Laborator 3: Studiul Posturii in 2D si 3D

Obiective:

Deprinderea utilizarii operatorilor de transformare – rotatie si translatie in 2D si 3D. Laboratorul cuprinde trei probleme a caror solutii sunt punctate

Elemente teoretice:

Postura unui obiect este o marime compusa din pozitia unui sistemului de coordonate in care se defineste acel obiect (sistemul de coordonate solidar cu obiectul) si orientarea acelui sistem de coordonate. Ambele marimi sunt definite relativ la un alt sistem de coordonate.

In 2D (rotatia dupa axa Z), transformata generalizata este

$$ {}^{A}\mathbf{p} = {}^{A}\boldsymbol{t} + {}^{A}R_{B}\, {}^{\mathrm{B}}\mathbf{p} = \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} cos(\theta) & -sin(\theta) \\ sin(\theta) & cos(\theta) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} {}^{B}x \\ {}^{B}y \end{bmatrix} $$

sau

$$ \begin{bmatrix} {}^{A}x \\ {}^{A}y \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(\theta) & -\sin(\theta) & x \\ \sin(\theta) & \cos(\theta) & y \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} {}^{B}x \\ {}^{B}y \\ 1 \end{bmatrix} $$

Transformata dintre mai multe sisteme de referinta este calculata cu ajutorul relatiei:

$$ {}^{A}\mathbf{p} = {}^{A}T_{B}\, {}^{B}T_{C} \ldots {}^{G}T_{H}\, {}^{\mathrm{H}}\mathbf{p} $$

Rotatiile elementare in jurul celor trei axe Rx, Ry, Rz sunt:

$$ R_{z}(\theta) = \begin{bmatrix} \cos(\theta) & -\sin(\theta) & 0 \\ \sin(\theta) & \cos(\theta) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}; R_{y}(\theta) = \begin{bmatrix} \cos(\theta) & 0 & \sin(\theta) \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin(\theta) & 0 & \cos(\theta) \end{bmatrix} $$

$$ R_{X}(\theta) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos(\theta) & -\sin(\theta) \\ 0 & \sin(\theta) & \cos(\theta) \end{bmatrix} $$

Rotatia dupa o axa oarecare se poate calcula cu ajutorul rotatiilor lui Euler (ZYZ) sau a lui Cardano(X,Y,Z) :

$$ R = R_{Z}(\phi) R_{Y}(\theta) R_{Z}(\psi) $$

$$ R = R_{X}(\theta_{r}) R_{Y}(\theta_{p}) R_{Z}(\theta_{y}) $$

Exemplu de program 1.

Pentru a vizualiza acest proces se utilizeaza (PC.T)

Se defineste transformata generala, translatie si rotatie, de la Bla A **aTb**

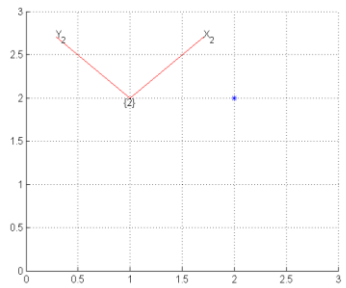
Se calculeaza transformata inversa de la A la B **bTa**

Se reprezinta sistemul de coordonate **B** *(cu rosu) =: T1*

Se defineste punctul **p** *in ambele sisteme de coordonate* **A si B**

```
aTb=se2(1,2,pi/4)% translatie cu vectorul (1,2) si rotatie cu 45grd

bTa=inv(aTb); %transformata inversa din {A} -> {B}

figure; axis([0 3 0 3]); hold

trplot2(aTb,'frame','2','color','r') % reprezentarea grafica a sistemului T1

% definirea punctului P in {A}

pa=[2;2]

plot_point(pa,'*')

% definirea punctului P in {B}

pb=bTa*[pa;1]
```

pa = 2 2	**aTb** = 0.7071 -0.7071 1.0000 0.7071 0.7071 2.0000 0 0 1.0000	**pb** = 0.7071 -0.7071 1.0000



Problema propusa 1.

