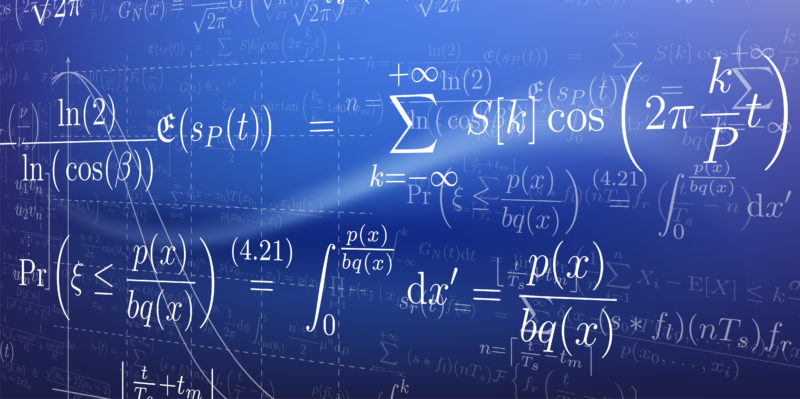
**Calculo diferencial**

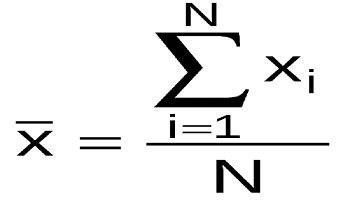
El cálculo diferencial es una rama de la matemática que permite resolver diversos problemas donde el cambio de las variables se puede modelar en un continuo numérico para determinar, a partir de ello, la variación de estos elementos en un instante o intervalo específico.  
  
Al aplicarlo, es posible determinar el momento en que se da una tendencia al alza o a la baja del mercado a partir de los datos del índice bursátil, determinar la velocidad máxima que un vehículo puede alcanzar en una carretera, el comportamiento que puede mostrar a largo plazo la concentración de una mezcla o predecir el número de horas-hombre necesarias para un nivel de producción industrial; los anteriores son ejemplos de la amplia variedad de problemas que pueden resolverse gracias a esta disciplina.

**Para el surgimiento del cálculo diferencial, influenciaron las siguientes materias:**

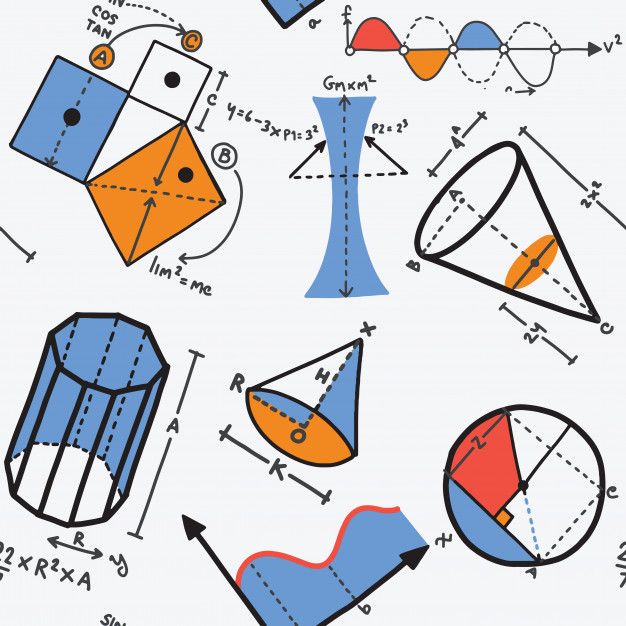
**La matemática** se relaciona en todo momento con cualquier sociedad humana; la aritmética y la geometría surgen en ellas casi de manera inmediata ante la necesidad de contar y medir en las operaciones comerciales, productivas y legales.



