

Trabajo Practico N°2



Robótica
UTN FRBA 2009

Robótica

Trabajo Practico N° 2

Análisis Dinámico de un Robot e implementación en FPGA

Profesor:

Ing. Hernan Giannetta

Alumnos:

Fileiv, Javier

Pagani, Santiago

Tozzi, Leandro

Curso:

R6055

Año:

2009

Introducción sobre la dinámica del robot

La dinámica se ocupa de la relación entre las fuerzas que actúan sobre un cuerpo y el movimiento que en él se origina. Por lo tanto, el modelo dinámico de un robot tiene por objetivo conocer la relación entre el movimiento del robot y las fuerzas implicadas en el mismo.

Esta relación se obtiene mediante el denominado modelo dinámico, que relaciona matemáticamente:

- La localización del robot definida por sus variables articulares o por las coordenadas de la localización de su extremo, y sus derivadas de velocidad y aceleración.
- Las fuerzas y pares aplicados en las articulaciones.
- Los parámetros dimensionales del robot, como longitud, masa e inercias de sus elementos.

Como no siempre es posible obtener un modelo dinámico expresado mediante una serie de ecuaciones, el mismo puede ser resuelto entonces de manera iterativa mediante la utilización de un proceso numérico.

Es importante hacer notar que el modelo dinámico completo de un robot debe incluir no sólo la dinámica de sus elementos (barras o eslabones) sino también la propia de sus sistemas de transmisión, de los actuadores y sus equipos electrónicos de mando.

La obtención del modelo dinámico de un mecanismo, y en particular de un robot, se basa fundamentalmente en el planteamiento del equilibrio de fuerzas establecido en la segunda ley de Newton, o su equivalente para movimientos de rotación, la denominada ley de Euler:

$$\sum F = m \dot{v} \qquad \sum T = I \dot{\omega} + \omega \times (I \omega)$$

De este planteamiento del equilibrio de fuerzas y pares que intervienen sobre el robot se obtienen los denominados modelos dinámicos directo e inverso:

- Modelo dinámico directo: expresa la evolución temporal de las coordenadas articulares del robot en función de las fuerzas y pares que intervienen.
- Modelo dinámico inverso: expresa las fuerzas y pares que intervienen en función de la evolución de las coordenadas articulares y sus derivadas.

Como planteamiento alternativo para la obtención del modelo se puede usar la formulación Lagrangiana, basada en consideraciones energéticas. Este planteamiento es más sistemático que el anterior y establece la ecuación:

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i} - \frac{\partial L}{\partial q_i} = \tau$$

$$L = K - U$$

con:

q_i : coordenadas generalizadas (en este caso las articulares)

τ : vector de fuerzas y pares aplicados en las q_i

L: Función Lagrangiana

K: energía cinética

U: energía potencial

Con estas herramientas, se utiliza la representación de D-H basada en las matrices de transformación homogénea para formular el modelo dinámico de un robot mediante la ecuación de Lagrange.

Este planteamiento utiliza matrices ${}^{i-1}A_i$ que relacionan el sistema de coordenadas de referencia del elemento i con el del elemento $i-1$. Se realizan en este caso operaciones de producto y suma

innecesarias, siendo un procedimiento ineficiente desde el punto de vista computacional. Sin embargo, conduce a unas ecuaciones finales bien estructuradas donde aparecen de manera clara los diversos pares y fuerzas que intervienen en el movimiento (inercia, coriolis, gravedad).

Se presenta a continuación al algoritmo a seguir para obtener el modelo dinámico del robot por el procedimiento este procedimiento:

Algoritmo computacional para el modelado dinámico por Lagrange-Euler

L-E 1: Asignar a cada eslabón un sistema de referencia de acuerdo a las normas de D-H.

L-E 2: Obtener las matrices de transformación 0A_i para cada elemento i .

L-E 3: Obtener las matrices U_{ij} definidas por: $U_{ij} = \frac{\partial {}^0A_i}{\partial q_j}$

Esto puede obtenerse fácilmente de manera computacional, mediante la expresión:

$$\frac{\partial {}^0A_i}{\partial q_j} = \begin{cases} {}^0A_{j-1} Q_j^{j-1} A_i & \text{si } j \leq i \\ [0] & \text{si } j > i \end{cases}$$

con:

$$Q_i = \begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad \text{si la articulación } i \text{ es de rotación}$$

$$Q_i = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad \text{si la articulación } i \text{ es de traslación}$$

L-E 4: Obtener las matrices U_{ijk} definidas por:

$$U_{ijk} = \frac{\partial U_{ij}}{\partial q_k} = \frac{\partial}{\partial q_k} \left(\frac{\partial {}^0A_i}{\partial q_j} \right) = \begin{cases} {}^0A_{j-1} Q_j^{j-1} A_{k-1} Q_k^{k-1} A_i & \text{si } i \geq k \geq j \\ {}^0A_{k-1} Q_k^{k-1} A_{j-1} Q_j^{j-1} A_i & \text{si } i \geq j \geq k \\ [0] & \text{si } k > i \text{ o } j > i \end{cases}$$

L-E 5: Obtener las matrices de pseudoinercias J_i para cada elemento, que vienen definidas por:

$$J_i = \begin{bmatrix} \int x_i^2 dm & \int x_i y_i dm & \int x_i z_i dm & \int x_i dm \\ \int y_i x_i dm & \int y_i^2 dm & \int y_i z_i dm & \int y_i dm \\ \int z_i x_i dm & \int z_i y_i dm & \int z_i^2 dm & \int z_i dm \\ \int x_i dm & \int y_i dm & \int z_i dm & \int dm \end{bmatrix}$$

donde las integrales están extendidas al elemento i considerado, y (x_i, y_i, z_i) son las coordenadas del diferencial de masa dm con respecto al sistema de coordenadas del elemento.

