



UNIVERSIDAD POLITÉCNICA SALESIANA

DISEÑO MULTIMEDIA

- NOTAS

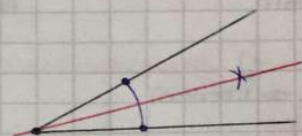
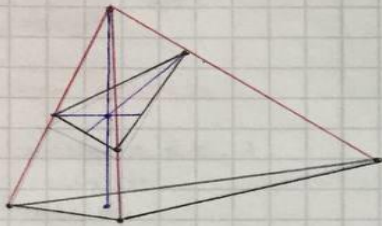
Claase #

PLAN

- Espacios Projectivos (Teoros - Cuaternos)
- Trabajo en clase

GEOMETRÍA PROYECTIVA

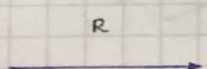
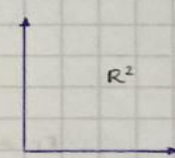
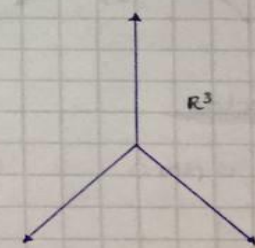
Geometría métrica → medida
Bisectriz, Mediatriz, Radio



Geometría projectiva → posición, pertenencia
Posición relativa, independiente de la medida

ESPACIOS GEOMÉTRICOS

- Dimensión: Número de datos para definir un individuo x_0, x_1, x_2, x_3

| ESPACIO UNIDIMENSIONAL | ESPACIO BIDIMENSIONAL | ESPACIO TRIDIMENSIONAL |
|--|--|--|
|  R |  R^2 |  R^3 |

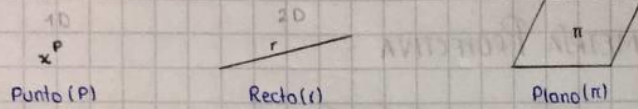


UNIVERSIDAD POLITÉCNICA SALESIANA

DISEÑO MULTIMEDIA

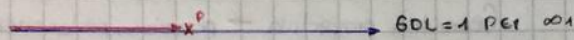
ELEMENTOS GEOMÉTRICOS

No tienen ni magnitud, ni tamaño, ni forma:

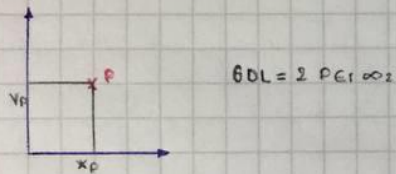


• Punto → GDL (Grados de libertad)

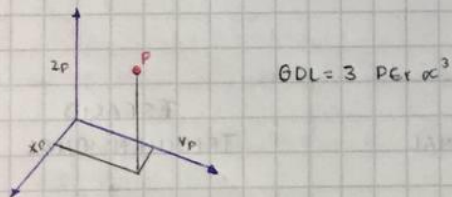
Espacio 1d



Espacio 2d

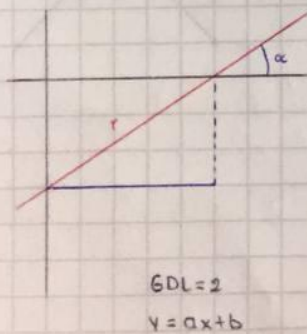


Espacio 3d

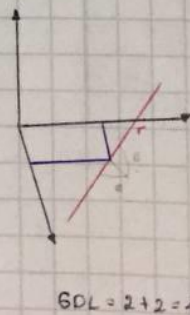


• Rectas

En el plano



En el espacio





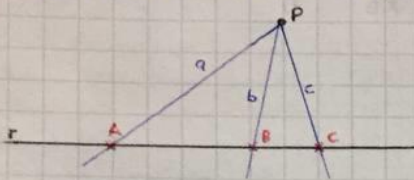
UNIVERSIDAD POLITÉCNICA SALESIANA

DISEÑO MULTIMEDIA

Operaciones Projectivas

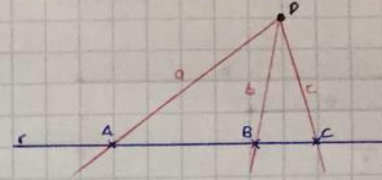
Proyección

Proyectando la serie rectilínea de base r desde la o el punto $P \rightarrow$ haz



