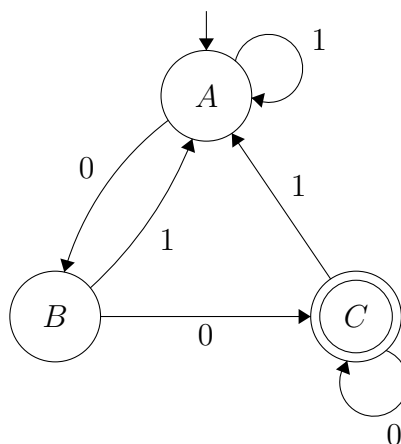


Формальные языки. Домашнее задание 1.

Жаворонков Эдгар
504 группа, SE

4 марта 2016 г.

1. (а) Автомат:

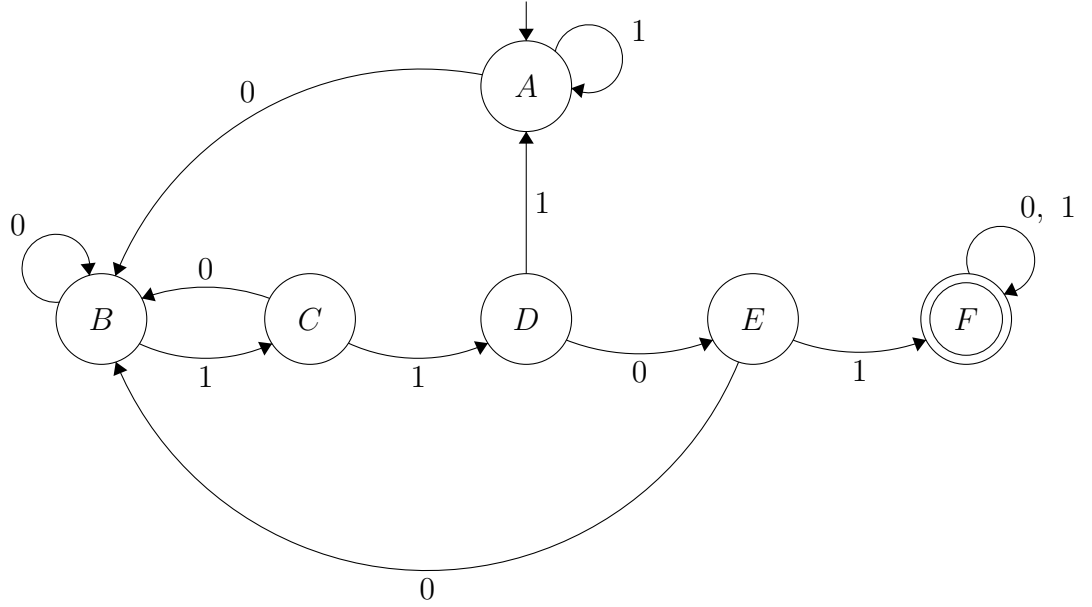


Докажем его минимальность: Очевидно, что все его состояния достижимы из начального. Рассмотрим правые контексты, соответствующие его состояниям:

$$\begin{aligned}C_L^R(A) &= L \\C_L^R(B) &= \{0\} \\C_L^R(C) &= \{\epsilon\}\end{aligned}$$

Они различны, следовательно наш автомат минимален.

(b) Внезапно автомат:



Внезапно докажем его минимальность. Снова заметим, что все его состояния достижимы из начального и вновь рассмотрим правые контексты, соответствующие его состояниям:

$$C_L^R(A) = L$$

$$C_L^R(B) = \{1101v \mid v \in \{0,1\}^*\}$$

$$C_L^R(C) = \{101v \mid v \in \{0,1\}^*\}$$

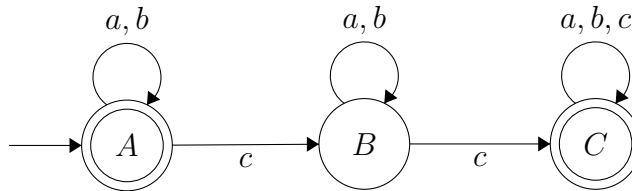
$$C_L^R(D) = \{01v \mid v \in \{0,1\}^*\}$$

$$C_L^R(E) = \{1v \mid v \in \{0,1\}^*\}$$

$$C_L^R(F) = \{v \mid v \in \{0,1\}^*\}$$

Они снова различны, следовательно наш автомат минимален.