L-E 6: Obtener la matriz de inercias $D=[d_{ij}]$ cuyos elementos vienen definidos por:

$$d_{ij} = \sum_{k=\max(i,j)}^n \text{Traza}(U_{kj} J_k U_{ki}^T)$$

con:

$$i, j = 1, 2, \dots, n$$

n : número de grados de libertad

Las matrices J_i y D son simétricas y semidefinidas positivas

L-E 7: Obtener los términos h_{ikm} definidos por:

$$h_{ikm} = \sum_{j=\max(i,k,m)}^n \text{Traza}(U_{jkm} J_j U_{ji}^T)$$

con:

$$i, k, m = 1, 2, \dots, n$$

El término h_{ikm} representa el efecto, en cuanto a fuerza o par, generado sobre el eslabón i como consecuencia del movimiento relativo entre los eslabones k y m . Se cumple que $h_{ikm} = h_{imk}$ y que $h_{iii} = 0$

L-E 8: Obtener la matriz columna de fuerzas de Coriolis y centrípeta $H=[h_i]^T$ cuyos elementos vienen definidos por:

$$h_i = \sum_{k=1}^n \sum_{m=1}^n h_{ikm} \dot{q}_k \dot{q}_m$$

L-E 9: Obtener la matriz columna de fuerzas de gravedad $C=[c_i]^T$ cuyos elementos vienen definidos por:

$$c_i = \sum_{j=1}^n (-m_j g U_{ji}^j r_j)$$

con:

$$i, j = 1, 2, \dots, n$$

g : es el vector de gravedad expresado en el sistema de la base $\{S_0\}$ y viene expresado por

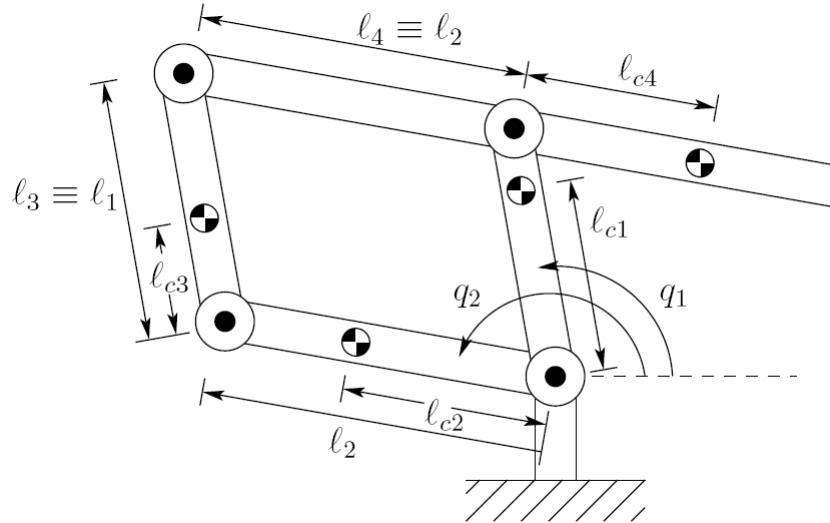
$$(g_{x0}, g_{y0}, g_{z0}, 0)$$

r_j : es el vector de coordenadas homogéneas del centro de masas del elemento j expresado en el sistema de referencia del elemento i

L-E 10: La ecuación dinámica del sistema será: $\tau = D\ddot{q} + H + C$ donde τ es el vector de fuerzas y pares motores efectivos aplicados sobre cada coordenada q_i

Análisis Dinámico

El análisis dinámico a realizar será sobre la estructura dinámica del robot “Five Bar Linkage”.



Este mecanismo tiene la peculiaridad que si se eligen los parámetros de los brazos que cumplan con la sencilla relación $L_1=L_3$ y $L_2=L_4$, las ecuaciones del manipulador están desacopladas de manera que los movimientos q_1 y q_2 podrán ser controlados independientemente entre sí.

La configuración así obtenida es un paralelogramo y es una cadena cinemática cerrada. Si bien las longitudes deben coincidir, los centros de masa no tienen esa limitación y no es necesario que L_{c1} sea igual a L_{c3} .

Para el análisis dinámico vamos a utilizar el enfoque Energético de Lagrange-Euler, por lo que empezamos por escribir las ecuaciones de los centros de mas de los diversos miembros en corrdenadas generalizadas:

$$\begin{bmatrix} x_{c1} \\ y_{c1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} l_{c1} \cos q_1 \\ l_{c1} \sin q_1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} x_{c2} \\ y_{c2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} l_{c2} \cos q_2 \\ l_{c2} \sin q_2 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} x_{c3} \\ y_{c3} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} l_{c2} \cos q_1 \\ l_{c2} \sin q_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} l_{c3} \cos q_1 \\ l_{c3} \sin q_1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} x_{c4} \\ y_{c4} \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} l_1 \cos q_1 \\ l_1 \sin q_1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} l_{c4} \cos (q_2 - \pi) \\ l_{c4} \sin (q_2 - \pi) \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} l_1 \cos q_1 \\ l_1 \sin q_1 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} l_{c4} \cos q_2 \\ l_{c4} \sin q_2 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

