Trabajo Grupal

Volúmenes de Sólidos de Revolución

Método de Envolvente y Cortes Transversales

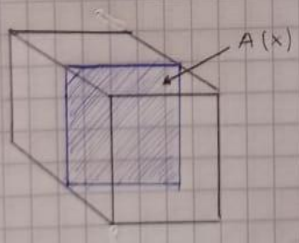
Este método de envolventes sirve para encontrar el volumen de sólidos de revolución, muchas veces este método es más fácil de aplicar que el método de Discos o el de arandelas, debido a que estos dos últimos métodos es difícil despejar las variables de la función.

$$V = 2\pi \int_a^b x f(x)\, dx \rightarrow \text{para giro en eje } x$$

$$V = 2\pi \int_a^b y f(y)\, dy \rightarrow \text{para giro en eje } y$$

Cortes transversales

Si se corta un sólido transversalmente con un plano perpendicular al eje x que pase por un punto x entre $x=a$ y $x=b$, se obtiene un corte del sólido que se denomina sección transversal del sólido.



Se calcula el área total por secciones cortando el objeto.

Tarea

Nombre: Walter Fernando Nieves Cedillo

Fecha: 10 / 01 / 2021

Docente: Ing. Luis Enrique Gonzales

Metodo de los discos

Para hallar el volumen de un sólido de revolución dividimos el sólido en rectangulos cuyo eje de revolución es el eje de x. la revolución de un rectangulo da lugar a un disco por lo tanto este metodo divide al sólido en discos de ancho x el ancho de cada rectangulo. Calculemos el area de cada disco (región plana circular) con la formula de area de un circulo.

Para calcular el volumen multiplicamos el area de la región circular por el ancho del rectangulo (x) que lo forma.

- El volumen del sólido de revolución obtenido al girar la región R sobre el eje x esta dado por.

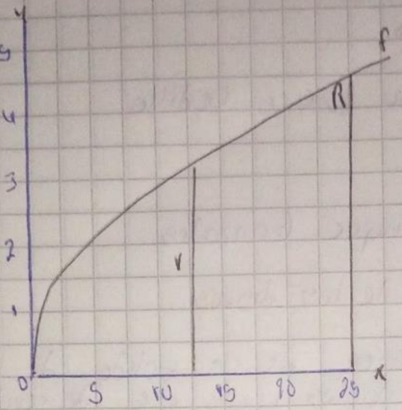
$$v = \pi \int_a^b (f(x))^2 \, dx = \pi \int_a^b y^2 \, dx$$

- Cuando el eje de rotación es el eje y, y la region que esta girando entre y, y una curva $x = g(y)$ entre $y = c$ y $y = d$ volumen del sólido de revolución esta dado por.

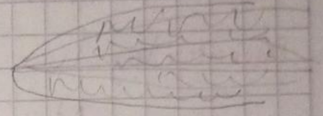
$$v = \pi \int_c^d (g(y))^2 \, dy = \pi \int_a^b x^2 \, dy.$$

Ejemplo

La región entre la curva $y = \sqrt{x}$, $0 \leq x \leq 25$ y el eje x se gira alrededor del eje x para generar un sólido hallar el volumen.



Region que rota alrededor del eje solido de revolución,



$$r = \sqrt{x}$$

$$V \int_a^b \pi r^2 \, dx$$

$$= \int_0^{25} \pi (\sqrt{x})^2 \, dx$$

$$= \int_0^{25} \pi x \, dx$$

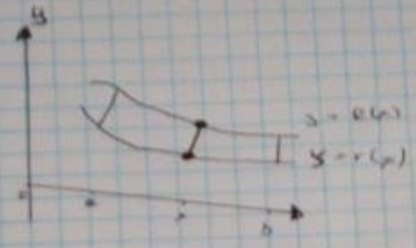
$$= \pi \left(\frac{x^2}{2} \right) \Big|_0^{25}$$

$$= \frac{625\pi}{2}$$

Por lo tanto el solido es $\frac{625\pi}{2} u^3$. //

metodo de arandela: El metodo de arandela o washer es una extension del metodo de discos para solidos huecos donde se tiene un radio externo (r) y un radio externo (R) de la arandela. La integral que contiene el radio interno representa el volumen del hueco y se resta la integral que lo contiene al radio externo

$$V = \int_a^b A(x)\,dx = \int_a^b \pi\,(R(x))^2 - (r(x))^2\,dx$$



Ejemplo:

La region acotada por la curva $y = x^2 + 1$ y la recta $y = -x + 3$ gira alrededor del eje x para generar el solido. Encuentre el volumen del solido

$$y = -x + 3$$

$$y = x^2 + 1$$

$$x^2 + 1 = -x + 3$$

$$x^2 + x - 2 = 0$$

$$(x + 2)(x - 1) = 0$$

$$x = -2,\ x = 1$$

$$V = \int_a^b \pi\,[R(x)]^2 = (r(x))^2\,dx$$

$$= \int_{-2}^{1} \pi\,((-x + 3)^2 - (x^2 + 1)^2\,dx$$

$$= \pi\left[8x - 3x^2 - \frac{x^3}{3} - \frac{x^5}{5}\right]_{-2}^{1} = \frac{117\pi}{5}$$