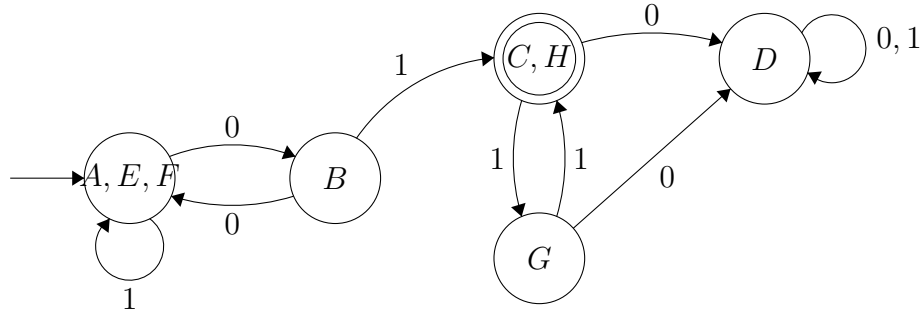
(с) Снова автомат:



Снова докажем, что он минимален. Все состояния достижимы из начального. Теперь рассмотрим, все соответствующие правые контексты.

$$\begin{aligned} C_L^R(A) &= L \\ C_L^R(B) &= \{c\} \\ C_L^R(B) &= \{w \mid w \in \{a, b, c\}^*\} \end{aligned}$$

2. Минимизированный автомат:



Докажем, что он минимален. Заметим, что недостижимых состояний мы не имеем. Рассмотрим все правые контексты, которые соответствуют его состояниям:

$$\begin{aligned} C_L^R(A, E, F) &= L \\ C_L^R(B) &= \{1\} \cup \{0w \mid w \in L\} \\ C_L^R(C, H) &= \{\epsilon\} \\ C_L^R(D) &= \emptyset \\ C_L^R(G) &= \{1\} \end{aligned}$$

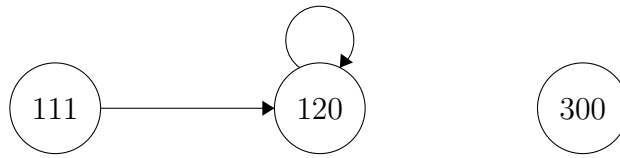
Контексты снова различны, следовательно наш автомат действительно минимален.

3. Построим пять графов переходов, в которых состояниям будет соответствовать количество особей трех видов в текущий момент времени (заметим, что это не конечные автоматы, у нас нет терминального состояния и не выделено начальное). Переберем все возможные стартовые состояния для каждого $n \in [3..7]$ (с точностью до симметрии):

(a) $n = 3$:

- $(0, 0, 3)$ (три особи одного вида) — тупик.
- $(1, 2, 0)$ (одна одного вида, две другого) — $(a, a, b) \rightarrow (a, c, c) \rightarrow (b, b, c) \rightarrow (a, a, b)$ — не вымерли.
- $(1, 1, 1)$ (одна первого, одна второго, одна третьего) — $(a, b, c) \rightarrow (c, c, c)$ — вымерли.