Con la ayuda de estas expresiones, procedemos a calcular las velocidades de los diversos centros de masa en función de las derivadas de q_1 y q_2 :

$$v_{c1} = \begin{bmatrix} -l_{c1} \sin q_1 & 0 \\ l_{c1} \cos q_1 & 0 \end{bmatrix} \dot{q}$$

$$v_{c2} = \begin{bmatrix} 0 & -l_{c2} \sin q_2 \\ 0 & l_{c2} \cos q_2 \end{bmatrix} \dot{q}$$

$$v_{c3} = \begin{bmatrix} -l_{c3} \sin q_1 & -l_2 \sin q_2 \\ l_{c3} \cos q_1 & l_2 \cos q_2 \end{bmatrix} \dot{q}$$

$$v_{c4} = \begin{bmatrix} -l_1 \sin q_1 & l_{c4} \sin q_2 \\ l_1 \cos q_1 & l_{c4} \cos q_2 \end{bmatrix} \dot{q}$$

Así, definimos la velocidad por el Jacobiano J_{vc} , como las cuatro matrices que aparecen en las ecuaciones anteriores. De donde es evidente que la velocidad angular de los cuatro enlaces son:

$$\omega_1 = \omega_3 = \dot{q}_1 k \quad \wedge \quad \omega_2 = \omega_4 = \dot{q}_2 k$$

Expresamos la matriz de inercia que está dada por:

$$D(q) = \sum_{i=1}^4 m_i J_{vc}^T J_{vc} + \begin{bmatrix} I_1 + I_3 & 0 \\ 0 & I_2 + I_4 \end{bmatrix}$$

Podemos ahora sustituir en esta ecuación las obtenidas anteriormente, las cuales operamos trigonométricamente para obtener:

$$\begin{aligned} d_{11}(q) &= m_1 l_{c1}^2 + m_3 l_{c3}^2 + m_4 l_1^2 + I_1 + I_3 \\ d_{12}(q) &= d_{21}(q) = (m_3 l_2 l_{c3} - m_4 l_1 l_{c4}) \cos(q_2 - q_1) \\ d_{22}(q) &= m_2 l_{c2}^2 + m_3 l_2^2 + m_4 l_{c4}^2 + I_2 + I_4 \end{aligned}$$

Si ahora diseñamos por la condición:

$$m_3 l_2 l_{c3} = m_4 l_1 l_{c4}$$

Resulta que:

$$d_{12}(q) = d_{21}(q) = 0$$

O sea que la matriz de inercia es diagonal y constante. Lo que trae como consecuencia que las ecuaciones dinámicas no contendrán ni las fuerzas de Coriolis ni las fuerzas centrífugas.

Por lo tanto la energía potencial estará dada por:

$$P = g \sum_{i=1}^4 y_{ci} \\ = g \sin q_1 (m_1 l_{c1} + m_3 l_{c3} + m_4 l_1) + g \sin q_2 (m_2 l_{c2} + m_3 l_2 + m_4 l_{c4})$$

Que reescribiendo, resulta:

$$\Phi_1 = g \cos q_1 (m_1 l_{c1} + m_3 l_{c3} + m_4 l_1) \\ \Phi_2 = g \cos q_2 (m_2 l_{c2} + m_3 l_2 + m_4 l_{c4})$$

Sabiendo que Φ_1 depende solo de q_1 , y que Φ_2 depende solo de q_2 , podemos reescribir el set de ecuaciones como:

$$d_{11} \ddot{q}_1 + \Phi_1(q_1) = \tau_1 \quad \wedge \quad d_{22} \ddot{q}_2 + \Phi_2(q_2) = \tau_2$$

En este punto es que se puede apreciar la particularidad de la configuración paralelogramo, en la que si se respetan las condiciones $l_1 = l_3 \quad \wedge \quad l_2 = l_4$ da la clave de la popularidad de esta configuración para los robots industriales, pudiendose operar q_1 y q_2 independientemente, sin preocuparse por las interacciones entre los dos ángulos.

Con estas ecuaciones y los datos de nuestro robot, podemos proceder al dimensionamiento de los accionamientos eléctricos y motores.

Dimensionamiento de accionamientos eléctricos y motores

La idea es obtener los valores de torque que deben poder manejar los motores para el correcto funcionamiento del motor. En otras palabras, obtener los resultados de las ecuaciones:

$$d_{11}\ddot{q}_1 + \Phi_1(q_1) = \tau_1 \quad \wedge \quad d_{22}\ddot{q}_2 + \Phi_2(q_2) = \tau_2$$

Para esto tomamos como datos impuestos:

$$m_1 = m_2 = m_3 = 1 \text{ kg} \quad \wedge \quad m_4 = 2 \text{ kg}$$

$$l_1 = l_3 = 50 \text{ cm} \quad \wedge \quad l_2 = l_4 = 20 \text{ cm}$$

$$l_{c1} = l_{c3} = 25 \text{ cm} \quad \wedge \quad l_{c2} = 10 \text{ cm}$$

Y como en el análisis que hicimos era necesario que se cumple que: $m_3 l_2 l_{c3} = m_4 l_1 l_{c4}$

De esta expresión despejamos el valor de l_{c4}

$$\begin{aligned} l_{c4} &= \frac{m_3 l_2 l_{c3}}{m_4 l_1} \\ l_{c4} &= \frac{1 \text{ kg} \times 20 \text{ cm} \times 25 \text{ cm}}{2 \text{ kg} \times 50 \text{ cm}} \\ l_{c4} &= 5 \text{ cm} \end{aligned}$$