**Aritmética** en el proceso de evolución de esta ciencia es posible decir que se da primero la aritmética, la cual es una rama de las matemáticas que permite contar los objetos y establecer un orden numérico a través de la abstracción de la naturaleza que surge a partir de los números; asimismo, en la aritmética se definen las operaciones elementales que se pueden realizar con los números: suma, resta, multiplicación y división.

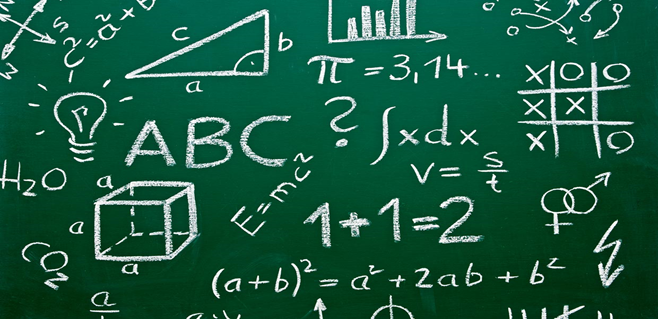


**Geometría** de manera asociada, y en un estadio superior de desarrollo humano, surge la geometría como concepción matemática de la naturaleza relacionada con el estímulo visual del entorno del hombre. Mediante esta rama de las matemáticas, es posible hacer una aproximación del mundo real a partir de la abstracción de la naturaleza por medio de entes geométricos (puntos, líneas, triángulos, cuadrados, etcétera); asimismo, a través de ella se determinan diversas propiedades y relaciones de estos entes geométricos.



**Álgebra** desde un punto de vista práctico, la aritmética y la geometría son suficientes para resolver la mayoría de los problemas que dieron origen a la matemática; sin embargo, la aritmética en sí misma no puede desarrollar modelos generales de un problema determinado y sólo es posible plantear y resolver con ella casos particulares de estos problemas.

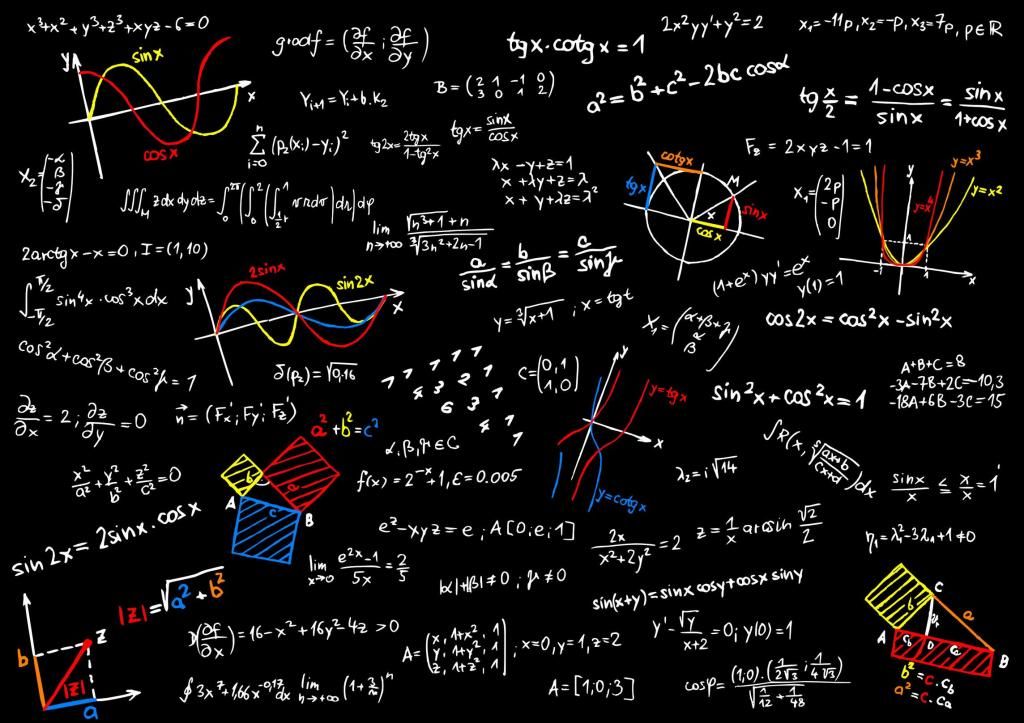
Por ello, surge el álgebra como una rama de las matemáticas que permite modelar y determinar el comportamiento general de las estructuras matemáticas que se pueden plantear por medios aritméticos; a partir del desarrollo del lenguaje algebraico, surgen nuevas operaciones matemáticas: exponenciación, radicación y logaritmos.



