

Laborator 4: Traectoriile din spatiul articular

Obiective:

Deprinderea formalismului necesar calculului traectoriilor din spatiu articular. Laboratorul cuprinde trei probleme a caror solutii sunt punctate

Elemente teoretice:

A impune o anumita sarcina unui robot inseamna, in general, a preciza o traectorie de parcurs, iar aceasta traectorie se reduce la a defini o colectie de puncte. Prin puncte aici intelegem coordonate carteziane sau valori ale pozitiilor unghiulare. Uneori traectoria este definita prin doua puncte – cel de start si cel de tinta – alteori la aceste puncte se adauga si altele in vecinatatea carora trebuie definita traectoria (puncte intermediare). In plus la aceasta colectie de puncte se adauga si durata de timp in care este necesara realizarea acestei traectorii.

Se vor utiliza prezenta polinoamele de interpolare; utilizarea functiilor liniare racordate prin parabole pentru doua puncte si utilizarea functiilor liniare racordate prin parabole pentru mai multe puncte intermediare

Polinoamele de interpolare:

$$q_i(t) = a_0 + a_1 t + a_2 t^2 + a_3 t^3$$
$$a_0 = q_{i1}; \quad a_1 = 0,$$
$$a_2 = \frac{3}{T^2}(q_{i2} - q_{i1}); \quad a_3 = -\frac{2}{T^3}(q_{i2} - q_{i1}).$$

Bang-Bang

$$q(t) = \begin{cases} q_0 + \frac{\ddot{q}}{2}t^2, & \text{pentru } t \in [0, T_p] \\ \left(q_0 - \frac{\ddot{q}}{2}T_p^2 \right) + (\ddot{q}T_p)t & \text{pentru } t \in (T_p, T - T_p) \\ \left(q_0 + \ddot{q} \left(T_p(T - T_p) - \frac{T^2}{2} \right) \right) + (\ddot{q}T)t - \frac{\ddot{q}}{2}t^2 & \text{pentru } t \in [T - T_p, T] \end{cases}$$

Exemplu de program 1.

Pentru a vizualiza acest proces se utilizeaza (PC.T)

Se definesc mai multe tipuri de traiectorii cu date initiale si/sau finale nule sau nenule

Se vizualizeaza aceste traiectorii

Atunci cand datele de intrare sunt pozitia initiala si cea finala.

O alta data de intrare este numarul de puncte in care aceasta traiectorie trebuie calculata: discretizarea

Ca date implicite se utilizeaza viteza si acceleratia initiala respectiv finala nule. Mai precis se porneste si se termina in repaus.

Pornind de la aceste date rezultatul va fi un vector al pozitiilor succesive. Traiectoria inseamna insa asocierea acestor date succesive cu intervale de timp. Vectorul de timp poate fi insa asociat cunoscand discretizarea impusa

de exemplu pornind de la 0 pana la 1 cu o discretizare de 50 de elemente se obtine:

```
s=tpoly(0,1,50);
```

```
figure; plot(s,'linewidth',3); grid; xlabel('discertizarea'); ylabel('s')
```

sau daca acest rezultat se doreste a fi generalizat atunci:

```
[s,sd,sdd]=tpoly(0,1,50);
```

In cazul in care viteza initiala si cea finala sunt diferite de zero se pot adauga ca valori de intrare:

```
[s1,s1d,s1dd]=tpoly(0,1,50,0.5,0);
```

```
figure
```

```
subplot(3,3,1);plot(s,'linewidth',3);grid; xlabel('discertizarea'); ylabel('s')
```