Ahora pasamos a calcular las componentes de la matriz inercia, para lo que previamente necesitamos calcular los momentos de inercia de cada barra:

$$\begin{aligned} I_1 &= \frac{1}{12} m_1 l_1^2 \Rightarrow I_1 = \frac{1}{12} 1 \text{ kg} (0,5 \text{ m})^2 \Rightarrow I_1 = 0,020833 \text{ kg m}^2 \\ I_2 &= \frac{1}{12} m_2 l_2^2 \Rightarrow I_2 = \frac{1}{12} 1 \text{ kg} (0,2 \text{ m})^2 \Rightarrow I_2 = 0,003333 \text{ kg m}^2 \\ I_3 &= \frac{1}{12} m_3 l_3^2 \Rightarrow I_3 = \frac{1}{12} 1 \text{ kg} (0,5 \text{ m})^2 \Rightarrow I_3 = 0,020833 \text{ kg m}^2 \\ I_4 &= \frac{1}{12} m_4 l_4^2 \Rightarrow I_4 = \frac{1}{12} 2 \text{ kg} (0,2 \text{ m})^2 \Rightarrow I_4 = 0,006666 \text{ kg m}^2 \end{aligned}$$

Así podemos calcular las componentes de la matriz de inercia:

$$\begin{aligned} d_{11}(q) &= m_1 l_{c1}^2 + m_3 l_{c3}^2 + m_4 l_1^2 + I_1 + I_3 \\ d_{12}(q) &= d_{21}(q) = (m_3 l_2 l_{c3} - m_4 l_1 l_{c4}) \cos(q_2 - q_1) \\ d_{22}(q) &= m_2 l_{c2}^2 + m_3 l_2^2 + m_4 l_{c4}^2 + I_2 + I_4 \end{aligned}$$

$$d_{11}(q) = m_1 l_{c1}^2 + m_3 l_{c3}^2 + m_4 l_1^2 + I_1 + I_3$$

$$d_{11}(q) = 1 \text{ kg} \times (0,25 \text{ m})^2 + 1 \text{ kg} \times (0,25 \text{ m})^2 + 2 \text{ kg} \times (0,5 \text{ m})^2 + 0,020833 \text{ kg m}^2 + 0,020833 \text{ kg m}^2$$

$$d_{11}(q) = 0,666666 \text{ kg m}^2$$

$$d_{12}(q) = d_{21}(q) = 0 \text{ kg m}^2$$

$$d_{22}(q) = m_2 l_{c2}^2 + m_3 l_2^2 + m_4 l_{c4}^2 + I_2 + I_4$$

$$d_{22}(q) = 1 \text{ kg} \times (0,1 \text{ m})^2 + 1 \text{ kg} \times (0,2 \text{ m})^2 + 2 \text{ kg} \times (0,05 \text{ m})^2 + 0,003333 \text{ kg m}^2 + 0,006666 \text{ kg m}^2$$

$$d_{22}(q) = 0,065 \text{ kg m}^2$$

A continuación, calculamos Φ_1 y Φ_2

$$\Phi_1 = g(m_1 l_{c1} + m_3 l_{c3} + m_4 l_1) \cos q_1$$

$$\Phi_1 = 9,8 \frac{\text{m}}{\text{seg}^2} (1 \text{ kg} \times 0,25 \text{ m} + 1 \text{ kg} \times 0,25 \text{ m} + 2 \text{ kg} \times 0,5 \text{ m}) \cos q_1$$

$$\Phi_1 = 14,7 \text{ N m} \cos q_1$$

$$\Phi_2 = g(m_2 l_{c2} + m_3 l_2 + m_4 l_{c4}) \cos q_2$$

$$\Phi_2 = 9,8 \frac{\text{m}}{\text{seg}^2} (1 \text{ kg} \times 0,1 \text{ m} + 1 \text{ kg} \times 0,2 \text{ m} + 2 \text{ kg} \times 0,05 \text{ m}) \cos q_2$$

$$\Phi_2 = 3,92 \text{ N m} \cos q_2$$

Con estos resultados, reescribimos las ecuaciones $d_{11} \ddot{q}_1 + \Phi_1(q_1) = \tau_1 \wedge d_{22} \ddot{q}_2 + \Phi_2(q_2) = \tau_2$ con valores:

$$\tau_1 = d_{11} \ddot{q}_1 + \Phi_1(q_1)$$

$$\tau_1 = 0,666666 \text{ kg m}^2 \ddot{q}_1 + 14,7 \text{ N m} \cos q_1$$

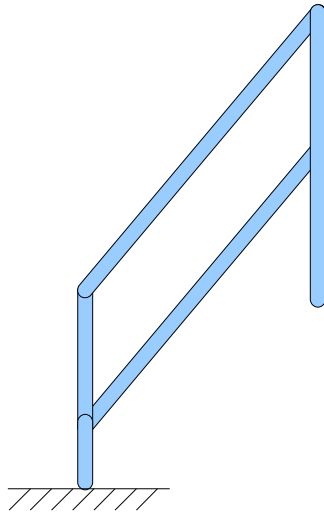
$$\tau_2 = d_{22} \ddot{q}_2 + \Phi_2(q_2)$$

$$\tau_2 = 0,065 \text{ kg m}^2 \ddot{q}_2 + 3,92 \text{ N m} \cos q_2$$

Para poder dimensionar los motores tomamos valores de ángulos y velocidades angulares deseadas. Por ejemplo, si consideramos como posición de reposo:

$$q_1 i = 50^\circ = 0,8727 \text{ rad}$$

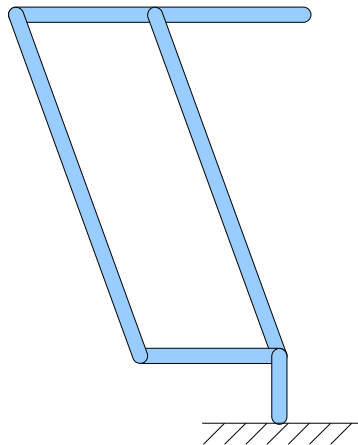
$$q_2 i = 90^\circ = 1,5708 \text{ rad}$$



