

Generative Adversarial Networks

Edilton Brandão de Sousa

Thiago Franke Melchiors

FGV EMAp

June 21, 2024

Sumário

1. Introdução

2. Estrutura das GANs

3. A Matemática por trás das GANs

3.1 Algoritmo de treinamento

3.2 Otimização global de $p_g = p_{data}$

4. Experimento

5. Conclusão

6. Referências bibliográficas

Introdução

Contexto:

- GANs representou uma grande inovação em aprendizado de máquina.
- Baseadas no artigo de Ian Goodfellow et al., 2014.

Utilidades:

- Aprimoramento de imagens
- Criação de arte
- Geração de modelos 3D

Objetivos da apresentação:

- Descrever as complexidades, estrutura e eficácia das GANs.

Estrutura das GANs

Componentes:

- Gerador (G)
- Discriminador (D)

Funcionamento:

- G cria dados falsos, D distingue entre dados reais e falsos

Analogia:

- G é um falsificador (de moedas falsas), D é a polícia (que tenta identificar o delito).

Estrutura das GANs

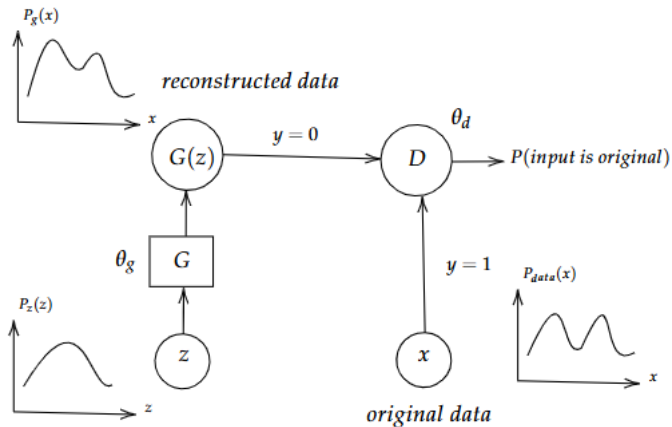


Figure: Representação da estrutura de uma GAN

Equação minimax

Equação minimax:

$$\min_G \max_D V(G, D) = \mathbb{E}_{x \sim p_{data}(x)} [\log D(x)] + \mathbb{E}_{z \sim p_z(z)} [\log(1 - D(G(z)))] \quad (1)$$

- D busca maximizar a equação, pois o output de $D(x)$ é a probabilidade de que o dado x tenha vindo dos dados reais.
- G se esforça para minimizar $\log(1 - D(G(z)))$, ou seja, aumentar a probabilidade de que D classifique erroneamente $G(z)$ como tendo vindo dos dados reais.

Algoritmo de treinamento

for número de iterações de treinamento **do**

for k passos **do**

 Amostre um minibatch de m amostras de ruído $\{z^{(1)}, \dots, z^{(m)}\}$ da prior de ruído $p_z(z)$;

 Amostre um minibatch de m exemplos $\{x^{(1)}, \dots, x^{(m)}\}$ da distribuição geradora de dados $p_{data}(x)$

 Atualize o discriminador ascendendo seu gradiente estocástico:

$$\nabla_{\theta_d} \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m \left[\log D(x^{(i)}) + \log (1 - D(G(z^{(i)}))) \right]$$

 Amostre um minibatch de m amostras de ruído $\{z^{(1)}, \dots, z^{(m)}\}$ da prior de ruído $p_z(z)$;

 Atualize o gerador descendendo seu gradiente estocástico:

$$\nabla_{\theta_g} \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m \log (1 - D(G(z^{(i)})))$$

Otimização global de $p_g = p_{data}$

Para G fixo, o discriminador ótimo D é: $D^*(x) = \frac{p_{data}(x)}{p_{data}(x) + p_g(x)}$

Proof.

O critério de treinamento do discriminador é, dado um G fixo, minimizar a função objetivo $V(G, D)$:

$$V(G, D) = \int_x p_{data}(x) \log D(x) dx + \int_z p_z(z) \log(1 - D(G(z))) dz \quad (2)$$

$$= \int_x p_{data}(x) \log D(x) + p_g(x) \log(1 - D(x)) dx \quad (3)$$

Para qualquer (a, b) , a função $f(x) = a \log x + b \log(1 - x)$ é maximizada em $x = a/(a + b)$. Portanto, o discriminador ótimo é:

$$D^*(x) = \frac{p_{data}(x)}{p_{data}(x) + p_g(x)} \quad (4)$$

Otimização global de $p_g = p_{data}$

Dado: $C(G) = E_{x \sim p_{data}} \left[\log \frac{p_{data}(x)}{p_{data}(x) + p_g(x)} \right] + E_{x \sim p_g} \left[\log \frac{p_g(x)}{p_{data}(x) + p_g(x)} \right]$ temos o seguinte teorema:

Theorem

O mínimo global do critério de $C(G)$ é obtido se, e somente se, $p_g = p_{data}$. Neste ponto, $C(G)$ atinge o valor $-\log 4$.

Otimização global de $p_g = p_{data}$

Proof.

Para $p_{data} = p_g$, temos $D^* = 1/2$, então:

$$C(G) = \log \frac{1}{2} + \log \frac{1}{2} = -\log 4 \quad (5)$$

A expressão da divergência de Jensen-Shannon entre duas distribuições p e q é:

$$D_{JS}(p\|q) = \frac{1}{2}D_{KL}\left(p\left\|\frac{p+q}{2}\right.\right) + \frac{1}{2}D_{KL}\left(q\left\|\frac{p+q}{2}\right.\right) \quad (6)$$

Se compararmos esta expressão com a expressão de $C(G)$, vemos que:

$$C(G) = 2D_{JS}(p_{data}\|p_g) - \log 4. \quad (7)$$



Experimento

O dataset escolhido foi o Fashion-MNIST, que consiste em 70.000 imagens em escala de cinza de 10 categorias de roupas e acessórios, com cada imagem dimensionada em 28x28 pixels.

Os hiperparâmetros definidos para o experimento incluíram:

- Taxa de aprendizado: 10^{-4} ;
- Tamanho do lote (batch size): 32;
- Número de épocas: Limitado a 200.

Resultado do experimento



Figure: Amostra de imagens do dataset Fashion-MNIST

Resultado do experimento



Figure: Imagens geradas pelo modelo

Conclusão

Resumo:

- GANs utilizam aprendizado adversarial para gerar dados realistas.
- Experimento com Fashion-MNIST demonstrou a eficácia das GANs.

Crítica ao artigo original:

O artigo original não estabelece métricas objetivas para avaliar a fidelidade das imagens geradas em relação aos dados reais, deixando a análise da qualidade dessas imagens a critérios subjetivos.

Referências bibliográficas



Ian J. Goodfellow, Jean Pouget-Abadie, Mehdi Mirza, Bing Xu, David Warde-Farley, Sherjil Ozair, Aaron C. Courville, Yoshua Bengio (2014).

Generative Adversarial Nets.

arXiv preprint arXiv:1406.2661.

Disponível em: <https://arxiv.org/abs/1406.2661>.



Normalized Nerd (2020).

The Math Behind Generative Adversarial Networks Clearly Explained!

Disponível em: https://www.youtube.com/watch?v=Gib_kiXgnvA.

Acesso em: 24/04/2024.