**Cálculo diferencial** con la aritmética, geometría, álgebra y geometría analítica, las sociedades más avanzadas han logrado resolver la mayoría de sus enigmas matemáticos; sin embargo, existen algunos problemas prácticos que no pueden resolverse completamente con estos recursos. La falta de consistencia y generalidad en las soluciones encontradas hasta entonces para esos problemas obliga a una revisión del cimiento matemático.

Si bien la intuición indica que debería ser posible aplicar este tipo de razonamientos en los problemas, la matemática dice algo que no concuerda con esta percepción, o bien se puede pensar que matemáticamente no hay forma de expresar la idea propuesta. Aquí se empieza a observar las inconsistencias de la herramienta matemática, particularmente si todo se limita a los recursos que brindan la aritmética, la geometría y el álgebra.

A lo largo del tema, se han mencionado elementos sobre la intuición humana; sin embargo, se debe remarcar que el sentido común no es el principal sustento de la matemática, la cual es un lenguaje preciso que utiliza símbolos y reglas fijas bien definidas que permiten determinar y establecer de manera deductiva relaciones más complejas entre sus entes abstractos (aritméticos y geométricos) sin romper o torcer esas reglas. Ante este tipo de escenarios, se presentarán los elementos que originarán el surgimiento de una nueva rama de la matemática, denominada cálculo diferencial.



* 1. **Clasificación de los números reales.**

**Números reales:**

En [matemáticas](https://es.wikipedia.org/wiki/Matem%C3%A1ticas), el conjunto de los números reales incluye tanto a los [números racionales](https://es.wikipedia.org/wiki/N%C3%BAmero_racional) (positivos, negativos y el [cero](https://es.wikipedia.org/wiki/Cero)) como a los [números irracionales](https://es.wikipedia.org/wiki/N%C3%BAmero_irracional),​ y en otro enfoque, [trascendentes](https://es.wikipedia.org/wiki/N%C3%BAmero_trascendente) y [algebraicos](https://es.wikipedia.org/wiki/N%C3%BAmero_algebraico). Los irracionales y los trascendentes no se pueden expresar mediante una [fracción](https://es.wikipedia.org/wiki/Fracci%C3%B3n) de dos enteros con denominador no nulo; tienen infinitas cifras decimales aperiódicas, tales como: √5, π, el número real log2

Conjunto de números positivos, negativo, sirven para establecer exactitud.

1. **Números Enteros ():** Se clasifican en:

* Enteros positivos (): = {0,1,2,3…….N}
* Enteros negativos (): = {-1,-2,-3…….N}
* Números naturales (N): N= {1,2,3…….N}
* Enteros pares: {-4,-2,2,3,4,6,8}
* Enteros impares: {-5,-3,3,5,7,9}
* Números: {2,3,5,7,11,13…….}

1. **Fracciones comunes:**

En [matemáticas](https://es.wikipedia.org/wiki/Matem%C3%A1ticas), una fracción, número fraccionario, es la expresión de una cantidad [dividida](https://es.wikipedia.org/wiki/Divisi%C3%B3n_(matem%C3%A1ticas)) entre otra cantidad; es decir que representa un cociente no efectuado de números. Por razones históricas también se les llama fracción común, fracción vulgar o fracción decimal. Las fracciones comunes se componen de: numerador, denominador y línea divisora entre ambos ([barra](https://es.wikipedia.org/wiki/Barra_(tipograf%C3%ADa)) horizontal u oblicua). En una fracción común el denominador "b" expresa la cantidad de partes iguales que representan la unidad, y el numerador "a" indica cuántas de ellas se toman.