Y supongamos que queremos movernos hasta una posición límite de:

$$q_1 f = 110^\circ = 1,9199 \text{ rad}$$

$$q_2 f = 180^\circ = 3,1416 \text{ rad}$$



Y si imponemos como condición también que se desea que ambos motores lleguen al 100% de su velocidad en 0,5 segundos (recorriendo un ángulo de 10° para hacerlo), y que les tome 2 segundos más terminar el recorrido (2,5 segundos en total para recorrer el ángulo deseado), entonces:

$$q_1(\text{recorrido hasta alcanzar la velocidad del } 100\%) = 10^\circ = 0,1745 \text{ rad}$$

$$tq_1(\text{hasta alcanzar la velocidad del } 100\%) = 0,5 \text{ segundos}$$

$$q_1(\text{recorrido hasta alcanzar la velocidad del } 100\%) = \ddot{q}_1 \frac{(tq_1(\text{hasta alcanzar la velocidad del } 100\%))^2}{2}$$

$$\ddot{q}_1 = 2 \times \frac{q_1(\text{recorrido hasta alcanzar la velocidad del } 100\%) }{(tq_1(\text{hasta alcanzar la velocidad del } 100\%))^2}$$

$$\ddot{q}_1 = 2 \times \frac{0,1745 \text{ rad}}{(0,5 \text{ seg})^2}$$

$$\ddot{q}_1 = 1,3962 \frac{\text{rad}}{\text{seg}^2}$$

$$q_1(\text{restante por recorrer, a una velocidad del } 100\%) = 110^\circ - 50^\circ - 10^\circ = 0,8727 \text{ rad}$$

$$tq_1(\text{para recorrer el ángulo que falta, a una velocidad del } 100\%) = 2 \text{ segundos}$$

$$q_1(\text{restante por recorrer, a una velocidad del } 100\%) = \dot{q}_1 tq_1(\text{para recorrer el ángulo que falta, a una velocidad del } 100\%)$$

$$\dot{q}_1 = \frac{q_1(\text{restante por recorrer, a una velocidad del } 100\%) }{tq_1(\text{para recorrer el ángulo que falta, a una velocidad del } 100\%)}$$

$$\dot{q}_1 = \frac{0,8727 \text{ rad}}{2 \text{ seg}}$$

$$\dot{q}_1 = 0,4364 \frac{\text{rad}}{\text{seg}} \Rightarrow \dot{q}_1 = 4,17 \text{ rpm}$$

$$q_2(\text{recorrido hasta alcanzar la velocidad del } 100\%) = 10^\circ = 0,1745 \text{ rad}$$

$$tq_2(\text{hasta alcanzar la velocidad del } 100\%) = 0,5 \text{ segundos}$$

$$q_2(\text{recorrido hasta alcanzar la velocidad del } 100\%) = \ddot{q}_2 \frac{(tq_2(\text{hasta alcanzar la velocidad del } 100\%))^2}{2}$$

$$\ddot{q}_2 = 2 \times \frac{q_2(\text{recorrido hasta alcanzar la velocidad del } 100\%) }{(tq_2(\text{hasta alcanzar la velocidad del } 100\%))^2}$$

$$\ddot{q}_2 = 2 \times \frac{0,1745 \text{ rad}}{(0,5 \text{ seg})^2}$$

$$\ddot{q}_2 = 1,3962 \frac{\text{rad}}{\text{seg}^2}$$

$$q_2(\text{restante por recorrer, a una velocidad del } 100\%) = 180^\circ - 90^\circ - 10^\circ = 1,3963 \text{ rad}$$

$$tq_2(\text{para recorrer el ángulo que falta, a una velocidad del } 100\%) = 2 \text{ segundos}$$

$$q_2(\text{restante por recorrer, a una velocidad del } 100\%) = \dot{q}_2 tq_2(\text{para recorrer el ángulo que falta, a una velocidad del } 100\%)$$

$$\dot{q}_2 = \frac{q_2(\text{restante por recorrer, a una velocidad del } 100\%)}{tq_2(\text{para recorrer el ángulo que falta, a una velocidad del } 100\%)}$$

$$\dot{q}_2 = \frac{1,3963 \text{ rad}}{2 \text{ seg}}$$

$$\dot{q}_2 = 0,6982 \frac{\text{rad}}{\text{seg}} \Rightarrow \dot{q}_2 = 6,67 \text{ rpm}$$

Con los valores de los ángulos, velocidades y aceleraciones angulares podemos calcular los torques requeridos por los motores:

$$\tau_1 = d_{11} \ddot{q}_1 + \Phi_1(q_1)$$

$$\tau_1 = 0,666666 \text{ kg m}^2 \ddot{q}_1 + 14,7 \text{ N m} \cos q_1$$

$$\tau_1 = 0,666666 \text{ kg m}^2 1,3962 \frac{\text{rad}}{\text{seg}^2} + 14,7 \text{ N m} \cos(1,0472 \text{ rad})$$

$$\tau_1 = 8,281 \text{ Nm}$$

$$\tau_2 = d_{22} \ddot{q}_2 + \Phi_2(q_2)$$

$$\tau_2 = 0,065 \text{ kg m}^2 \ddot{q}_2 + 3,92 \text{ N m} \cos q_2$$

$$\tau_2 = 0,065 \text{ kg m}^2 1,3962 \frac{\text{rad}}{\text{seg}^2} + 3,92 \text{ N m} \cos(1,5708 \text{ rad})$$

$$\tau_2 = 0,0908 \text{ Nm}$$

Elegimos entonces el motor 1:

Marca: **ABB**

Tipo: **9C5.2.30.. ..M**

Rated Torque: 9 Nm

Rated Current: 6,9 A

Rated Speed: 3000 rpm

Y el motor 2:

Marca: **ABB**

Tipo: **9C1.1.30.. ..M**

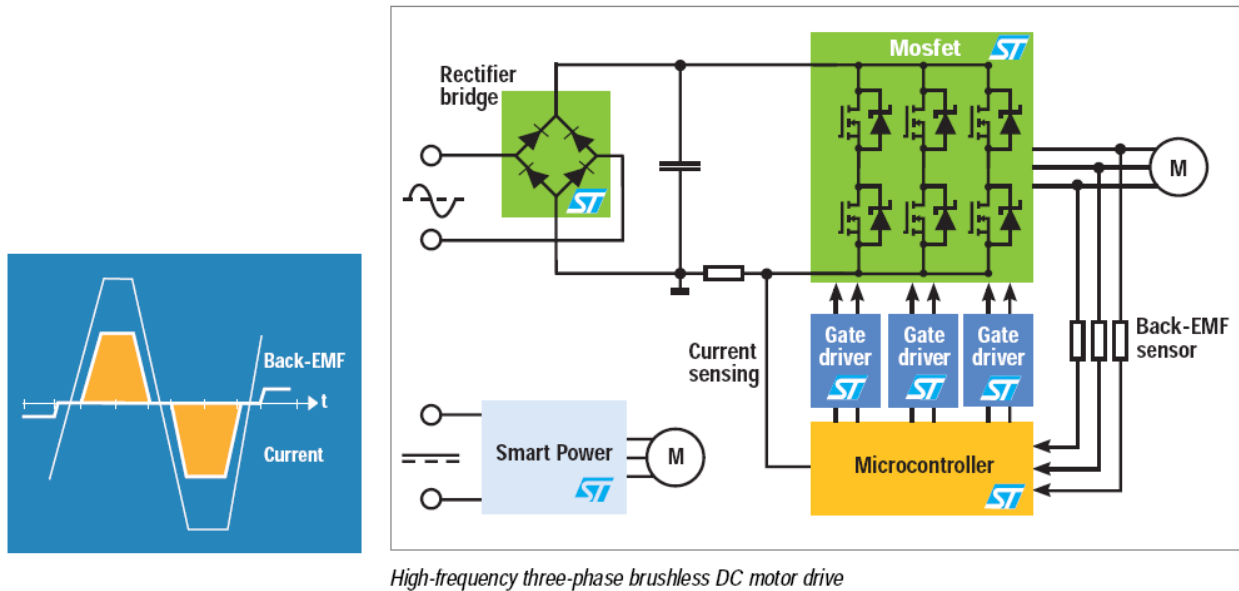
Rated Torque: 1,3 Nm

Rated Current: 1,4 A

Rated Speed: 3000 rpm

Implementación de lógica de Drivers de los motores en FPGA

Para controlar la velocidad de los motores se toma como referencia el siguiente diagrama:



En lugar de un microcontrolador para manejar las compuertas de los transistores, utilizaremos el FPGA.

Los archivos fuentes en vhdl, se adjuntan en formato digital. La simulación e implementación se realizó sobre la plataforma ISE, de Xilinx Inc. Para un FPGA de la líneaSpartan 3, modelo XC3S400A-4

Se utilizó una librería de un pwm para obtener una modulación por pulsos a partir un valor de 8 bits. Dicha librería se encuentra en el archivo "pwm_fpga.vhd".

Se instancia un componente de esta librería en el archivo "control_motor.vhd".

Esta entidad es la que se ocupa de decidir que transistor activar en función del estado de tres sensores hall y el valor deseado para el pwm.

Basicamente, cuando un sensor está activado se activa un par de transistores: uno de los dos está siempre activado y el otro modulado según el pwm.

Cuando el sensor hall cambia de posición, el par de transistores activados cambia, siendo esto cíclico para lograr así la implementación del giro del motor a la velocidad deseada.

Para la simulación de la entidad, se escribió un test bench de nombre "pwm_pretb.vhd".

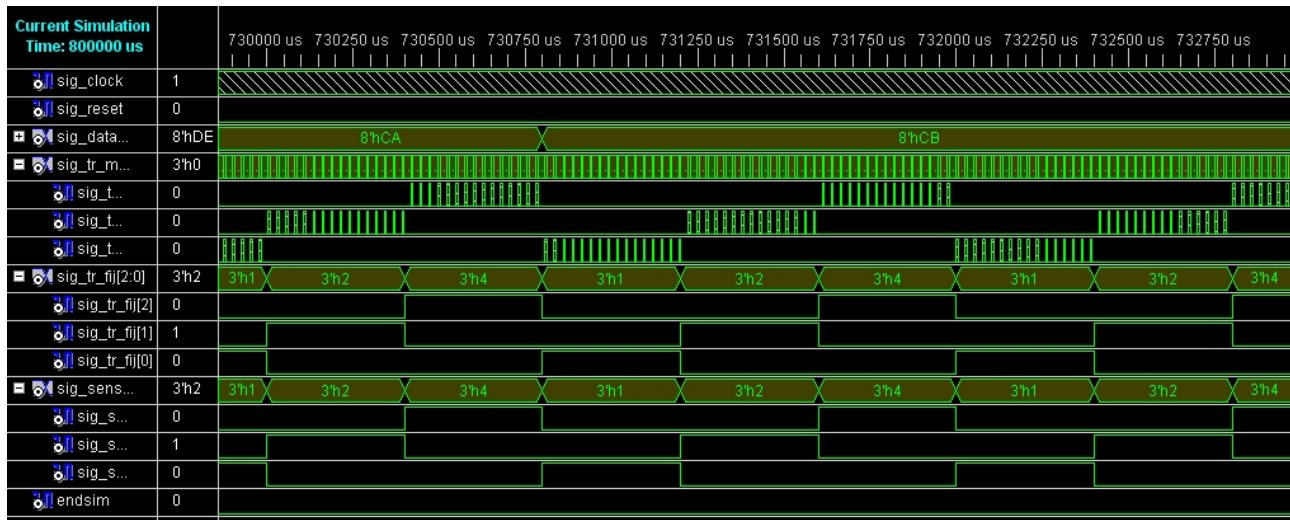
Este banco de prueba simula una señal de clock de 10 Mhz (ya que se optó por una implementación sincrónica de la solución), tres señales de sensores hall que van cambiando a una velocidad de 400 us, y un puerto de 8 bits con el que se setea el valor del pwm que se lo hace variar desde 0 hasta 255 para ver todos los valores de modulación por pulsos.

