



Departamento de electrónica
Robótica

Elaboración y validación práctica de un modelo dinámico de un robot móvil

Docente: Msc. Gianneta

Ayudante: Ing. Granzella Damián

Apellido y nombre	Legajo
Bonzini, Aramis Augusto	141.582-1
Martinez, Jorge Nahuel	140.940-2

Entrega informe	Fecha
Primera	04/07/2016
Segunda	
Aprobación	

Índice

1. Introducción	2
2. Desarrollo	2
3. Resultados	5
3.1. Análisis mediante un interpolador polinomial de orden 3	5
3.2. Análisis mediante un interpolador polinomial de orden 5	10
3.3. Análisis mediante un interpolador cicloidal	15
4. Conclusiones	20

Resumen

Se propone la construcción teórica de un modelo de control dinámico del robot móvil Múltiplo N6 basado en el análisis de Ivanjko[1] y su posterior validación práctica mediante diferentes interpolaciones de una trayectoria dada.

Palabras claves: Robot móvil, control dinámico, modelo dinámico.

1. Introducción

El estudio del modelo dinámico de un robot permite obtener el torque que se le debe aplicar a cada articulación, tal que dicho mecanismo alcance las aceleraciones necesarias para realizar una determinada trayectoria. Además, en función del tipo de interpolador que se emplee para diseñar la trayectoria requerida, variará tanto la forma como los valores máximos, RMS y la continuidad o no de las curvas de velocidad y aceleración necesarias. Teniendo en cuenta la aplicación que deba llevar a cabo el robot, se podría limitar el uso de algún interpolador según se necesitare que la aceleración no presente discontinuidades, que su valor RMS o que su relación con el máximo sea la mínima posible, etc.

Se propone diseñar un modelo teórico del robot Múltiplo N6 basado en sus dimensiones geométricas y en las bases teóricas vistas en la materia “Robótica”. Luego, se diseñará una trayectoria genérica y se emplearán 3 tipos de interpoladores diferentes para llevarla a cabo, con el objetivo de realizar una comparación entre los valores obtenidos, pudiendo así corroborar la validez del modelo planteado, extrayendo las conclusiones pertinentes.

2. Desarrollo

El robot sobre el cual se va a llevar a cabo la experimentación es el Múltiplo N6. Éste es un robot del tipo diferencial con una rueda libre en la parte posterior para mejorar su estabilidad.

El modelo dinámico se plantea mediante el uso de la mecánica de Lagrange, basado en consideraciones energéticas, según el cuál se deben definir las siguientes ecuaciones:

$$\frac{\partial}{\partial x} \frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i} - \frac{\partial L}{\partial q_i} = \tau \quad (1)$$

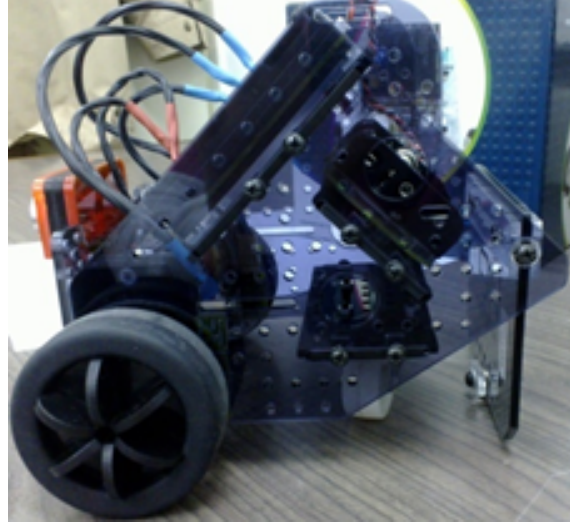


Figura 1: Robot diferencial utilizado

$$L = k - u \quad (2)$$

Donde:

- q_i : Coordenadas generalizadas.
- τ : Vector de fuerzas y pares aplicados en las q_i .
- L : Función Lagrangiana.
- k : Energía cinética.
- u : Energía potencial.

En el caso de aplicación, como el robot se moverá siempre sobre una superficie a la misma altura, se puede considerar que la energía potencial es nula, con lo cual el lagrangiano sólo está compuesto de las energías cinéticas correspondientes a:

- K_1 : Energía cinética de traslación del robot completo
- K_2 : Energía cinética de rotación del robot completo
- K_3 : Energía cinética de rotación del conjunto motor – rueda

$$K_1 = \frac{1}{2}m (x_c^2 + y_c^2) \quad (3)$$

$$K_2 = \frac{1}{2}I_A \dot{\Theta}^2 \quad (4)$$

$$K_3 = \frac{1}{2}I_0 \dot{\Theta}_L^2 + \frac{1}{2}I_0 \dot{\Theta}_R^2 \quad (5)$$

Donde I_A es el momento de inercia del robot respecto al centro de masa, I_0 es el momento de inercia del conjunto motor–rueda respecto al centro de rotación.

Los parámetros físicos del robot se obtienen mediante el desarrollo del modelo en el software Solidwroks, el cual arroja los siguientes valores:

- $m = 0.418\,269\,45\text{ kg}$
- $r = 59\text{ mm}$
- $I_0 = 970.95\text{ kg mm}^{-2}$
- $d = 39.456\,41\text{ mm}$
- $b = 131\text{ mm}$
- $I_A = 59.01\text{ kg mm}^{-2}$

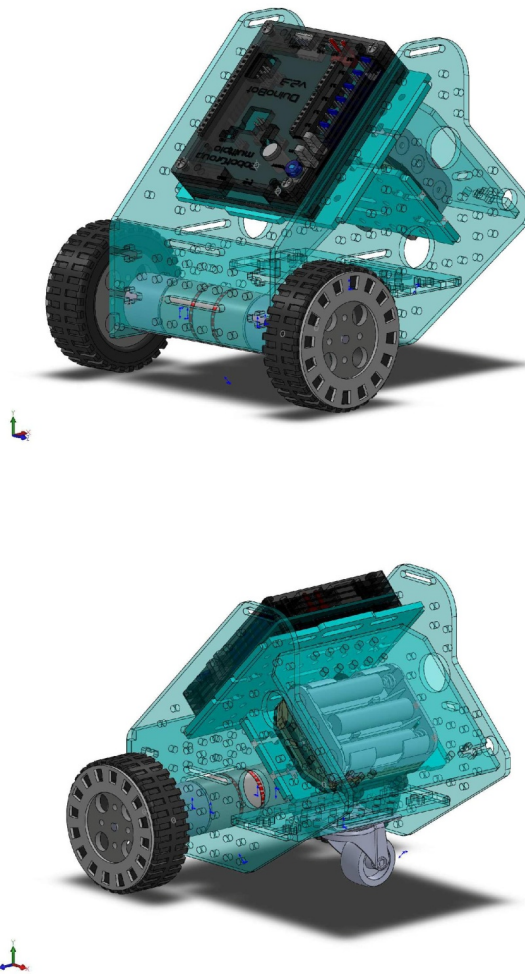


Figura 2: Modelo del robot en Solidworks.

Para la elección de la trayectoria genérica a realizar, se propone el uso de la misma que se utilizó en el estudio del modelo cinemático del mismo robot, la cual tenía los siguientes parámetros:

- Radio de giro = 15 cm
- Tiempo de giro = 5 s

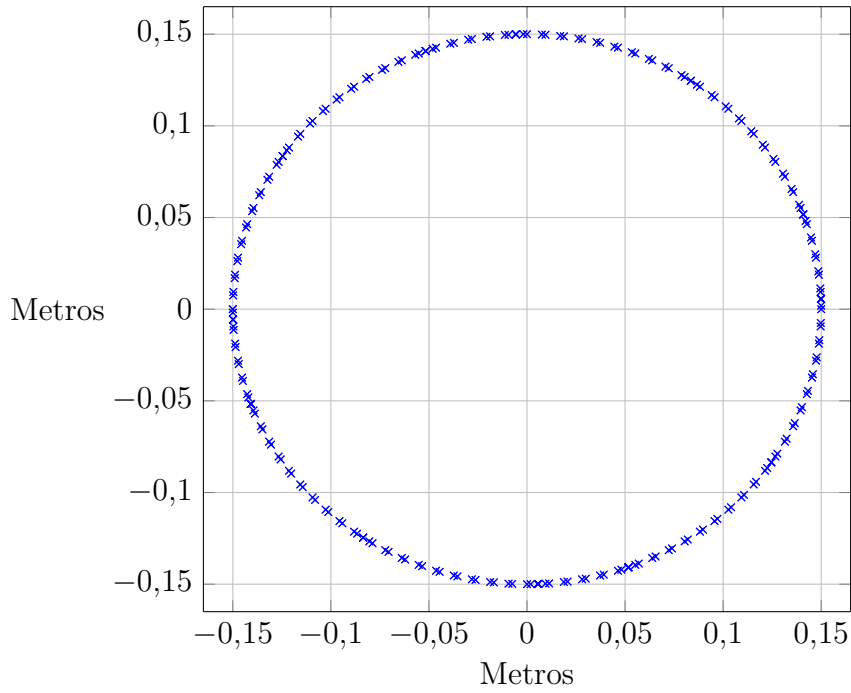


Figura 3: Trayectoria a realizar

3. Resultados

3.1. Análisis mediante un interpolador polinomial de orden 3

La trayectoria polinomial de 3° orden queda definida por la función:

$$x(t) = a_0 + a_1t + a_2t^2 + a_3t^3 \quad (6)$$

Los parámetros incógnita se obtienen resolviendo el sistema de ecuaciones obtenido de las funciones de posición y de velocidad para los límites de tiempo inicial y final. Por lo tanto, este interpolador permite fijar los valores iniciales y finales tanto de la posición como de la velocidad.

Reemplazando dichos valores, se obtiene que para que el robot describa esta trayectoria, debe seguir las siguientes curvas:

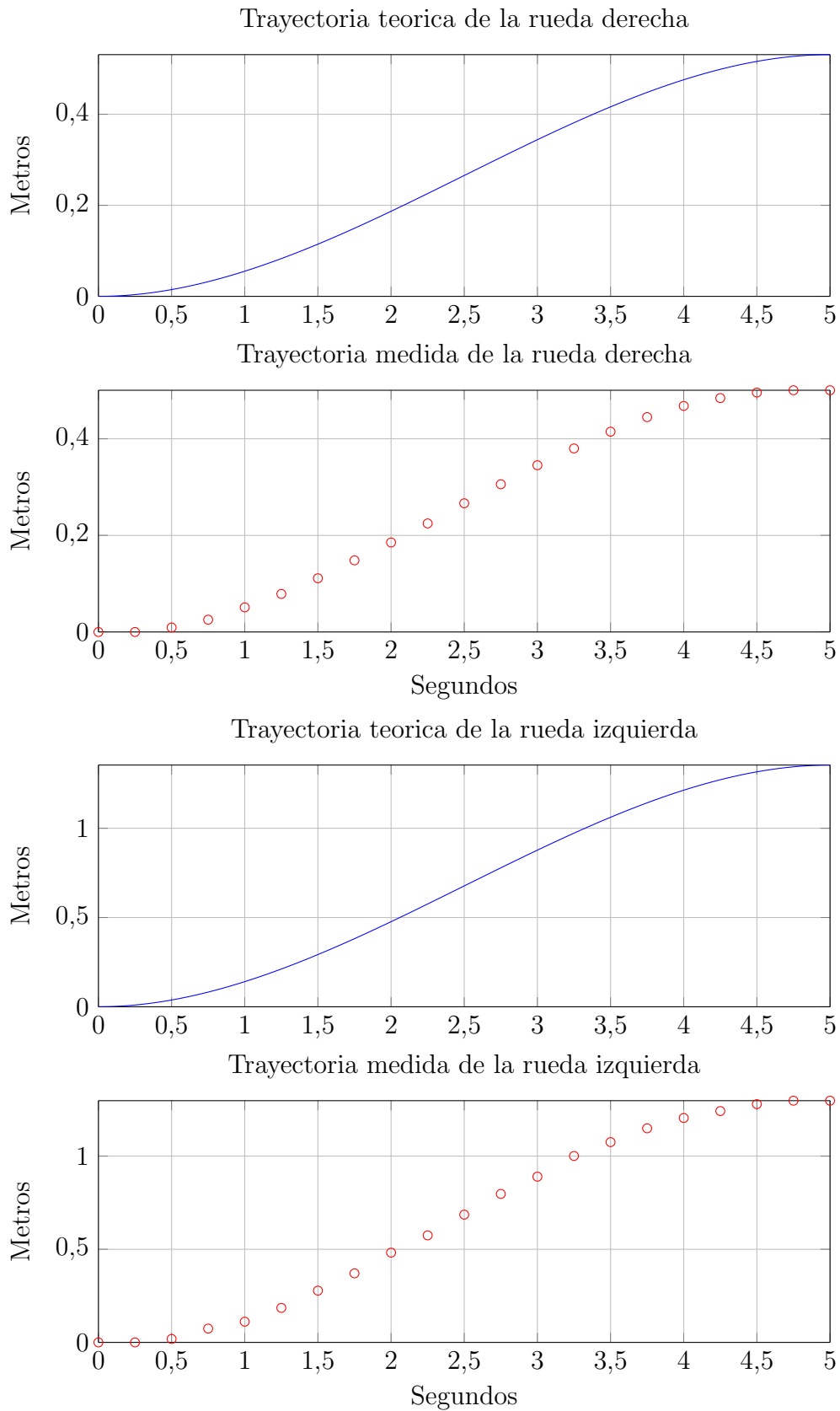


Figura 4: Trayectorias a realizar

Como se puede apreciar en ambas imágenes, en la parte superior de cada una está la curva de la función de posición de cada rueda, la cual describe una trayectoria cúbica. Además, se aprecia que hay poca dispersión entre la curva teórica y la

medida, con lo cual es de esperarse que el gráfico de la trayectoria realizada sea bastante aproximada a la teórica.

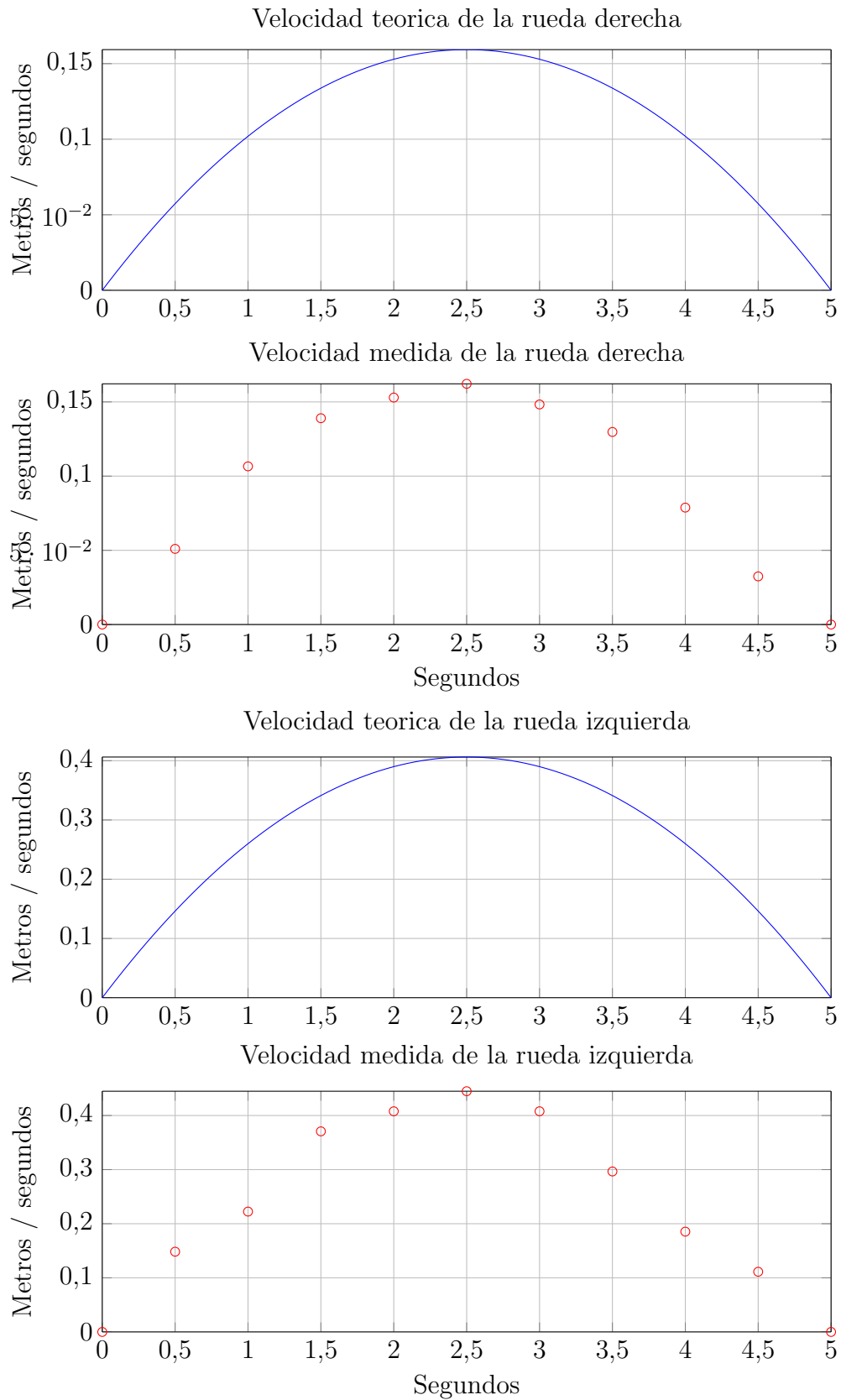


Figura 5: Velocidades a realizar

La forma de las velocidades ha de ser parabólica, ya que son las derivadas de la función posición. Si bien se observa que las curvas medidas se aproximan bien a las teóricas, el empleo de encoders ópticos con muy poca resolución conlleva a que se deban agrupar de a muchas muestras para obtener cálculos fiables, haciendo que la estimación de las velocidades prácticas no sea muy precisa. Este inconveniente sea hace mucho más notorio en el cálculo de las aceleraciones medidas.

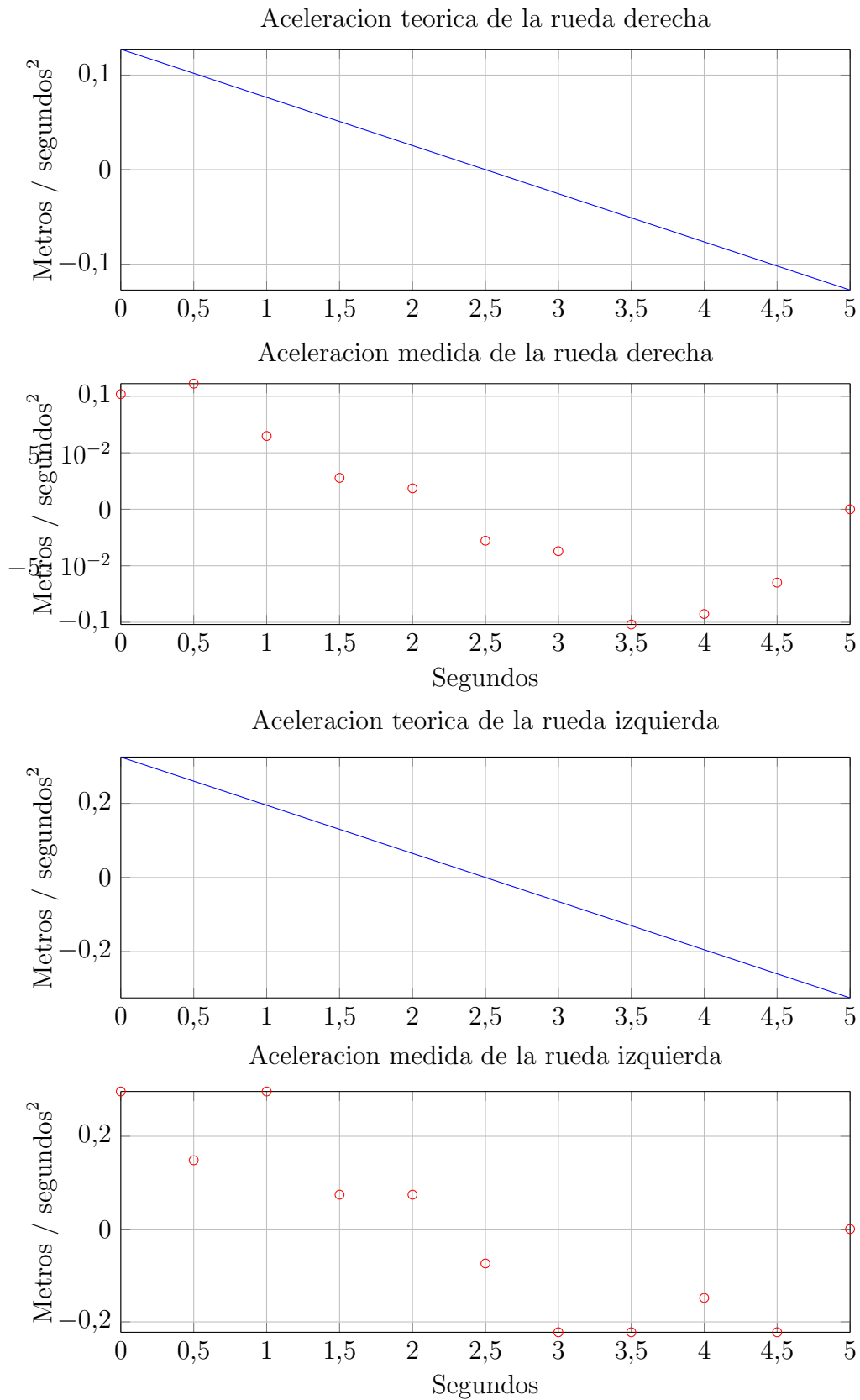


Figura 6: Aceleraciones a realizar

Si bien los gráficos de las aceleraciones medidas no parecen concordar con los teóricos, se concluye que este error es debido principalmente a la poca resolución de los encoders ópticos, ya que tanto la posición como la velocidad coinciden con lo

esperado, dando por sentado que la aceleración también coincidirá, pero no se puede demostrar así por la imprecisión para determinar de forma concisa la velocidad.

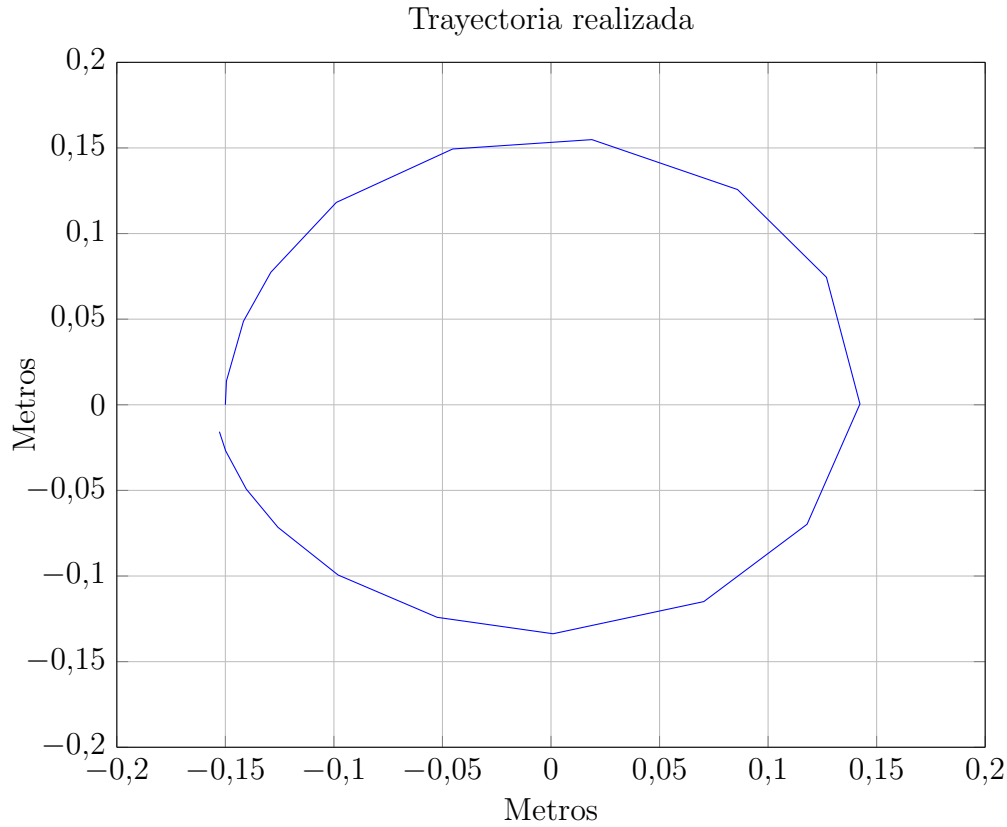


Figura 7: Trayectoria total realizada.

Finalmente, como se suponía al ver las funciones trayectorias realizadas por cada rueda, se ve que la descrita por el robot se acerca bastante bien a la teórica. Por lo tanto, se concluye que el interpolador empleado es correcto y requiere torques menores que los máximos disponibles por los motores utilizados. Sin embargo, se debe tener en cuenta que genera una discontinuidad tanto en el momento de partida como en la finalización del movimiento.

3.2. Análisis mediante un interpolador polinomial de orden 5

La trayectoria polinomial de 5° orden queda definida por la función:

$$x(t) = a_0 + a_1t + a_2t^2 + a_3t^3 + a_4t^4 + a_5t^5 \quad (7)$$

La ventaja respecto del interpolador de 3° orden, es que permite fijar además los valores iniciales y finales de aceleración, evitando así las discontinuidades que producen un desgaste mecánico en los engranajes de las articulaciones intervinientes.

Reemplazando dichos valores, se obtiene que para que el robot describa esta trayectoria, debe seguir las siguientes curvas:

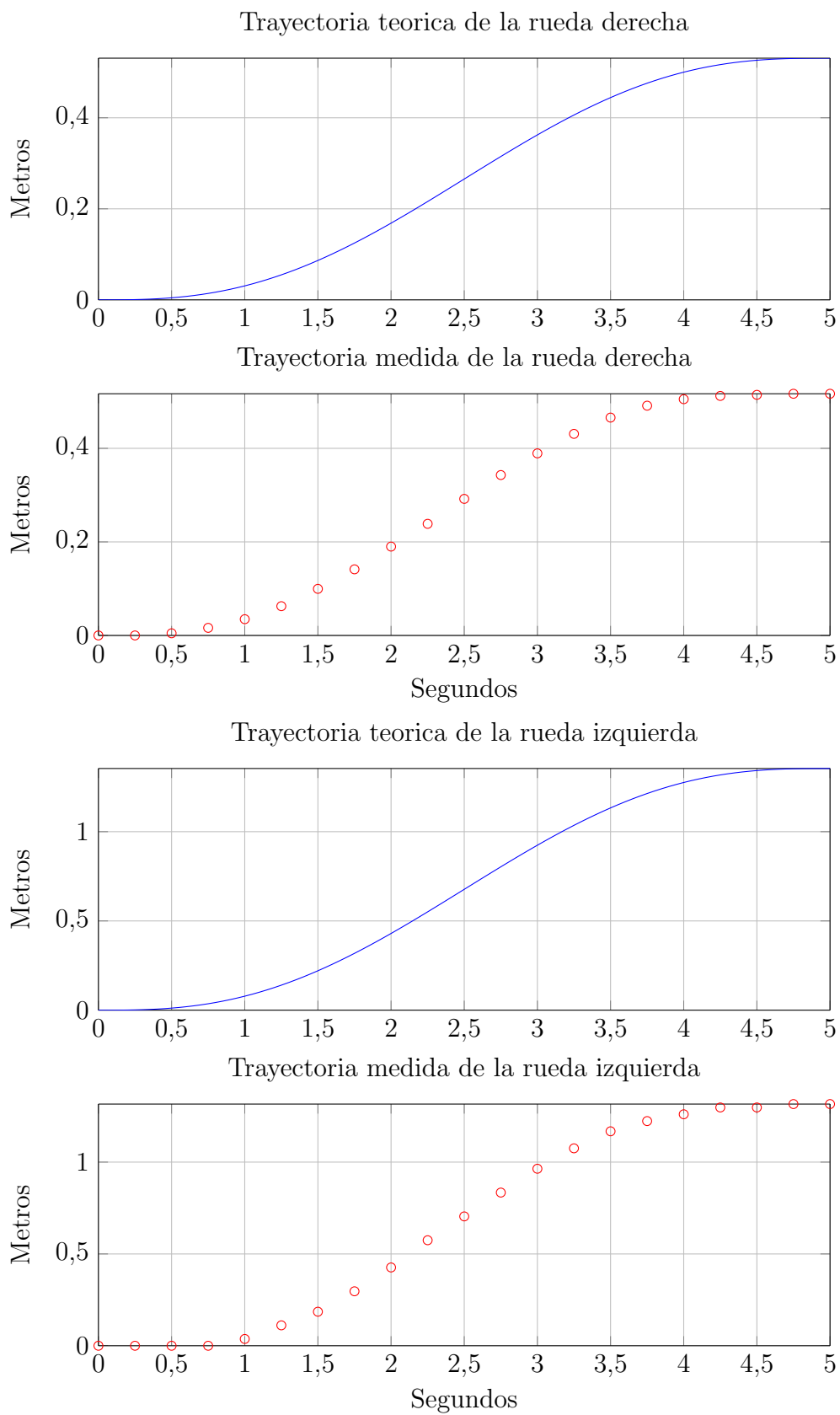


Figura 8: Trayectorias a realizar

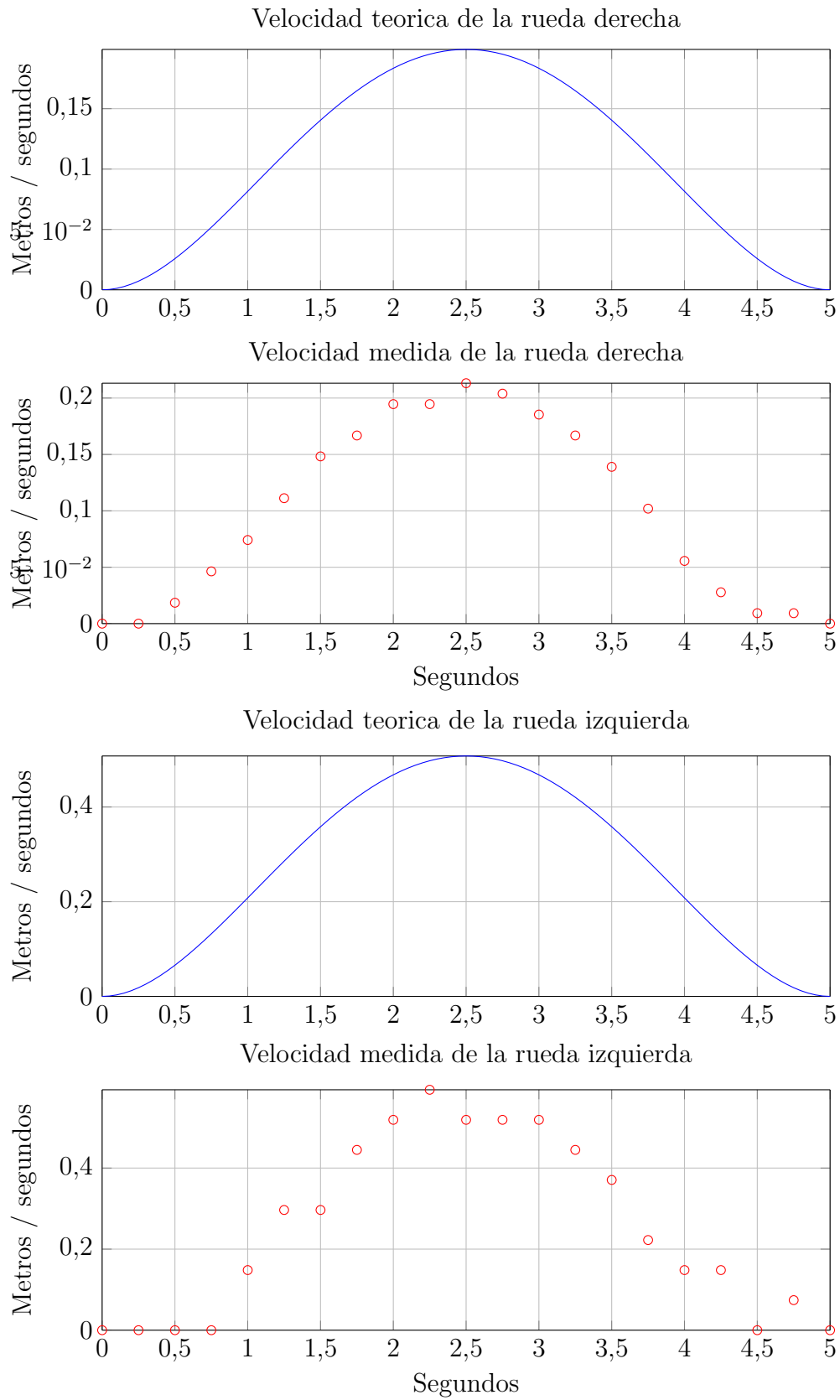


Figura 9: Velocidades a realizar

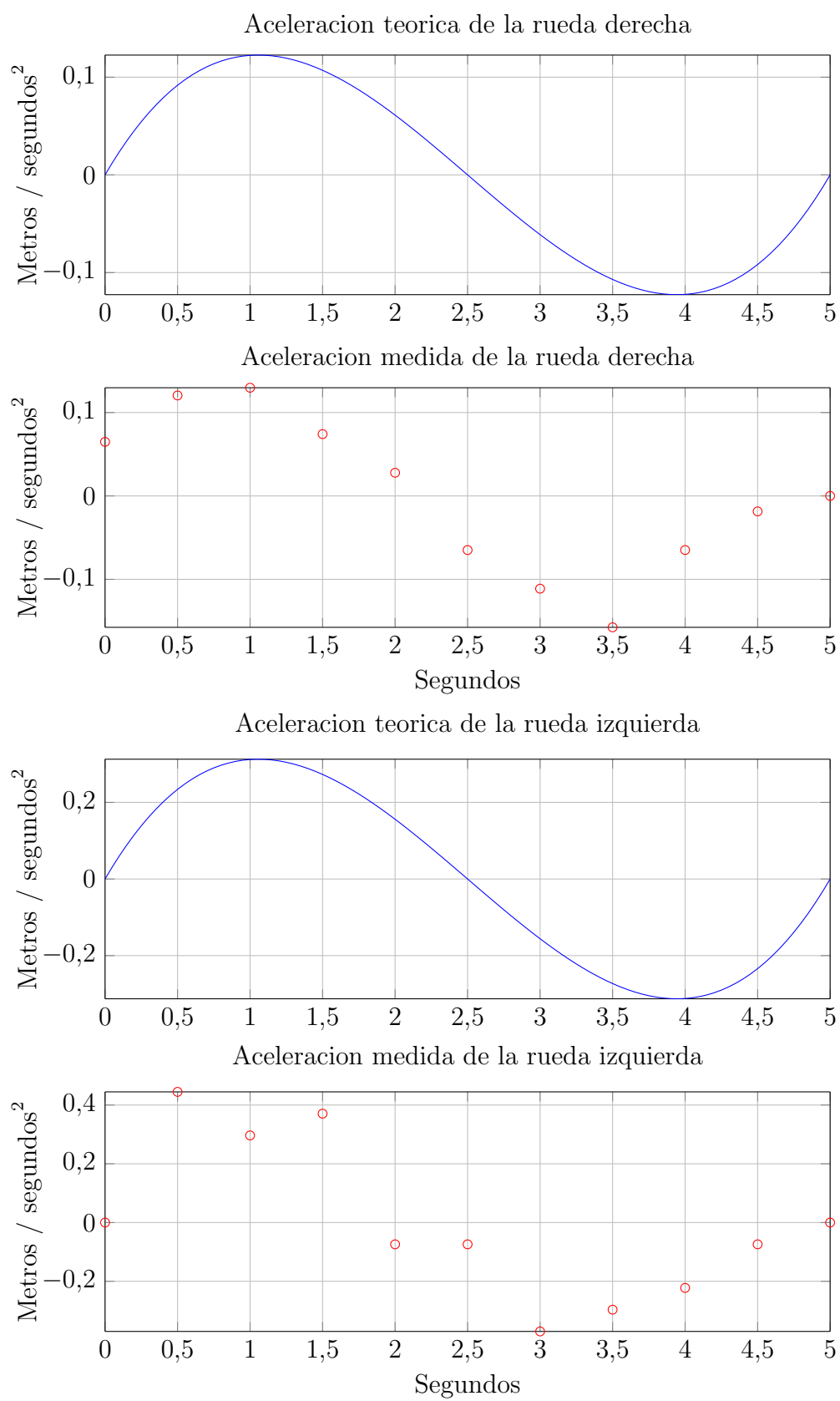


Figura 10: Aceleraciones a realizar

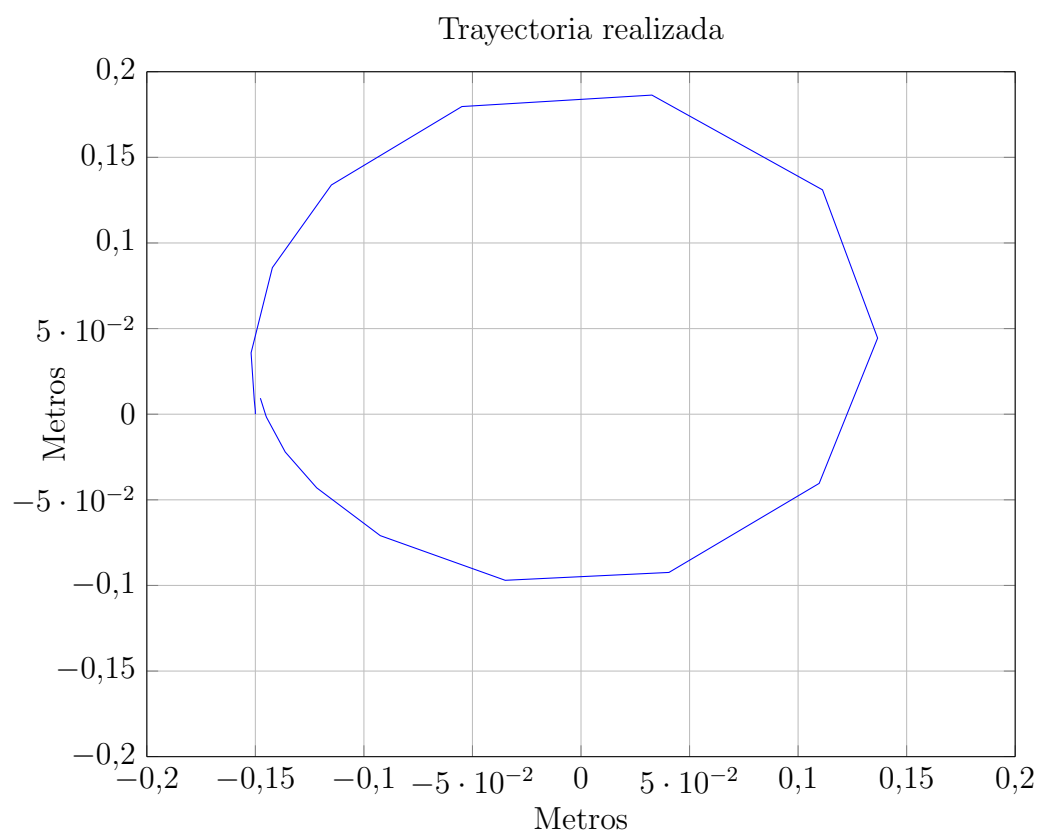


Figura 11: Trayectoria total realizada.

3.3. Análisis mediante un interpolador cicloidal

La trayectoria cicloidal queda definida por la función:

$$f(t) = h \left(\frac{t}{T} - \frac{\sin\left(\frac{2\pi t}{T}\right)}{2\pi} \right) \quad (8)$$

Donde $h = f(T) - f(0)$, posición final menos posición inicial (distancia total recorrida).

Reemplazando dichos valores, se obtiene que para que el robot describa esta trayectoria, debe seguir las siguientes curvas:

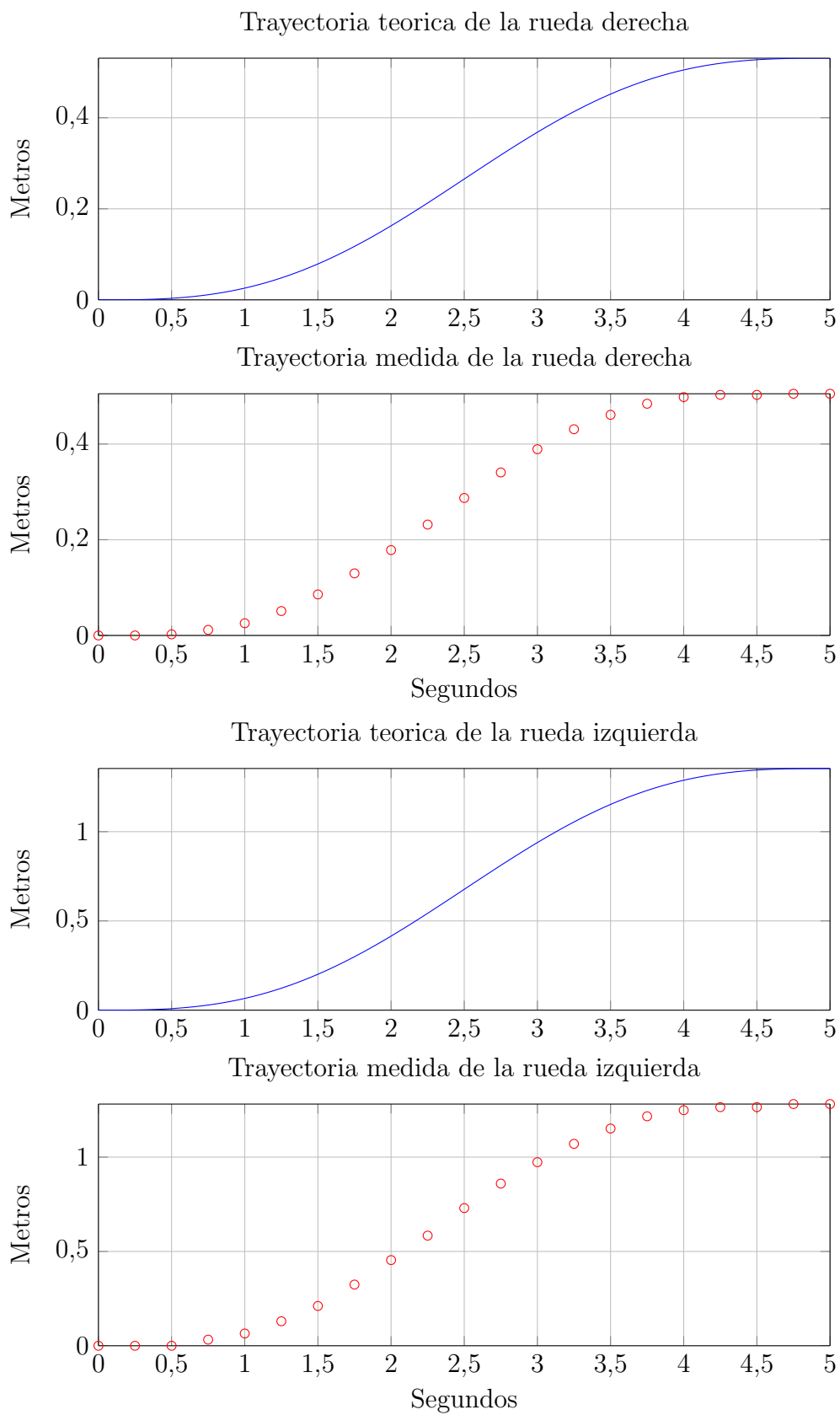


Figura 12: Trayectorias a realizar

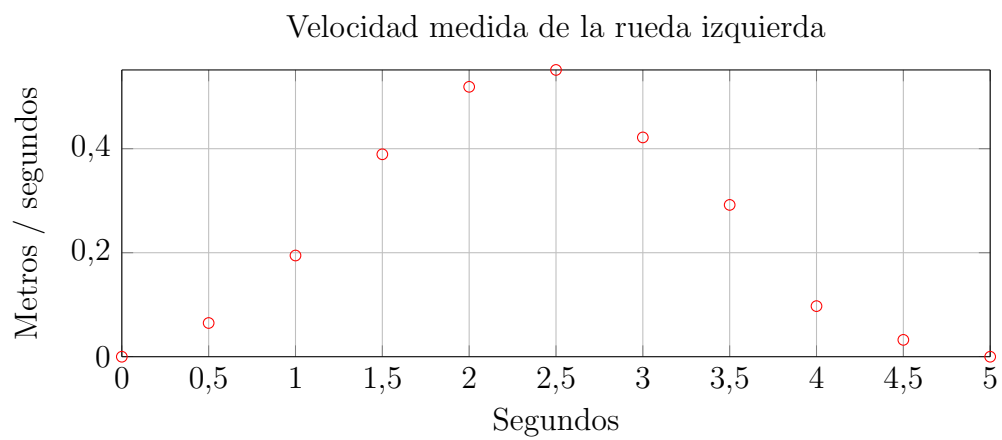
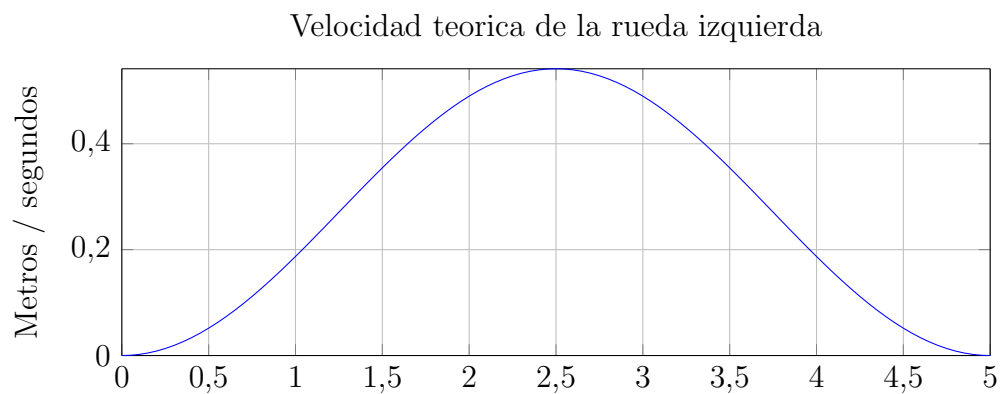
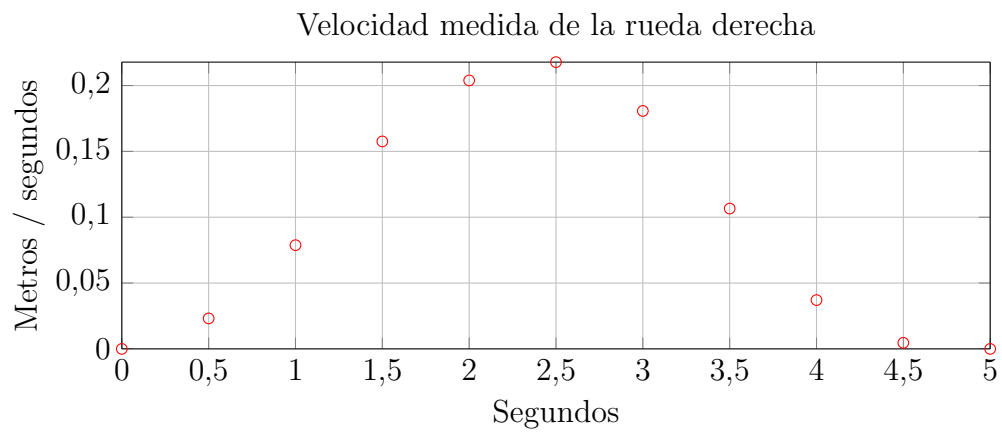
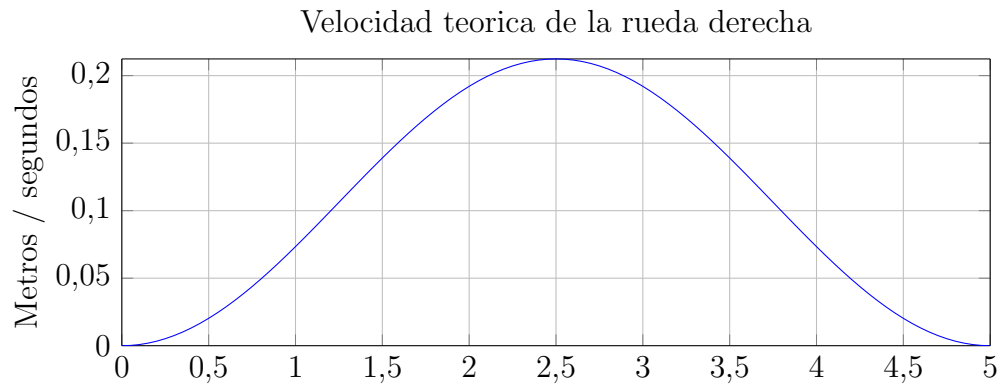


