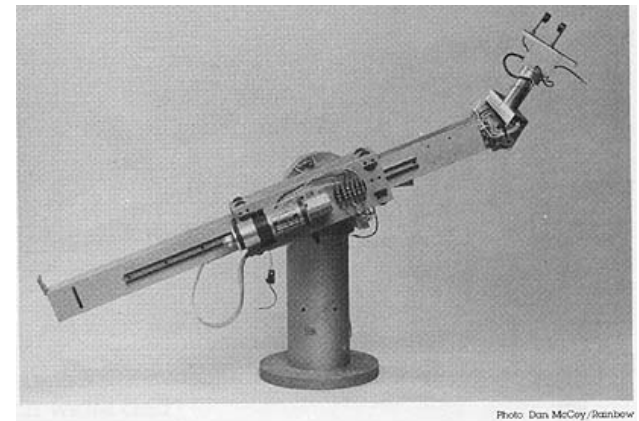


# Modelo y Control de un Robot Stanford de 3GDL



## ROBOTICA – R6055 - 2010

**Profesor:** M.aS. Ing. Hernan Giannetta

**JTP. :** Ing. Damian Granzella

**Integrantes:**

**Alonso, Gustavo.  
Montalti, Pablo.**

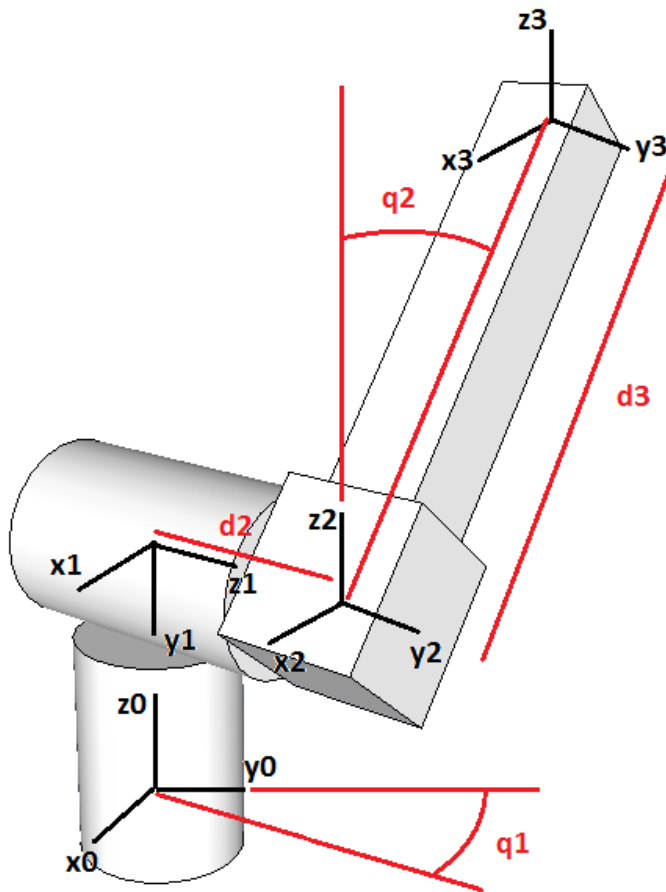
**Responsable :  
(e-mail del responsable)**

**Alonso Gustavo; gusgea@hotmail.com  
Montalti Pablo; pmontalti@hotmail.com**

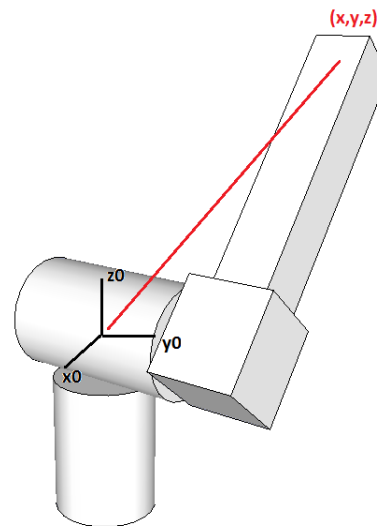
**Tesis Final - Robotica - Gustavo  
Alonso, Pablo Montalti**

# Modelo Cinemático

- Modelo Cinemático Directo: Método D-H



Link	$\theta_i$	$d_i$	$a_i$	$\alpha_i$
1	$\theta_1$	0	0	$-90^\circ$
2	$\theta_2$	$d_2$	0	$90^\circ$
3	0	$d_3$	0	0

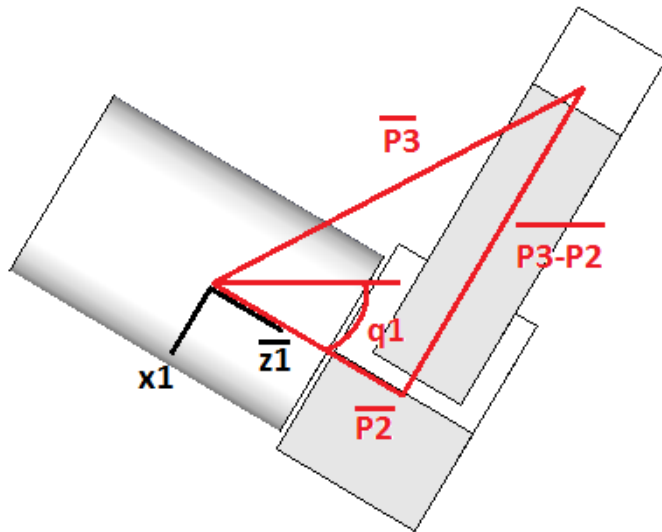


$$\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -S1.d2 + C1.S2.d3 \\ C1.d2 + S1.S2.d3 \\ C2.d3 \\ 1 \end{bmatrix}$$

# Modelo Cinemático

- Modelo Cinemático Inverso: Según Paul.
- 3 pasos para orientar el extremo del brazo en el punto destino.

Paso1: Obtención de  $q_1$

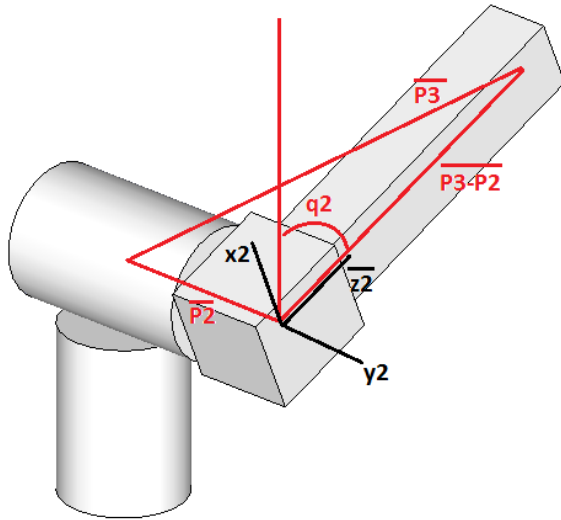


$$\bar{z}_1 \bullet (\bar{P}_3 - \bar{P}_2) = 0$$

$$\theta_1 = 2.tg^{-1} \left( \frac{-P_x \pm \sqrt{P_x^2 + P_y^2 - d_2^2}}{(d_2 + P_y)} \right)$$