Por último se escribió un top module de la solución con el nombre "control_motor_top.vhd" para poder bajar la configuración a la FPGA y verificar su correcto funcionamiento práctico.

Resultados de la simulación

Se muestran a continuación una imagen con resultados de la simulación para distintos valores de velocidad del motor (distintos valores del pwm 0xCA y 0xCB).


Puede observarse como tres de los transistores siguen a los sensores hall, mientras que los otros tres también siguen a los sensores, pero con la modulación pwm de por medio, la cuál se ve modificada según el valor de velocidad deseado para el motor.





Resultados de la implementación

Como resultado de la implementación con el FPGA antes mencionado se obtuvo que:

pwm Project Status			
Project File:	pwm.isc	Current State:	Programming File Generated
Module Name:	control_motor	• Errors:	
Target Device:	xc3s400a-4ft256	• Warnings:	
Product Version:	ISE 10.1.03 - WebPACK	• Routing Results:	All Signals Completely Routed
Design Goal:	Balanced	• Timing Constraints:	All Constraints Met
Design Strategy:	Xilinx Default (unlocked)	• Final Timing Score:	0 [Timing Report]

Device Utilization Summary					
Logic Utilization	Used	Available	Utilization	Note(s)	
Number of Slice Flip Flops	19	7,168	1%		
Number of 4 input LUTs	71	7,168	1%		
Logic Distribution					
Number of occupied Slices	43	3,584	1%		
Number of Slices containing only related logic	43	43	100%		
Number of Slices containing unrelated logic	0	43	0%		
Total Number of 4 input LUTs	71	7,168	1%		
Number of bonded IOBs					
Number of bonded	19	195	9%		
IOB Flip Flops	6				
Number of BUFGMUXs	1	24	4%		

Performance Summary				
Final Timing Score:	0	Pinout Data:	Pinout Report	
Routing Results:	All Signals Completely Routed	Clock Data:	Clock Report	
Timing Constraints:	All Constraints Met			

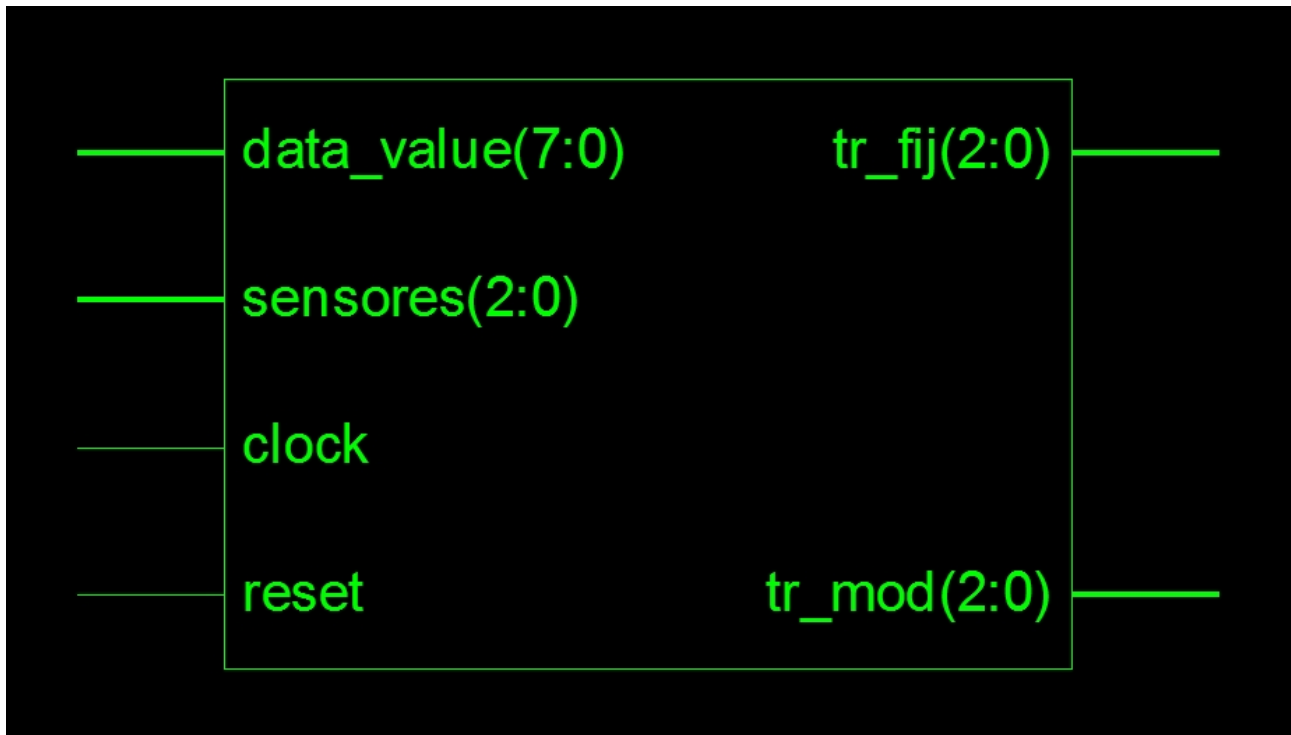
Detailed Reports						
Report Name	Status	Generated	Errors	Warnings	Infos	
Synthesis Report	Current	Lun 6. Jul 11:48:10 2009				
Translation Report	Current	Lun 6. Jul 11:48:22 2009				
Map Report	Current	Lun 6. Jul 11:48:31 2009				
Place and Route Report	Current	Lun 6. Jul 11:48:45 2009				
Static Timing Report	Current	Lun 6. Jul 11:48:49 2009				
Bitgen Report	Current	Lun 6. Jul 11:48:55 2009				

