel de una Pareto ($\alpha+n, \max\{X_{(n)}, \beta\}$)

$$\Rightarrow p(\theta | X) = \frac{(\alpha+n) \max\{X_{(n)}, \beta\}^{\alpha+n}}{\theta^{\alpha+n+1}} \mathbb{1}_{\{\theta \geq \max\{X_{(n)}, \beta\}\}}$$

En particular

$$X_{(n)} = 36.95 \Rightarrow \max\{36.95, 13\} = 36.95, \alpha = \frac{\ln(2)}{\ln(21)}, n = 14$$

$$\Rightarrow p(\theta | X) = \frac{(0.2276) 36.95^{14.2276}}{\theta^{15.2276}} \mathbb{1}_{\{\theta \geq 36.95\}}$$

• Gráficas en R.

• Distribuciones predictivas, tanto inicial como final.

$$p(\bar{x}) = \int_{(H)} p(\bar{x} | \theta) p(\theta) d\theta = \int_{(H)} \frac{1}{\theta} \mathbb{1}_{\{0 < x \leq \theta\}} \frac{\alpha \beta^\alpha}{\theta^{\alpha+1}} \mathbb{1}_{\{\beta \leq \theta\}} d\theta$$

$$\left[\int_0^\infty \frac{1}{\theta^{\alpha+2}} \mathbb{1}_{\{\max\{X, \beta\} \leq \theta\}} d\theta \right] \alpha \beta^\alpha = p(x)$$

Hay dos casos, si $\max\{X, \beta\} = X \Rightarrow \beta < X$ o si $\max\{X, \beta\} = \beta \Rightarrow X \leq \beta$

$$\text{Si } X \leq \beta \Rightarrow p(x) = \alpha \beta^\alpha \left[\int_\beta^\infty \frac{1}{\theta^{\alpha+2}} d\theta \right] = \alpha \beta^\alpha \left(\frac{\theta^{-(\alpha+1)}}{-(\alpha+1)} \right) \Big|_\beta^\infty$$

$$= \frac{\alpha \beta^\alpha}{-(\alpha+1)} \left(\lim_{\theta \rightarrow \infty} \theta^{-(\alpha+1)} - \beta^{-(\alpha+1)} \right) = - \frac{\alpha \beta^\alpha}{\alpha+1} \left(- \frac{1}{\beta^{\alpha+1}} \right)$$

$$= \frac{\alpha}{(\alpha+1)\beta}$$

$$\text{Si } \beta < x$$

$$\Rightarrow p(x) = \alpha \beta^\alpha \left[\int_x^\infty \theta^{-(\alpha+2)} d\theta \right] = \alpha \beta^\alpha \left(\frac{\theta^{-(\alpha+1)}}{-(\alpha+1)} \right) \Big|_x^\infty$$

$$= \frac{\alpha \beta^\alpha}{-(\alpha+1)} \left(\lim_{\theta \rightarrow \infty} \theta^{-(\alpha+1)} - x^{-(\alpha+1)} \right) = -\frac{\alpha \beta^\alpha}{\alpha+1} \left(\frac{1}{x^{\alpha+1}} \right) = \frac{\alpha \beta^\alpha}{(\alpha+1)x^{\alpha+1}}$$

$$\Rightarrow p(x) = \begin{cases} \frac{\alpha}{(\alpha+1)\beta} & \text{si } x \leq \beta \\ \frac{\alpha \beta^\alpha}{(\alpha+1)x^{\alpha+1}} & \text{si } x > \beta \end{cases}$$

Sustituyendo los valores.

$$p(x) = \frac{0.22767}{1.22767} \mathbb{I}_{\{x \leq 13\}} +$$

$$\frac{0.22767}{1.22767 x^{1.22767}} \mathbb{I}_{\{x > 13\}}$$

Para la distribución predictiva final

$$p(\bar{X} | \mathbf{X}) = \int_{(H)} p(\bar{x} | \theta) p(\theta | \mathbf{X}) d\theta = \int_{(H)} \frac{1}{\theta} \mathbb{I}_{\{0 < x \leq \theta\}} \frac{(\alpha+n) \max\{X_{(n)}, \beta\}^{\alpha+n}}{\theta^{\alpha+n+1}}$$

