

第一題：相異循環字串 (Cyclicstrings)

問題敘述

將一長度為 N 的 0-1 字串頭尾相接後形成一長度為 N 的 0-1 循環字串(0-1 circular sequence)，一般長度為 N 的相異 0-1 字串有 2^N 個。但兩個 0-1 循環字串將被視為同一個循環字串：如果將其中一個循環字串旋轉若干個位置後即可得到另一循環字串。例如：0101 和 1010 為同一循環字串，因為將其中一個循環字串移動一個位置後即為另一循環字串。

請寫一程式計算出所有長度為 N 的相異 0-1 循環字串，因答案可能很大，輸出除以 1,000,000,007 後的餘數即可。

輸入格式

輸入包含一個正整數 N 。

輸出格式

輸出答案除以 1,000,000,007 後的餘數。

輸入範例 1 2	輸出範例 1 3
-------------	-------------

輸入範例 2 3	輸出範例 2 4
-------------	-------------

評分說明

本題共有 6 組測試題組，條件限制如下所示。每一組可有一或多筆測試資料，該組所有測試資料皆需答對才會獲得該組分數。

子任務	分數	額外輸入限制
1	8	$1 \leq N \leq 10$
2	13	$1 \leq N \leq 20$
3	25	$1 \leq N \leq 100$
4	19	$1 \leq N \leq 10^6$
5	23	$1 \leq N \leq 10^9$
6	12	$1 \leq N \leq 10^{15}$

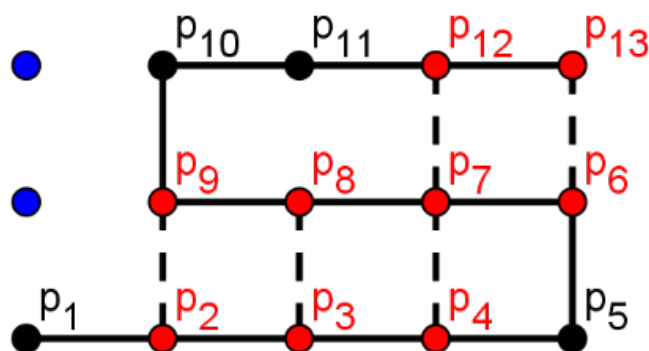
第二題：蛋白質摺疊 (Folding)

問題敘述

在計算生物學中，由輸入的氨基酸序列去預測蛋白質結構是最重要的開放性問題之一。舉例來說，在疏水-極性模型中，蛋白質折疊問題 Protein Folding Problem (PFP) 可以由氨基酸序列來預測蛋白質結構：

在疏水-極性模型中，20 種構成蛋白質的氨基酸被分為疏水性 Hydrophobic (H) 或極性 Polar (P) 兩類。根據這個分類，將蛋白質的主要氨基酸序列抽象為由字母 H 和 P 所構成長度為 n 的序列，我們將輸入的氨基酸序列表示為 $p = p_1 p_2 p_3 \cdots p_n$ ，其中 $p_i \in \{P, H\}$ ， p_i 是第 i 個氨基酸單體。

為了簡化問題，我們將序列不重疊的嵌入二維方形格點 (2D-lattice) 中來計算其結構強度。在這個問題中，我們規定這個結構必須為 **Zig-Zag 排列**：也就是說排列在二維方形格點中，從 p_1 開始往右，直到第一個轉折處往上並且必須馬上往左，直到下一個轉折處往上並且馬上往右、以此類推。



如圖所示，序列 PHHHPHHHPPHH 中的每個氨基酸單體需放置在相鄰的格子點中，相鄰的兩個疏水性 (H) 氨基酸會形成氫鍵鍵結，增加此結構的鍵節強度(原序列中就相鄰的 H 不計算)，由此，請你根據輸入的氨基酸序列計算此序列鍵結數最多的結構，輸出此結構的鍵結數量。

範例說明：圖中的紅點代表疏水性 Hydrophobic (H) 氨基酸，黑點代表極性 Polar (P) 氨基酸，其中共有 (p_2, p_9) 、 (p_3, p_8) 、 (p_4, p_7) 、 (p_6, p_{13}) 、 (p_7, p_{12}) 五對相鄰的疏水性 (H) 氨基酸會形成氫鍵(如圖中的虛線)，此結構的鍵結數量即為氫鍵的數量：5。