Sección

Seleccionando el haz de base P con la recta $r \rightarrow$ serie rectilínea



Ley de Dualidad

En el plano

Toda proposición de la geometría proyectiva en el plano sigue siendo cierta si se sustituye

Recta \rightarrow Punto

Vicéversa

Punto \rightarrow Recta

Proyección \rightarrow Sección

Sección \rightarrow Proyección

Lo único que requiere es tener cuidado con el lenguaje

Dos rectas se cortan en un punto \leftrightarrow Dos puntos que definen una recta

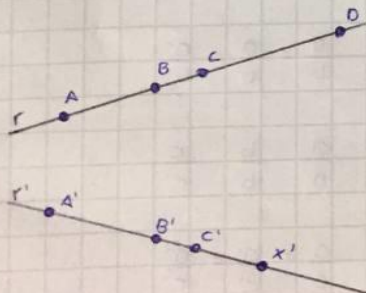
\Rightarrow Dos elementos definen una forma de primera categoría

Un punto "pertenece" a dos rectas \leftrightarrow Una recta "pertenece" a dos puntos

En el espacio

Lo mismo, pero con planos y puntos

TERNAS Y CUATERNAS



$$r(ABCX) \bar{A} \quad r'(A'B'C'X')$$

$$(ABCX) = (A'B'C'X')$$

$$\text{es decir } \frac{(ACX)}{(BCX)} = \frac{(A'C'X')}{(B'C'X')}$$

$$\text{es decir } \frac{\bar{AC}/\bar{AX}}{\bar{BC}/\bar{BX}} = \frac{\bar{A'C'}/\bar{A'X'}}{\bar{B'C'}/\bar{B'X'}}$$

• Planos

En el espacio

Dirección normal 2 + distancia al origen 1 = 6DL=3

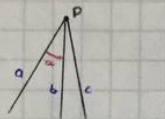
FORMAS GEOMÉTRICAS

- Formas de 1ra categoría - Espacio Unidimensional ($N=1$)



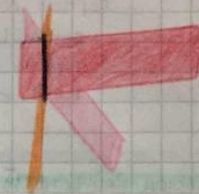
Serie rectilínea

puntos (A, B, C, ...)
recta (r)
 $r \in \infty^1$



Haz de rectas

rectas (a, b, c, ...)
punto (p)
 $r \in P \infty^1$



Haz de planos

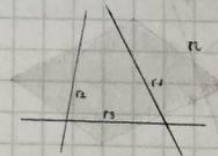
planos (α, β, \dots)
rectas (r)
 $\pi \in r \infty^1$
En el espacio 3D

- Formas de 2da categoría ($N=2$)



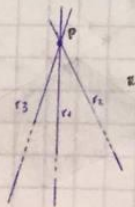
Plano puntado

puntos (A, B, C, ...)
plano π
 $P \in \pi \infty^2$



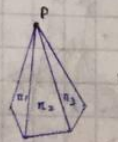
Plano reglado

rectas (r_1, r_2, \dots)
plano π
 $r \in \pi \infty^2$



Radiación en rectas

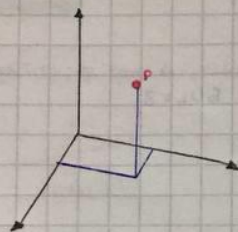
rectas (r_1, r_2, \dots)
punto (p)
 $r \in P \infty^2$



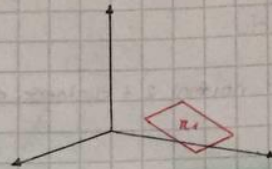
Radiación de planos

planos (π_1, π_2, \dots)
punto (p)
 $\pi \in P \infty^2$

- Formas de 3ra categoría ($N=3$) **Espacio Tridimensional**



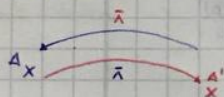
Espacio de Puntos
 puntos (A, B, \dots)
 espacio 3D
 $P \in \mathbb{R}^3 \cup \infty^3$



