

# Relacije

## 1 Osnove

- Za neki skup  $A$ , dekartov proizvod  $A \times A$  se zove **dekartov kvadrat** i piše se  $A^2$
- Za neka dva skupa  $A$  i  $B$ , bilo koji podskup skupa uređenih parova skupa  $A \times B$  zovemo **binarna relacija** i pišemo:  $\rho \subseteq A \times B$
- Ako  $x \in A$  i  $y \in B$  i  $(x, y) \in \rho$  onda kažemo da je  $x$  u relaciji  $\rho$  sa  $y$  i pišemo  $x\rho y$
- Pošto su relacije skupovi, mogu se vršiti sve operacije kao nad ostalim skupovima poput unije, presjeka, razlike, itd...

**Primjer:** Dati su skupovi  $A = \{1, 2\}$  i  $B = \{\alpha, \beta\}$

Onda je dekartov proizvod  $A \times B = \{(1, \alpha), (1, \beta), (2, \alpha), (2, \beta)\}$

Neka imamo relaciju  $\rho_1 = \{(2, \alpha), (1, \alpha)\}$  onda kažemo da je 2 u relaciji  $\rho_1$  sa  $\alpha$  tj.  $2\rho_1\alpha$  jer  $(2, \alpha) \in \rho_1$ . Isto vrijedi i za drugi uređeni par.

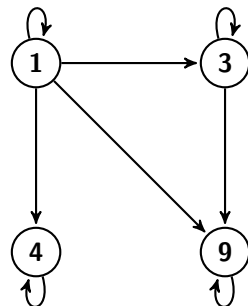
## 2 Osobine

Za neku relaciju  $\rho$  vrijede sljedeće osobine:

- **refleksivna:**  $(\forall x \in A)(x\rho x)$
- **simetrična:**  $(\forall x, y \in A)(x\rho y \Rightarrow y\rho x)$
- **tranzitivna:**  $(\forall x, y, z \in A)(x\rho y \wedge y\rho z \Rightarrow x\rho z)$

## 3 Grafički i tabelarni prikaz

Relacije se mogu i grafički ili tabelarno prikazati. Ako postoji skup  $A = \{1, 3, 4, 9\}$  i relacija  $\rho \subseteq A^2$  i  $\rho = \{(1, 1), (1, 3), (1, 4), (1, 9), (3, 3), (3, 9), (4, 4), (9, 9)\}$ , onda se to može prikazati na sljedeći način:



$\rho$	1	3	4	9
1	$T$	$T$	$T$	$T$
3	$\perp$	$T$	$\perp$	$T$
4	$\perp$	$\perp$	$T$	$\perp$
9	$\perp$	$\perp$	$\perp$	$T$

Osobine relacije se mogu naslutiti na dijagramu. Za **refleksivne** relacije vrijedi da svaki čvor ima vezu sam na sebe. Kod **simetrične** relacije, ako postoji veza  $A \rightarrow B$  onda postoji i veza  $B \rightarrow A$  tj. postoji dvosmjerna veza. Kod **tranzitivne** relacije, ako postoji  $A \rightarrow B$  i  $B \rightarrow C$  onda postoji i  $A \rightarrow C$ .

## 4 Ponavljanje

1. U skupu  $A = \{1, 2, 3, 4\}$  odrediti tablice za relacije:  $=$  (jednako),  $<$  (manje),  $|$  (biti dijelilac od)
2. U skupu  $A = \{1, 2, 3, 4\}$  definisana je relacija  $\rho : (\forall (x, y) \in A) : x\rho y \Leftrightarrow y = x + 1$   
Napisati tablicu, prikazati grafički, ispisati parove i ispitati osobine relacije.
3. U skupu  $A = \{-1, 0, 1\}$  definisana je relacija  $\rho : (\forall (x, y) \in A) : x\rho y \Leftrightarrow y^3 = x^3$   
Napisati tablicu, prikazati grafički, ispisati parove i ispitati osobine relacije.
4. U skupu  $A = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$  definisana je relacija  $x\rho y \Leftrightarrow x \leq y$   
Napisati tablicu, prikazati grafički, ispisati parove i ispitati osobine relacije.