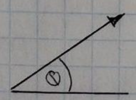
Clase 4

18/10/2021

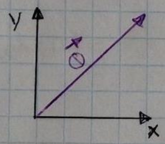
- Repaso cálculo vectorial:

- Vector: Es un ente que tiene dirección, sentido y magnitud.



$\vec{a}$ $\underrightarrow{a}$ $\vec{A}$ $\underrightarrow{A}$ $\langle A \rangle$ (A)

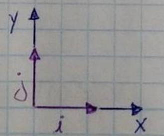
- Representación geométrica



- Representación analítica

$\vec{m} = 2\hat{\imath} + 3\hat{\jmath}$

$\hat{\imath}, \hat{\jmath}$ = Vectores unitarios

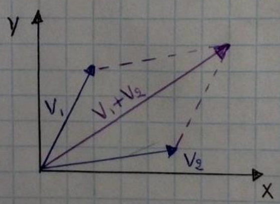


- Norma de un vector:

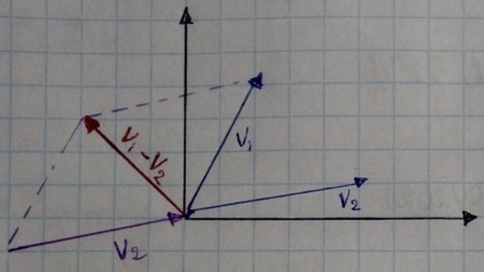
Si $\vec{v}$ es un vector entonces $|v|$ es la norma del vector ($\sqrt{v_x^2 + v_y^2}$), en donde v_x y v_y son las componentes del vector.

La norma de $\hat{\imath}$ y $\hat{\jmath}$ es 1.

- Suma de vectores: Paralelogramo (Diagonal mayor)



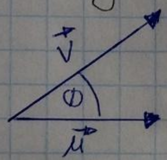
- Resta de vectores: (Diagonal menor).



* Ejemplo: $\vec{V}_1 = \left(\frac{2}{5}, 3\right)$ $\vec{V}_2 = (1, -5)$

$V_1 + V_2 = \left(\frac{2}{5} + 1, 3 - 5\right) = \left(\frac{7}{5}, -2\right)$ //

- Ángulo entre vectores:



$\Rightarrow \cos(\emptyset) = \frac{\mu_x V_x}{\sqrt{\mu_x^2 + \mu_y^2}} + \frac{\mu_y V_y}{\sqrt{V_x^2 + V_y^2}}$

* Ejemplo: $\emptyset$ entre $\vec{\mu} = (-1, 2)$ y $\vec{v} = (3, -5)$

$\cos(\emptyset) = -\frac{3}{\sqrt{5}} - \frac{10}{\sqrt{34}}$

$\emptyset = \cos^{-1}(-3,0566)$ //

- Producto punto

Si $\vec{\mu} = (2, 4)$ y $\vec{v} = (-1, 5)$

> Entonces $\vec{\mu} \cdot \vec{v} = (\mu_x \cdot v_x) + (\mu_y \cdot v_y)$

> También puede ser $\vec{\mu} \cdot \vec{v} = \|\mu\| \, \|v\| \cos(\emptyset)$, si $\mu \neq 0$ o $v \neq 0$.

* Ejemplo: Dado el ángulo entre vectores $\emptyset = 45°$, encontrar el producto punto de los dos vectores: $\vec{\mu} = (0, 0, 1)$ y $\vec{v} = (0, 2, 2)$

- $\mu \cdot v = (0 + 0 + 2) = 2$ //
- $\mu \cdot v = \|\mu\| \, \|v\| \cos\emptyset = (1)(2\sqrt{2}) \cos(45)$

$\mu \cdot v = \cancel{2}\sqrt{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{\cancel{2}} = 2$ //

- Producto cruz: Representa el área del plano.

$$\vec{\mu} \times \vec{v} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ \mu_x & \mu_y & \mu_z \\ V_x & V_y & V_z \end{vmatrix}$$

$$\vec{\mu} \times \vec{v} = (\mu_y \cdot V_z - \mu_z V_y)\vec{i} - (\mu_x \cdot V_z - \mu_z \cdot V_x)\vec{j} + (\mu_x \cdot V_y - \mu_y \cdot V_x)\vec{k}$$

* Ejemplo: Producto cruz de $\vec{\mu} = (2,3,5)$ y $\vec{v} = (-1,2,3)$

$$\vec{\mu} \times \vec{v} = \begin{vmatrix} i & j & K \\ 2 & 3 & 5 \\ -1 & 2 & 3 \end{vmatrix} = (9-10)i - (6+5)j + (4+3)K$$

$$\vec{\mu} \times \vec{v} = -i - 11j + 7K \ //$$

• Tarea 2

- Determinar el ángulo que forman los vectores: $\mu = (2,4,5)$ y $v = (-2,6,4)$ y el producto cruz.

$$\cos(\emptyset) = \frac{\mu_x V_x + \mu_y V_y + \mu_z V_z}{\sqrt{\mu_x^2 + \mu_y^2 + \mu_z^2} \cdot \sqrt{V_x^2 + V_y^2 + V_z^2}}$$

$$\cos(\emptyset) = \frac{-4 + 24 + 20}{\sqrt{4+16+25} \cdot \sqrt{4+36+16}}$$

$$\emptyset = \cos^{-1}\left(\frac{2\sqrt{70}}{21}\right) \ //$$

$$\vec{\mu} \times \vec{v} = \begin{vmatrix} i & j & K \\ 2 & 4 & 5 \\ -2 & 6 & 4 \end{vmatrix}$$

$$\vec{\mu} \times \vec{v} = (16-30)i - (8+10)j + (12+8)K$$

$$\vec{\mu} \times \vec{v} = -14i - 18j + 20K \ //$$

A continuacion se presenta una tabla sobre resultantes a las operaciones v

vector * vector	escalar
vector * pseudo vector	pseudo vector
pseudo vector * pseudo vector	escalar
vector x vector	pseudo vector
pseudo vector x pseudo vector	pseudo vector