Figura 13: Velocidades a realizar

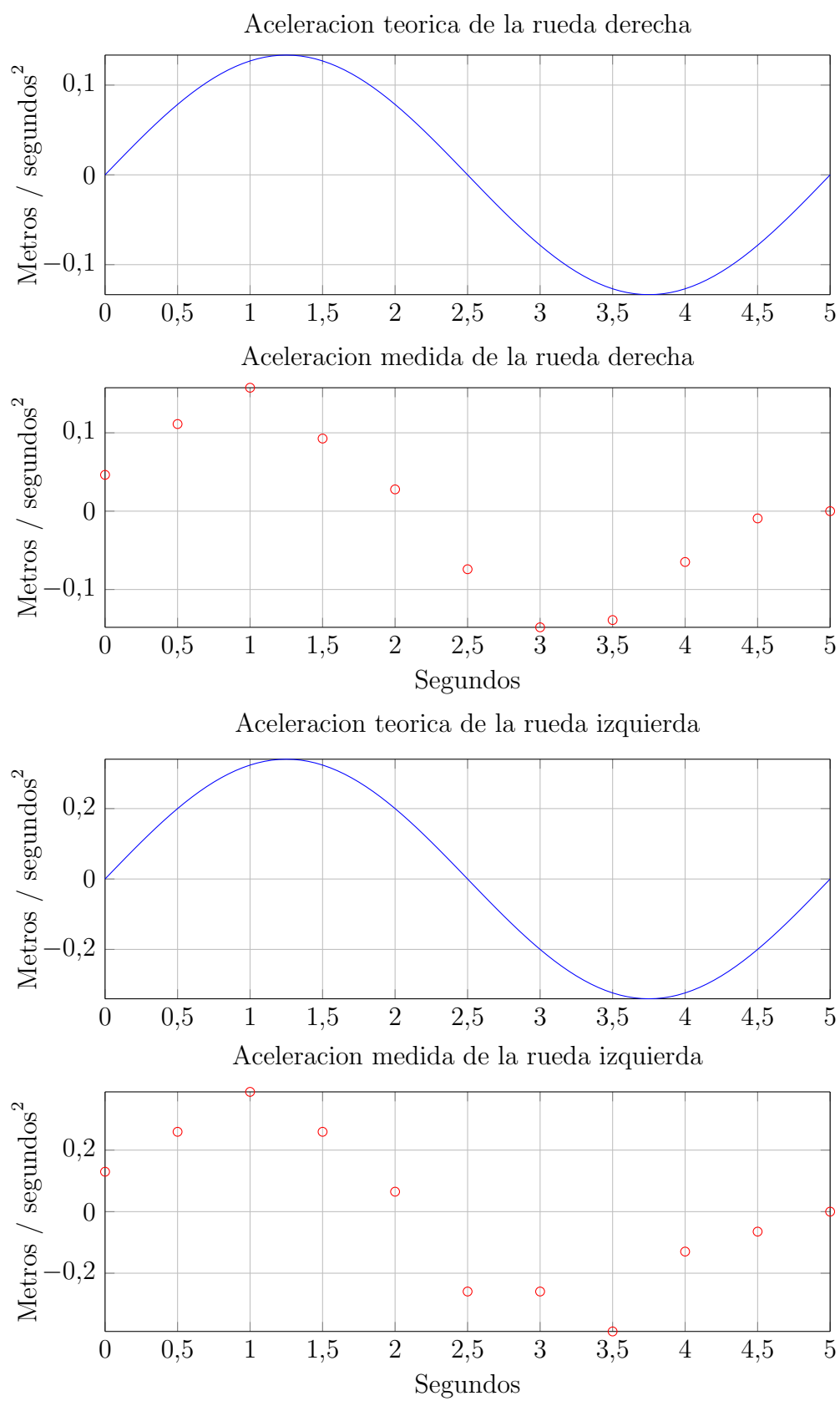


Figura 14: Aceleraciones a realizar

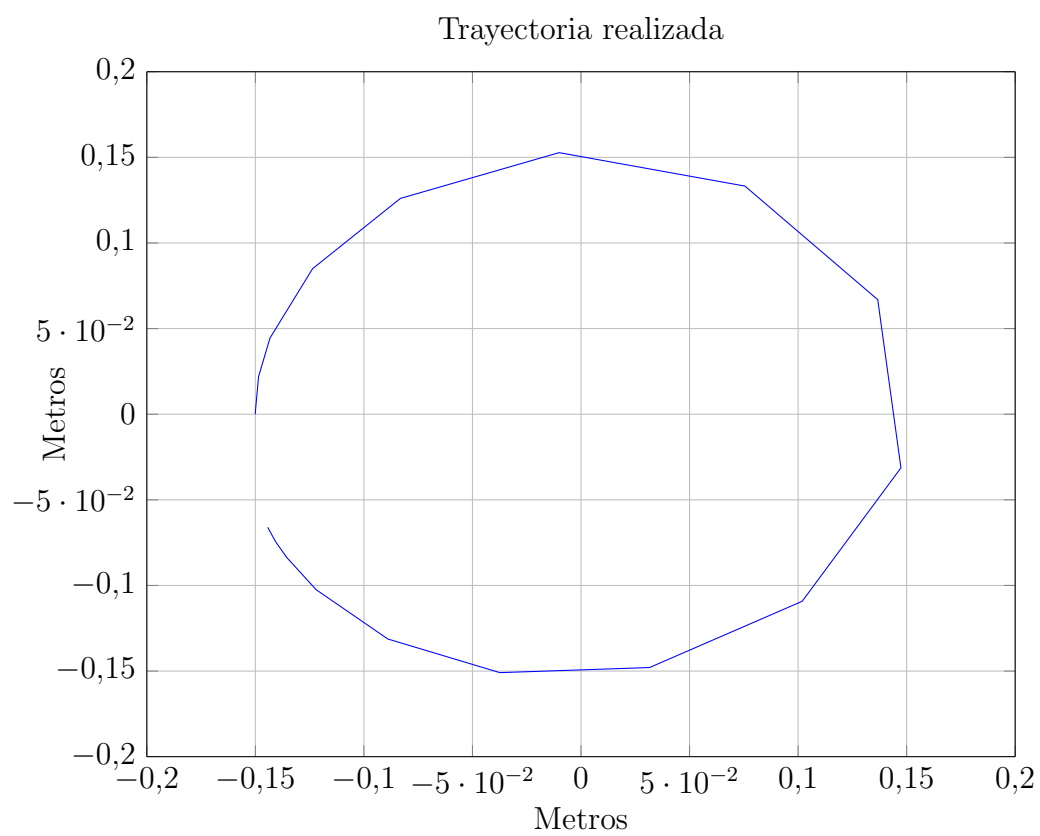


Figura 15: Trayectoria total realizada.

4. Conclusiones

Se observaron las siguientes características:

- La función polinomial de 3 orden posee discontinuidad en la aceleración en los extremos, por lo tanto impone torques que varían bruscamente.
- La función polinomial de 5 orden y cicloidal son continuas en la aceleración.
- La función polinomial de 3 orden presenta la velocidad y aceleración RMS mínimas, sacrificando continuidad, mientras que las otras funciones son continuas pero presentan un valor mayor en módulo.
- El arduino utilizado no permite realizar una medición de consumo de energía, ni medir el torque aplicado, por lo que no se pueden validar los modelos en su totalidad.

Se pudo representar satisfactoriamente la trayectoria deseada con los 3 métodos aplicados de interpolación. Esto demuestra que cualquiera puede servir para diseñar la evolución que deben tener las ruedas del dispositivo móvil. La elección final vendrá determinada por las características de la aplicación final, como ser que la aceleración no presente discontinuidades (para evitar los movimientos bruscos o el desgaste mecánico que esto produce), que la relación entre el valor máximo y el RMS sea la mínima, etc.

Esta trayectoria buscada es la misma que en el trabajo práctico anterior; la diferencia es que el resultado es mucho mejor: Teniendo solo en cuenta las cuestiones cinemáticas, la trayectoria no se pudo realizar con éxito. En él, se utilizaban escalones de velocidad, con lo cual ésta era discontinua y la aceleración debía ser muy elevada. Este “modelo de interpolación” de escalón de velocidad no es práctico de ningún punto de vista: no es continuo, sus valores no son mínimos, y la trayectoria es la que mayor error presenta.

Se puede ver que los modelos dinámicos son correctos. El problema esta en la implementación con el robot, ya que presenta encoders de baja resolución (con los que no se puede hacer un control en tiempo real para mejorar el recorrido), piezas mecánicas con juego y resbalamiento, y problemas en la actuación de los motores. En esto último, se ha observado que en algunos casos un motor se enciende antes que otro, o se quedan quietos, con lo que aparecen errores en el desplazamiento que no siempre son repetibles. Estos problemas surgen de parte del sistema mecánico, y no de los métodos utilizados de control dinámico.

Referencias

- [1] Ivanjko, E., Petrinić, T., Petrović, I.. Modelling of Mobile Robot Dynamics Proceedings of the 7th EUROSIM Congress on Modelling and Simulation Vol. 2 (2010).