# Modelo Cinemático

Paso2: Obtención de q2



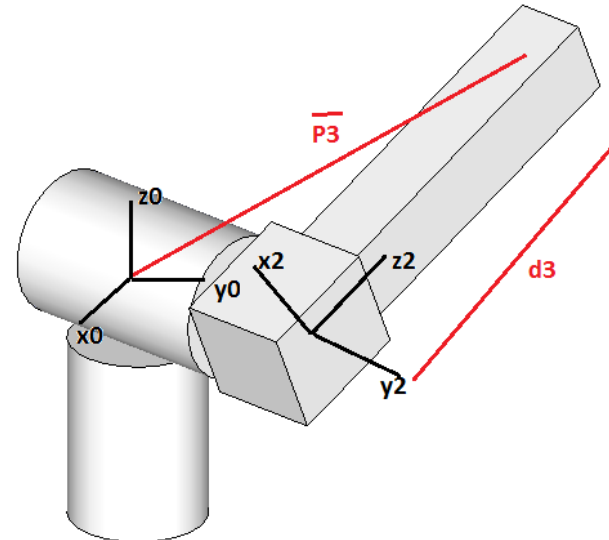
$$\bar{z}_2 \cdot \|\bar{P}_3 - \bar{P}_2\| = (\bar{P}_3 - \bar{P}_2)$$

$$\theta_2 = \text{tg}^{-1} \left( \frac{C1.P_x + S1.P_y}{P_z} \right)$$

Paso3: Obtención de d3

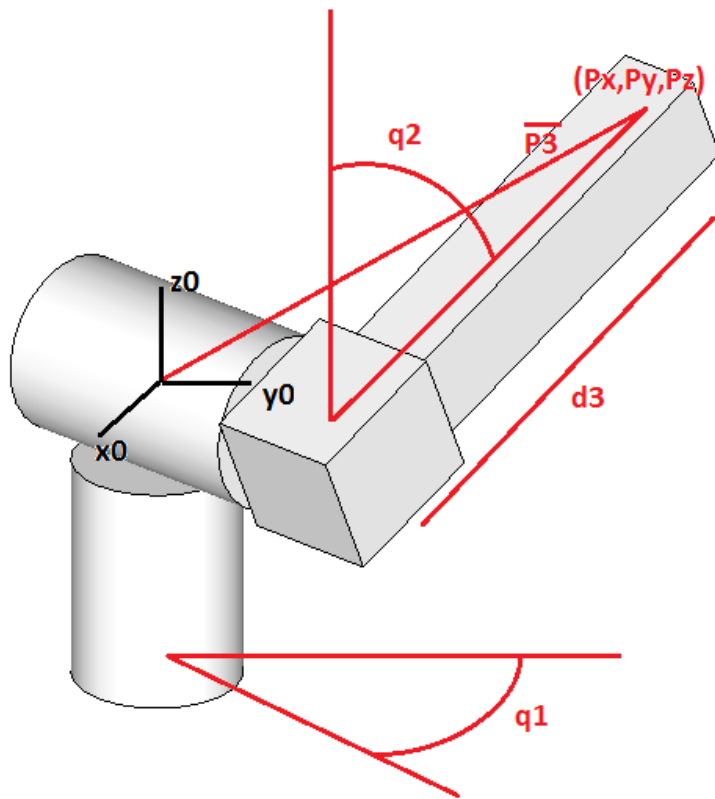
$$\bar{P}_3 = \begin{bmatrix} P_x \\ P_y \\ P_z \\ 1 \end{bmatrix} = {}^0A_2 \cdot \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ d3 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} d3.C1.S2 - S1.d2 \\ d3.S1.S2 + C1.d2 \\ d3.C2 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$P_z.C2 + S2.(C1.P_x + S1.P_y) = d3$$



# Modelo Cinemático

- Modelo Cinemático Inverso: Conclusión



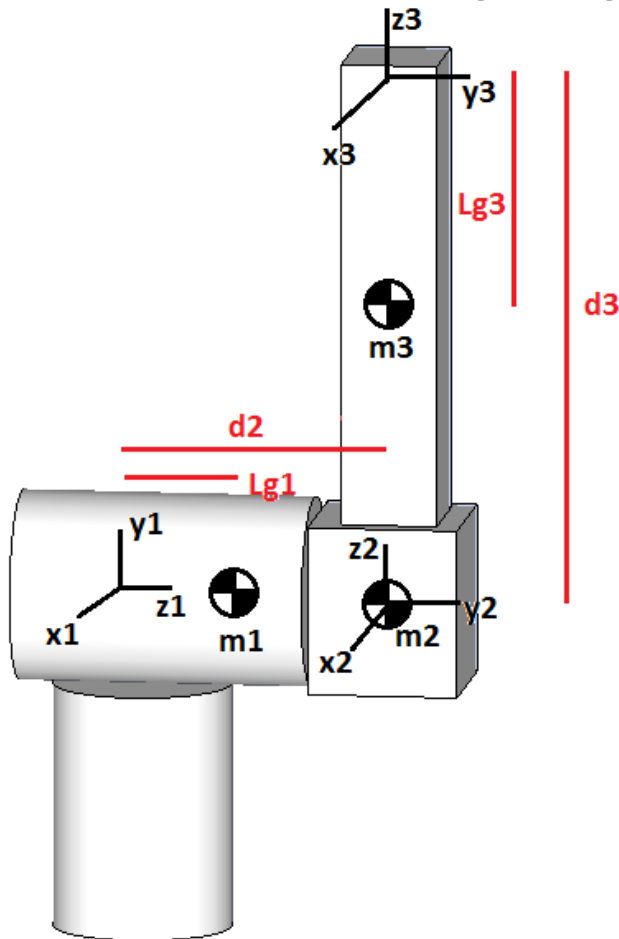
$$\theta_1 = 2.tg^{-1} \left( \frac{-P_x \pm \sqrt{P_x^2 + P_y^2 - d_2^2}}{(d_2 + P_y)} \right)$$

$$\theta_2 = tg^{-1} \left( \frac{C_1.P_x + S_1.P_y}{P_z} \right)$$

$$P_z.C_2 + S_2.(C_1.P_x + S_1.P_y) = d_3$$

# Modelo Dinámico

- Método de Lagrange – Euler:



$$\tau = D(q) \cdot \ddot{q} + H(q, \dot{q}) + C(q)$$

# Modelo Dinámico

- Método de Lagrange – Euler: Resultado

$$D = \begin{bmatrix} Lg_1^2 \cdot m_1 + d2^2 \cdot m_2 + m_3 \cdot (d2^2 + (S2 \cdot (d3 - Lg_3))^2) & -d2 \cdot (d3 - Lg_3) \cdot m_3 \cdot C2 & -d2 \cdot m_3 \cdot S2 \\ -d2 \cdot (d3 - Lg_3) \cdot m_3 \cdot C2 & (d3 - Lg_3)^2 \cdot m_3 & 0 \\ -d2 \cdot m_3 \cdot S2 & 0 & m_3 \end{bmatrix}$$

$$H = \begin{bmatrix} (h_{112}^* + h_{121}^*) \cdot q1^* \cdot q2^* + (h_{113}^* + h_{131}^*) \cdot q1^* \cdot d3^* + h_{122}^* \cdot q2^* \cdot q2^* + (h_{123}^* + h_{132}^*) \cdot q2^* \cdot d3^* \\ h_{211}^* \cdot q1^* \cdot q1^* + h_{223}^* \cdot q2^* \cdot d3^* + h_{232}^* \cdot d3^* \cdot q2^* \\ h_{311}^* \cdot q1^* \cdot q1^* + h_{322}^* \cdot q2^* \cdot q2^* \end{bmatrix}$$

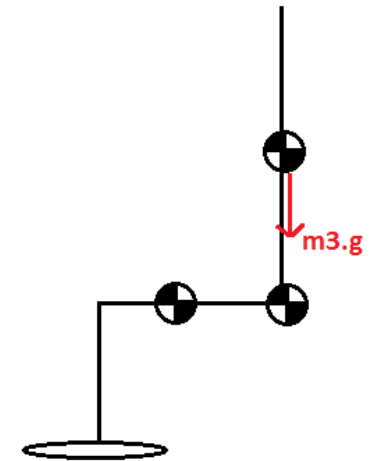
$$C = \begin{bmatrix} 0 \\ -m_3 \cdot d3 \cdot g \cdot S2 + m_3 \cdot g \cdot S2 \cdot Lg_3 \\ m_3 \cdot g \cdot C2 \end{bmatrix}$$

