Modelización de un pez robótico y desarrollo de un compilador asociado

Fontana Andrés, Pose Fernando, miembros de UTN-FRBA

Resumen — Los beneficios de la eficiencia energética respecto al desplazamiento en el agua que desarrollaron los peces durante miles de años de evolución, ofrece un gran atractivo para la implementación de sus patrones de nado en dispositivos robóticos. Éste trabajo expone una primera aproximación para la modelización de un pez robótico autónomo, estudiando en primera instancia la forma del desplazamiento, para luego trasladar estos conocimientos a los modelos matemáticos cinemáticos y dinámicos que los describan. Adicionalmente es propuesto un modelo mecánico para la verificación de los modelos obtenidos. Por último, se presenta el desarrollo de un compilador para el modelo realizado, con un set de instrucciones reducido.

Palabras claves: Pez robótico, robótica, pez, modelo cinemático, modelo dinámico, compilador.

I. INTRODUCCIÓN

Luego de miles de años de evolución, los peces han logrado desarrollar una habilidad muy eficaz para desplazarse en el agua. Su forma de propulsión característica en forma de movimientos ondulatorios, es muy diferente a la aplicada por los humanos en distintos tipos de embarcaciones, y resulta ventajosa sobre ésta última por ser más silenciosa, maniobrable y con mejor rendimiento energético [1].

Estas ventajas han atraído la atención en diversos trabajos, donde se han enfocado en su estudio con el objetivo de compensar los defectos de los vehículos submarinos tradicionales, basándose en la forma en que los peces realizan distintos tipos de movimientos.

Para poder aprovechar las ventajas mencionadas anteriormente, es necesario llevar los conocimientos biológicos basados en observaciones a modelos físicos y matemáticos que permitan describir cómo es que los peces se desplazan en el agua, para que finalmente puedan ser aplicados en el desarrollo de dispositivos robóticos.

Si bien éstos animales han sido capaces de desarrollar distintos tipos de maniobras para sobrevivir en sus respectivos hábitat, como lo son los movimientos de aceleración, freno y giros pronunciados, clasificados como movimientos periódicos[2], éste paper se concentrará en lograr el control de movimientos periódicos, empleados desplazamiento de largas distancias a velocidad constante en preciso destacar que las investigaciones convencionales han hecho foco en éste tipo de movimiento, sin embargo los dispositivos construidos por el hombre tienen

características diferentes a los peces reales, como la flexibilidad del cuerpo, la fricción de la piel y sus formas, por lo tanto es de esperar que la aplicación directa de las

observaciones biológicas no sean suficientes para obtener el mejor rendimiento en el desplazamiento. A causa de la gran cantidad de información disponible debido a diversas investigaciones en el campo de la biología[3], tomaremos como modelo para este paper a la familia de peces del tipo carangiforme, y más específicamente a la caballa (Scomber Scombrus). Como se mencionó anteriormente, nuestro trabajo deberá comenzar con la realización de un modelo cinemático que permita describir la forma en que se mueven este tipo de peces [4], y un modelo dinámico que explique cómo interactúan estos movimientos con los fluidos en los que se encuentran sumergidos, para generar las respectivas fuerzas de propulsión. Para esto nos basaremos en la aproximación analítica LAEBT[5]. De ésta manera se obtendrá un único modelo hidrodinámico que deje en evidencia los parámetros que deberemos tener en cuenta para ser controlados, de forma tal que el rendimiento en el desplazamiento sea el óptimo para el dispositivo.

II. INTRODUCCIÓN BIOLÓGICA

A. Anatomía de un pez robótico

Como se mencionó en la sección anterior, debido a la extensa información disponible, tomaremos como modelo de estudio a la caballa (Scomber scombrus), cuyos datos morfológicos han

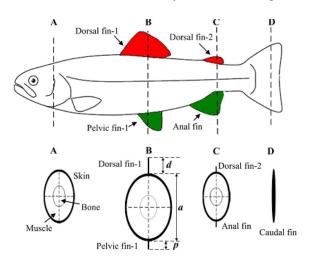


Figura 1. Anatomía de un pez del tipo carangiforme.