1. Sa se identifice functiile utilizate din pachetul [PC.T] si sa se mentioneze functionalitatea acestora
2. Sistemul B se defineste cu ajutorul succesiunii de transformari R(45)->T(2,3)->R(60)-T(-3,-5) unde R(x) reprezinta rotatia cu x grade iar T(x,y) reprezinta translatia pe x si pe y. In reperul B se defineste vectorul p_B=[2;3]. Se cere:
    a. Reprezentarea reperului fix (**A**); reprezentarea reperului (**B**);
    b. Reprezentarea punctului p_B in sistemul (**A**);

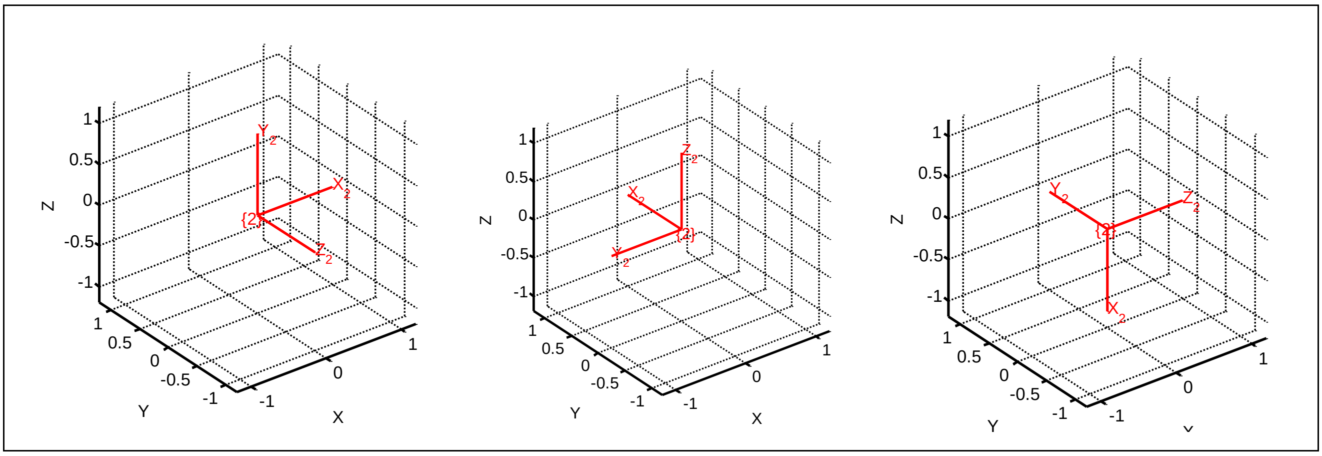
Exemplu de program 2.

Pentru a vizualiza acest proces se utilizeaza (PC.T)

Se defineste rotatia elementara **R**

Se prezinta animatia acestei transformari

```
R=rotx(pi/2);
trplot(R,'frame','2','color','r')% reprezentare
pause
figure; tranimate(R) % animatia rotatiei
```



Problema propusa 2.

1. Sa se identifice functiile utilizate din pachetul [PC.T] si sa se mentioneze functionalitatea acestora
2. Sa se reprezinte o animatie compusa din trei rotatii elementare de pi/2 pe X, pe Y, pe Z
3. Fie un cub cu latura 1 definit intr-un sistem de coordonate B cu originea siatemului in centrul cubului si cu laturile cubului paralele cu cele trei axe; sistemul de referinta B (solidar cu cubul) se roteste fata de sistemul de referinta din baza cu urmatoarea succesiune de unghiuri x, y, z: pi/3; pi/6; pi/2. Se cere reprezentarea cubului in sistemul de referinta din baza

Exemplu de program 3.

Pentru a vizualiza acest proces se utilizeaza (PC.T)

Se defineste o rotatie compusa Rz, Ry, Rz ceea ce conduce la o rotatie generala (dupa toate cele trei axe); Se calculeaza inversa (unghiurie euler);

Se defineste matricea de rotatie cu ajutorul transformarilor Cardano; Se calculeaza inversa acestei matrice

```
R1=rotz(0.1)*roty(0.2)*rotz(0.3)
% sau mai simplu R=eul2r(0.1,0.2,0.3);
trplot(R1,'frame','1','color','r')% reprezentare
```

```
unghiuri=tr2eul(R1) % transformat inversa
%functia este construita pentru a obtine rotatii dupa Y pozitive

% Cardano
R2=rpy2r(0.1, 0.2, 0.3)
trplot(R2,'frame','2','color','r')% reprezentare
unghiuri=tr2rpy(R2) % transformat inversa
```

R1 = 0.9021 -0.3836 0.1977 0.3875 0.9216 0.0198 -0.1898 0.0587 0.9801	R2 = 0.9363 -0.2896 0.1987 0.3130 0.9447 -0.0978 -0.1593 0.1538 0.9752
unghiuri = 0.1000 0.2000 0.3000	unghiuri = 0.1000 0.2000 0.3000

Problema propusa 3.

1. Sa se identifice functiile utilizate din pachetul [PC.T] si sa se mentioneze functionalitatea acestora
2. Pentru un prehensor a carui aza Z este definita de vectorul de pozitie [1;1;1] sa se determine unghiurile lui Euler, Cardano. Cu ajutorul unghiurilor obtinute sa se perrezinte sistemul de coordonate al prehensorului (si sistemul de coordonate al bazei)