* **Fracciones propias:** numerador < denominador

Ejemplo:

* **Fracciones impropias:** numerador > denominador

Ejemplo:

* **Fracciones iguales:** numerador=denominador

Ejemplo:

* 1. **Clasificación de los números reales (I)**

1. Decimales exactos: el resultado del cociente es finito.

**Ejemplo:**

1. Decimales periódicos: el resultado del cociente e infinito o repetitivo.

**Ejemplo:**

* 1. **Clasificación de los números reales (II)**

**Números irracionales:** son aquellos que no se pueden expresar en forma de fracción

**Irracionales algebraicos:** Provienen de operaciones distintas a la división cómo raíz cuadrada, cúbica, cuarta, etc.

**Ejemplo**

• 2 = 1.414213 …

• 3 = 1.732050 …

• 3 5 = 1.709975…

**Irracionales trascendentales:** son aquellos símbolos de relevancia matemática.

• π = 3.1415926 …

• e = 2.7182818 …

* 1. **Propiedades de los números reales**

Propiedades de orden:

Ley de transitividad: permite transferir relaciones de comparación entre tres elementos que estén involucrados en la comparación:

Ejemplo:

|  |  |
| --- | --- |
| Comparación | Ejemplo |
| Si a < b y b < c por lo tanto a < c | 3 < 5 y 5 < 7 por lo tanto 3 < 7 |
| Si a > b y b < c por lo tanto a > c | 10 > 0 y 0 > -5 por lo tanto … |
| Si a ≤ c y b ≤ c por lo tanto a ≤ c | 2 ≤ 4 y 4 ≤ 6 por lo tanto … |

**Axioma del supremo:** número máximo de un conjunto de datos.

Si a = {1, 2, 3, 4, 5}, el supremo de este conjunto es 5

Si b = {-5, -4, -3, -2, -1}, el supremo de este conjunto es …

**Axioma del ínfimo:** número mínimo de un conjunto de datos.

Si a = {1, 2, 3, 4, 5}, el ínfimo de este conjunto es 1

Si b = {-5, -4, -3, -2, -1}, el ínfimo de este conjunto es …

* 1. **Propiedades aritméticas**

**Propiedad conmutativa:** descarta la importancia del orden en el que se colocan los datos de una suma o multiplicación.

“El orden de los factores no altera el producto”

“El orden de los sumandos no altera el producto”

**Ejemplos:**

• La suma de A + B = C es igual que B + A = C

• La multiplicación de A \* B = C es igual que B \* A = C

**Propiedad asociativa:** esta propiedad aplica para tres o más factores y da la posibilidad de agruparlos sin alterar el resultado final

**Ejemplos:**

• La suma de (A + B) + C = D es igual que A + (B + C) = D • La multiplicación de (A \* B) \* C = D es igual que A \* (B \* C) = D

Propiedad distributiva: permite reescribir una expresión en su forma desarrollada o factorizada siempre y cuando haya un factor que se repita.

Ejemplos:

• **Forma factorizada X ( A + B )**

• (4 \* 2 + 3 \* 2) = 2 \* ( 4 + 3 ) = 14

• (7 \* 3 – 2 \* 3) = 3 \* ( 7 – 2 ) = 15

• **Forma desarrollada (AX + BX)**

• 2 \* ( 4 + 3 ) = (4 \* 2 + 3 \* 2) = 14

• 3 \* ( 7 – 2 ) = (7 \* 3 – 2 \* 3) = 15

**Elemento neutro:** es aquel elemento que al colocarlo en una operación no altera el resultado

**Ejemplos:**

• **A +- 0 = A**

• 37 + 0 = 37

• 12 – 0 = 12

• **A / 1 = A**

• 8 / 1 = 8

• 25 / 1 = 25

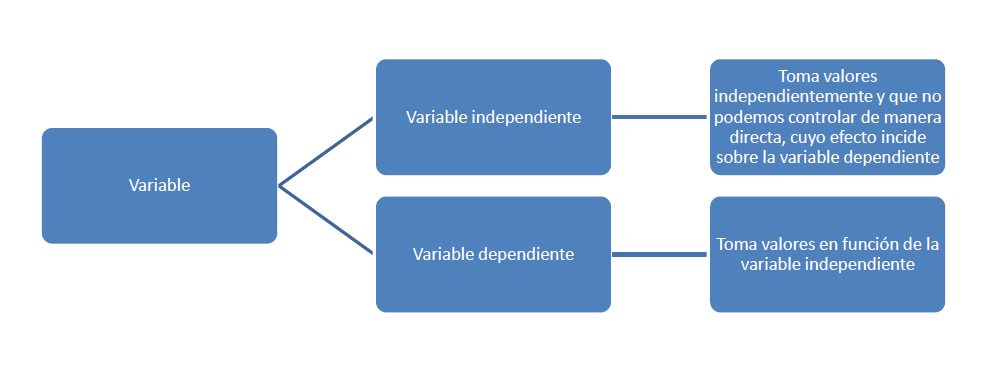
* 1. **Prioridad de los operadores**

|  |  |
| --- | --- |
| **Prioridad** | **Operador** |
| 1 | {…} Llaves |
| 2 | […] Corchetes |
| 3 | (…) Paréntesis |
| 4 | ^ Potencias y |
| 5 | \* Multiplicación y ÷ división |
| 6 | + Suma y - Resta |
| 7 | Operadores de comparación <,>,≤,≥,≈, etc |
| 8 | Operadores de igualdad = y ≠ |
| 9 | Operadores lógicos como if, and, or, else, then, until, etc., comúnmente usados en programación. |

**Semana 2**

* 1. **Concepto de variable, función, dominio e imagen de una función**

Una variable es un símbolo cualquier que puede representar un valor.

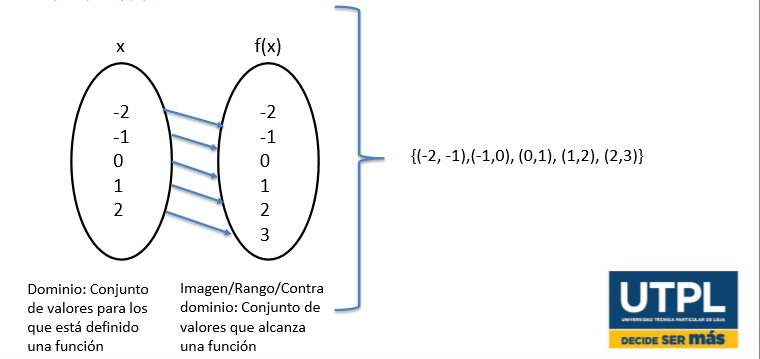


* 1. **Concepto de variable, función, dominio e imagen de una función**

Una función es una correspondencia entre dos conjuntos, dónde a la variable independiente se le asigna **un solo valor.**

**Ejemplo:**

**f(x) = x+1**



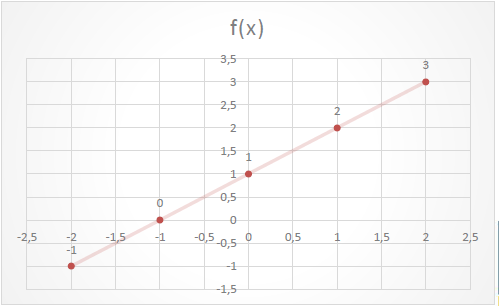
**2.3 Funciones**

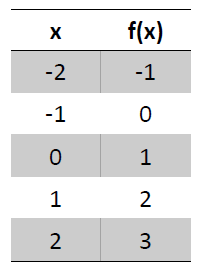
**Representaciones de una función.**

Analítica: se representa a través de símbolos y números que se expresan mediante una fórmula matemática.

