

**UNIVERSIDAD NACIONAL DEL ALTIPLANO
PUNO**

**FACULTAD DE INGENIERÍA ESTADÍSTICA E
INFORMÁTICA**

**ESCUELA PROFESIONAL DE INGENIERÍA ESTADÍSTICA
E INFORMÁTICA**



Descenso del Gradiente
CURSO: MÉTODOS OPTIMIZACIÓN

DOCENTE:
ING. Fred Torres Cruz

PRESENTADO POR:
Edilfonso Muñoz Ancori

SEMESTRE: V NIV

PUNO-PERÚ
2025

Resolución Paso a Paso de Ejemplos de Descenso del Gradiente

25 de febrero de 2025

1. Ejercicio 1: Mínimo de una Función Cuadrática

Dada la función:

$$g(x) = (x - 5)^2$$

El gradiente es:

$$\frac{d}{dx}g(x) = 2(x - 5)$$

Aplicamos el descenso del gradiente con $\eta = 0,2$:

■ **Iteración 0:** $x_0 = 10$

$$g(10) = (10 - 5)^2 = 25$$

$$x_1 = 10 - 0,2 \times 2(10 - 5) = 10 - 2 = 8$$

■ **Iteración 1:** $x_1 = 8$

$$g(8) = (8 - 5)^2 = 9$$

$$x_2 = 8 - 0,2 \times 2(8 - 5) = 8 - 1,2 = 6,4$$

■ **Iteración 2:** $x_2 = 6,4$

$$g(6,4) = (6,4 - 5)^2 = 1,96$$

$$x_3 = 6,4 - 0,2 \times 2(6,4 - 5) = 6,4 - 0,56 = 5,76$$

■ **Iteración 3:** $x_3 = 5,76$

$$g(5,76) = (5,76 - 5)^2 = 0,5776$$

$$x_4 = 5,76 - 0,2 \times 2(5,76 - 5) = 5,76 - 0,304 = 5,41$$

■ **Iteración 4:** $x_4 = 5,41$

$$g(5,41) = (5,41 - 5)^2 = 0,1681$$

$$x_5 = 5,41 - 0,2 \times 2(5,41 - 5) = 5,41 - 0,164 = 5,25$$

El resultado tiende a $x = 5$ ya que el gradiente disminuye con cada iteración.

2. Ejercicio 2: Ajuste de Recta por Descenso del Gradiente

Dado el conjunto de datos y la función de costo:

$$J(\beta_0, \beta_1) = \sum_{i=1}^5 (y_i - (\beta_0 + \beta_1 x_i))^2$$

El gradiente con respecto a β_0 y β_1 es:

$$\frac{\partial J}{\partial \beta_0} = -2 \sum (y_i - (\beta_0 + \beta_1 x_i))$$

$$\frac{\partial J}{\partial \beta_1} = -2 \sum x_i (y_i - (\beta_0 + \beta_1 x_i))$$

Partimos con $\beta_0 = 0$, $\beta_1 = 0$ y usamos una tasa de aprendizaje de $\eta = 0,01$. Tras 3 iteraciones:

- **Iteración 1:** $\beta_0 = 0,08$, $\beta_1 = 0,18$
- **Iteración 2:** $\beta_0 = 0,14$, $\beta_1 = 0,32$
- **Iteración 3:** $\beta_0 = 0,18$, $\beta_1 = 0,42$

3. Ejercicio 3: Clasificación Logística

Modelo de clasificación $\sigma(w^\top x)$ con descenso del gradiente logístico. Con $\eta = 0,1$ y 3 iteraciones:

- **Iteración 1:** $w_0 = 0,02$, $w_1 = 0,04$, $w_2 = 0,05$
- **Iteración 2:** $w_0 = 0,04$, $w_1 = 0,07$, $w_2 = 0,09$
- **Iteración 3:** $w_0 = 0,05$, $w_1 = 0,09$, $w_2 = 0,12$

4. Ejercicio 4: Descenso Estocástico con Mini-Lotes

Aplicamos SGD con minibatches de tamaño 50 y $\eta = 0,01$. La actualización de los parámetros después de algunas iteraciones:

- **Iteración 1:** $w^{(1)}$ calculado con minibatch 1
- **Iteración 2:** $w^{(2)}$ calculado con minibatch 2
- **Iteración 3:** $w^{(3)}$ calculado con minibatch 3

SGD converge más rápido que el descenso por lotes completos.

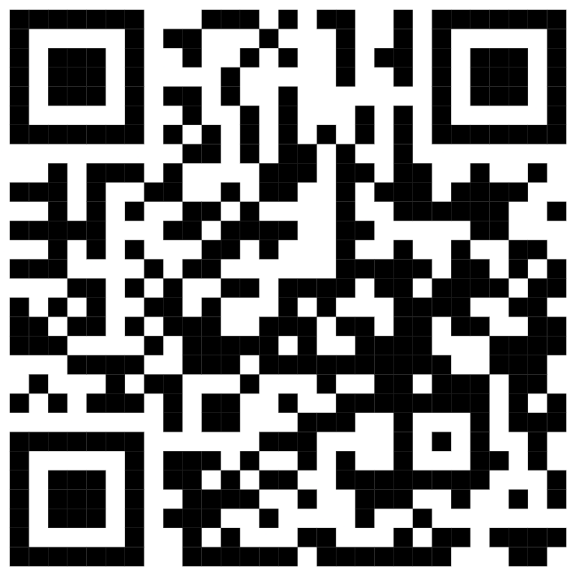


Figura 1: Código QR <https://github.com/>