Граф переходов, который описывает такой процесс:

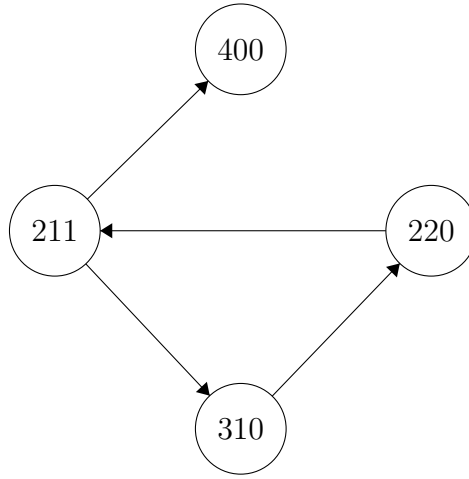


Различным образом выбирая стартовое состояние, получим, что мы либо сразу же заикливаемся, либо приходим в вершину и заикливаемся, либо сразу же не можем никуда перейти.

(b) $n = 4$:

- $(0, 0, 4)$ — тупик.
- $(0, 1, 3)$ — $(a, a, a, b) \rightarrow (a, a, c, c) \rightarrow (a, b, b, c) \rightarrow (a, a, a, b)$ — не вымерли.
А вот если скрещивать по другому: $(a, a, a, b) \rightarrow (a, a, c, c) \rightarrow (a, b, b, c) \rightarrow (b, b, b, b)$ — вымерли.
- $(0, 2, 2)$ — $\rightarrow (a, a, c, c) \rightarrow (a, b, b, c) \rightarrow (a, a, a, b)$ — не вымерли (попали во второй случай).
Но если скрестить вот так: $(a, a, c, c) \rightarrow (a, b, b, c) \rightarrow (b, b, b, b)$ — вымерли.
- $(1, 1, 2)$ — $(a, b, b, c) \rightarrow (a, a, a, b)$ — не вымерли (попали во второй случай).
Но если скрестить вот так: $(a, b, b, c) \rightarrow (b, b, b, b)$ — вымерли.

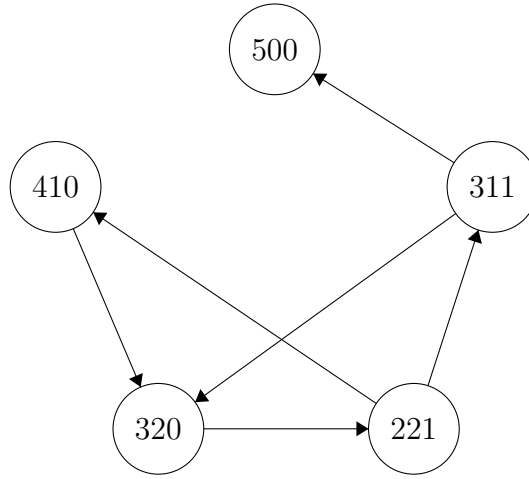
Граф в помощь:



(с) $n = 5$:

- $(0, 0, 5)$ — тупик
- $(0, 1, 4) \rightarrow (a, b, b, b, b) \rightarrow (c, c, b, b, b) \rightarrow (a, a, b, b, c) \rightarrow (a, b, b, b, b)$ — не вымерли.
Если скрещивать вот так: $(a, b, b, b, b) \rightarrow (c, c, b, b, b) \rightarrow (a, a, b, b, c) \rightarrow (a, , , b,) \rightarrow (c, c, c, c, c)$ — вымерли.
- $(0, 2, 3) \rightarrow (c, c, b, b, b) \rightarrow (a, a, b, b, c) \rightarrow (a, b, b, b, b)$ — не вымерли(смотри второй случай).
Но если скрещивать вот так: $(c, c, b, b, b) \rightarrow (a, a, b, b, c) \rightarrow (a, , , b,) \rightarrow (c, c, c, c, c)$ — вымерли.
- $(1, 1, 3) \rightarrow (a, b, b, b, c) \rightarrow (c, c, b, b, c) \rightarrow (c, a, a, b, c) \rightarrow (b, b, a, b, c)$ — не вымерли(вернулись в начало).
Но: $(a, b, b, b, c) \rightarrow (b, b, b, b, b)$ — вымерли.
- $(1, 2, 2) \rightarrow (a, a, b, b, c) \rightarrow (a, b, b, b, b)$ — не вымерли(смотри второй случай).
При этом: $(a, a, b, b, c) \rightarrow (a, , , b,) \rightarrow (c, c, c, c, c)$ — вымерли.