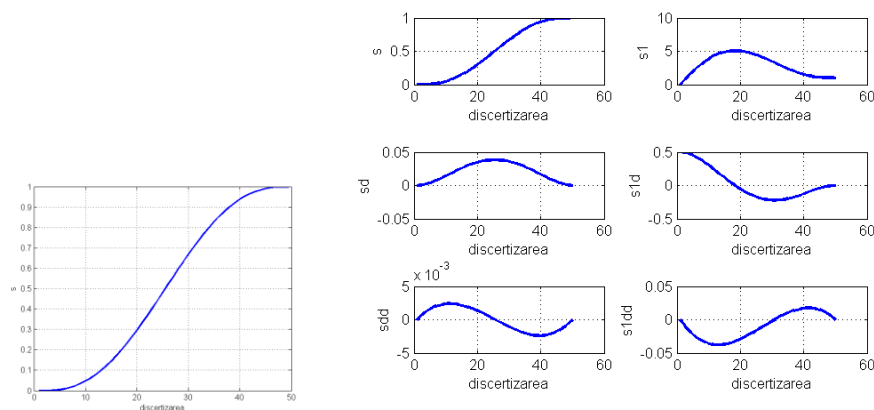
```
subplot(3,3,3);plot(sd,'linewidth',3);grid; xlabel('discertizarea'); ylabel('sd')
```

```
subplot(3,3,5);plot(sdd,'linewidth',3);grid; xlabel('discertizarea'); ylabel('sdd')
```

```
subplot(3,3,3);plot(s1,'linewidth',3);grid; xlabel('discertizarea'); ylabel('s1')
```

```
subplot(3,3,4);plot(s1d,'linewidth',3);grid; xlabel('discertizarea'); ylabel('s1d')
```

```
subplot(3,3,6);plot(s1dd,'linewidth',3);grid; xlabel('discertizarea'); ylabel('s1dd')
```



Problema propusa 1.

1. Sa se identifice functiile utilizate din pachetul [PC.T] si sa se mentioneze functionalitatea acestora
2. Utilizand metoda de interpolare polinomiala
 - a. Se cere determinarea traiectoriilor articulare (pozitie, viteza acceleratie) si asocierea acestora cu vectorul timp [timp;q]; pentru $q_0=0$; $q_f=\pi/2$; $t_0=10$; $t_f=20$; $\Delta t=0.01$ (discretizare timp)
 - b. Se cere salvarea acestor matrice sub forma unor fisiere .mat

Exemplu de program 2.

Pentru a vizualiza acest proces se utilizeaza (PC.T)

Se definesc mai multe tipuri de traiectorii cu viteze maxime impuse sau nu.

Se vizualizeaza aceste traiectorii

Este o metoda care a fost derivata din ratiuni practice. Mai precis motoarele de actionare (CC) au o anumita viteza maxima impusa. Se doreste ca aceasta viteza maxima sa nu fie depasita dar, in acealasi timp se doreste ca ea sa fie utilizata o perioada cat mai mare de timp. Denumirea de Bang Bang este datorata faptului ca acceleratia calculata este discontinua in timp. In fapt acceleratia devine o functie de tip treapta

Functia are urmatoarele date de intrare: pozitia initiala; pozitia finala si numarul de puncte in care este discretizata traiectoria.

```
[s,sd,sdd]=lspb(0,1,50);
```

Functia poate fi utilizata si intr-o mainera mai complexa atunci cand unul din argumente reprezinta viteza maxima

```
[s1,s1d,s1dd]=lspb(0,1,50,0.035);
```

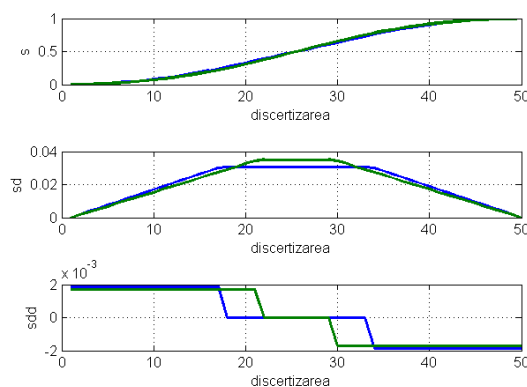
```
d=1:50;
```

```
figure;
```

```
subplot(3,1,1);plot(d,s,d,s1,'linewidth',3);grid; xlabel('discertizarea'); ylabel('s')
```

```
subplot(3,1,3);plot(d,sd,d,s1d,'linewidth',3);grid; xlabel('discertizarea'); ylabel('sd')
```

```
subplot(3,1,3);plot(d,sdd,d,s1dd,'linewidth',3);grid; xlabel('discertizarea'); ylabel('sdd')
```