$$\mathbb{I}_{\{\max\{X_{(n)}, \beta\} < \theta\}} d\theta = (\alpha+n) \max\{X_{(n)}, \beta\}^{\alpha+n} \int_0^\infty \theta^{-(n\alpha+2)} \mathbb{I}_{\{\max\{\delta', x\} < \theta\}}$$

$$\text{"Sea } \delta' = \max\{X_{(n)}, \beta\}$$

$$\text{Hay dos casos, si } \max\{\delta', x\} = \delta' \quad \text{ó} \quad \max\{\delta', x\} = x$$

$$x \leq \delta' \quad \delta' < x$$

$$\Rightarrow \text{Si } x \leq \delta'$$

$$p(x | \mathbf{X}) = (\alpha+n) \delta'^{\alpha+n} \left(\frac{\theta^{-(n\alpha+2)}}{-(n\alpha+1)} \right) \Big|_{\delta'}^\infty = \frac{(\alpha+n) \delta'^{\alpha+n}}{n\alpha+1} \left(\lim_{\theta \rightarrow \infty} \theta^{-(n\alpha+1)} - \right.$$

$$\left. \delta'^{-(n\alpha+1)} \right) = \frac{(\alpha+n) \delta'^{\alpha+n}}{(n\alpha+1) \delta'^{\alpha+n+1}} = \frac{\alpha+n}{(\alpha+n+1) \delta'}$$

$$\Rightarrow \text{Si } \delta' < x$$

$$p(x | \mathbf{X}) = (\alpha+n) \delta'^{\alpha+n} \left(\frac{\theta^{-(n\alpha+2)}}{-(n\alpha+1)} \right) \Big|_x^\infty = -\frac{(\alpha+n) \delta'^{\alpha+n}}{n\alpha+1} \left(\lim_{\theta \rightarrow \infty} \theta^{-(n\alpha+1)} - \right.$$

$$\left. - x^{-(n\alpha+1)} \right) = \frac{(\alpha+n) \delta'^{\alpha+n}}{(\alpha+n+1) x^{\alpha+n+1}}$$

Tenemos que

$$\Rightarrow p(x|\mathcal{X}) = \begin{cases} \frac{\alpha+n}{(\alpha+n+1)\gamma} & \text{si } x \leq \gamma \\ \frac{(\alpha+n)\gamma^{\alpha+n}}{(\alpha+n+1)x^{\alpha+n+1}} & \text{si } x > \gamma \end{cases}$$

$$= \begin{cases} \frac{\alpha+n}{(\alpha+n+1)\max\{x_{(n)}, \beta\}} & \text{si } x \leq \max\{x_{(n)}, \beta\} \\ \frac{(\alpha+n)\max\{x_{(n)}, \beta\}^{\alpha+n}}{(\alpha+n+1)x^{\alpha+n+1}} & \text{si } x > \max\{x_{(n)}, \beta\} \end{cases}$$

• Gráficas en R

• Función utilidad cuadrática

$$u(\hat{x}^F, x^F) := -(\hat{x}^F - x^F)$$

Estimación puntual de x .

• Estimador puntual a priori

$$\begin{aligned} p(\hat{x}^F|\mathcal{X}) &= \frac{14.2276}{15.2276(36.95)} \mathbb{1}_{\{x \leq 36.95\}} \\ &+ \frac{14.2276(36.95)^{14.2276}}{15.2276 x^{15.2276}} \mathbb{1}_{\{x > 36.95\}} \\ \mathcal{X} &= \{x | 0 < x \leq \theta\} \end{aligned}$$

$$\hat{x}^F = \int_{\mathcal{X}} x^F p(x^F) dx^F = \int_{\mathcal{X}} x \left(\frac{\alpha}{(\alpha+1)\beta} \mathbb{1}_{\{x \leq \beta\}} + \frac{\alpha\beta}{(\alpha+1)x^{\alpha+1}} \mathbb{1}_{\{x > \beta\}} \right) dx$$