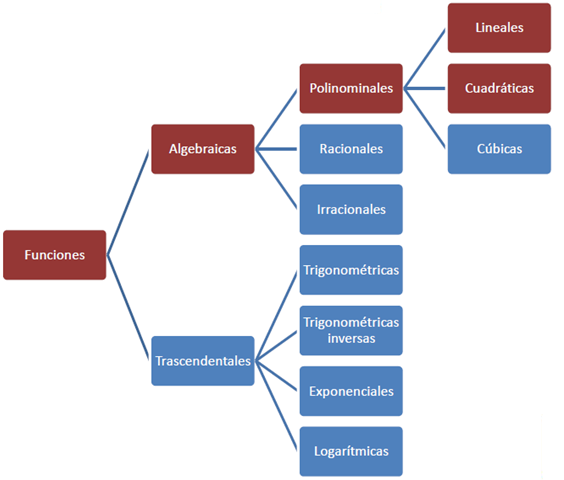
**Tubularmente:** se representa a través de pares ordenados (x, y).

**Gráficamente:** se representa a través del dibujo de los pares ordenados en el plano cartesiano.





**2.4 Funciones Clasificación de Funciones**

****

Son todas aquellas funciones formadas por polinomios, donde el grado del polinomio, donde el grado del polinomio lo determina el mayor exponente de la variable.

Donde:

* n = número positivo
* a = constante real

Regla:

N ≥ 0 ; n € Z; ≠ 0

Ejercicios:



La función constante es una línea horizontal a la altura del valor de la constante.

La función identidad es una línea recta a 45 grados.

La función lineal es de la forma y = ax + b, Donde su dominio e imagen son todos los números reales.

Ejemplo:

La función cuadrática es de la forma , su grafica forma una parábola.

Ejemplo:

La función cubica es de la forma

Ejemplo:

**Semana 3**

1. **Funciones exponenciales**

En [matemáticas](https://es.wikipedia.org/wiki/Matem%C3%A1ticas), una **función exponencial** es una función de la forma. En el que el argumento x se presenta como un exponente. Una función de la forma {\displaystyle f(x)=ab^{cx+d}} también es una función exponencial, ya que puede reescribirse como:

Como funciones de una variable real, las funciones exponenciales se caracterizan únicamente por el hecho de que la tasa de crecimiento de dicha función (es decir, su [derivada](https://es.wikipedia.org/wiki/Derivada)) es directamente proporcional al valor de la función.

Las funciones exponenciales tienen la forma:

𝑓𝑥=𝑎𝑥 ; 𝑑ó𝑛𝑑𝑒𝑎>0𝑦𝑎≠1

a = constante

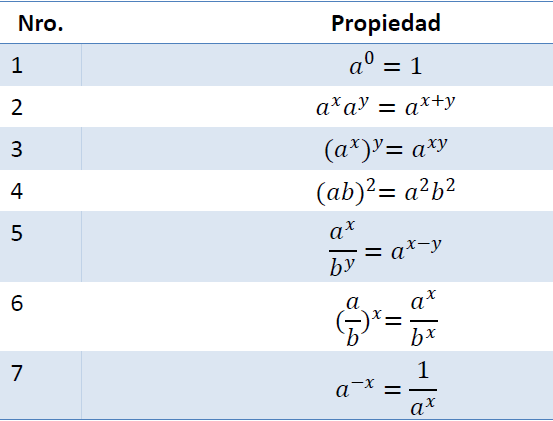
x = exponencial (variable independiente)

**Conceptos importantes:**

•La gráfica de toda función exponencial pasa por el punto (0,1)

•El dominio son todos los números reales (−∞,∞).

