

Evaluación Práctica : Optimización [FINESI]

1. En el marco de una investigación sobre movilidad urbana en Lima, se desea modelar el costo diario (C) de movilizar datos de sensores de tráfico desde dos distritos: San Isidro (variable x) y Surco (variable y). La función de costo es:

$$C(x, y) = 4x + 6y \quad (\text{en soles}),$$

donde x y y representan el número de gigabytes procesados al día en cada distrito. Se sabe que:

$$\begin{aligned} x + y &\leq 100 && (\text{límite de capacidad de red}), \\ x &\geq 10, \quad y &\geq 5 && (\text{mínimos de datos por contrato}), \\ x, y &\geq 0. \end{aligned}$$

Explique cómo podría usarse este modelo para estimar costos de transferencia de datos en un proyecto piloto de análisis de tráfico.

2. Una startup en Arequipa se especializa en ofrecer servicios de análisis de datos de ventas de granos andinos. La empresa contrata x analistas junior y y analistas senior para procesar la información proveniente de diferentes asociaciones de productores locales. El costo total se modela como:

$$C(x, y) = 1500x + 3000y \quad (\text{en soles al mes}).$$

Por políticas internas, se requiere al menos un total de 8 analistas (entre junior y senior), y al menos 3 deben ser senior para garantizar experiencia en proyectos. Además, la capacidad máxima de contratación es 12 personas. Especifique la función objetivo y las restricciones. Cómo definiría un rango razonable de valores de x y y en la práctica.

3. Para monitorear la deforestación en la Amazonía peruana, se utilizan drones que capturan imágenes satelitales. Suponga que x y y representan el número de vuelos realizados en la región de Madre de Dios y en Ucayali, respectivamente. La cobertura (en kilómetros cuadrados) se modela como:

$$S(x, y) = 50x + 65y.$$

Las restricciones de presupuesto y logística imponen:

$$\begin{aligned} 3x + 4y &\leq 200 && (\text{presupuesto en miles de soles}), \\ x + y &\leq 40 && (\text{tiempo de operación limitado}), \\ x, y &\geq 0. \end{aligned}$$

Describa el objetivo de maximizar la cobertura $S(x, y)$. ¿Qué tipo de análisis de datos podría hacerse con las imágenes recolectadas?

4. Una cooperativa cafetalera en Junín realiza un pronóstico de ventas semanal en función de dos factores: precio promedio por kilo (x) y calidad estandarizada de grano (y). El modelo lineal para la venta total (en toneladas) se define por el siguiente sistema de ecuaciones:

$$\begin{cases} x + 2y = 40 \\ 3x + y = 70 \end{cases}$$

Emplee la Regla de Cramer para hallar x y y , e interprete los resultados en términos de precio promedio (soles/kg) y un índice cuantitativo de calidad.

5. Para un sistema de reconocimiento automático de especies marinas en mercados mayoristas del Callao se tienen tres variables que describen: luminosidad de la imagen (x), contraste de bordes (y) y color promedio (z). Un modelo de calibración de sensores establece:

$$\begin{cases} 2x + y + 3z = 20 \\ x + 4y + 2z = 23 \\ 3x + 2y + z = 16 \end{cases}$$

Resuelva para determinar los valores de x, y, z . Explique cómo estos parámetros mejoran el algoritmo de clasificación.

6. Un estudio de Data Science sobre la expansión de microrredes en zonas rurales en Puno plantea el siguiente sistema para balancear costos de infraestructura (x), capacidad de generación (y) y reserva de potencia (z) en tres zonas. El sistema es:

$$\begin{cases} x + 2y + z = 8 \\ 2x - y + 4z = 12 \\ -x + 3y + 2z = 6 \end{cases}$$

Encuentre las soluciones de x, y, z . Interprete cada variable en un contexto de planificación energética: suponga que x está en miles de soles, y en megavatios (MW) y z en MW de reserva.

7. Un modelo lineal simple para predecir la demanda de tickets de tren en dos estaciones (Ollantaytambo y Poroy) se describe con:

$$\begin{cases} x + y = 350 \\ 2x - y = 100 \end{cases}$$

donde x e y representan la cantidad proyectada de turistas (en miles) por cada estación en un mes pico. Resuelva mediante Gauss-Jordan y explique qué implicaría cada solución en la planificación de rutas turísticas.

8. Una empresa agroexportadora en Piura desea combinar tres variedades de mango (A, B, C) y un conservante (w) para lograr un producto optimizado. Las ecuaciones que describen la mezcla (en toneladas diarias) son:

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 1 \\ 2 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 2 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} A \\ B \\ C \\ w \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 50 \\ 70 \\ 80 \\ 60 \end{pmatrix}.$$

Use el método Gauss-Jordan para determinar A, B, C, w .

9. Una agencia de marketing digital en Lima procesa grandes volúmenes de datos de redes sociales. Cada servidor de tipo 1 puede analizar 200 mensajes por hora y cada servidor de tipo 2 puede analizar 300 mensajes por hora. El costo por día de un servidor tipo 1 es S/ 400 y el de tipo 2 es S/ 700. Se dispone de un presupuesto de S/ 7000 diarios y se desea analizar al menos 4000 mensajes por hora. Defina el modelo para minimizar el costo diario, escriba las restricciones y soluciones posibles.
10. Una empresa de comercio electrónico con sede en Trujillo almacena dos tipos de productos digitales: *Software local* (x) y *Cursos virtuales* (y). Cada unidad de *Software local* requiere 3 GB de almacenamiento y genera una ganancia de S/ 20, mientras que cada *Curso virtual* ocupa 1 GB y genera S/ 15 de ganancia. El centro de datos solo dispone de 120 GB de espacio y se exige cumplir al menos 10 unidades de *Software local* para respetar convenios previos. Formule el problema de maximización de ganancias con sus restricciones y discuta cómo se implementaría este análisis en un proyecto de ciencia de datos.