$$\begin{aligned} &= \frac{\alpha}{(\alpha+1)\beta} \int_0^{\beta} x dx + \frac{\alpha\beta}{\alpha+1} \int_{\beta}^{\infty} \frac{x}{x^{\alpha+1}} dx \\ &= \frac{\alpha}{(\alpha+1)\beta} \left(\frac{x^2}{2} \right) \Big|_0^{\beta} + \frac{\alpha\beta}{\alpha+1} \left(\frac{x^{-\alpha+1}}{-\alpha+1} \right) \Big|_{\beta}^{\infty} = \frac{\alpha}{(\alpha+1)\beta} \frac{\beta^2}{2} + \frac{\alpha\beta}{\alpha+1} \left(\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^{-\alpha+1}}{-\alpha+1} - \frac{\beta^{-\alpha+1}}{-\alpha+1} \right) \\ &= \frac{\alpha\beta}{2(\alpha+1)} + \frac{\alpha\beta}{\alpha+1} \left(-\frac{\beta^{-\alpha+1}}{-\alpha+1} \right) = \frac{\alpha\beta}{2(\alpha+1)} + \frac{\alpha\beta^{-\alpha+2}}{\alpha^2-1} \end{aligned}$$

Estimador puntual a posteriori

$$\begin{aligned} \hat{x}^F &= \int_{\mathcal{X}} \hat{x} p(\hat{x}|\mathcal{X}) d\hat{x} = \int_{\mathcal{X}} x \left(\frac{\alpha+n}{(\alpha+n+1)\gamma} \mathbb{1}_{\{x \leq \gamma\}} + \frac{(\alpha+n)\gamma^{\alpha+n}}{(\alpha+n+1)x^{\alpha+n+1}} \mathbb{1}_{\{x > \gamma\}} \right) dx \\ &= \frac{\alpha+n}{(\alpha+n+1)\gamma} \left(\frac{x^2}{2} \right) \Big|_0^{\gamma} + \frac{(\alpha+n)\gamma^{\alpha+n}}{(\alpha+n+1)} \int_{\gamma}^{\infty} \frac{x}{x^{\alpha+n+1}} dx \end{aligned}$$

$$= \frac{(\alpha+n)\gamma^2}{2(\alpha+n+1)} + \frac{(\alpha+n)\gamma^{\alpha+n}}{\alpha+n+1} \left(\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^{-(\alpha+n)+1} \gamma^{-(\alpha+n)+1}}{-(\alpha+n)+1} - \frac{\gamma^{-(\alpha+n)+1}}{-(\alpha+n)+1} \right)$$

$$= \frac{(\alpha+n)\gamma^2}{2(\alpha+n+1)} + \frac{(\alpha+n)\gamma^{\alpha+n}\gamma^{-(\alpha+n)+1}}{(\alpha+n+1)(\alpha+n-1)} \Rightarrow \hat{x}^F = -0.14733 \quad \sim \text{No sé :s}$$

$$= \frac{(\alpha+n)\gamma^1}{2(\alpha+n+1)} + \frac{(\alpha+n)\gamma^1}{(\alpha+n+1)(\alpha+n-1)}$$

$$= \frac{(\alpha+n)\gamma^1}{\alpha+n+1} \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{\alpha+n-1} \right) \Rightarrow \hat{x}^F = 19.8717 \quad \checkmark$$

- Para la región de probabilidad 0.95 de máxima densidad para x^F

$$\int_c p(x^F | \mathcal{X}) dx^F = 0.95$$

No puede: c está en el infinito

- Para la prueba de hipótesis tenemos las acciones siguientes a tomar en cuenta:

a_1 : No comprar más material, a_2 : Comprar más material

$$u(a_i, H_j) = 1 \text{ if } i=j, 0 \text{ otherwise} \quad \text{Función de utilidad}$$

Contraste: $H_1: x^F \leq 27$ vs $H_2: x^F > 27$

Tenemos que

$$u(a_1, H_1) = 1 \text{ if } i=j=1, 0 \text{ otherwise} \quad u(a_1, H_2) = 0$$

$$u(a_2, H_1) = 0 \quad u(a_2, H_2) = 1$$

Calculamos la probabilidad para cada hipótesis

$$P(H_1) = P(\theta \in \Theta_1) = P(x^F \leq 27) = F_{x^F}(27) = 0.682731$$

$$P(H_2) = P(x^F > 27) = 1 - P(x^F \leq 27) = 1 - 0.682731 = 0.317269$$

Use R

Usando Teoría de la decisión tenemos que

	H_1 $P(H_1) = 0.6827$	H_2 $P(H_2) = 0.3172$	Utilidad Esperada
q_1	1	0	0.6827
q_2	0	1	0.3172

En este caso bajo la teoría de la decisión y nuestra función de utilidad (inductora), se recomienda no comprar más material puesto que no existiría más demanda de la requerida.

Distribuciones de Theta