Граф переходов:



(d) $n = 6$:

- $(0, 0, 6)$ — тупик
- $(0, 1, 5) \rightarrow (a, b, b, b, b, b) \rightarrow (c, c, b, b, b, b) \rightarrow (a, a, c, b, b, b) \rightarrow (a, a, a, a, b, b) \rightarrow (a, a, a, c, c, b) \rightarrow (a, a, a, a, a, c)$ — не вымерли(перешли в эквивалентное состояние).

Заметим, что здесь мы не можем предъявить стратегию размножения, при которой гарантировалось вымирание. В самом деле, из всех состояний мы можем перейти только в состояния вида $(0, 2, 4)$ или $(1, 2, 3)$, в которых мы так же можем перейти только в состояния такого же типа(в противном случае, у нас при скрещивании двух особей разных видов получались бы две особи разных видов, что противоречит условию).

- $(0, 2, 4) \rightarrow (a, a, a, a, b, b) \rightarrow (a, a, a, c, c, b) \rightarrow (a, a, a, a, a, c)$ — не вымерли(смотри случай два)
- $(1, 1, 4) \rightarrow (a, b, c, c, c, c) \rightarrow (a, a, a, c, c, c) \rightarrow (a, a, b, b, c, c) \rightarrow (a, a, b, a, a, c) \rightarrow (a, a, c, c, a, c) \rightarrow (a, a, c, c, a, c)$ — не вымерли(так как вернулись в состояние, в котором были ранее).

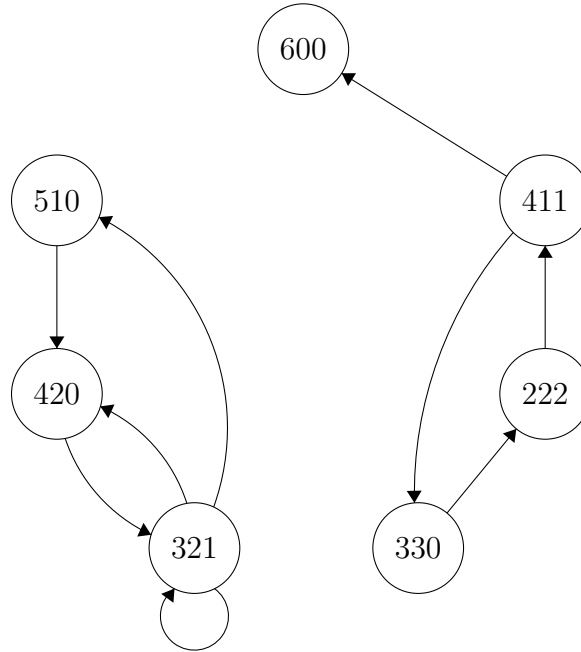
Заметим, что скрещивая вот так: $(a, b, c, c, c, c) \rightarrow (c, c, c, c, c, c)$ — вымерли.

- $(0, 3, 3) \rightarrow (a, a, a, c, c, c) \rightarrow (a, a, b, b, c, c) \rightarrow (a, a, b, a, a, c) \rightarrow (a, a, c, c, a, c) \rightarrow (a, a, c, c, a, c)$ — не вымерли(смотри случай три).

Однако, скрещивая вот так: $(a, a, a, c, c, c) \rightarrow (a, a, b, b, c, c) \rightarrow (a, c, c, b, c, c) \rightarrow (c, c, c, c, c, c)$ — вымерли.

- $(1, 2, 3) - (a, a, c, b, b, b) \rightarrow (a, a, a, a, b, b) \rightarrow (a, a, a, c, c, b) \rightarrow (a, a, a, a, a, c)$ — не вымерли (смотри случай два)
 - $(2, 2, 2) - (a, a, b, b, c, c) \rightarrow (a, a, b, a, a, c) \rightarrow (a, a, c, c, a, c)$ — не вымерли (смотри случай три).
- Но, если скрещивать вот так: $(a, a, b, b, c, c) \rightarrow (a, b, b, b, b, c) \rightarrow (b, b, b, b, b, b)$ — вымерли.

