Osnove teorije skupova

Skupovi

- Ne definišu se

Skupovi

- Ne definišu se
- Primjeri skupova su:
  $\{1, 2, 3\} \quad \{a, b, c\} \quad \{\alpha, \beta, \gamma\} \quad \{\diamond, \star, \ddagger\}$
  $\{1, \{\}\}$

Skupovi

- Ne definišu se
- Primjeri skupova su:
  $\{1,2,3\} \quad \{a,b,c\} \quad \{\alpha,\beta,\gamma\} \quad \{\diamond,\star,\ddagger\}$
  $\{1,\{\}\}$
- $\{\}$ i $\emptyset$

Skupovi

- Ne definišu se
- Primjeri skupova su:
  $\{1, 2, 3\} \quad \{a, b, c\} \quad \{\alpha, \beta, \gamma\} \quad \{\diamond, \star, \ddagger\}$
  $\{1, \{\}\}$
- $\{\}$ i $\emptyset$
- Neka je $A = \{a, b, c\}$

Skupovi

- Ne definišu se
- Primjeri skupova su:
  $\{1, 2, 3\} \quad \{a, b, c\} \quad \{\alpha, \beta, \gamma\} \quad \{\diamond, \star, \ddagger\}$
  $\{1, \{\}\}$
- $\{\}$ i $\emptyset$
- Neka je $A = \{a, b, c\}$
- $a \in A$ ili $d \notin A$

Skupovi

- Ne definišu se
- Primjeri skupova su:
  $\{1, 2, 3\} \quad \{a, b, c\} \quad \{\alpha, \beta, \gamma\} \quad \{\diamond, \star, \ddagger\}$
  $\{1, \{\}\}$
- $\{\}$ i $\emptyset$
- Neka je $A = \{a, b, c\}$
- $a \in A$ ili $d \notin A$
- Elementi skupa mogu biti i skupovi

Skupovi

- Ne definišu se
- Primjeri skupova su:
  $\{1,2,3\}$ $\{a,b,c\}$ $\{\alpha,\beta,\gamma\}$ $\{\diamond,\star,\ddagger\}$
  $\{1,\{\}\}$
- $\{\}$ i $\emptyset$
- Neka je $A=\{a,b,c\}$
- $a\in A$ ili $d\notin A$
- Elementi skupa mogu biti i skupovi
- Neka je $A=\{\{\},\{1\},\{a,b\}\}$, koliko elemenata ima skup A?

Skupovi

- Ne definišu se
- Primjeri skupova su:
  $\{1,2,3\}\quad\{a,b,c\}\quad\{\alpha,\beta,\gamma\}\quad\{\diamond,\star,\ddagger\}$
  $\{1,\{\}\}$
- $\{\}$ i $\emptyset$
- Neka je $A=\{a,b,c\}$
- $a\in A$ ili $d\notin A$
- Elementi skupa mogu biti i skupovi
- Neka je $A=\{\{\},\{1\},\{a,b\}\}$, koliko elemenata ima skup A?
- Skupovi ne mogu imati dva ista elementa

Poznati skupovi

$\mathbb{N}$ —

Poznati skupovi

$\mathbb{N}$ — skup prirodnih brojeva, $\{1, 2, 3, \ldots\}$

Poznati skupovi

$\mathbb{N}$ — skup prirodnih brojeva, $\{1, 2, 3, \ldots\}$

$\mathbb{N}_0$ —

Poznati skupovi

$\mathbb{N}$ — skup prirodnih brojeva, $\{1, 2, 3, \ldots\}$

$\mathbb{N}_0$ — skup prirodnih brojeva proširen sa nulom, $\{0, 1, 2, 3, \ldots\}$

Poznati skupovi

$\mathbb{N}$ — skup prirodnih brojeva, $\{1, 2, 3, \ldots\}$

$\mathbb{N}_0$ — skup prirodnih brojeva proširen sa nulom, $\{0, 1, 2, 3, \ldots\}$