# Modelo Dinámico

- Método de Lagrange – Euler: Análisis

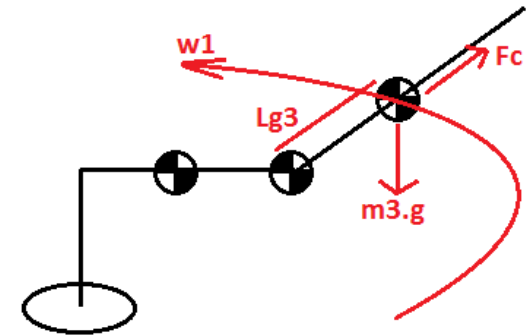
Link3: Asumiendo la trayectoria de  $q_2 = 0^\circ$  (ctte):

$$F_3 = m_3 \cdot \overset{**}{d_3} + m_3 \cdot g$$



Link3: Asumiendo la trayectoria de  $q_2 = 90^\circ$  (ctte) y  $\dot{q}_1 = K$  rad/seg (ctte) y  $\dot{d}_3 = 2 \cdot Lg_3$  (ctte):

$$F_3 = m_3 \cdot \overset{**}{d_3} - m_3 \cdot Lg_3 \cdot K^2$$



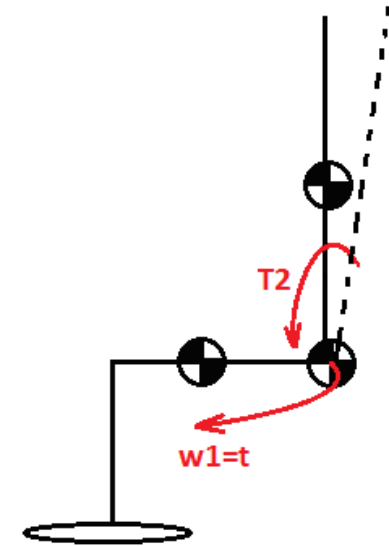


# Modelo Dinámico

- Método de Lagrange – Euler: Análisis

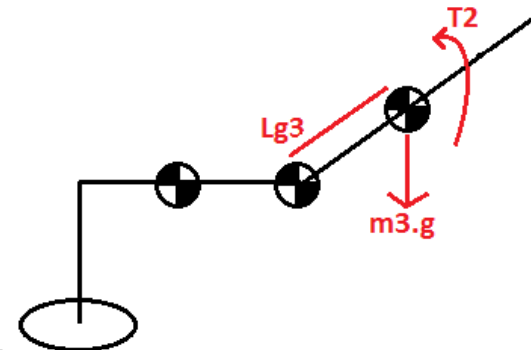
Link2: Asumiendo la trayectoria de  $q_2 = 0^\circ$  (ctte) y  $q_1^{**} = K \text{ rad/seg}^2$  (ctte) y  $d_3 = 2Lg_3$  (ctte):

$$\tau_2 = -d_2 \cdot m_3 \cdot C_2 \cdot Lg_3 \cdot K^2$$



Link2: Asumiendo la trayectoria de  $q_2 = 90^\circ$  (ctte) y  $d_3 = 2Lg_3$  (ctte):

$$\tau_2 = -m_3 \cdot g \cdot Lg_3$$

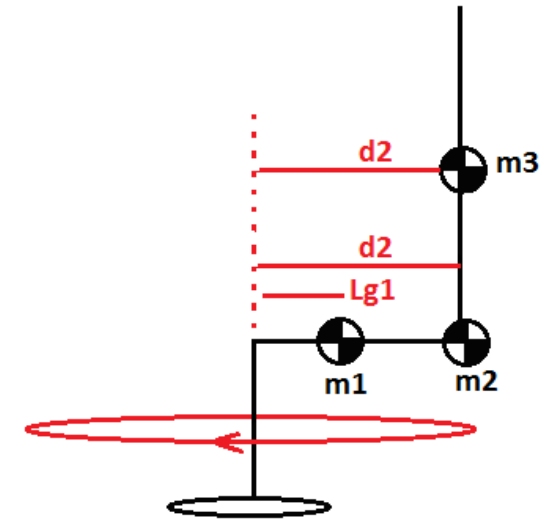


# Modelo Dinámico

- Método de Lagrange – Euler: Análisis

Link1: Asumiendo la trayectoria de  $q_2 = 0^\circ$  (ctte)  
y  $d_3 = 2Lg_3$  (ctte):

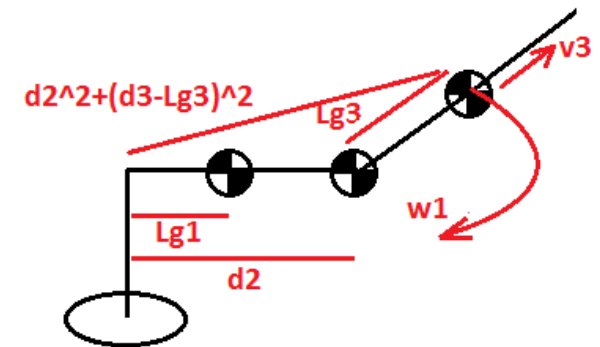
$$\tau_1 = (m_1.Lg_1^2 + d_2^2.m_2 + m_3.d_2^2).q_1^{**}$$



Link1: Asumiendo la trayectoria de  $q_2 = 90^\circ$  (ctte)  
y  $d_3^* = K$  m/seg (ctte):

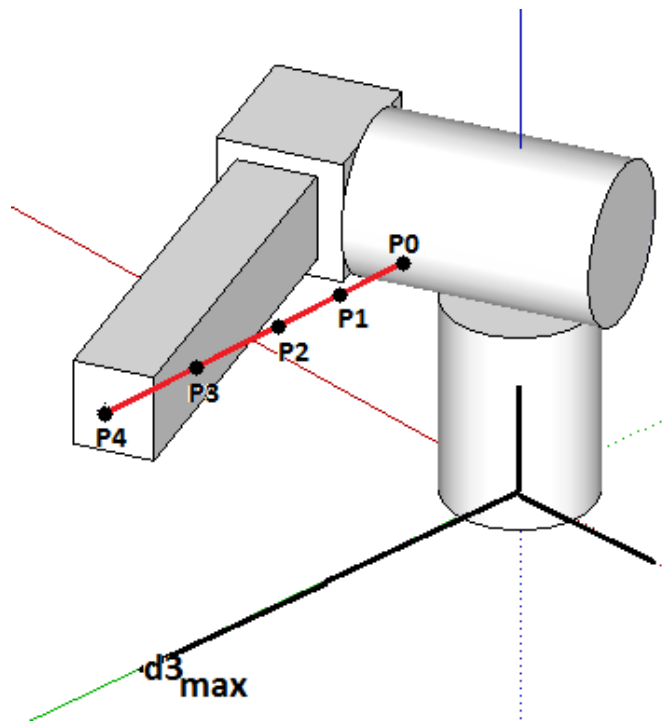
$$\tau_1 = (m_1.Lg_1^2 + d_2^2.m_2 + m_3.(d_2^2 + (K.t - Lg_3)^2)).q_1^{**}$$

