



Universidad  
Tecnológica  
Nacional

Universidad Tecnológica Nacional

Facultad Regional Buenos Aires

T.P.	
Grupo	
Curso	
Año	

# ROBOTICA

## TRABAJO PRÁCTICO N°2

### ANALISIS DINAMICO DE UN ROBOT E IMPLEMENTACION EN FPGA

DOCENTE: HERNAN GIANNETTA

MATERIA: ROBOTICA

CURSO: R6055

GRUPO:

AÑO: 2009

Integrantes del Grupo:

Legajo	Nombre y apellido	email
1102837	Mario Ernesto Espinoza	teo537@hotmail.com
1131400	Darío David de Lima	elpier24@yahoo.com.ar

Fecha de realización: 10/07/09

APROBADO EN FECHA: \_\_\_\_\_ FIRMA: \_\_\_\_\_

## **Introducción a la dinámica de un robot**

El modelo dinámico de un robot nos permite conocer la relación existente entre el movimiento y las fuerzas actuantes que provocan dicho movimiento.

A diferencia del modelo cinemático que solo representa el movimiento con respecto a un sistema de referencia, el modelo dinámico tiene en cuenta las fuerzas y pares aplicadas en las articulaciones y además los parámetros dimensionales del robot como la longitud, masa e inercia de sus elementos.

Desde un punto de vista matemático, se relaciona la locación del robot (que esta definida por sus variables articulares o por las coordenadas de localización de su extremo), y sus derivadas: velocidad y aceleración.

Un punto a tener en cuenta, es que la complejidad del modelo dinámico se acrecienta en gran medida con el aumento de grados de libertad (GDL).

El estudio dinámico del robot tiene como resultado un conjunto de ecuaciones matemáticas que describen la conducta dinámica del manipulador.

Tales ecuaciones de movimiento son útiles para simulación por PC, diseño de ecuaciones de control apropiadas para el robot y la evaluación del diseño y estructura cinemática del robot.

Debido al ya comentado aumento de complejidad a medida que crece el numero de GDL no siempre es posible hallar una solución cerrada, es decir, un conjunto de ecuaciones diferenciales que al ser integradas nos den como resultado las fuerzas y torques a ser aplicadas para obtener un determinado desplazamiento con una cierta velocidad y aceleración, es decir, un único resultado.

Así, el modelo dinámico se debe resolver mediante calculo numérico e iterativo (por Ej. uso de series convergentes).

Cada eslabón de la cadena se trata como rígido y de masa concentrada, se usa el centro de gravedad.

### **Existen 2 formas básicas de encarar el problema del modelo dinámico:**

**Modelo Dinámico Directo:** Expresa la evolución temporal de las coordenadas articulares del robot en función de las fuerzas y pares que intervienen.

**Modelo Dinámico Inverso:** Expresa las fuerzas y pares que intervienen en función de la evolución de las coordenadas articulares y sus derivadas.

Al hacer el análisis, se debe tener en cuenta las siguientes fuerzas intervinientes: Inercia, gravedad, coriolis y centrípeta.

**Existen distintos métodos para resolver el problema:**

- Lagrange-Euler
- Newton-Euler
- Variables de estado
- Kane

### **Metodo Lagrange-Euler**

Se basa en la mecánica Lagrangiana y parte de consideraciones energéticas.

Su obtención es sistemática pero consume mucho tiempo de cálculo, inútiles en control en tiempo real.

Se obtienen ecuaciones diferenciales cuya utilidad es el análisis y diseño de estrategias de control avanzadas y simulación.

### **Formulación de Lagrange-Euler**

Se basa en la aplicación de la formulación Lagrangiana a la representación de Denavit-Hartenberg.

Puede utilizarse para:

Analizar y diseñar estrategias de control avanzado

Resolver los problemas dinámico directo e inverso

#### **Problema dinámico directo:**

Dados los pares generalizados aplicados a cada articulación calcular las aceleraciones de los elementos. Integrando las aceleraciones se pueden obtener velocidades y coordenadas generalizadas.