$\mathbb{Z}$ —

Poznati skupovi

$\mathbb{N}$ — skup prirodnih brojeva, $\{1, 2, 3, \ldots\}$

$\mathbb{N}_0$ — skup prirodnih brojeva proširen sa nulom, $\{0, 1, 2, 3, \ldots\}$

$\mathbb{Z}$ — skup cijelih brojeva, $\{\ldots, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, \ldots\}$

Poznati skupovi

$\mathbb{N}$ — skup prirodnih brojeva, $\{1, 2, 3, \ldots\}$

$\mathbb{N}_0$ — skup prirodnih brojeva proširen sa nulom, $\{0, 1, 2, 3, \ldots\}$

$\mathbb{Z}$ — skup cijelih brojeva, $\{\ldots, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, \ldots\}$

$\mathbb{Q}$ —

Poznati skupovi

$\mathbb{N}$ — skup prirodnih brojeva, $\{1, 2, 3, \ldots\}$

$\mathbb{N}_0$ — skup prirodnih brojeva proširen sa nulom, $\{0, 1, 2, 3, \ldots\}$

$\mathbb{Z}$ — skup cijelih brojeva, $\{\ldots, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, \ldots\}$

$\mathbb{Q}$ — skup racionalnih brojeva — racionalni broj je cijeli broj podijeljen sa prirodnim brojem

Poznati skupovi

$\mathbb{N}$ — skup prirodnih brojeva, $\{1, 2, 3, \ldots\}$

$\mathbb{N}_0$ — skup prirodnih brojeva proširen sa nulom, $\{0, 1, 2, 3, \ldots\}$

$\mathbb{Z}$ — skup cijelih brojeva, $\{\ldots, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, \ldots\}$

$\mathbb{Q}$ — skup racionalnih brojeva — racionalni broj je cijeli broj podijeljen sa prirodnim brojem preciznije napisano: $\{\frac{p}{q} \mid p \in \mathbb{Z} \wedge q \in \mathbb{N}\}$

Poznati skupovi

$\mathbb{N}$ — skup prirodnih brojeva, $\{1, 2, 3, \ldots\}$

$\mathbb{N}_0$ — skup prirodnih brojeva proširen sa nulom, $\{0, 1, 2, 3, \ldots\}$

$\mathbb{Z}$ — skup cijelih brojeva, $\{\ldots, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, \ldots\}$

$\mathbb{Q}$ — skup racionalnih brojeva — racionalni broj je cijeli broj podijeljen sa prirodnim brojem preciznije napisano: $\{\frac{p}{q} \mid p \in \mathbb{Z} \wedge q \in \mathbb{N}\}$

$\mathbb{R}$ —

Poznati skupovi

$\mathbb{N}$ — skup prirodnih brojeva, $\{1, 2, 3, \ldots\}$

$\mathbb{N}_0$ — skup prirodnih brojeva proširen sa nulom, $\{0, 1, 2, 3, \ldots\}$

$\mathbb{Z}$ — skup cijelih brojeva, $\{\ldots, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, \ldots\}$

$\mathbb{Q}$ — skup racionalnih brojeva — racionalni broj je cijeli broj podijeljen sa prirodnim brojem preciznije napisano: $\{\frac{p}{q} \mid p \in \mathbb{Z} \wedge q \in \mathbb{N}\}$

$\mathbb{R}$ — skup realnih brojeva, npr. $\{\ldots, -1.1,\ 1.00001,\ 2.34,\ \sqrt{2},\ 3/4, \ldots\}$

Poznati skupovi

$\mathbb{N}$ — skup prirodnih brojeva, $\{1, 2, 3, \ldots\}$

$\mathbb{N}_0$ — skup prirodnih brojeva proširen sa nulom, $\{0, 1, 2, 3, \ldots\}$

$\mathbb{Z}$ — skup cijelih brojeva, $\{\ldots, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, \ldots\}$