$$+ 2.m_3.(K.t - Lg_3).q_1^{*}.K$$



# Simulación de los modelos

- Trayectoria Rectilínea con interpolación Lineal de 5 puntos



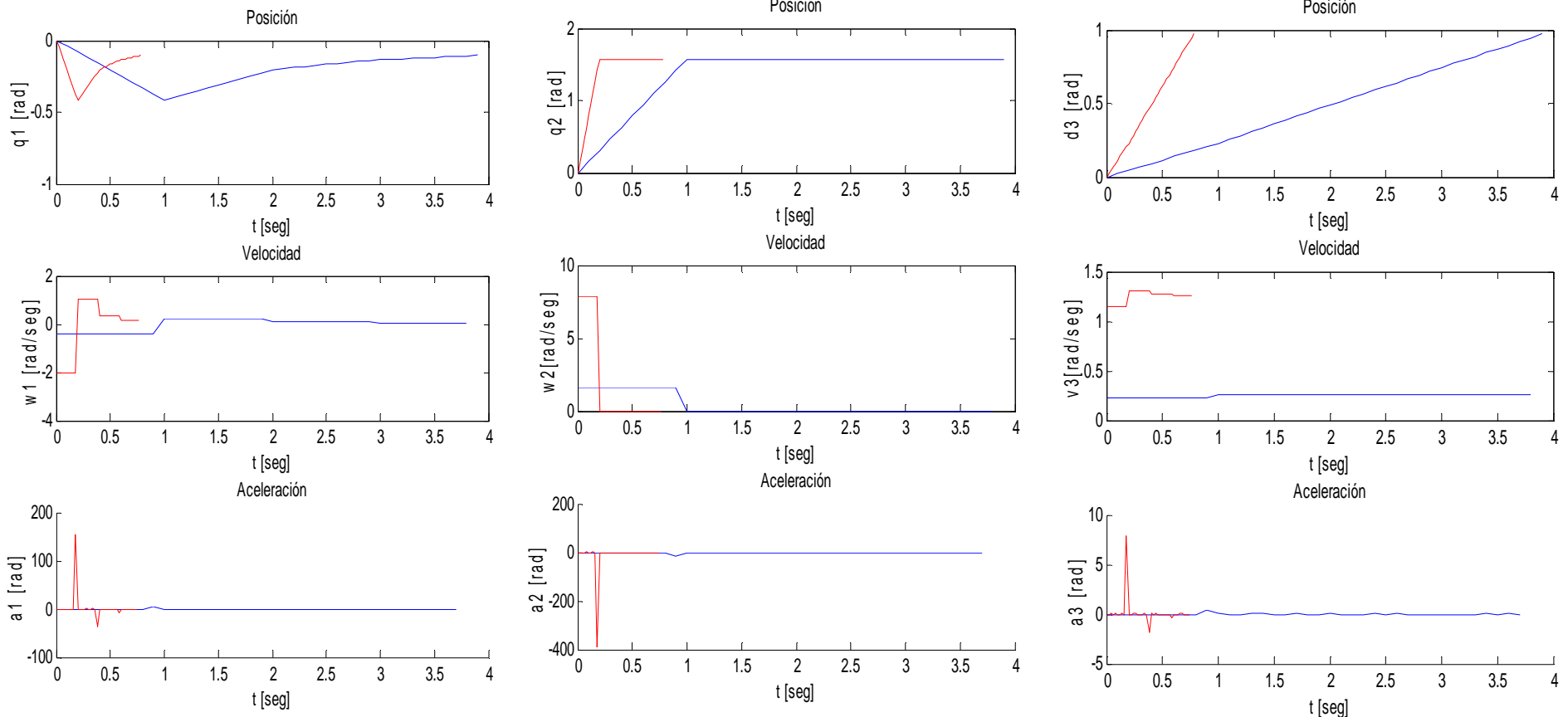
- Se interpolan los puntos por medio de la ecuación:

$$j(t) = (j^f - j^i) \frac{t - t_i}{t_f - t_i} + j^i$$

- Se probaron distintas velocidades para ver los efectos.

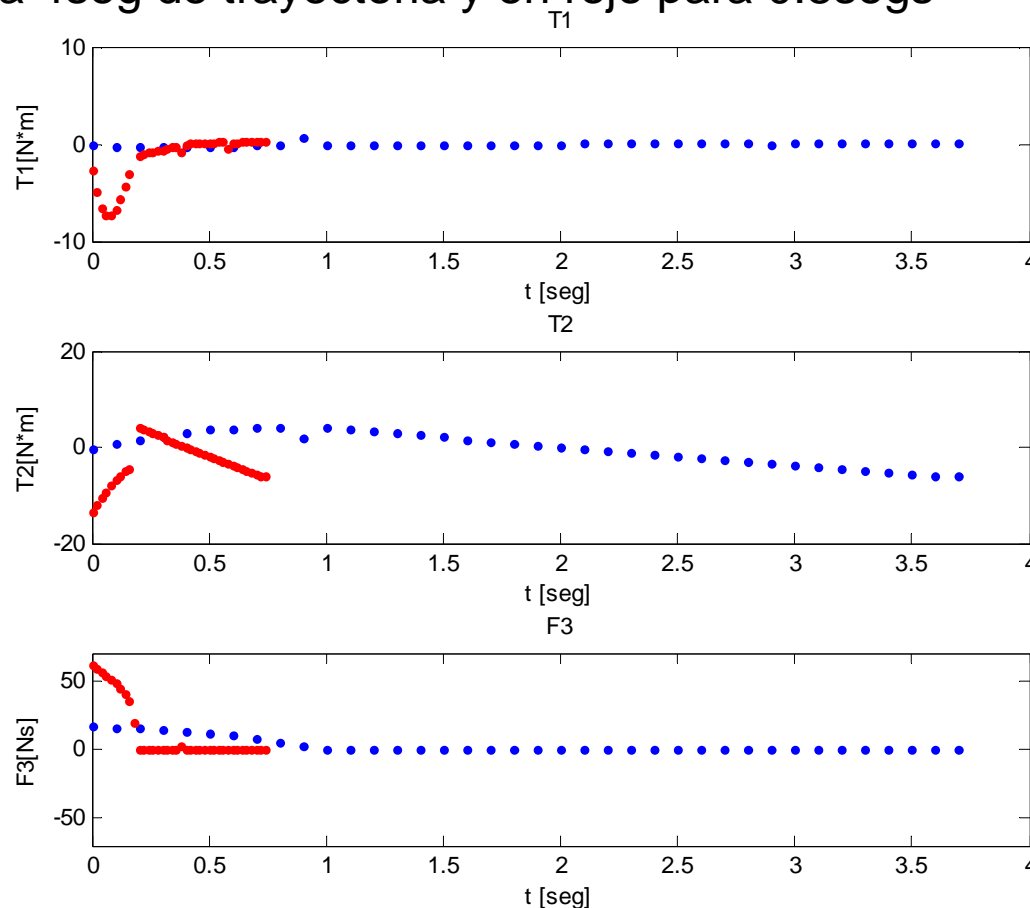
# Simulación de los modelos

- Trayectoria Rectilínea con interpolación Lineal de 5 puntos
- Modelo Cinemático
- En azul para 4seg de trayectoria y en rojo para 0.8secs



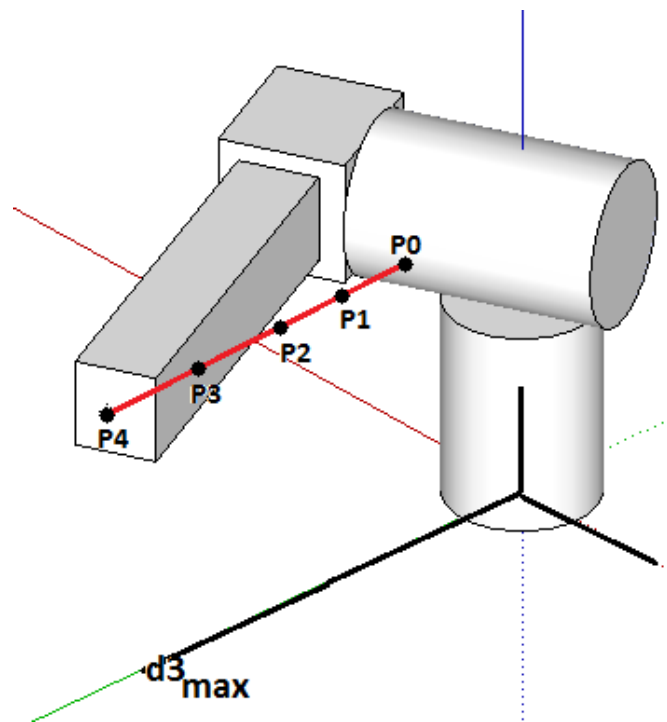
# Simulación de los modelos

- Trayectoria Rectilínea con interpolación Lineal de 5 puntos
- Modelo Dinámico
- En azul para 4seg de trayectoria y en rojo para 0.8secs



# Simulación de los modelos

- Trayectoria Rectilínea con interpolación de 3er orden de 5 puntos



- Se interpolan los puntos por medio de la ecuación:

$$f(p) = a_0 + a_1p + a_2p^2 + a_3p^3$$

$$a_0 = f(0)$$

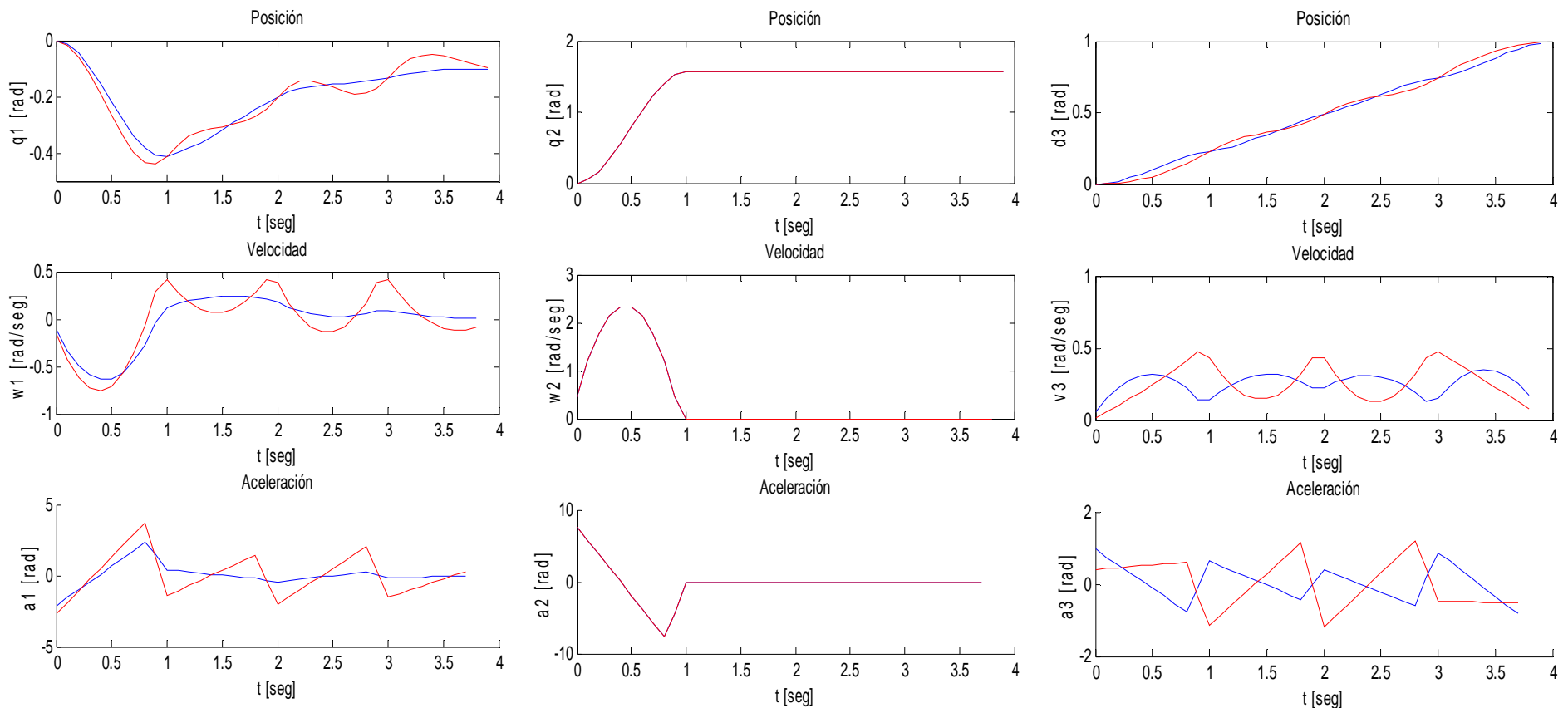
$$a_1 = f'(0)$$

$$a_2 = \frac{3(f(T) - f(0)) - T(2f'(0) + f'(T))}{T^2}$$

$$a_3 = -\frac{2(f(T) - f(0)) - T(f'(0) + f'(T))}{T^3}$$

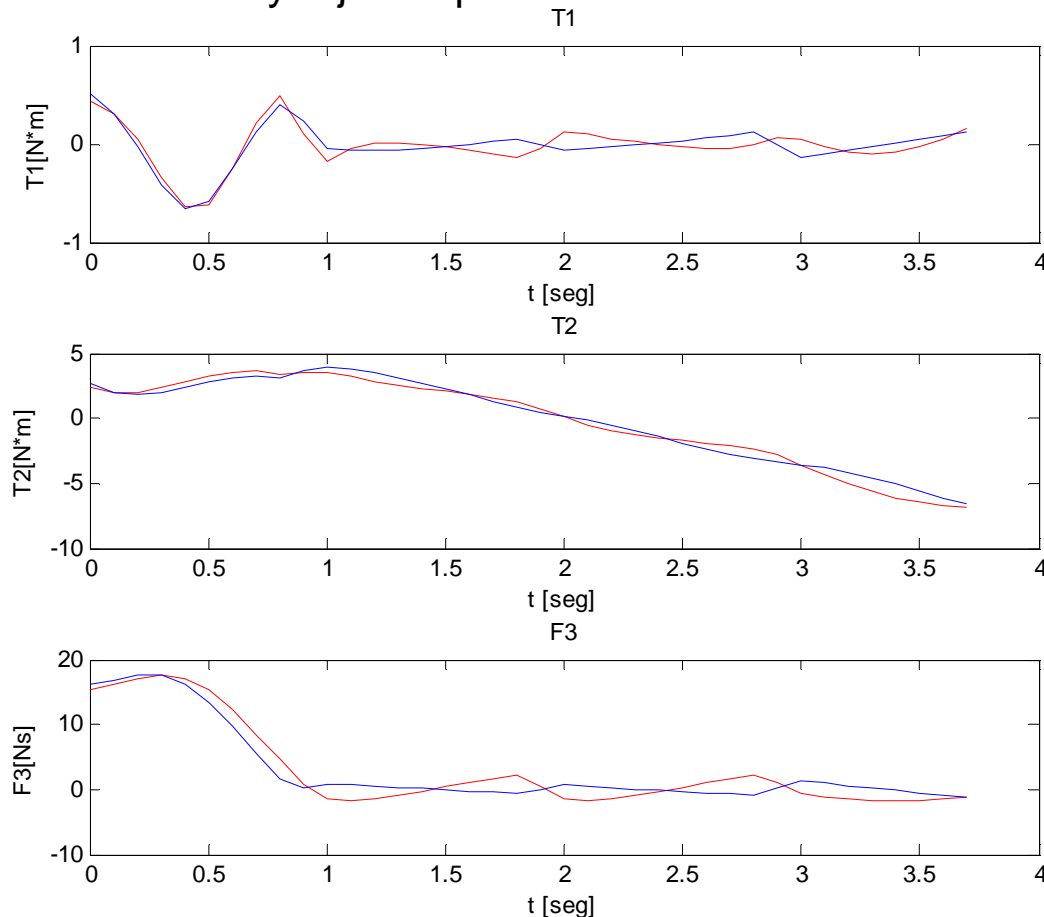
# Simulación de los modelos

- Trayectoria Rectilínea con interpolación de 3er orden de 5 puntos
- Modelo Cinemático
- La diferencia entre azul y rojo es que las velocidades intermedias son distintas



# Simulación de los modelos

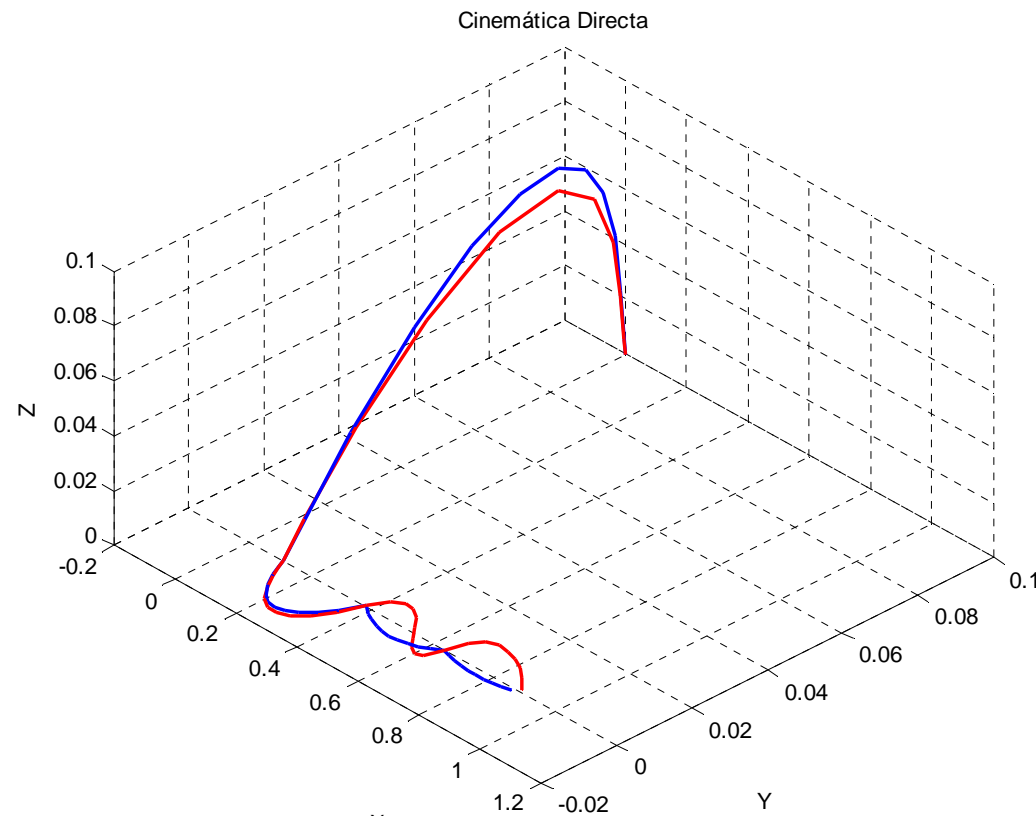
- Trayectoria Rectilínea con interpolación de 3er orden de 5 puntos
- Modelo Dinámico
- La diferencia entre azul y rojo es que las velocidades intermedias son distintas





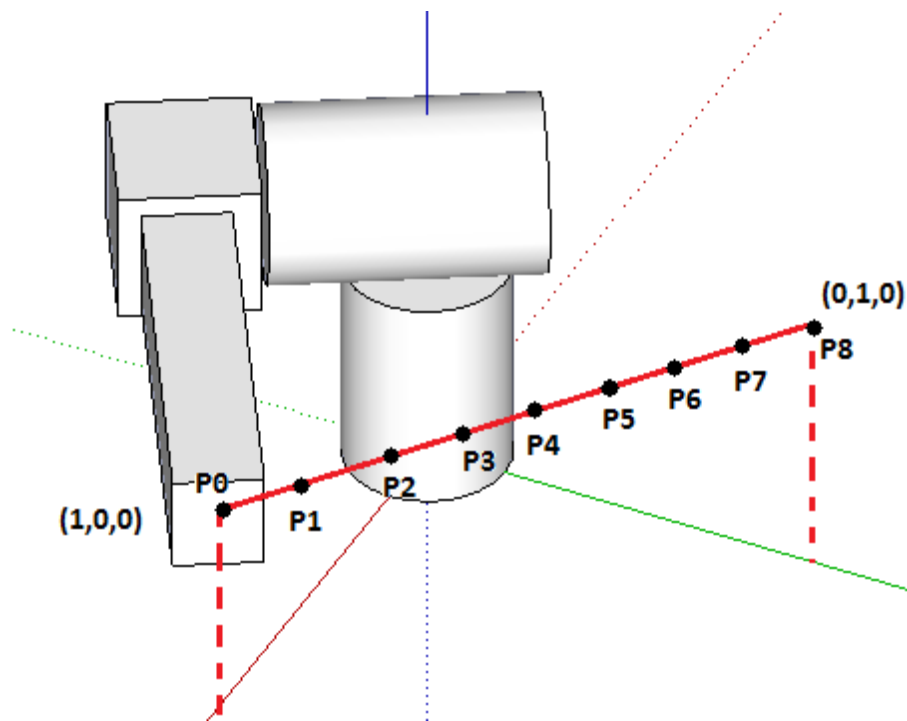
# Simulación de los modelos

- Comparación de la precisión del movimiento para los dos casos previos analizados.
- 5 puntos de interpolación en 4 segs de trayectoria.
- En azul Interpolación Lineal, en rojo, interpolación de 3er Orden.



# Simulación de los modelos

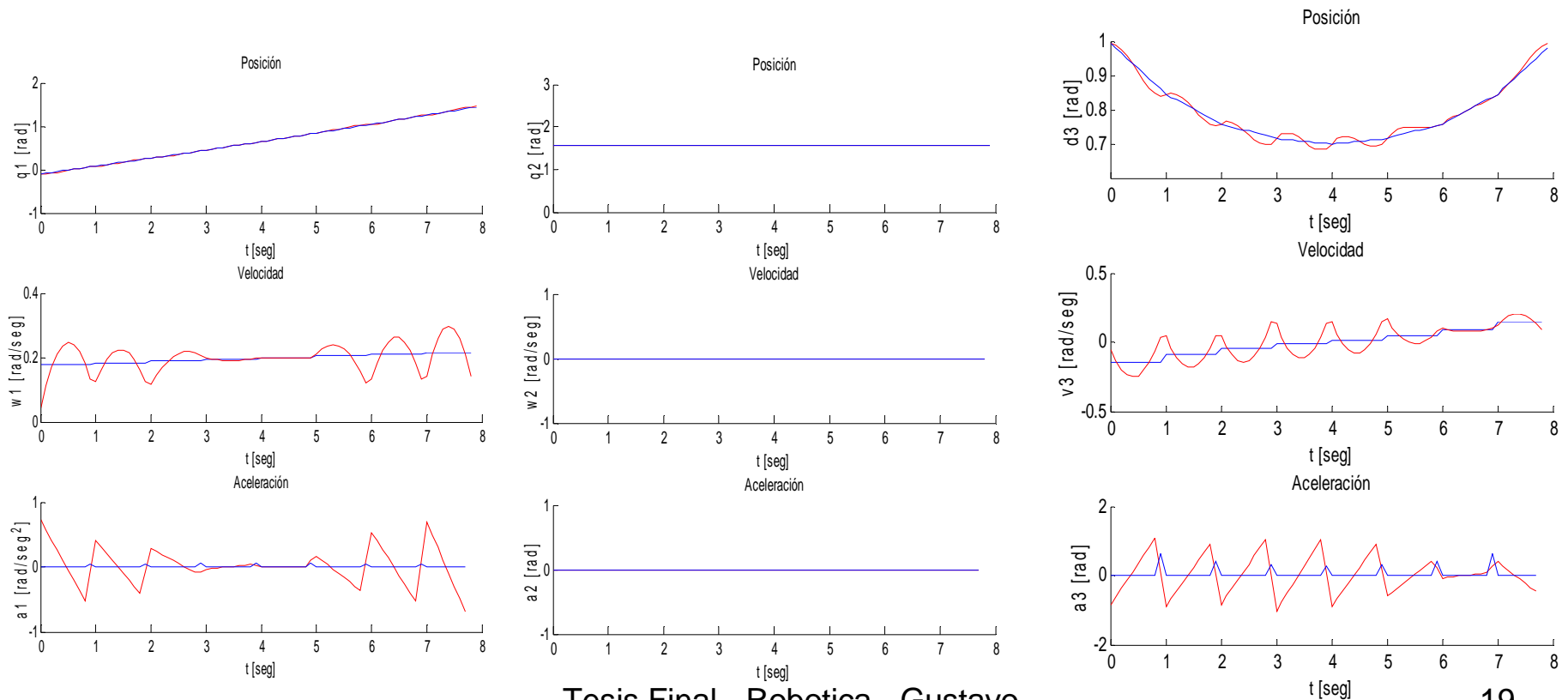
- Trayectoria Rectilínea con interpolación de 9 puntos



- Buscamos mejorar la precisión.
- Se compara entre una interpolación lineal y una interpolación de 3er Orden.

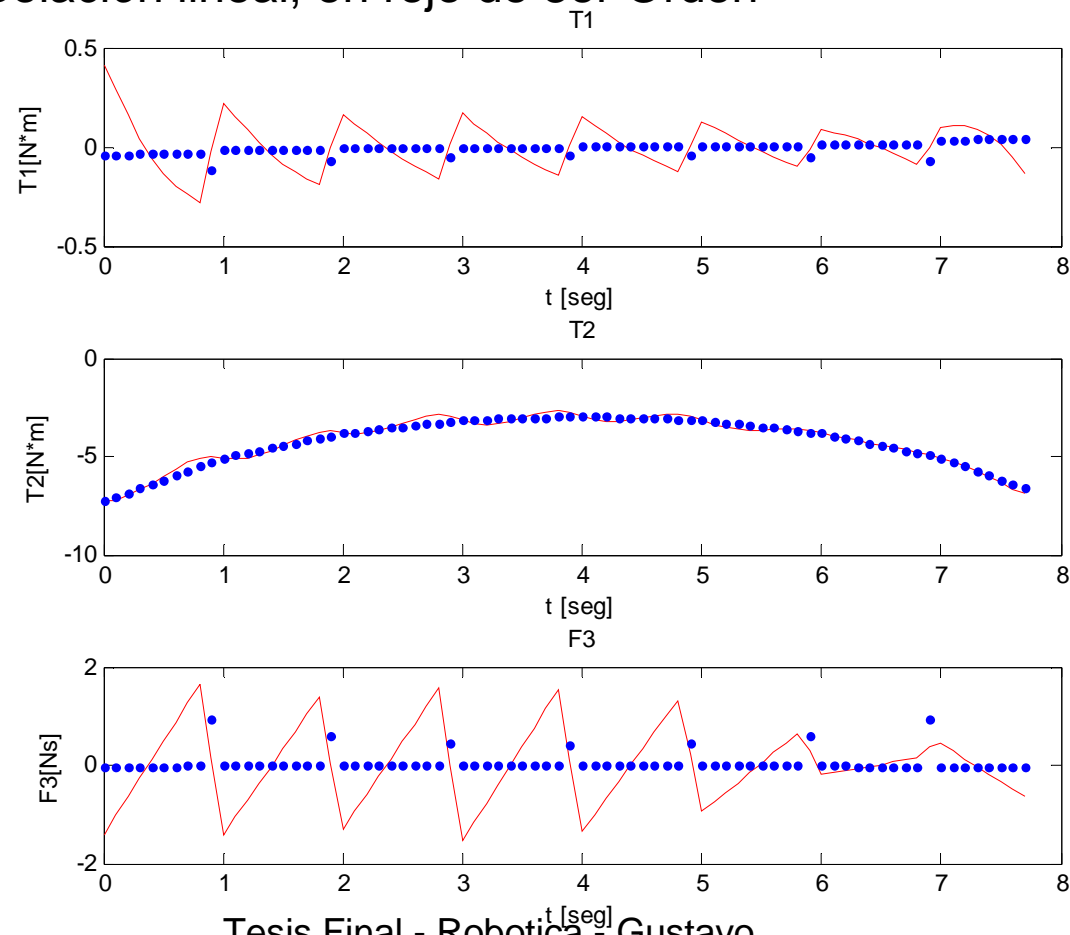
# Simulación de los modelos

- Interpolación con 9 puntos.
- Modelo Cinemático
- En azul interpolación lineal, en rojo de 3er Orden



# Simulación de los modelos

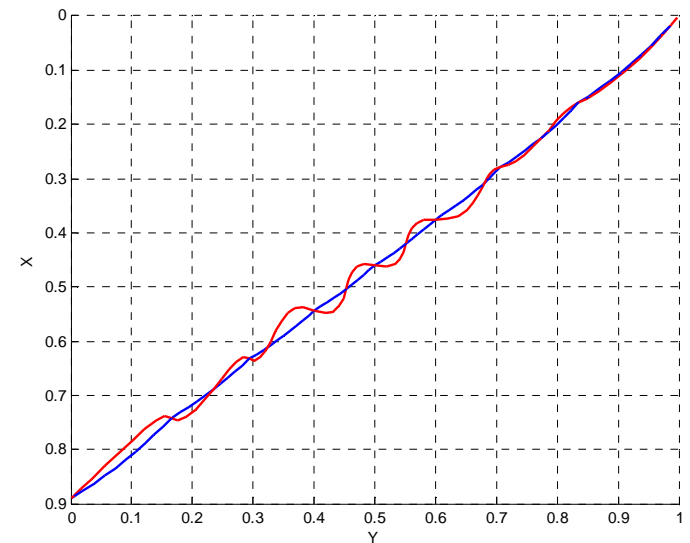
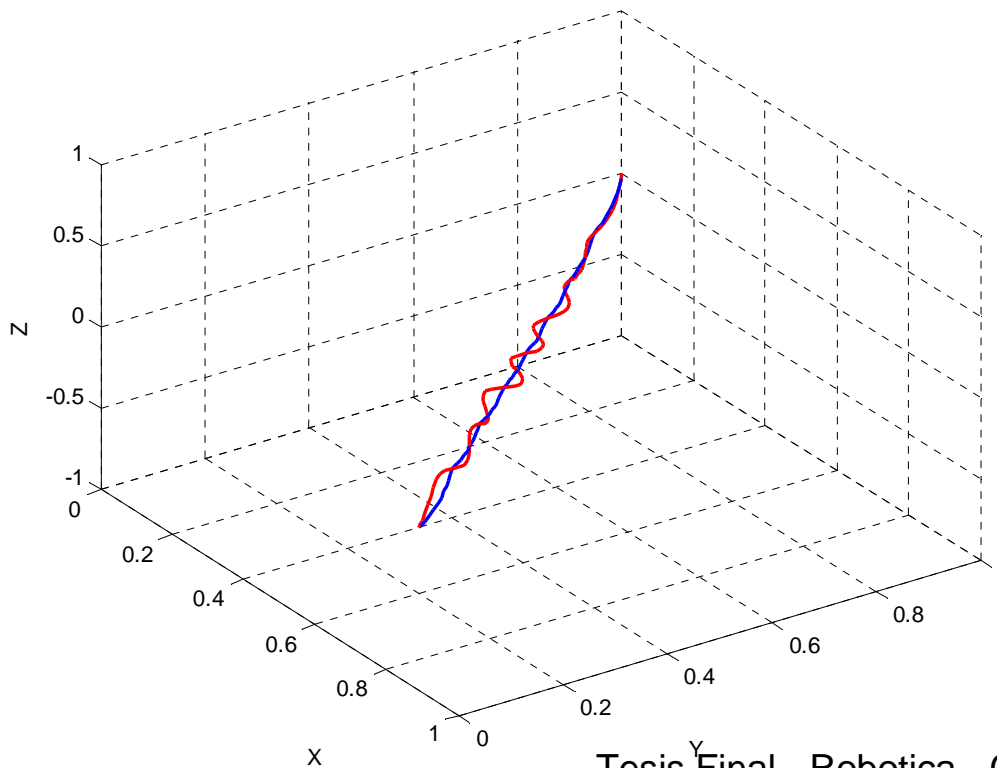
- Interpolación con 9 puntos.
- Modelo Dinámico
- En azul interpolación lineal, en rojo de 3er Orden