輸入格式

輸入包含一個由 H 和 P 組成的字串。

輸出格式

針對所輸入的資料，輸出該蛋白質序列的最大鍵結數量。

輸入範例 1 HPHHPPHP	輸出範例 1 2
--------------------	-------------

輸入範例 2 HHHPPHP	輸出範例 2 1
-------------------	-------------

輸入範例 3 PPHPHPPP	輸出範例 3 0
--------------------	-------------

評分說明

本題共有 4 個子任務，條件限制如下所示。每一子任務含有多筆測試資料，該組所有測試資料皆需答對才會獲得該組分數。

子任務	分數	額外輸入限制
1	15	$1 \leq \text{序列長度} \leq 20$
2	16	$1 \leq \text{序列長度} \leq 100$
3	30	$1 \leq \text{序列長度} \leq 500$
4	39	$1 \leq \text{序列長度} \leq 5000$

第三題：部落格 (Blog)

問題敘述

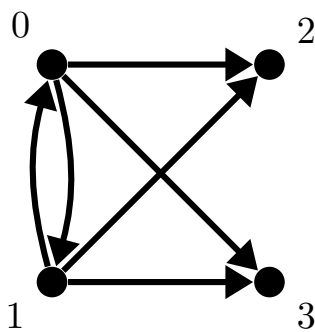
X 班級共有 n 個學生，為了方便說明，我們將每位學生以非負整數 $\{0, 1, 2, \dots, (n-1)\}$ 來表示。每位學生在學校網站上有一個自己的部落格可以發表資訊，也可以在獲得別的同學的關注授權後閱讀其部落格，已知 n 個學生之間共存在有 m 個閱讀授權，我們可以用一個有向圖來表示學生間部落格的授權關係：以非負整數點代表學生的編號，以有向邊 (u, v) 代表學生 v 同意學生 u 閱讀其部落格。若一個有向圖中，圖上的任兩點都可以透過一連串同方向的有向邊相連，我們稱呼此圖為一個**半連通圖**(*semi-connected graph*)。

在校慶活動上，每位學生都將獲得一個抽獎號碼，同班同學中，若有兩人得到相同號碼即可獲得大獎，學生小明想了一個對獎方法，每個人把抽到的號碼貼在自己的部落格上，並將所有關注對象的部落格內容都貼到自己的部落格上，這樣每個人都可以由部落格內容看出是不是有人的號碼跟自己的一樣。

如此一來，如果班上同學間的部落格授權關係圖是一個半連結圖，則小明的方法就可以讓得獎的兩人其中之一找到另一個得獎人。但很可惜地，對於一個尋常的班級來說，部落格授權關係是一個半連結圖的可能性頗低。根據學生間的授權關係圖，你能不能幫忙小明找出這個班級當中人數最多的一群同學，使得這群同學間的授權關係圖為半連結圖呢？

以下圖為例，這是某班級的部落格連結(授權閱讀)關係圖，此圖不是一個半連結圖 (semi-connected graph)：若 2 號及 3 號學生抽中同一號碼，則他們沒辦法透過部落格找到彼此。

若我們考慮子集合 $\{0, 1, 2\}$ ，則這三位同學之間的授權關係形成一個半連結圖。



輸入格式

每組測資的第一行有 2 個數字，代表學生人數 n 與部落格閱讀授權數 m ，兩個數字以空白隔開。第二行起接下來 m 行代表 m 條閱讀授權 (任兩個數字以空白隔開)：第一個數字代表要求授權的學生、第二個數字代表同意授權的學生。輸入中要求授權的學生與同意授權的學生配對不會重複出現。

輸出格式

針對所輸入的資料，輸出一個整數 k ，使得小明能夠從中找到至多 k 個同學，他們的授權關係圖為一個半連通圖(semi-connected graph)。

輸入範例 1 4 6 0 1 1 0 0 2 0 3 1 2 1 3	輸出範例 1 3
--	--------------------

輸入範例 2 5 4 0 1 1 2 2 3 3 4	輸出範例 2 5
--	--------------------

輸入範例 3 6 2 1 2 1 3	輸出範例 3 2
------------------------------------	--------------------