Pudiendo apreciarse que para esta FPGA Spartan 3, puede implementarse esta solución con un clock máximo de 189,645 Mhz.

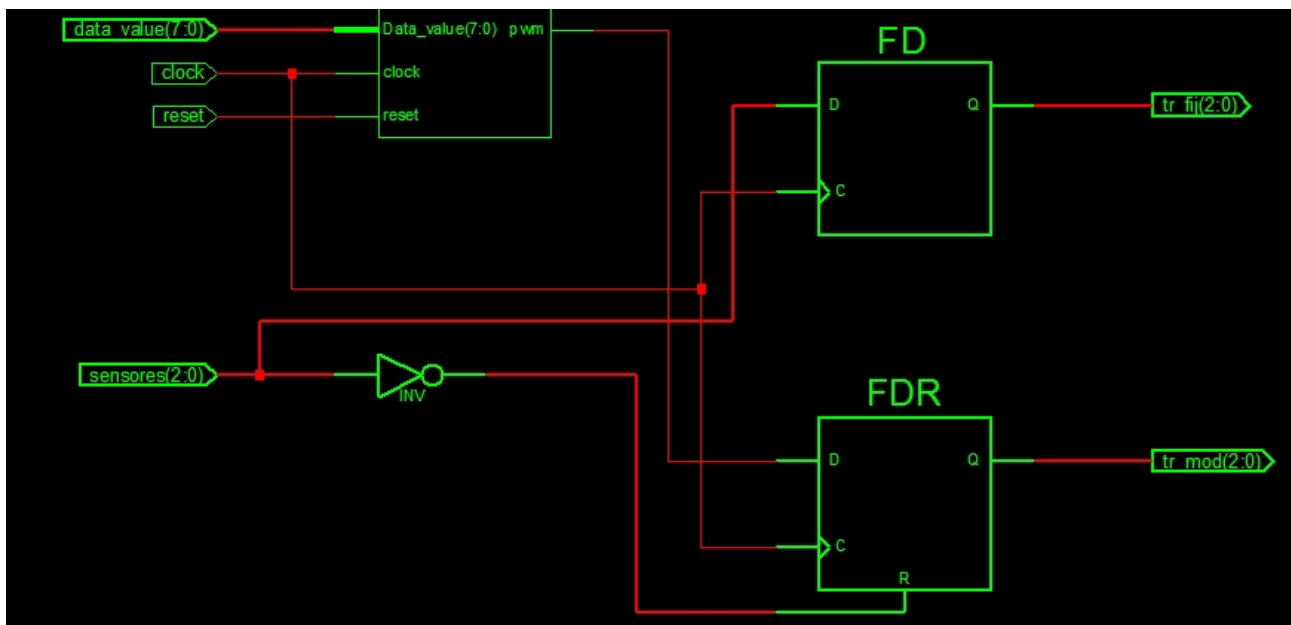
The screenshot shows the Xilinx ISE Design Summary window for a project named 'pwm'. The 'FPGA Design Summary' pane is expanded, showing the 'Timing Summary' section. The 'Control Signal' section lists the reset signal and the clock signal 'clock'. The 'Timing Summary' section shows the minimum period of 5.273ns (Maximum Frequency: 189.645MHz), minimum input arrival time before clock: 3.233ns, maximum output required time after clock: 5.531ns, and maximum combinational path delay: No path found. The 'Timing Detail' section shows the timing constraint for the clock 'clock' with a period of 5.273ns (frequency: 189.645MHz) and a total number of paths / destination ports of 312 / 18. The 'Delay' section shows a delay of 5.273ns (Levels of Logic = 3) from the source 'inst_control_motor/inst_pwm_fpga/cnt_out_int_1 (FF)' to the destination 'inst_control_motor/inst_pwm_fpga/cnt_out_int_7 (FF)' via the clock signal 'clock rising'.

Process "Generate Programming File" completed successfully

Teniendo como resultado el siguiente bloque a utilizar para circuitos esquemáticos:



Que está compuesto internamente por:



Conclusiones

Con la realización de este trabajo práctico pusimos en práctica la implementación del método de Lagrange-Euler para la resolución del análisis dinámico de un robot. Evidenciamos así las complicaciones presentes a la hora de dimensionar los motores, las cuales son mayores a medida que aumentamos los grados de libertad de nuestro robot.

A su vez, realizamos una primer experiencia en el trabajo con un FPGA y programación en VHDL. Esto nos permitió tener un primer vistazo a las grandes ventajas que pueden obtenerse con la utilización de esta tecnología, tanto en tiempos de desarrollo, como en prestaciones (gracias a que al ser descripción de hardware, no es una solución secuencial, sino que paralelo).