Tesis Final - Robotica - Gustavo  
Alonso, Pablo Montalti

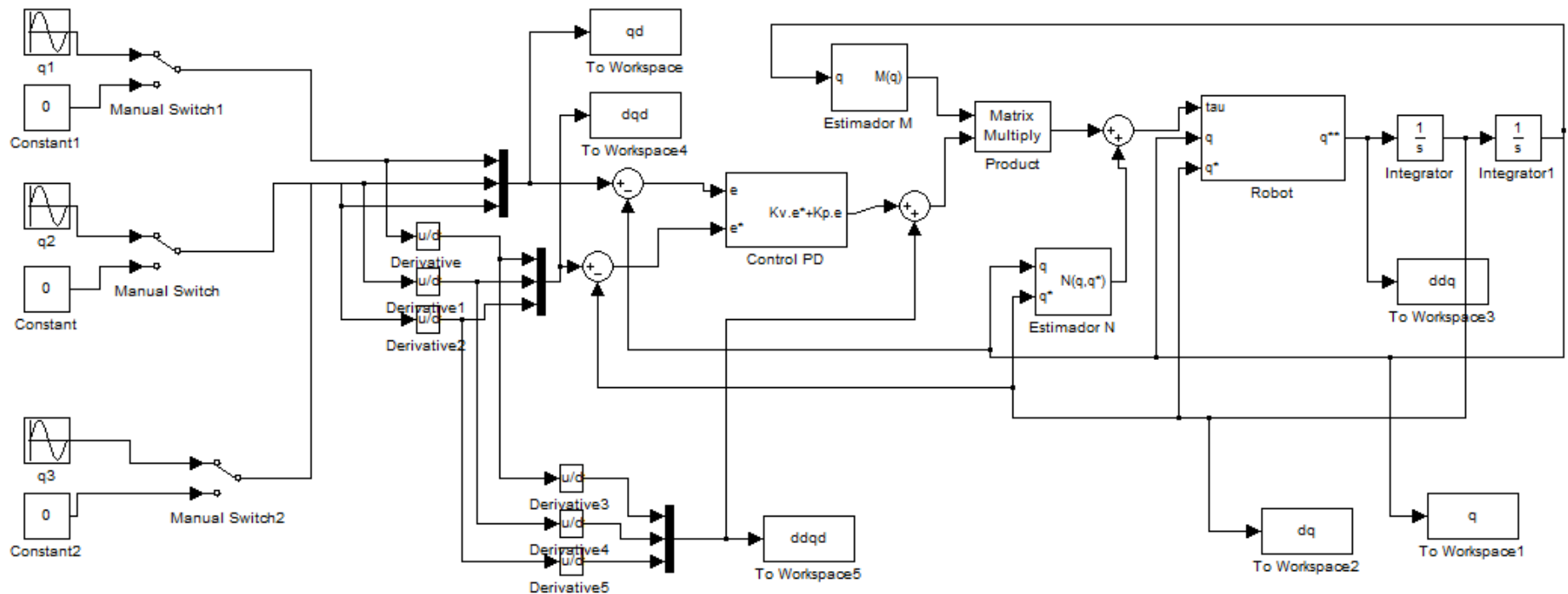
# Simulación de los modelos

- Comparación de la precisión del movimiento para los dos casos previos analizados.
- 9 puntos de interpolación.
- En azul Interpolación Lineal, en rojo, interpolación de 3er Orden.



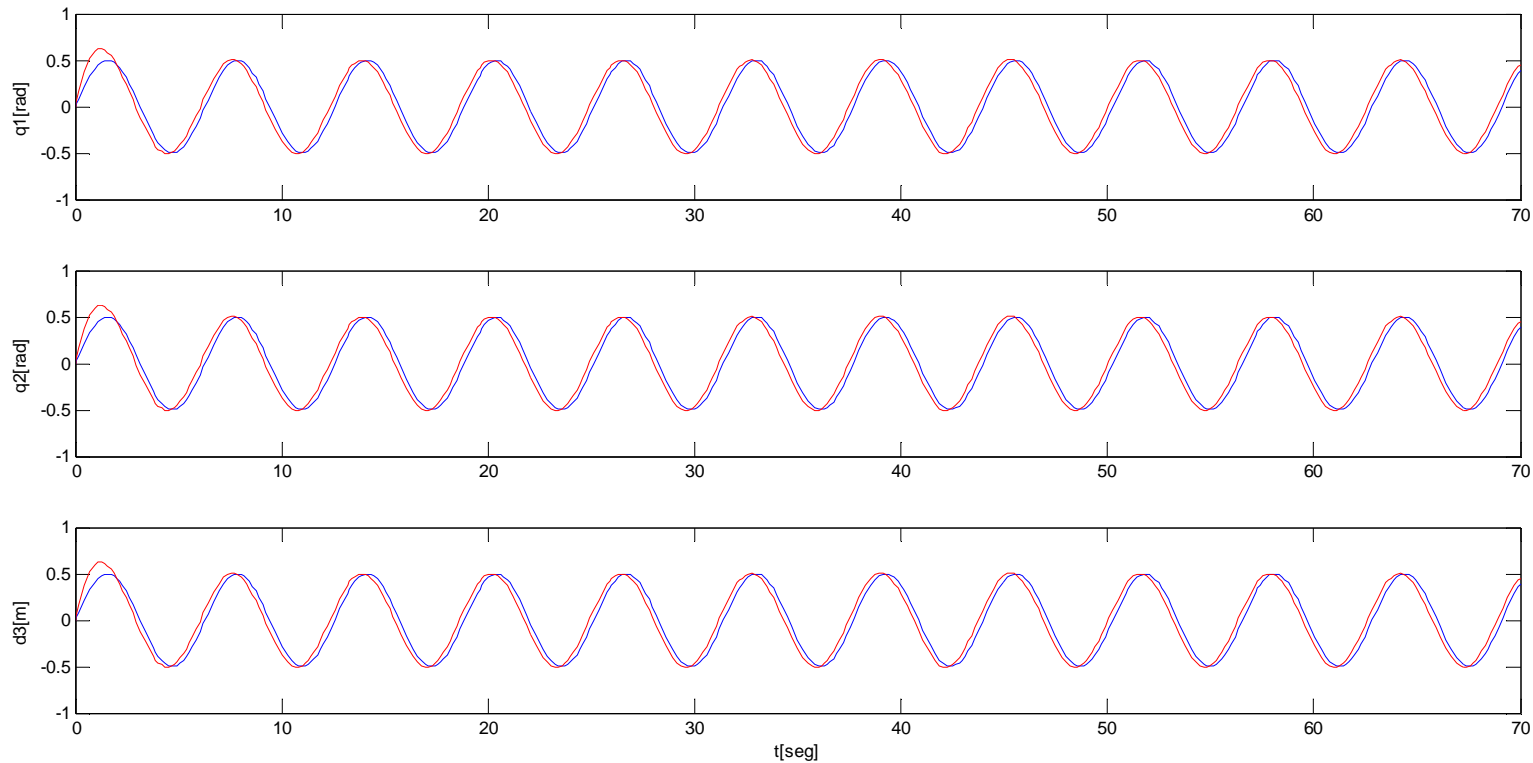
# Control Dinámico

- Control por torque computado.
- Se verifica que una mala estimación de los parámetros concluye en un error de seguimiento considerable.



# Control Dinámico

- Control por torque computado.
- Con estimación perfecta
- En azul la trayectoria deseada, en rojo la trayectoria resultante.



# Control Dinámico

- Control por torque computado.
- Con un error de un 6,7% en la estimación de  $m_3$
- En azul la trayectoria deseada, en rojo la trayectoria resultante.