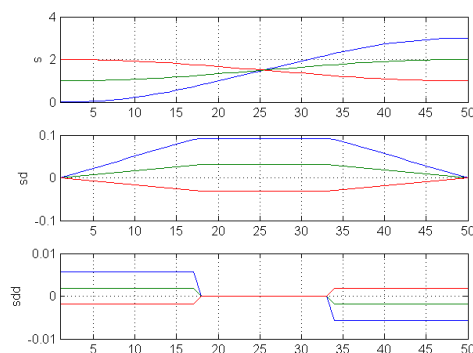
Cazul multidimensional

Atunci cand se doreste calculul traiectoriei pentru cazul unui sistem cu mai multe grade de libertate apare problema sincronizarii. A sincroniza inseamna aici a impune inceputul respectiv sfarsitul traiectoriilor pentru acelasi moment.

Functia are urmatoarele date initiale: metoda de interpolare; punctul de inceput si punctul de sfarsit.

figure

```
mtraj(@lspb, [0,1,3], [3,3,1], 50)
```



Problema propusa 2.

1. Sa se identifice functiile utilizate din pachetul [PC.T] si sa se mentioneze functionalitatea acestora
2. Utilizand metoda de interpolare bang-bang
 - a. Se cere determinarea traiectoriilor articulare (pozitie, viteza acceleratie) si asocierea acestora cu vectorul timp [timp;q]; pentru $q_0=0$; $q_f=\pi/2$; $t_0=10$; $t_f=20$; $\Delta t=0.01$ (discretizare timp)
 - b. Se cere salvarea acestor matrice sub forma unor fisiere .mat

Exemplu de program 3.

Pentru a vizualiza acest proces se utilizeaza (PC.T)

*Se definesc traiectorii cu **puncte intermediare** si cu viteze maxime impuse sau nu.*

Se vizualizeaza aceste traiectorii

Atunci cand traiectoriile necesita trecerea in vecinatatea unor puncte intermediare se utilizeaza solutia bang-bang. Noutatea este data de faptul ca in acest caz zonele rectangulare din vecinatatea punctelor intermediare trebuie racordata cu o parabola a carei curbura este data de diferenta vitezelor cu care se parcurg aceste zone. La calculul curburii este necesara precizarea timpului de trecere de la o zona rectangulara la alta: t_{acc} .

Functia are urmatoarele argumente: punctele de trecere (via); viteza maxima pe fiecare axa; durata fiecarui segment (este legata de viteza maxima pe axa deci sau una sau alta); punctele initiale; discretizarea; timpul de accelerare

```

via=[4,1,0;4,3,3;5,1,5;3,3,0];
q=mstraj(via,[3,1,3],[],[4,1,0],0.05,1);
d=0:0.05:0.05*(length(q(:,1))-1);
figure
plot(d,q(:,1),d,q(:,3),'.','d,q(:,3),'o','linewidth',3);
grid; xlabel('time'); ylabel('q1, q3 ., q3 o')

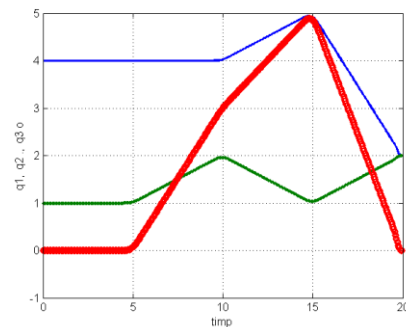
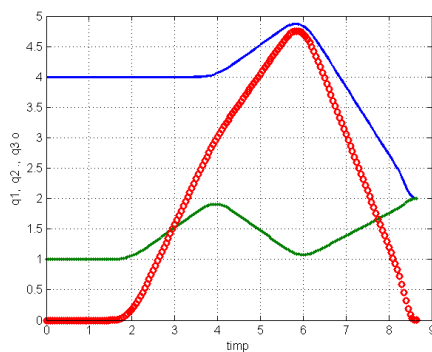
```

Atunci cand impunem un interval de timp:

```

q=mstraj(via,[],[5,5,5,5],[4,1,0],0.05,1);
d=0:0.05:0.05*(length(q(:,1))-1);
figure
plot(d,q(:,1),d,q(:,3),'.','d,q(:,3),'o','linewidth',3);
grid; xlabel('time'); ylabel('q1, q3 ., q3 o')

```



Exemplu de program 4.

