# Relacije

### 1 Osnove

- $\bullet$  Za neki skup A, dekartov proizvod  $A\times A$  se zove **dekartov kvadrat** i piše se  $A^2$
- Za neka dva skupa A i B, bilo koji podskup skupa uređenih parova skupa  $A \times B$  zovemo **binarna** relacija i pišemo:  $\rho \subseteq A \times B$
- Ako  $x \in A$  i  $y \in B$  i  $(x,y) \in \rho$  onda kažemo da je x u relaciji  $\rho$  sa y i pišemo  $x \rho y$
- Pošto su relacije skupovi, mogu se vršiti sve operacije kao nad ostalim skupovima poput unije, presjeka, razlike, itd...

**Primjer:** Dati su skupovi  $A = \{1, 2\}$  i  $B = \{\alpha, \beta\}$ 

Onda je dekartov proizvod  $A \times B = \{(1, \alpha), (1, \beta), (2, \alpha), (2, \beta)\}$ 

Neka imamo relaciju  $\rho_1 = \{(2, \alpha), (1, \alpha)\}$  onda kažemo da je 2 u relaciji  $\rho_1$  sa  $\alpha$  tj.  $2\rho_1\alpha$  jer  $(2, \alpha) \in \rho_1$ . Isto vrijedi i za drugi uređeni par.

#### 2 Osobine

Za neku relaciju  $\rho$  vrijede sljedeće osobine:

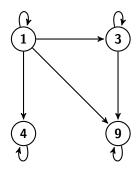
• refleksivna:  $(\forall x \in A)(x\rho x)$ 

• simetrična:  $(\forall x, y \in A)(x\rho y \Rightarrow y\rho x)$ 

• tranzitivna:  $(\forall x, y, z \in A)(x\rho y \land y\rho z \Rightarrow x\rho z)$ 

## 3 Grafički i tabelarni prikaz

Relacije se mogu i grafički ili tabelarno prikazati. Ako postoji skup  $A = \{1, 3, 4, 9\}$  i relacija  $\rho \subseteq A^2$  i  $\rho = \{(1, 1), (1, 3), (1, 4), (1, 9), (3, 3), (3, 9), (4, 4), (9, 9)\}$ , onda se to može prikazati na sljedeći način:



$\rho$	1	3	4	9
1	T	T	T	T
3	上	T	$\perp$	T
4	上	$\perp$	T	$\perp$
9	上	$\perp$	$\perp$	T

Osobine relacije se mogu naslutiti na dijagramu. Za **refleksivne** relacije vrijedi da svaki čvor ima vezu sam na sebe. Kod **simetrične** relacije, ako postoji veza  $A \to B$  onda postoji i veza  $B \to A$  tj. postoji dvosmjerna veza. Kod **tranzitivne** relacije, ako postoji  $A \to B$  i  $B \to C$  onda postoji i  $A \to C$ .

## 4 Ponavljanje

- 1. U skupu  $A = \{1, 2, 3, 4\}$  odrediti tablice za relacije: = (jednako), < (manje), | (biti dijelilac od)
- 2. U skupu  $A = \{1, 2, 3, 4\}$  definisana je relacija  $\rho : (\forall (x, y) \in A) : x \rho y \Leftrightarrow y = x + 1$ Napisati tablicu, prikazati grafički, ispisati parove i ispitati osobine relacije.
- 3. U skupu  $A = \{-1, 0, 1\}$  definisana je relacija  $\rho : (\forall (x, y) \in A) : x \rho y \Leftrightarrow y^3 = x^3$ Napisati tablicu, prikazati grafički, ispisati parove i ispitati osobine relacije.
- 4. U skupu  $A = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$  definisana je relacija  $x \rho y \Leftrightarrow x \leq y$  Napisati tablicu, prikazati grafički, ispisati parove i ispitati osobine relacije.
- 5. Za skup  $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$  nacrtati grafički, napisati tabelarno, i ispitati sve osobine relacije  $\rho \colon \forall x, y \in A \colon x \rho y \Leftrightarrow x > y$
- 6. Za skup  $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$  nacrtati grafički, napisati tabelarno, i ispitati sve osobine relacije  $\rho \colon \forall x, y \in A \colon x \rho y \Leftrightarrow x \geq y$
- 7. Nad skupom  $A = \{0, 1, 2, 3, 4\}$  definisana je relacija  $\rho = \{(0, 0), (0, 1), (0, 3), (1, 1), (1, 0), (2, 3), (3, 3)\}$  Napisati tablicu, prikazati grafički, ispisati parove i ispitati osobine relacije.
- 8. Nad skupom  $A = \{a, b, c, d\}$  definisana je relacija  $\rho = \{(a, a), (a, b), (a, c), (d, b), (b, b), (c, d)\}$  Napisati tablicu, prikazati grafički, ispisati parove i ispitati osobine relacije.