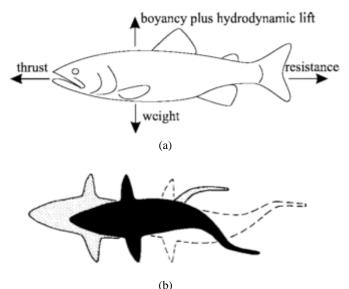


Figura 2. (a) Fuerzas actuantes, (b) Movimiento de nado carangiforme.

sido proveídos en [3]. En la Fig. 1, se ilustra la anatomía del cuerpo de un pez del tipo carangiforme. Las dos aletas dorsales y las dos aletas laterales se localizan detrás de su centro de masa. Las cuatro secciones transversales mostradas dejan en evidencia la variación de la sección al recorrer el cuerpo longitudinalmente. En cuanto a la distribución de la forma externa, los parámetros que la describen son modelados matemáticamente [4] por la altura local del pez s(x) (1), en dónde R1 = 0.14 L, $R2 = \frac{2\pi}{1.6L}$, R3 = 0.0008 L, $R4 = \frac{2\pi}{1.1L}$ y L es la longitud total del cuerpo.

$$s(x) = R_1 \operatorname{sen}(R_2 x) + R_3 (e^{R_4 x} - 1)$$
 (1)

B. Fuerzas actuantes

Las fuerzas actuantes en el cuerpo de un pez son el peso, situado en el centro de masa del cuerpo, la flotabilidad y sustentabilidad hidrodinámica en el centro de flotabilidad equilibrando la posición del pez en la dirección vertical, y el empuje generado y la resistencia en oposición al movimiento en la dirección de desplazamiento (Fig. 2a). La forma en que el empuje es generado se encuentra íntimamente relacionada con los movimientos de nado realizados por el animal. Estos han sido clasificados [6] como periódicos (caracterizados por la repetición cíclica de los movimientos de propulsión) y transitorios, usualmente utilizados para cazar y para evitar predadores. El estudio de los movimientos periódicos ha sido tradicionalmente el centro de atención, debido a la dificultad que presentan los movimientos transitorios para ser reproducidos, repetidos y verificados experimentalmente. Los nadadores carangiformes son generalmente más rápidos que los anguiliformes o los subcarangiformes, sin embargo sus habilidades para girar y acelerar se ven comprometidas debido a la mayor rigidez de sus cuerpos[7]. La amplitud de las ondulaciones se ve limitada en la parte anterior y se incrementa en la mitad posterior del cuerpo (Fig. 2b). Además, existe un aumento en el retroceso debido a la concentración de

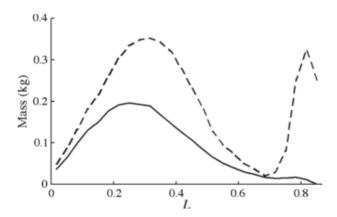


Figura 3. (Línea completa) Distribución de la masa del cuerpo por unidad de longitud y (línea punteada) agua de masa desplazada por unidad de longitud.

fuerzas laterales en esta última zona. Dos adaptaciones morfológicas importantes fueron identificadas [8] como mejoras evolutivas para minimizar las fuerzas de reacción: la reducción del tamaño del pedúnculo (unión de la aleta caudal con el tronco) y la concentración de masa y altura de su figura se encuentran en la última parte de su cuerpo, en donde se producen los movimientos laterales más significativos, especialmente en la aleta caudal, responsable de generar más del 90% del empuje (Fig. 3). Con estas consideraciones puede construirse un modelo robótico semejante que imite la forma en que este tipo de peces se desplazan en el agua. En la Fig. 4 se enseña un modelo mecánico de la cola conformado por cuatro articulaciones y cuatro eslabones[9][10]. En cada articulación se encuentra posicionado un servomotor que permite el desplazamiento angular de cada uno de los eslabones.