Pentru a vizualiza acest proces se utilizeaza (PC.T)

*Se definesc **traectorii de tip cartezian** si se extrag pozitiile, orientarile care apar in decursul acestor traectorii.*

Miscarea carteziana se refera la ansamblul de pozitionare orientare vazute ca un intreg. Functia are ca argument de intrare reperul initial iar ca marime de iesire reperul final. Variabila de interpolare s este normalizata de la 0-1;

```

T0=transl(0.4,0.3,0)*trotx(pi);
T1=transl(-0.4,-0.3,0.3)*troty(pi/3)*trotz(-pi/3);

```

in punctul s=0.5 avem:

```
trinterp(T0,T1,0.5)
```

o traectorie in 50 de puncte se obtine astfel:

```
Ts=trinterp(T0,T1,[0:49]/49);
```

ceea ce poate fi animat astfel

```
figure
tranimate(Ts)
```

Extragerea translatiilor si a rotatiilor (pozitionare respectiv

orientare) se face cu ajutorul functiilor:

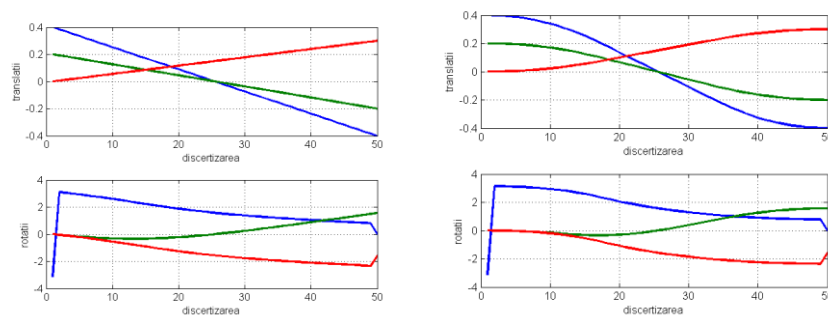
```
P=transl(Ts);  
rpy=tr3rpy(Ts);  
figure;  
subplot(3,1,1);plot(P,'linewidth',3);grid;xlabel('discertizarea'); ylabel('translatii')  
subplot(3,1,3);plot(rpy,'linewidth',3);grid;xlabel('discertizarea'); ylabel('rotatii')
```

Se poate observa caracterul liniar al interpolarii pozitiilor ceea ce insemna ca viteza si acceleratia sunt discontinue. Motivul este dat de variabila de interpolare s care trece in salturi de la o valoare la alta
Solutia acestei probleme este utilizarea functiei:

```
Ts=ctray(T0,T1,50);
```

```
P=transl(Ts);  
rpy=tr3rpy(Ts);  
figure;  
subplot(3,1,1);plot(P,'linewidth',3);grid;xlabel('discertizarea'); ylabel('translatii')  
subplot(3,1,3);plot(rpy,'linewidth',3);grid;xlabel('discertizarea'); ylabel('rotatii')
```

O privire atenta asupra orientarii dezvaluie faptul ca ea este discontinua
Motivul discontinuitatii este dat de singularitatea pozitiilor impuse
(singularitatea unghiurilor lui Euler)



Problema propusa 3.

1. Sa se identifice functiile utilizate din pachetul [PC.T] din exemplele anterioare si sa se mentioneze functionalitatea acestora
2. Pentru un manipulator plan cu trei grade de mobilitate RRR se precizeaza urmatorul task: Prehensorul (unealta) se deplaseaza pe o traiectorie circulara $r=1$ si isi mentine orientarea fata de sistemul din baza. Se cere modelarea acestui fenomen cu ajutorul traiectoriei de tip cartezian