#### **Problema dinámico inverso:**

Dadas las coordenadas generalizadas y sus dos derivadas se calculan los pares generalizados. En este último caso gran cantidad de operaciones, por lo que no son útiles para realizar control en tiempo real.

## ECUACION DE LAGRANGE-EULER

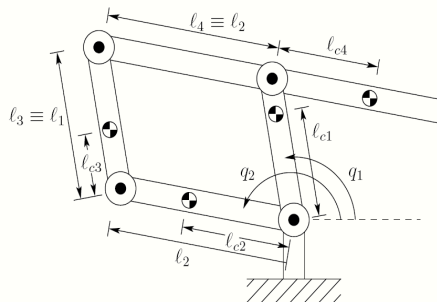
Se define el *lagrangiano* de un cuerpo como la diferencia entre sus energía cinética y potencial:

$$L=K-P$$

**K**: Energía cinética: depende de la velocidad del cuerpo

**P**: Energía potencial: depende de la posición del cuerpo

### Análisis dinámico de la estructura mecánica del **Five Bar Linkaged**



La longitud de la barra  $n$  se denomina  $l_n$  y sus respectivas masas  $m_n$ . Los centros de masa de cada barra se denominan  $l_{cn}$ .

Las coordenadas generalizadas se representan por  $q_1$  y  $q_2$  las cuales corresponden a sendos ángulos.

Si  $l_1=l_3$  y  $l_2=l_4$  las ecuaciones del manipulador quedan desacopladas así los movimientos  $q_1$  y  $q_2$  podrán ser controlados en forma independiente.

Y bajo la condición  $m_3 l_2 l_{c3} = m_4 l_1 l_{c4}$  la matriz de inercia será diagonal y constante y en consecuencia las ecuaciones dinámicas no contendrán ni las fuerzas de coriolis ni las fuerzas centrífugas. Tampoco se consideran las fricciones.

De esta manera, este mecanismo puede describirse por la siguiente expresión:

$$D(q)q'' + C(q, q')q' + N(q) = T \quad (1)$$

donde :

$D(q)$  es la matriz de inercia

$C(q, q')$  es la matriz de fuerzas centrífugas y coriolis

$N(q)$  es el vector de fuerzas gravitacionales

$T$  es el vector de torques aplicados en las articulaciones

Las matrices de la ecuación (1) tienen la siguiente forma:

$$D(q) = \begin{bmatrix} d_{11} & d_{12} \\ d_{21} & d_{22} \end{bmatrix}$$

$$C(q, \dot{q}) = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$N(q) = \begin{bmatrix} n_{11} \\ n_{12} \end{bmatrix}$$

$$T = \begin{bmatrix} t_1 \\ t_2 \end{bmatrix}$$

Donde :

$$d_{11} = m_1 l_{c1}^2 + m_3 l_{c3}^2 + m_4 l_1^2 + i_1 + i_3$$

$$d_{12} = d_{21} = (m_3 l_2 l_{c3} - m_4 l_1 l_{c4}) \cos(q_2 - q_1) = 0$$

$$d_{22} = m_2 l_{c2}^2 + m_3 l_{c2}^2 + m_4 l_{c4}^2 + i_2 + i_4$$

$$n_{11} = g \cos q_1 (m_1 l_{c1} + m_3 l_{c3} + m_4 l_1)$$

$$n_{12} = g \cos q_2 (m_2 l_{c2} + m_3 l_2 - m_4 l_{c4})$$

Quedando el siguiente sistema de ecuaciones desacopladas:

$$t_1 = d_{11} \ddot{q}_1 + n_{11}$$

$$t_2 = d_{22} \ddot{q}_2 + n_{12}$$

Estas ecuaciones no son fáciles de implementar, en la práctica se resuelven por métodos numéricos.