III. MODELO CINEMÁTICO DEL PEZ ROBÓTICO

A. Modelo matemático del desplazamiento

El modelo cinemático de un robot puede ser representado mediante el modelo de cinemática inversa, si el objetivo

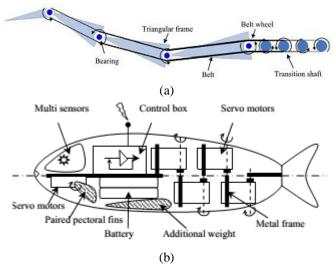


Figura 4. (a) Eslabones y articulaciones del pez robótico (vista superior), (b) Posición de los motores en el robot desde una vista lateral.

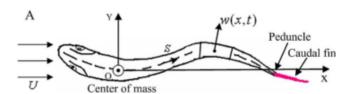


Figura 5. Forma de desplazamiento mediante movimientos ondulatorios.

buscado es posicionar el extremo del mismo en un punto específico del espacio, como sería el caso de un robot manipulador, o mediante una cadena cinemática directa, si lo que se desea es especificar la posición y orientación de las articulaciones del mismo[11]. Debido a que resulta deseable que la ejecución de los movimientos se ajuste al coleteo característico de los peces tan fielmente como sea posible, el modelo cinemático directo resulta adecuado para esta tarea. El modelo matemático para la descripción de los movimientos ondulatorios de la cola fue sugerido por Lighthill[12], mediante el empleo de una onda viajera (2), en donde y(x,t)es la onda viajera que describe el desplazamiento transversal de la cola, x es el desplazamiento en el sentido longitudinal (Fig. 5), C1 y C2 son coeficientes de la envolvente de la onda, $k = \frac{2\pi}{\lambda}$ es el número de onda, λ es la longitud de onda, $\omega = 2\pi f$ la frecuencia angular, f es la frecuencia del aleteo, y t es el tiempo.

$$y(x,t) = (C_1 x + C_2 x^2) \sin(kx \pm wt), 0 < x < L - c$$
 (2)

Es preciso destacar que siendo L la longitud total del cuerpo del pez y c la longitud de la aleta caudal, la ecuación de la onda viajera no debe tomar en cuenta a esta última, ya que su posición se imparte en ángulos diferentes, y está relacionada con la eficiencia hidrodinámica del desplazamiento [13] parámetro que no será tenida en cuenta en este trabajo, sin embargo deberá ser contemplada para futuras mejoras del modelo. En la Fig. 6 se puede apreciar cómo se completa un ciclo entero del aleteo en forma discreta, particionando el período de la onda viajera descripta anteriormente en una

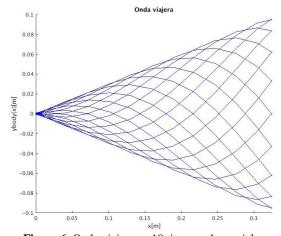


Figura 6. Onda viajera en 18 tiempos de un ciclo.

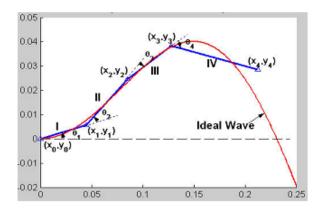


Figura 7. Función de aproximación lineal especial

secuencia de 18 tiempos. Como el robot debe ser capaz de reproducir estas curvas para generar la propulsión necesaria para desplazarse, se debe realizar una aproximación lineal ya que los cuatro eslabones que la componen actúan como rectas de una función por partes. Si bien ha sido descubierto que posicionar cada articulación sobre la curva a aproximar provoca un error bastante grande e ineficiencia en cuanto al empuje de la masa de agua próxima a la cola y es conveniente usar una función de error especial (Fig. 7) [14], debido a su simpleza para una primer instancia procederemos a realizar este método mediante MATLAB, tomando nota de esta mejora a realizar. Como resultado del procesamiento de las aproximaciones lineales de cada una de las curvas se obtiene una matriz de 4x18 con las posiciones angulares de las articulaciones para los 18 tiempos de un período de la onda. Sin embargo, debemos recordar que como la última articulación se encuentra en la aleta caudal, los ángulos obtenidos para ella no serán los adecuados para un desplazamiento eficiente, debido a que la ley cinemática que los describe no es la misma que para el cuerpo y se encuentra relacionada con el número de Strouhal[15]. Éste es un parámetro adimensional que describe el comportamiento oscilatorio de un flujo y puede escribirse como $St = \frac{f \cdot L}{U}$ donde f es la frecuencia del desprendimiento, L es la longitud