$\mathbb{Q}$ — skup racionalnih brojeva — racionalni broj je cijeli broj podijeljen sa prirodnim brojem preciznije napisano: $\{\frac{p}{q} \mid p \in \mathbb{Z} \land q \in \mathbb{N}\}$

$\mathbb{R}$ — skup realnih brojeva, npr. $\{\ldots, -1.1,\ 1.00001,\ 2.34,\ \sqrt{2},\ 3/4, \ldots\}$

$\mathbb{C}$ —

Poznati skupovi

$\mathbb{N}$ — skup prirodnih brojeva, $\{1, 2, 3, \ldots\}$

$\mathbb{N}_0$ — skup prirodnih brojeva proširen sa nulom, $\{0, 1, 2, 3, \ldots\}$

$\mathbb{Z}$ — skup cijelih brojeva, $\{\ldots, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, \ldots\}$

$\mathbb{Q}$ — skup racionalnih brojeva — racionalni broj je cijeli broj podijeljen sa prirodnim brojem preciznije napisano: $\{\frac{p}{q} \mid p \in \mathbb{Z} \wedge q \in \mathbb{N}\}$

$\mathbb{R}$ — skup realnih brojeva, npr. $\{\ldots, -1.1,\ 1.00001,\ 2.34,\ \sqrt{2},\ 3/4, \ldots\}$

$\mathbb{C}$ — skup kompleksnih brojeva, npr. $\{\ldots, -1 + 3i,\ -1 - 3i, \ldots\}$

Operacije nad skupovima

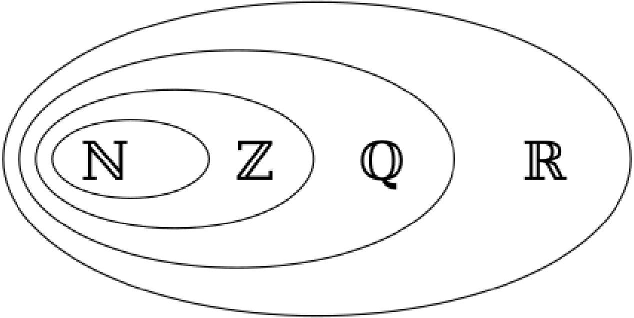


Figure: Odnos skupova

Zadati skup

- **prebrojavanjem**, npr. $\{5, 8, 10, 13, 99\}$

Zadati skup

- **prebrojavanjem**, npr. $\{5, 8, 10, 13, 99\}$
- **specifikacijom**: $A = \{x|P(x)\}$ — čita se: x *takav da* vrijedi $P(x)$

Zadati skup

- **prebrojavanjem**, npr. $\{5, 8, 10, 13, 99\}$
- **specifikacijom**: $A = \{x | P(x)\}$ — čita se: x *takav da* vrijedi $P(x)$
- $B = \{x \in \mathbb{N} | x > 10 \land x \leq 15\}$ rezultira skupom:

Zadati skup

- **prebrojavanjem**, npr. $\{5, 8, 10, 13, 99\}$
- **specifikacijom**: $A = \{x|P(x)\}$ — čita se: x *takav da* vrijedi $P(x)$
- $B = \{x \in \mathbb{N}|x > 10 \wedge x \leq 15\}$ rezultira skupom: $\{11,12,13,14,15\}$

Zadati skup

- **prebrojavanjem**, npr. $\{5, 8, 10, 13, 99\}$
- **specifikacijom**: $A = \{x|P(x)\}$ — čita se: x *takav da* vrijedi $P(x)$
- $B = \{x \in \mathbb{N}|x > 10 \wedge x \leq 15\}$ rezultira skupom: $\{11,12,13,14,15\}$
- moguće koristiti i funkciju u obliku: $A = \{y|y = f(x) \wedge P(x)\}$

Zadati skup

- **prebrojavanjem**, npr. $\{5, 8, 10, 13, 99\}$
- **specifikacijom**: $A = \{x | P(x)\}$ — čita se: x *takav da* vrijedi $P(x)$
- $B = \{x \in \mathbb{N} | x > 10 \wedge x \leq 15\}$ rezultira skupom: $\{11,12,13,14,15\}$
- moguće koristiti i funkciju u obliku: $A = \{y | y = f(x) \wedge P(x)\}$ gdje je $f(x)$ neki izraz koji zavisi od promjenjive x

Zadati skup

- **prebrojavanjem**, npr. $\{5, 8, 10, 13, 99\}$
- **specifikacijom**: $A = \{x|P(x)\}$ — čita se: x *takav da* vrijedi $P(x)$
- $B = \{x \in \mathbb{N}|x > 10 \wedge x \leq 15\}$ rezultira skupom: $\{11,12,13,14,15\}$
- moguće koristiti i funkciju u obliku:
  $A = \{y|y = f(x) \wedge P(x)\}$
  gdje je $f(x)$ neki izraz koji zavisi od promjenjive x
  npr. $\{y|y = x^2 \wedge x \in \mathbb{N}\}$ ili kraće $\{x^2|x \in \mathbb{N}\}$

Dodatno o skupovima

- A je **podskup** skupa B piše se $A \subseteq B$

Dodatno o skupovima

- A je **podskup** skupa B piše se $A \subseteq B$
- za skup B u tom slučaju kaže se da je **nadskup** skupa A i piše se $B \supseteq A$

Dodatno o skupovima

- A je **podskup** skupa B piše se $A \subseteq B$
- za skup B u tom slučaju kaže se da je **nadskup** skupa A i piše se $B \supseteq A$
- Akko vrijedi $A \subseteq B$ i $B \subseteq A$, onda kaže se da su **jednaki** i piše se $A = B$

Dodatno o skupovima

- A je **podskup** skupa B piše se $A \subseteq B$
- za skup B u tom slučaju kaže se da je **nadskup** skupa A i piše se $B \supseteq A$
- Akko vrijedi $A \subseteq B$ i $B \subseteq A$, onda kaže se da su **jednaki** i piše se $A = B$
- Akko je $A \subseteq B$ i $B \subseteq C$ onda vrijedi $A \subseteq C$

Dodatno o skupovima

- A je **podskup** skupa B piše se $A \subseteq B$
- za skup B u tom slučaju kaže se da je **nadskup** skupa A i piše se $B \supseteq A$
- Akko vrijedi $A \subseteq B$ i $B \subseteq A$, onda kaže se da su **jednaki** i piše se $A = B$
- Akko je $A \subseteq B$ i $B \subseteq C$ onda vrijedi $A \subseteq C$
- Akko vrijedi $A \subseteq B$ i $A \neq B$ onda je A **pravi podskup** od B i piše se $A \subset B$

Dodatno o skupovima

- A je **podskup** skupa B piše se $A \subseteq B$
- za skup B u tom slučaju kaže se da je **nadskup** skupa A i piše se $B \supseteq A$
- Akko vrijedi $A \subseteq B$ i $B \subseteq A$, onda kaže se da su **jednaki** i piše se $A = B$
- Akko je $A \subseteq B$ i $B \subseteq C$ onda vrijedi $A \subseteq C$
- Akko vrijedi $A \subseteq B$ i $A \neq B$ onda je A **pravi podskup** od B i piše se $A \subset B$
- B je **pravi nadskup** od A i piše se $B \supset A$

Dodatno o skupovima 2

- Broj (različitih) elemenata skupa A nazivamo **kardinalni broj** i označavamo sa $\#A$

Dodatno o skupovima 2

- Broj (različitih) elemenata skupa A nazivamo **kardinalni broj** i označavamo sa $\#A$
- npr. $A = \{x | (x \text{ je prost broj }) \wedge (x < 10)\}$, onda $\#A = 4$
- Prazan skup je podskup svakog skupa i za bilo koji skup A vrijedi $\emptyset \subseteq A$

Dodatno o skupovima 2

- Broj (različitih) elemenata skupa A nazivamo **kardinalni broj** i označavamo sa $\#A$
- npr. $A = \{x | (x \text{ je prost broj }) \wedge (x < 10)\}$, onda $\#A = 4$
- Prazan skup je podskup svakog skupa i za bilo koji skup A vrijedi $\emptyset \subseteq A$
- Skup *svih podskupova* nekog skupa S (uključujući i prazan skup) nazivamo **partitivni skup** skupa S i obilježava se sa $P(S)$

Dodatno o skupovima 2

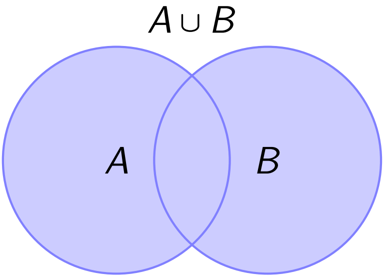
- Broj (različitih) elemenata skupa A nazivamo **kardinalni broj** i označavamo sa $\#A$
- npr. $A = \{x | (x \text{ je prost broj }) \wedge (x < 10)\}$, onda $\#A = 4$
- Prazan skup je podskup svakog skupa i za bilo koji skup A vrijedi $\emptyset \subseteq A$
- Skup *svih podskupova* nekog skupa S (uključujući i prazan skup) nazivamo **partitivni skup** skupa S i obilježava se sa $P(S)$
- neka je $S = \{a, b, c\}$ tada je $P(S) = \{\{\}, \{a\}, \{b\}, \{c\}, \{a, b\}, \{a, c\}, \{b, c\}, \{a, b, c\}\}$

Dodatno o skupovima 2

- Broj (različitih) elemenata skupa A nazivamo **kardinalni broj** i označavamo sa $\#A$
- npr. $A = \{x | (x \text{ je prost broj }) \wedge (x < 10)\}$, onda $\#A = 4$
- Prazan skup je podskup svakog skupa i za bilo koji skup A vrijedi $\emptyset \subseteq A$
- Skup *svih podskupova* nekog skupa S (uključujući i prazan skup) nazivamo **partitivni skup** skupa S i obilježava se sa $P(S)$
- neka je $S = \{a, b, c\}$ tada je $P(S) = \{\{\}, \{a\}, \{b\}, \{c\}, \{a, b\}, \{a, c\}, \{b, c\}, \{a, b, c\}\}$
- Za kardinalni broj partitivnog skupa vrijedi: $\#P(S) = 2^{\#S}$

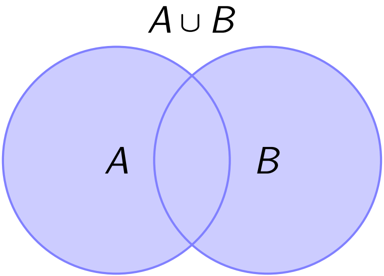
Operacije nad skupovima

- Unija



Operacije nad skupovima

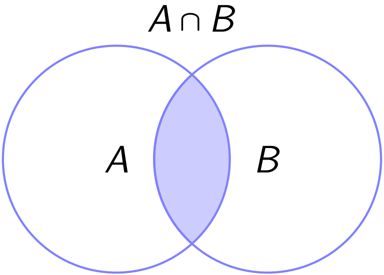
- Unija



- $A \cup B = \{x | x \in A \vee x \in B\}$

Operacije nad skupovima

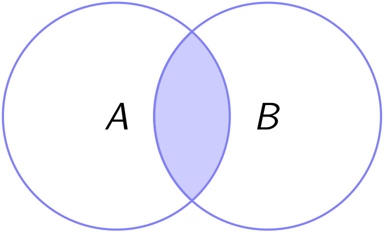
- Presjek



Operacije nad skupovima

- Presjek

$A \cap B$

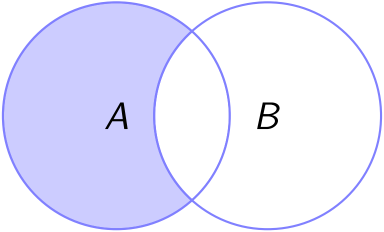


- $A \cup B = \{x | x \in A \wedge x \in B\}$
- Za skupove A i B kažemo da su **disjuktivni** akko vrijedi $A \cap B = \emptyset$

