

Osnove matematičke logike

Iskaz

- ▶ može biti tačan (\top) ili netačan (\perp)
- ▶ npr. Sarajevo je glavni grad BiH (\top)
- ▶ npr. $2+2=5$ (\perp)
- ▶ npr. x je prost broj - nije iskaz

Operacije:

- ▶ negacija
- ▶ konjukcija
- ▶ disjunkcija
- ▶ ekskluzivna disjunkcija
- ▶ implikacija
- ▶ ekvivalencija

Negacija

- ▶ Za iskaz A koji je \top
- ▶ negacija tog iskaza je \overline{A} i iznosi \perp
- ▶ i obratno
- ▶ Čita se: negacija od A

A	\overline{A}
\perp	\top
\top	\perp

Konjukcija

- ▶ Iskaz $A \wedge B$ je tačan samo kada su oba tačna
- ▶ Čita se: A i B

A	B	$A \wedge B$
\perp	\perp	\perp
\perp	\top	\perp
\top	\perp	\perp
\top	\top	\top

Disjunkcija

- ▶ Iskaz $A \vee B$ je tačan kada je barem jedan tačan
- ▶ Čita se: A ili B

A	B	$A \vee B$
\perp	\perp	\perp
\perp	\top	\top
\top	\perp	\top
\top	\top	\top

Ekskluzivna disjunkcija

- ▶ Iskaz $A \underline{\vee} B$ je tačan samo kada je tačan samo jedan od dva iskaza
- ▶ Čita se: ili A ili B

A	B	$A \underline{\vee} B$
\perp	\perp	\perp
\perp	\top	\top
\top	\perp	\top
\top	\top	\perp

Implikacija

- ▶ Iskaz $A \Rightarrow B$ je iskaz implikacije
- ▶ Čita se: Ako vrijedi A onda vrijedi B
- ▶ Čita se: Iz A slijedi B

A	B	$A \Rightarrow B$
\perp	\perp	\top
\perp	\top	\top
\top	\perp	\perp
\top	\top	\top

- ▶ "Ako bude sunčano ići cemo na plažu"
- ▶ Šta ako ne bude sunčano?

Ekvivalencija

- ▶ Iskaz $A \Leftrightarrow B$ je iskaz ekvivalencije
- ▶ Čita se: Ako i samo ako vrijedi A onda vrijedi B
- ▶ Čita se: Samo ako vrijedi A onda vrijedi B

A	B	$A \Leftrightarrow B$
\perp	\perp	\top
\perp	\top	\perp
\top	\perp	\perp
\top	\top	\top

- ▶ "Samo ako bude sunčano ići cemo na plažu"

Prioriteti

- ▶ Najveći prioritet su zagrade
- ▶ Prvo se rješava veći prioritet pa onda manji

Zagrade	$()$
Negacija	\neg
Konjukcija	\wedge
Disjunkcija i ekskl. disj.	\vee i $\underline{\vee}$
Implikacija	\Rightarrow
Ekvivalencija	\Leftrightarrow

Pravila logike iskaza

- ▶ Iskazi koji su uvijek tačni nazivaju se tautologija
npr. $A \vee \overline{A}$
- ▶ Iskazi koji su uvijek netačni nazivaju se kontradikcija
npr. $A \wedge \overline{A}$
- ▶ Iskazi su ekvivalentni ako im se tablice istinitosti poklapaju

Pravila logike iskaza

- ▶ Komutativnost: $AB = BA$ $A \vee B = B \vee A$
- ▶ Asocijativnost: $A(BC) = (AB)C$
 $A \vee (B \vee C) = (A \vee B) \vee C$
- ▶ Distributivnost: $A(B \vee C) = AB \vee AC$
 $A \vee (BC) = (A \vee B)(A \vee C)$
- ▶ Prva De Morganova teorema: $\overline{AB} = \overline{A} \vee \overline{B}$
- ▶ Druga De Morganova teorema: $\overline{A \vee B} = \overline{A} \wedge \overline{B}$
- ▶ Dvostruka negacija: $\overline{\overline{A}} = A$

Logika predikata

- ▶ x je prost broj nije iskaz jer x nije definisano
- ▶ ali jeste predikat, i označava se sa $P(x)$
- ▶ Predikat je iskaz vezan za jednu ili više varijabli
- ▶ Predikati mogu imati i dvije, tri, itd varijable, npr.
- ▶ $P(x, y) = x$ je djeljivo sa y

Kvantori

- ▶ Predikat se može pretvoriti u iskaz korištenjem kvantora
- ▶ $\forall xP(x) - P(x)$ vrijedi za svako x
- ▶ $\exists xP(x) - P(x)$ vrijedi za barem jedno x
- ▶ $\exists!xP(x) - P(x)$ vrijedi za tačno jedno x
- ▶ Kvantori se mogu i kombinovati:
 $\forall x\exists y(P(x) \wedge Q(y))$:
- ▶ Za svako x postoji barem jedno y za koje vrijedi iskaz $P(x) \wedge Q(y)$