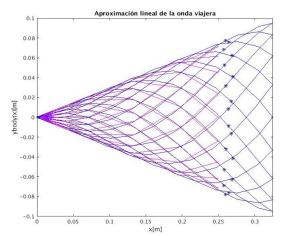


Figura 8. Onda viajera en 18 tiempos de un ciclo aproximada.

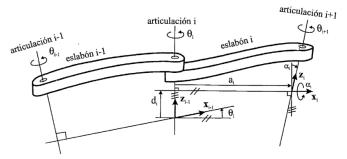


Figura 9. Eslabones, articulaciones y sistemas de coordenadas de una cadena cinemática.

característica y U es la velocidad del flujo. Habiendo realizado esta aclaración, como el objeto de nuestro trabajo consiste en idear un primer modelo, por cuestiones de simplificación no tendremos en cuenta esta consideración, dejándola como parte de las mejoras más relevantes a desarrollar en modelos futuros. La Fig. 8 muestra las aproximaciones realizadas para las curvas de la Fig. 6.

B. Matriz de Transformación Homogénea

Una vez obtenidas las coordenadas angulares de las articulaciones, mediante la construcción de la matriz homogénea de transformación[16], a partir de ahora denominada matriz T, se pueden relacionar la posición y orientación de los N eslabones de la cola respecto del sistema de referencia fijo situado en el centro de masa. Realizando el producto matricial de las matrices homogéneas de transformación ${}^iA_{i+1}$ (3), que representa la posición y orientación relativa entre los sistemas asociados al eslabón i y su consecutivo i+1 (Fig. 9).

$$T = \sum_{i}^{N-1} {}^{i}A_{i+1} \tag{3}$$

La forma habitual que se suele utilizar en robótica es la representación de Denavit-Hartenberg[16], permitiendo automatizar un sistema de coordenadas ligado a cada eslabón i de la cadena articulada (Fig. 9). Ésta representación permite obtener la matriz de transformación T, renombrada en (4) como dH, realizando el cálculo de cada una de las matrices

Código 1. Función de cálculo de la matriz de transformación T.

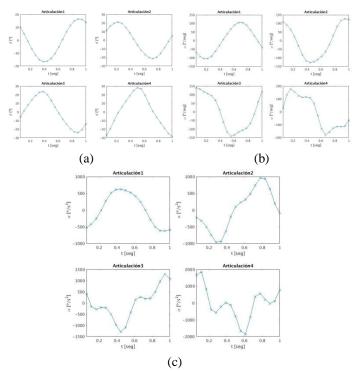


Figura 10. Parámetros cinemáticos en función del tiempo para un período de un segundo: (a) posición angular, (b) velocidad angular, (c) aceleración angular.

homogéneas de transformación mediante MATLAB como se muestra en el Cód. 1, a partir del conocimiento de las coordenadas angulares obtenidas para cada articulación (qi) y longitudes conocidas de los eslabones (l) que componen la cola. En la Fig. 8 se pueden ver los puntos calculados del extremo de la cadena utilizando la matriz de transformación mencionada representados por asteriscos.

$$dH = \begin{bmatrix} \cos(\theta) & -\cos(\alpha) sen(\theta) & sen(\alpha) sen(\theta) & a \cos(\theta) \\ sen(\theta) & \cos(\alpha) \cos(\theta) & -sen(\alpha) \cos(\theta) & a sen(\theta) \\ 0 & sen(\alpha) & \cos(\alpha) & d \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$
(4)