Imponemos los siguientes valores :

$$m_1 = m_2 = m_3 = m_4 = 0.8kg, l_1 = l_2 = l_3 = l_4 = 0.6m$$

$$l_{c1} = l_{c3} = 0.3m, I_1 = I_3 = 0.05kg.m^2$$

$$l_{c2} = l_{c4} = 0.5m, I_2 = I_4 = 0.15kg.m^2$$

quedando las expresiones de los torques de la siguiente forma:

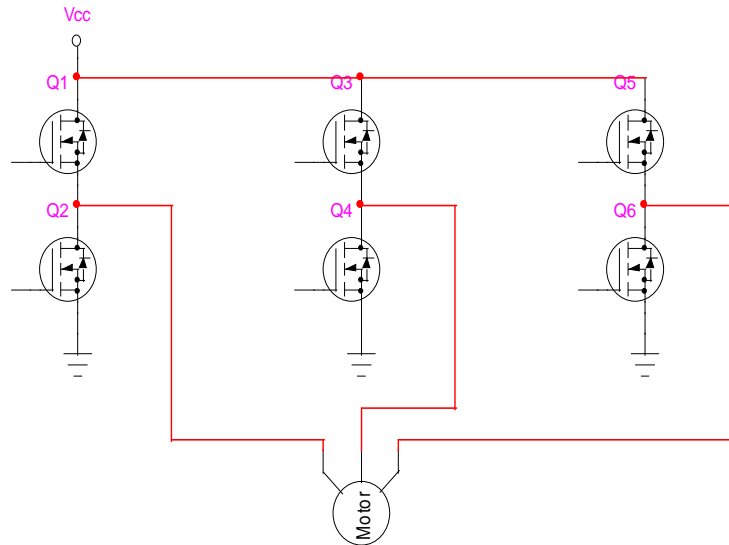
$$t_1 = 0.53q_1'' + 9.4 \cos q_1$$

$$t_2 = 0.77q_2'' + 4.7 \cos q_2$$

Con estos valores podemos suponer que el torque nominal de ambos motores debe estar en el orden de 10Nm.

## Implementación de código VHDL, simulación de control de motor de CC por PWM

El siguiente esquema representa en forma resumida la alimentación de un motor de corriente continua controlado por inducido.



Los transistores son excitados por un circuito de control que debe entregar las necesarias señales PWM

La secuencia es Q1 y Q6, Q2 y Q3, Q4 y Q5. Respetando los tiempos, se aplica un tren de pulsos modulados PWM a Q1, Q3 y Q5.

Para la simulación se utiliza el programa ModelSim PE Student Edition.

El siguiente bloque representa la entidad a ser creada mediante lenguaje VHDL:



A continuación se lista el programa que crea dicha entidad y también crea la arquitectura y finalmente la inicialización de las señales de entrada a,b,c y d para obtener las correspondientes señales de salida (simulación) a ser aplicadas a las bases de los 6 transistores:

```

library IEEE;
use IEEE.STD_LOGIC_1164.all;

entity pwml is
  port (a,b,c,d : in bit; z1,z2,z3,z4,z5,z6 : out bit);
end pwml;

architecture p of pwml is
begin
  z1 <= a and b;
  z2 <= b;
  z3 <= a and c;
  z4 <= c;
  z5 <= a and d;
  z6 <= d;
end;

-- entidad de simulacion
entity simul is
end;

architecture sim of simul is

component pwml is
  port (a,b,c,d : in bit; z1,z2,z3,z4,z5,z6 : out bit );
end component;

for i : pwml use entity work.pwml(p);

  signal a_aux : bit := '1';
  signal b_aux : bit := '1';
  signal c_aux : bit := '0';
  signal d_aux : bit := '0';
  signal q1 : bit;
  signal q6 : bit;
  signal q3 : bit;
  signal q2 : bit;
  signal q5 : bit;
  signal q4 : bit;

begin
  i : pwml port map(a_aux,b_aux,c_aux,d_aux,q1,q6,q3,q2,q5,q4);
  a_aux <= '0' after 25 us, '1' after 50 us, '0' after 75 us, '1' after 100 us,
    '0' after 125 us, '1' after 150 us, '0' after 175 us, '1' after 200 us,
    '0' after 225 us, '1' after 250 us, '0' after 275 us, '1' after 300 us,
    '0' after 325 us, '1' after 350 us, '0' after 375 us, '1' after 400 us,
    '0' after 425 us, '1' after 450 us, '0' after 475 us, '1' after 500 us,
    '0' after 525 us, '1' after 550 us, '0' after 575 us, '1' after 600 us,
    '0' after 625 us, '1' after 650 us, '0' after 675 us, '1' after 700 us,
    '0' after 725 us, '1' after 750 us, '0' after 775 us, '1' after 800 us,
    '0' after 825 us, '1' after 850 us, '0' after 875 us, '1' after 900 us,
    '0' after 925 us, '1' after 950 us, '0' after 975 us, '1' after 1000 us,
    '0' after 1025 us, '1' after 1050 us, '0' after 1075 us, '1' after 1100 us,
    '0' after 1125 us, '1' after 1150 us, '0' after 1175 us, '1' after 1200 us,
    '0' after 1225 us, '1' after 1250 us, '0' after 1275 us, '1' after 1300 us,
    '0' after 1325 us, '1' after 1350 us, '0' after 1375 us, '1' after 1400 us;

  b_aux <= '0' after 400 us, '1' after 1200 us;
  c_aux <= '1' after 400 us, '0' after 800 us;
  d_aux <= '1' after 800 us, '0' after 1200 us;

end;

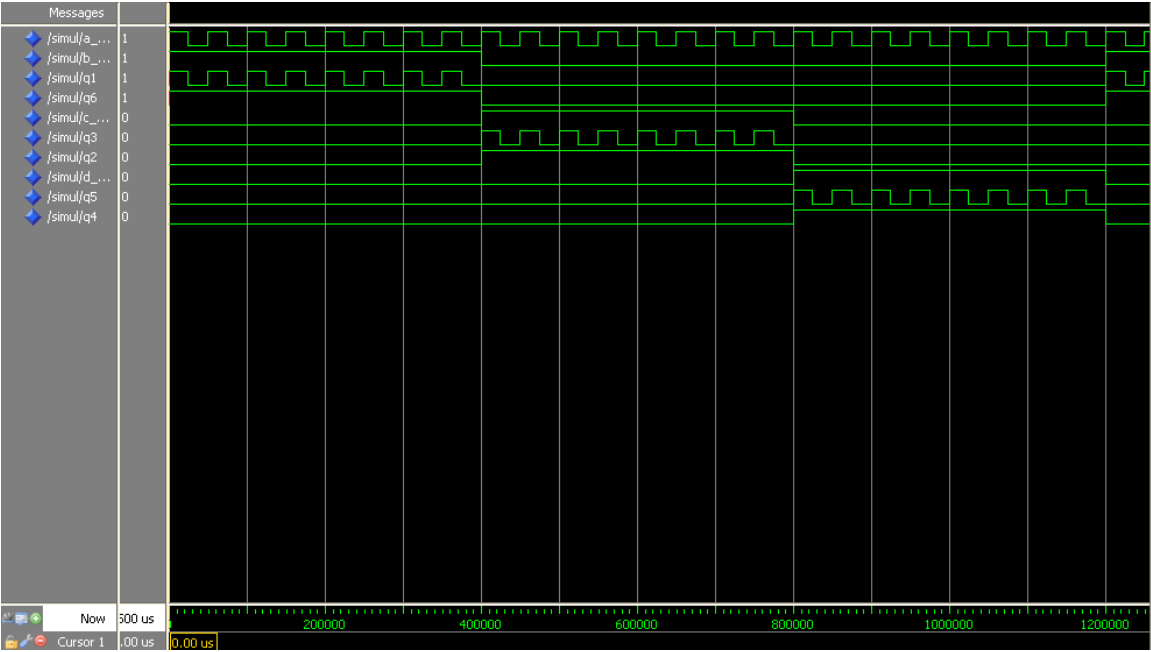
```



Se eligió una frecuencia de 20Khz para el PWM (un periodo de 50 us) y se supone que el ciclo de actividad es de 50%.

Naturalmente este ciclo de actividad estará controlado por un lazo de realimentación que definirá la velocidad de las articulaciones del manipulador.

A continuación se muestra el resultado de la simulación de la entidad creada con su respectiva arquitectura:



Básicamente se aplica un tren de pulsos PWM a cada fase del motor de CC por un periodo de tiempo determinado (en este caso 400us) en forma secuenciada a cada transistor.