Operacije nad skupovima

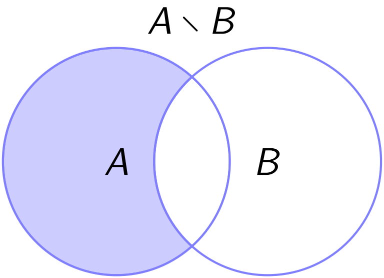
- Razlika

$$A \setminus B$$



Operacije nad skupovima

- Razlika

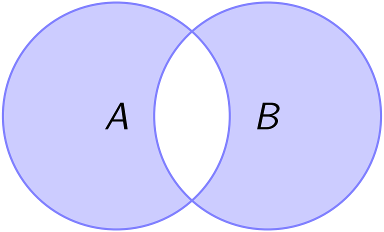


- $A \setminus B = \{x | x \in A \land x \notin B\}$

Operacije nad skupovima

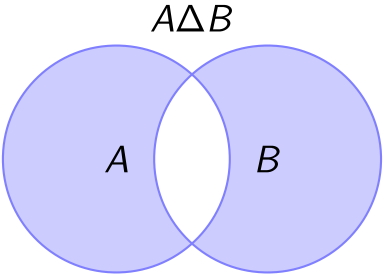
- Diskrepancija / Simetrična razlika

$A \Delta B$



Operacije nad skupovima

- Diskrepancija / Simetrična razlika



- $A \Delta B = (A \setminus B) \cup (B \setminus A)$

Dekartov proizvod

- (a, b) je **uređeni par** i vrijedi: $(a, b) \neq (b, a)$

Dekartov proizvod

- (a, b) je **uređeni par** i vrijedi: $(a, b) \neq (b, a)$
- Jednakost dva para: $(a_1, a_2) = (b_1, b_2)$ samo ako vrijedi $a_1 = b_1 \wedge a_2 = b_2$

Dekartov proizvod

- (a, b) je **uređeni par** i vrijedi: $(a, b) \neq (b, a)$
- Jednakost dva para: $(a_1, a_2) = (b_1, b_2)$ samo ako vrijedi $a_1 = b_1 \wedge a_2 = b_2$
- **Dekartovim proizvodom** skupova A i B naziva se skup: $A \times B = \{(a, b) | a \in A \wedge b \in B\}$
- $A \times B \neq B \times A$

Dekartov proizvod

- (a, b) je **uređeni par** i vrijedi: $(a, b) \neq (b, a)$
- Jednakost dva para: $(a_1, a_2) = (b_1, b_2)$ samo ako vrijedi $a_1 = b_1 \wedge a_2 = b_2$
- **Dekartovim proizvodom** skupova A i B naziva se skup: $A \times B = \{(a, b) | a \in A \wedge b \in B\}$
- $A \times B \neq B \times A$
- **uređena trojka** npr. $(a, b, c) \neq (a, c, b)$

Dekartov proizvod

- (a, b) je **uređeni par** i vrijedi: $(a, b) \neq (b, a)$
- Jednakost dva para: $(a_1, a_2) = (b_1, b_2)$ samo ako vrijedi $a_1 = b_1 \wedge a_2 = b_2$
- **Dekartovim proizvodom** skupova A i B naziva se skup: $A \times B = \{(a, b) | a \in A \wedge b \in B\}$
- $A \times B \neq B \times A$
- **uređena trojka** npr. $(a, b, c) \neq (a, c, b)$
- **uređena n-torka** npr. (a, b, c, d) gdje je $n = 4$