C. Posición, velocidad y aceleración angular en el tiempo

Una vez obtenida la matriz de deflexión angular de cada una de las articulaciones para los M tiempos del período discretizado de la onda viajera es posible obtener las respectivas matrices de velocidad y aceleración angular. Cabe destacar que si bien los ángulos obtenidos son independientes del tiempo en concreto que dura un período de la onda, para las velocidades y aceleraciones angulares será necesario determinar un valor, debido a que la velocidad de desplazamiento lineal deseada se relaciona directamente con ellas mediante (5), siendo v_p la velocidad de propagación de la onda, λ la longitud de onda y f la frecuencia.

$$v_n = \lambda. f \tag{5}$$

Articulación Parámetro	1	2	3	4
θ máx [°]	16.61	21.4	23.63	28.41
ω máx [%seg]	105.7	128.3	141.9	178.1
a máx [%seg²]	627.3	958.3	-1293	1869

Tabla I. Posiciones, velocidades y aceleraciones angulares máximas y mínimas para T=1 seg y vp=0.65m/s.

En la Fig. 10 pueden verse las posiciones, velocidades y aceleraciones angulares para un período $T=1 \, seg$ y velocidad de propagación $v_p=0.65 m/s$, cuyos valores máximos y mínimos se detallan en la Tabla I.

IV. MODELO DINÁMICO DEL PEZ ROBÓTICO

A. Diseño mecánico

En la Sección III se ha expuesto tanto el modelo matemático para la descripción cinemática del robot como un posible diseño mecánico para su implementación. Con el objetivo de proyectar el modelo dinámico, realizar la verificación experimental de las simulaciones, y comprobar la correcta reproducción de las ondas señaladas en (2), se diseñó mediante la utilización de un CAD mecánico los eslabones que componen la cola (Fig. 11). Controlados por un microcontrolador que incluye las matriz T en su programación, y un Servo Controller Chip empleado para ejecutar el desplazamiento angular a la velocidad deseada, cada uno de los eslabones contiene un servomotor que genera el desplazamiento angular del siguiente. Además, el primer eslabón (referencia del sistema) tiene la posibilidad de sujetarse a un punto fijo, y el último (aleta caudal) permite el intercambio de la aleta para proveer mayor versatilidad en el estudio hidrodinámico. Como este primer diseño fue pensado para fabricarse con impresoras 3D, para facilitar la impresión no se concibieron como piezas estancas, provocando como consecuencia que el estudio dinámico experimental no pueda realizarse sumergido bajo el agua, lo que si se contemplará en el próximo diseño. En la Tabla II se detallan los parámetros dinámicos extraídos del diseño utilizando PLA (ácido poliláctico) como material plástico para la fabricación de las piezas.

Eslabón Parámetros		1	2	3	4	
Masa [kg]		0.054	0.054	0.054	0.041	
Centro	Xc	5.2475	5.2475	5.2475	3.8013	
de masa	Yc	0	0	0	0	
[<i>cm</i>]	Zc	2.1152	2.1152	2.1152	2.6091	
Т	Ixx	0.4904	0.4904	0.4904	0.4295	
	Iyy	2.1694	2.1694	2.1694	1.0853	
Tensor de inercia	Izz	1.7145	1.7145	1.7145	0.6806	
[kg.cm ²]	Ixy	0	0	0	0	
	Iyz	0	0	0	0	
	Ixz	0.7505	0.7505	0.7505	0.4130	

Tabla II. Parámetros dinámicos de los eslabones

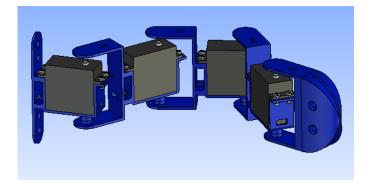


Figura 11. Diseño mecánico de la cola del pez robótico.

B. Modelo matemático

Para la formulación del modelo dinámico del robot se ha empleado el método de Newton-Euler[11], el cual utiliza las ecuaciones de equilibrio de fuerzas (6) y torques (7) para su desarrollo, y cuyo orden de complejidad computacional depende directamente del número de eslabones del modelo. En ellas, F es fuerza, m es la masa del eslabón, v es la velocidad lineal de desplazamiento, T el torque respecto al eje de giro, I el tensor de inercia y ω la velocidad angular. La utilización de este método conduce a una formulación recursiva, de la que una vez obtenida la posición, velocidad y aceleración angular de los eslabones referidos a la base del robot, puede calcularse las fuerzas y torques actuantes en cada uno de ellos.

$$\sum F = m \dot{v}$$

$$\sum T = I \dot{\omega} + \omega x (I\omega)$$
(5)

Con los datos dinámicos y cinemáticos adquiridos hasta el momento, es posible emplear la función rne() del toolbox Hemero para MATLAB, como herramienta para el cálculo numérico del método de Newton-Euler. En la Fig. 12 se muestran los torques obtenidos en cada una de las

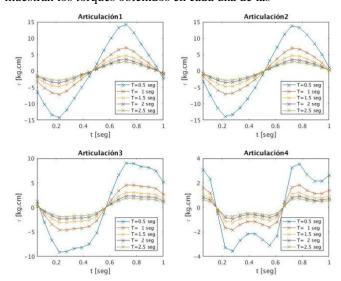


Figura 13. Torques actuantes en cada una de las articulaciones del modelo para cinco períodos distintos de la onda.

Articulación	Torque máx(τ) [kg.cm]			Torque mín(τ) [kg.cm]				
Período	1	2	3	4	1	2	3	4
0.5 seg	14.2765	13.8512	9.0774	3.5494	-14.2765	-13.8512	-9.0774	-3.5494
1 seg	7.1359	7.0016	4.6150	1.8142	-7.1359	-7.0016	-4.6150	-1.8142
1.5 seg	4.7568	4.6846	3.0936	1.2183	-4.7568	-4.6846	-3.0936	-1.2183
2 seg	3.5674	3.5198	2.3266	0.9170	-3.5674	-3.5198	-2.3266	-0.9170
2.5 seg	2.8538	2.8189	1.8643	0.7352	-2.8538	-2.8189	-1.8643	-0.7352

Tabla III. Torques máximos y mínimos aplicados en cada una de las articulaciones para cinco períodos de la onda viajera.

articulaciones del modelo diseñado para cinco períodos distintos de la onda. En este caso no se han considerado fuerzas externas al modelo, sin embargo en próximos trabajos deberán ser considerados los fenómenos hidrodinámicos actuantes generados por el desplazamiento de las masas de agua que permiten la propulsión en este medio. La Tabla III detallan los torques máximos y mínimos para cada uno de los períodos detallados en la Fig. 13, información que resulta muy útil junto con las velocidades angulares máximas informadas en la Tabla II para dimensionar los servomotores en función de la máxima velocidad lineal de desplazamiento a desarrollar por el robot. Para nuestro diseño hemos establecido una velocidad máxima $v_{pm\acute{a}x} = 0.65 m/s$, dando un período maximo $T_{m\acute{a}x}=1~seg$. Debido a que el torque máximo necesario para desarrollar la velocidad de desplazamiento requerida es $\tau_{max} = 7.1359 \, kg. \, cm$, hemos elegido para este propósito el servomotor 6001MG cuyo torque máximo es $\tau_{6001MG} = 7 \text{ kg. cm}$, sabiendo que la máxima velocidad posible será un poco menor a la pretendida.