評分說明

本題共有 5 個子任務，條件限制如下所示。每一組可有一或多筆測試資料，該組所有測試資料皆需答對才會獲得該組分數。

子任務	分數	額外輸入限制
1	17	$1 \leq n \leq 12, 0 \leq m \leq \min\{50, n(n-1)\}$
2	8	$1 \leq n \leq 30, 0 \leq m \leq \min\{200, n(n-1)\}$
3	26	$1 \leq n \leq 100, 0 \leq m \leq \min\{9900, n(n-1)\}$
4	22	$1 \leq n \leq 3000, 0 \leq m \leq \min\{10^6, n(n-1)\}$
5	27	$1 \leq n \leq 10^6, 0 \leq m \leq \min\{10^6, n(n-1)\}$

第四題：奇幻反彈 (Bouncing)

問題敘述

我們有一個無限大的 x - y 平面和一台神奇的發球機器，對任何整數 a 、 b 、 c 和 d ，只要我們將發球機器置於點 (a, b) （其中 (a, b) 表示 x 座標為 a 且 y 座標為 b 的點），並設定發球機器將球拋至點 (c, d) ，則發球機器會拋出一顆球至點 (c, d) ，接著該球會反彈至點 $(ac - bd, bc + ad)$ 並固著於點 $(ac - bd, bc + ad)$ 上，從此不再移動。我們只允許將發球機器置於 x 座標和 y 座標都是整數的點上。

愛麗絲想要讓六顆球分別固著於點 (a_1, b_1) 、 (a_2, b_2) 、 (a_3, b_3) 、 (a_4, b_4) 、 (a_5, b_5) 、 (a_6, b_6) 上，其中對所有 $i \in \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ ， a_i 和 b_i 都是整數且 $(a_i, b_i) \neq (0, 0)$ 。但她希望發球機器始終都在同一個點上，也就是她要找到一個置放發球機器的點 (p, q) （其中 p 和 q 都是整數），使得對所有 $i \in \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ ，皆存在 x 座標與 y 座標都是整數的點 (c_i, d_i) ，滿足 $(pc_i - qd_i, qc_i + pd_i) = (a_i, b_i)$ ，如果滿足上述條件的點 (p, q) 很多，則愛麗絲要選擇其中距離原點 $(0, 0)$ 最遠的一個點作為 (p, q) ，並將發球機器置於該點 (p, q) ，然後告訴稻草人 $|p| + |q|$ 的值。

給定 a_1 、 b_1 、 a_2 、 b_2 、 a_3 、 b_3 、 a_4 、 b_4 、 a_5 、 b_5 、 a_6 、 b_6 ，請算出稻草人被告知的值。

輸入格式

對所有 $i \in \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ ，測資的第 i 行為 a_i 和 b_i （兩數間以空白區隔）。

輸出格式

請輸出稻草人被告知的值。

輸入範例 1 -60 40 -4 32 -28 -16 -68 4 -100 -20 12 64	輸入範例 2 24 -31 27 -24 31 -34 36 -32 38 -37 -17 -59	輸入範例 3 4 9 22 -8 13 4 55 100 66 4 44 -7	輸入範例 4 12 -99 33 -81 39 -88 13 -1 62 41 68 34	輸入範例 5 81 100 100 99 34 56 -3 -87 -15 24 26 27	輸入範例 6 24 -31 27 -24 31 -34 36 -32 38 -37 -17 -59
輸出範例 1 12	輸出範例 2 7	輸出範例 3 1	輸出範例 4 13	輸出範例 5 1	輸出範例 6 7

評分說明

本題共有 4 組測試題組，條件限制如下所示。每一組可有一或多筆測試資料，該組所有測試資料皆需答對才會獲得該組分數。

子任務	分數	額外輸入限制
1	6	$-10 \leq a_i, b_i \leq 10$
2	13	$-100 \leq a_i, b_i \leq 100$
3	35	$-1000 \leq a_i, b_i \leq 1000$
4	43	$-10^9 \leq a_i, b_i \leq 10^9$
5	3	$-10^{15} \leq a_i, b_i \leq 10^{15}$