

Niz, suma i produkt

1 Niz

- Uređeni poredak elemenata a_1, a_2, a_3, \dots je **niz elemenata**. a_1 dolazi prije a_2 koji dolazi prije a_3 , itd... a_1 je prvi član niza, a_2 drugi član niza, a_i je i -ti **član niza** gdje i predstavlja indeks ili poziciju elementa u nizu.
- Ako niz nema kraja, onda se zove **beskonačan niz**, npr. $1, 2, 3, 4, \dots$
- Ako niz ima definisan broj elemenata, onda je to **konačan niz**, npr. a, b, c, d, e
- Nizovi se mogu definisati pravilom, npr. $a_{n+1} = a_n + 2 \wedge n_0 = 1$ gdje je n_0 **početni član niza** tj. niz je: $1, 3, 5, 7, \dots$ ili npr. $a_n = 2n + 1$ te je za $n_0 = 1$ niz jednak: $3, 5, 7, \dots$
- **Aritmetički niz** je niz u kojem je svaki član dobijen sabiranjem konstante sa prethodnim elementom, tj. ako je d konstanta onda je niz $a, a + d, a + 2d, a + 3d, \dots$ npr. $1, 4, 7, 10, 13, \dots$
- **Geometrijski niz** je niz u kojem je svaki član dobijen množenjem konstante sa prethodnim elementom, tj. ako je r konstanta onda je niz a, ar, ar^2, ar^3, \dots npr. $2, 4, 8, 16, 32, 64, \dots$
- **Niz kvadrata** je niz $1, 4, 9, 16, 25, 36, \dots$ te se može definisati sa $x_n = n^2$
- **Fibonaccijev niz** je niz u kojem su prva dva člana $0, 1$ a svaki sljedeći je zbir dva prethodna elementa.

$0, 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 21, 34, \dots$

Jedno interesantno svojstvo ovog niza je što je $\frac{a_n}{a_{n-1}}$ tj. neki član podijeljen sa prethodnim članom niza daje **zlatni rez** (ϕ) te iznosi $\phi = 1.61803398875$. Ovaj broj ima mnoge primjene u arhitekturi, prirodi, fotografiji itd, jer predstavlja "savršen omjer" mnogih prirodnih i vještačkih pojava.

2 Suma i redovi

- **Suma** ili zbir je zbrajanje dva ili više elemenata
- Ako želimo da opišemo sumu niza $x \in \mathbb{N} \wedge x < 5$ onda se može pisati: $1 + 2 + 3 + 4 + 5$ što se može pokazati problematično ako imamo $x = 1000$.
- Simbol sume niza brojeva u matematici je veliko grčko slovo sigma, sa početnim i krajnjim uslovima. Npr.

$$S = \quad a) \sum_{i=1}^5 i \quad b) \sum_{i=1}^5 1 \quad c) \sum_{i=1}^{\infty} i \quad d) \sum_{i=1}^n (i-1) \quad e) \sum_{i=1}^n f(i) \quad f) \sum_{i=1}^n x_i$$

Ovo u prevodu znači:

- a) $S = 1 + 2 + 3 + 4 + 5$
- b) $S = 1 + 1 + 1 + 1 + 1$
- c) $S = 1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + \dots$

$$d) S = 0 + 1 + 2 + \dots + (n - 1)$$

$$e) S = f(1) + f(2) + f(3) + \dots + f(n)$$

$$f) S = x_1 + x_2 + x_3 + \dots + x_n$$

- i predstavlja indeks sumiranja i piše se ispod Σ , a krajnji uslov se piše iznad Σ , dok se desno od Σ stavlja izraz koji se nadodaje u svakoj iteraciji.
- **Red** je suma članova niza.
Suma konačnog niza je **konačni red**.
Suma beskonačnog niza je **beskonačni red**.
- **Suma brojeva** $1, 2, 3, \dots, n$ je:

$$S = \sum_{i=1}^n = \frac{n \cdot (n + 1)}{2}$$

- Ukoliko se red približava nekoj konačnoj vrijednosti, onda taj red **konvergira**. Npr.

$$S = \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16} + \dots = 1$$

- U suprotnom kaže se da red **divergira**. Npr.

$$S = 1 + 2 + 3 + 4 + 5 + \dots$$

$$S = 1 - 1 + 1 - 1 + 1 - \dots$$

3 Proizvod

- Proizvod prvih n brojeva se zove **faktorijel** i piše se $n!$ te vrijedi:

$$n! = n \cdot (n - 1)! = n \cdot (n - 1) \cdot (n - 2) \cdot \dots \cdot 1$$

- Faktorijel od 0 je 1 tj. $0! = 1$
- Proizvod se može još napisati koristeći veliko slovo pi:

$$P = \quad a) \prod_{i=1}^n i \quad b) \prod_{i=0}^n (n - i)^2$$

Slično kao sa sumom, ovo u prevodu znači:

$$a) P = 1 \cdot 2 \cdot \dots \cdot n$$

$$b) P = (n - 0)^2 \cdot (n - 1)^2 \cdot (n - 2)^2 \cdot \dots \cdot (n - n)^2$$