V. COMPILADOR

A. Introducción

El proceso de compilación hace referencia a la tarea que realiza el compilador para traducir un programa escrito en lenguaje de alto nivel en uno de bajo nivel. Dada la complejidad de labor, el proceso suele ser dividido en una sucesión de pasos ordenados a seguir[17]. El primer paso a realizar por un compilador, es comprobar que la información suministrada pertenezca a un lenguaje interpretable, o lo que es lo mismo, que no existan errores léxicos, sintácticos ni semánticos. El programa fuente se trata inicialmente con el analizador léxico con el propósito de agrupar el texto en grupos de caracteres con entidad propia llamados tokens. En esta fase el compilador se encarga de verificar si todas las cadenas pertenecen o no al lenguaje. Luego, durante el análisis sintáctico, se toma el programa fuente en forma de tokens, que recibe del analizador léxico y se determina la estructura de las sentencias del programa. El análisis semántico trabaja cooperativamente con el análisis sintáctico detectando la validez semántica de las sentencias aceptadas por éste. Una vez realizados estos tres análisis, el intérprete representa la información que se le suministró en un principio para poder trabajar con ella, y finalmente traducir dicha información a código máquina. En nuestro caso el compilador completo fue desarrollado con ANTLRWorks[18][19], y la traducción es realizada a código MATLAB (Fig. 14) para poder ejecutar los modelos realizados. Este software combina un editor de gramática con un intérprete, facilitando la tarea de corrección de errores gramaticales.

B. Código de prueba

Se ha implementado en primera instancia un set de instrucciones acotado, útil para llevar a cabo las funciones necesarias enmarcadas en este trabajo. El set contiene una función denominada caracteristicas(), la cual a partir de un número específico de eslabones (4 en nuestro caso), y un período de tiempo determinado, permite obtener los parámetros cinemáticos en función del tiempo. Por lo tanto, como se indica en la sección III del presente trabajo para un periodo de 1 segundo la función se representa como caracteristicas(4,1).

VI. RESULTADOS Y CONCLUSIONES

Los modelos matemáticos previos basados en las observaciones biológicas del nado de los peces, especialmente aquellos cuyos movimientos se mantienen repetidos cíclicamente a través del tiempo, sugieren un camino para la aplicación de dispositivos robóticos que aprovechen las

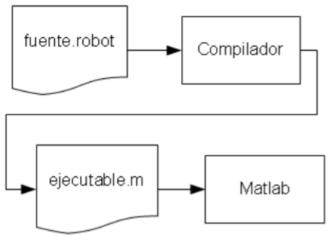


Figura 14. Flujo de trabajo del compilador implementado.

ventajas de eficiencia energética que los caracteriza. Sin embargo, el estudio cinemático y dinámico puede tornarse realmente dificultoso a causa de la compleja descripción de la interacción de las fuerzas de empuje y arrastre resultantes del desplazamiento del pez en el agua. Por lo tanto, resulta conveniente obtener en primera instancia un modelo simple al cual perfeccionar en lo sucesivo. La discretización temporal de la onda viajera generada por el desplazamiento, y la aproximación lineal para la reproducción de la misma por un robot de un determinado número de eslabones, permiten obtener como resultado una matriz de coordenadas angulares para cada una de las articulaciones que lo componen. Con ellas, es posible obtener en una cadena cinemática directa las matrices de transformación homogénea que describan el movimiento que reproduce el tipo de nado carangiforme. La realización y extracción de los parámetros dinámicos del diseño mecánico, permite completar el modelo y dimensionar cuales son los requisitos que deberán cumplir los motores, al calcular los torques máximos necesarios para una determinada velocidad de desplazamiento. De esta forma es factible contrastar los modelos simulados con los ejecutados realmente, corroborar la correcta aplicación de la teoría y realizar correcciones apropiadas en caso de ser necesario.

VII. FUTUROS TRABAJOS

Si bien nuestro trabajo ha sido orientado a dar los primeros pasos en la aplicación de un pez robótico, el objetivo perseguido continúa siendo alcanzar la eficiencia energética de los dispositivos autónomos bajo el agua. Deberemos proceder, entonces, con la fabricación del diseño mecánico expuesto en este trabajo, y las verificaciones experimentales de los modelos cinemático y dinámico simplificados, explicados en las Secciones III y IV. Hemos explicado que las aproximaciones lineales realizadas, no son óptimas desde el punto de vista hidrodinámico, por lo que implementaremos la función de aproximación lineal especial mencionada con anterioridad. También, es imprescindible para continuar avanzando en dirección al rendimiento óptimo, separar el movimiento angular de la aleta caudal de la descripción cinemática del resto del cuerpo, y realizar el estudio hidrodinámico pertinente para completar el modelo dinámico actual y poder describir el desplazamiento en el medio real en el que se desenvolverá el robot. Por lo tanto, el modelo dinámico del robot deberá ser completado con la descripción de las fuerzas responsables del empuje y del arrastre. Consecuentemente deberá ser desarrollado un segundo diseño mecánico estanco, capaz de ser sumergido en el agua, para poder verificar el comportamiento experimental respecto de los nuevos modelos implementados en las simulaciones.

REFERENCIAS

- [1] "Hydrodynamics of fish swimming", M. S. Triantafyllou, G. S. Triantafyllou, and D. K. P. Yue, Annu. Rev. Fluid Mech., vol. 32, pp. 33–53, 2000.
- [2] "Review of Fish Swimming Modes for Aquatic Locomotion. IEEE Journal of Ocean Engineering", M. Sfakiotakis, etc, 24(2), 1999, pages 237-252.
- [3] "Fast continuous swimming of saithe (Pollachius virens): A dynamic analysis of bending moments and muscle

- power", F. Hess and J. J. Videler, J. Exp. Biol., vol. 109, no. 1, pp. 229–251, Mar. 1984.
- [4] "Fish Swimming", John J. Videler, Springer-Science+Business Media, B.V., First Edition 1993.
- [5] "Aquatic animal propulsion of high hydrodynamic efficiency", M. J. Lighthill, J. Fluid Mech., vol. 44, pp. 265–301, 1970.
- [6] D. Weihs and P. W. Webb, "Optimization of locomotion," in Fish Biomechanics, P. W. Webb and D. Weihs, Eds. New York: Praeger, 1983, pp. 339–371.
- [7] "Form and function in fish swimming," Sci. Amer., vol. 251, pp. 58–68, 1984.
- [8] M. J. Lighthill, "Hydromechanics of aquatic animal propulsion," Ann. Rev. Fluid. Mech., vol. 1, pp. 413–466, 1969.
- [9] H. H. Jindong Liu, Ian Dukes, Rob Knight, "Development of Fish-like Swimming Behaviours for an Autonomous Robotic Fish," *University of Bath*.
- [10] "Novel Method for the Modeling and Control Investigation of Efficient Swimming for Robotic Fish", Li Wen, Tianmiao Wang, Guanhao Wu, Jianhong Liang, and Chaolei Wang, IEEE Transactions on Industrial Electronics, vol. 59, No. 8, 2012.
- [11] Antonio Barrientos, Luís Felipe Peñín, Carlos Balaguer, Rafael Aracil, "Fundamentos de robótica", Universidad politécnica de Madrid.
- [12] M. J. Lighthill, "Note on the swimming of slender fish," *J. Fluid Mech.*, vol. 9, no. 02, p. 305, Oct. 1960.
- [13] F. E. Fish and G.V. Lauder, "Passive and active flow control by swimming fishes and mammals," Annu. Rev. Fluid. Mech., vol. 38, no. 1, pp. 193–224, 2006.
- [14] J. Liu and H. Hu, "Simulator building and parameter optimization of an autonomous robotic fish," *Dep. Comput. Sci. Univ. Essex*, 2003.
- [15] J. M. Anderson, K. Streitlien, D. S. Barrett, and M. S. Triantafyllou, "Oscillating foils of high propulsive efficiency," 1998.
- [16] John J. Craig, "Robótica", Pearson Prentice Hall, Tercera edición.
- [17] Gianetta, Hernán, "Unidad temática 07: Compiladores y lenguaje de programación", Universidad Tecnológica Nacional - Facultad Regional Buenos Aires, Buenos Aires.
- [18] Enrique José G. Cota, "Guía práctica de ANTLR 2.7.2", Universidad de Sevilla, Departamento de lenguajes y Sistemas Informáticos.
- [19] Terrence Parr, "ANTLR", University of San Francisco.