Espacio de planos
 Planos (π_1, π_2, \dots)
 espacio 3D
 $\pi \in \mathbb{R}^3 \cup \infty^3$

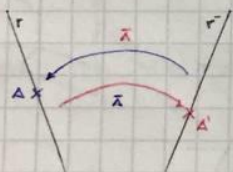
TRANSFORMACIÓN PROYECTIVA \bar{A}

- Unicidad: La transformación proyectiva es biunívoca (que no cumple inversión)

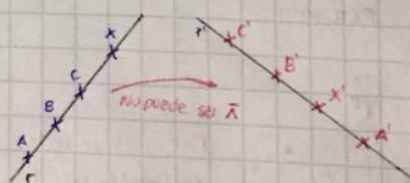
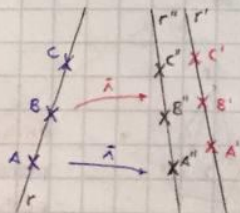


- Pertenencia

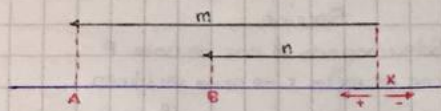
Si $r \bar{A} r'$ y $A \in r \rightarrow A' \in r'$



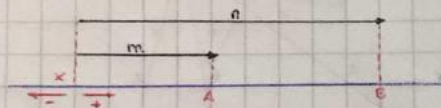
- Orden: La transformada de una serie rectilínea cerrada por el infinito mantiene el orden



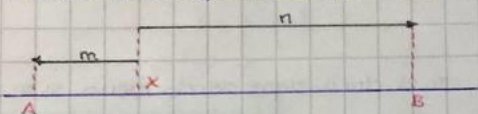
RAZÓN SIMPLE (TEOREMA DE TALES)



$$(XAB) = \frac{\overline{XA}}{\overline{XB}} = \frac{m}{n} = \lambda$$



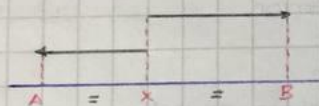
\overline{XA} es una medida, con sentido, medidas con sentidos distintos tienen signo opuesto



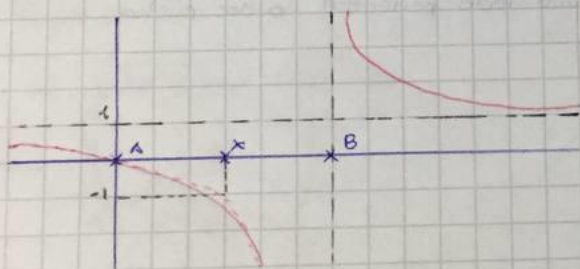
$\overline{XA} \rightarrow$ Negativo

$\overline{XB} \rightarrow$ Positivo

Punto medio $\lambda = -1$

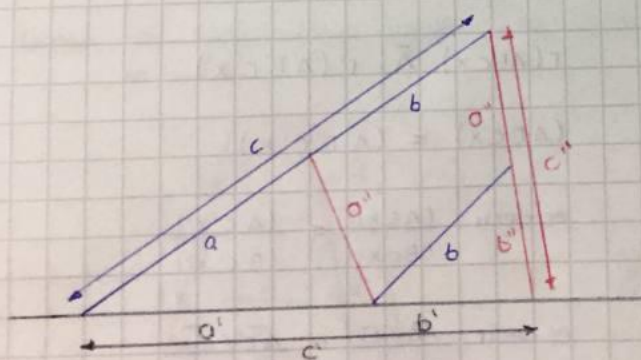


Composiciones en el que elemento comparado (x) es móvil



$$\lambda = f(x) = (XAB) = \frac{\overline{XA}}{\overline{XB}}$$

Teorema de Tales para cálculo gráfico de ternos



$$\frac{a}{b} = \frac{a'}{b'} = \frac{a''}{b''}$$

$$\frac{a}{a'} = \frac{b}{b'} = \frac{c}{c'}$$

$$\frac{a}{c} = \frac{a'}{c'} = \frac{a''}{c''}$$

$$\frac{c}{c'} = \frac{a''}{a'}$$