•La imagen/rango son todos los números reales positivos (0∞)



**Semana 4**

Las funciones logarítmicas tienen la forma:

𝑓 𝑥 = ; 𝑑ó𝑛𝑑𝑒 𝑎 > 0; 𝑎 ≠ 1; 𝑥 > 0

a = base

x = variable independiente

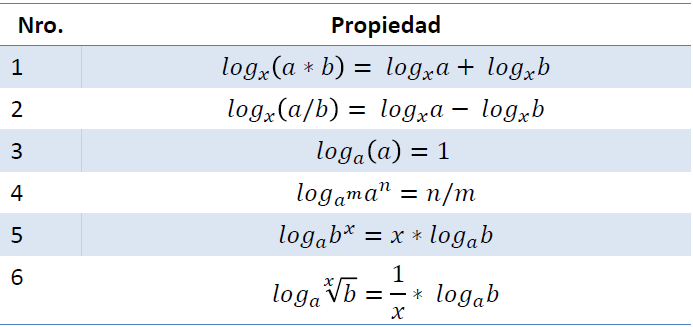
**Conceptos importantes:**

• El dominio son todos los números reales positivos (0, ∞).

• La imagen/rango son todos los números reales (−∞, ∞)

**Relación logarítmica y función exponencial**

= 𝑦



**Semana 5**

1. **Definición formal de límite**

Si *f(x)* se acerca arbitrariamente a un número *L* cuando *x* se aproxima a *c*, entonces

límite de *f(x)* cuando *x* se aproxima a *c*es *L.*

= 𝐿

**Métodos:**

1. Método numérico (tabla de valores)

2. Método gráfico

3. Método analítico (algebra o cálculo)

* 1. **Propiedades de los límites y límites especiales**

Los límites tienen propiedades que nos permiten determinar el comportamiento de las funciones.

**Propiedades:**

•**Propiedad de la función constante:** El límite de una constante es igual al valor de la constante

•**Propiedad de la identidad:** El límite de una función identidad que se acerca a ***c***, es ***c***.

•**Propiedad de la función potencia:** El límite de una variable elevada a un exponente cuando ***x*** se acerca a ***c***, es ***c*** elevada al exponente

* 1. **Propiedades de los límites especiales**

****

* 1. **Límites laterales y unilaterales**

•**Los límites unilaterales** indican que la función se aproxima a un determinado valor a medida que ***x*** se aproxima a ***c*** por la derecha o por la izquierda.

•**Los límites laterales.** Para que el límite exista, tanto el límite por la izquierda cómo el límite por la derecha debe ser iguales; cuándo el límite por la izquierda y derecha son diferentes el límite no existe.

* El **límite por la derecha** significa que ***x*** se aproxima a ***c*** tomando valores superiores cada vez más cercanos a ***c*** y se denota por:
* El **límite por la izquierda** significa ***x*** se aproxima a ***c*** tomando valores inferiores cada vez más cercanos a ***c*** y se denota por:

•Si **f** es una función y c y **L** son números reales, el límite de **f (x)** cuando **x** se aproxima a **c** es **L** si y solo si:

**Semana 6**

1. **Regla para la suma y diferencia de funciones**

Si 𝑓 𝑥 = 𝑔(𝑥) ± ℎ(𝑥)𝑒𝑛𝑡𝑜𝑛𝑐𝑒𝑠

𝑓´ 𝑥 = 𝑔´(𝑥) ± ℎ´(𝑥)

* 1. **Regla del producto**

Si 𝑓 𝑥 = [𝑔(𝑥) ∗ ℎ (𝑥)] 𝑒𝑛𝑡𝑜𝑛𝑐𝑒𝑠

𝑓´ 𝑥 = [𝑔(𝑥) ∗ ℎ´ (𝑥)] + [𝑔´(𝑥) ∗ ℎ(𝑥)]