Граф в помощь:



(e) $n = 7$:

- $(0, 0, 7)$ — как и всегда, тупик.
 - $(0, 1, 6) - (a, b, b, b, b, b, b) \rightarrow (c, c, b, b, b, b, b) \rightarrow (a, a, c, b, b, b, b) \rightarrow (a, b, b, b, b, b, b)$ — не вымерли (вернулись в начальное состояние). Однако, заметим что: $(a, b, b, b, b, b, b) \rightarrow (c, c, b, b, b, b, b) \rightarrow (a, a, c, b, b, b, b) \rightarrow (a, a, a, a, b, b, b) \rightarrow (a, a, a, a, c, c, b) \rightarrow (a, a, a, a, a, c, a, b) \rightarrow (a, a, a, a, a, a, a)$ — вымерли.
 - $(0, 2, 5) - (c, c, b, b, b, b, b) \rightarrow (a, a, c, b, b, b, b) \rightarrow (a, b, b, b, b, b, b)$ — не вымерли (смотри случай два).
- При этом, $(c, c, b, b, b, b, b) \rightarrow (a, a, c, b, b, b, b) \rightarrow (a, a, a, a, b, b, b) \rightarrow (a, a, a, a, c, c, b) \rightarrow (a, a, a, a, a, c, a, b) \rightarrow (a, a, a, a, a, a, a)$ — вымерли.

- $(1, 1, 5) - (a, a, a, a, a, b, c) \rightarrow (a, a, a, a, c, c, c) \rightarrow (a, a, a, b, b, c, c) \rightarrow (a, b, a, b, b, b, c) \rightarrow (a, b, b, b, b, b, b) -$ не вымерли(смотри случай два).
Но при этом: $(a, a, a, a, a, b, c) \rightarrow (a, a, a, a, c, c, c) -$ вымерли сразу же.
- $(0, 3, 4) - (a, a, a, a, c, c, c) \rightarrow (a, a, a, b, b, c, c) \rightarrow (a, b, a, b, b, b, c) \rightarrow (a, b, b, b, b, b, b) -$ не вымерли(смотри случай два).
Но при этом: $(a, a, a, a, , , c) \rightarrow (a, a, a, b, b, c, c) \rightarrow (a, a, a, a, a, c, a, b) \rightarrow (a, a, a, a, a, a, a) -$ вымерли.
- $(1, 2, 4) - (a, a, c, b, b, b, b) \rightarrow (a, b, b, b, b, b, b) -$ не вымерли(ушли во второй случай)
Но: $(a, a, c, b, b, b, b) \rightarrow (a, a, a, a, b, b, b) \rightarrow (a, a, a, a, c, c, b, b) \rightarrow (a, a, a, a, a, c, a, b) \rightarrow (a, a, a, a, a, a, a) -$ вымерли.
- $(2, 2, 3) - (a, a, a, b, b, c, c) \rightarrow (a, b, a, b, b, b, c) \rightarrow (a, b, b, b, b, b, b) -$ не вымерли(смотри случай два).
Но: $(a, a, a, a, c, c, b, b) \rightarrow (a, a, a, a, a, c, a, b) \rightarrow (a, a, a, a, a, a, a) -$ вымерли.
- $(1, 3, 3) - (a, b, b, b, c, c, c) \rightarrow (b, b, b, b, b, c, c) \rightarrow (a, a, c, b, b, b, b) \rightarrow (a, b, b, b, b, b, b) -$ не вымерли(смотри случай два).
Но: $(a, b, b, b, c, c, c) \rightarrow (a, a, b, b, c, c, a) \rightarrow (a, a, a, b, c, a, a) \rightarrow (a, a, a, a, a, a, a) -$ вымерли.

Снова граф в помощь:

