



巴勒與夏拉正在玩一個遊戲。遊戲盤是一個由  $R$  列（以  $0, \dots, R-1$  標示）乘以  $C$  行（以  $0, \dots, C-1$  標示）單元（cells）所構成的網格（grid）。我們以  $(P, Q)$  來表示位於第  $P$  列、第  $Q$  行的單元。每個單元包含一個非負整數，遊戲一開始時所有單元的值皆初始化為 0。

遊戲進行方式如下：在任何時間點，巴勒可以

- 藉由指定一個單元  $(P, Q)$  所包含的整數值來進行更新（update）。
- 要求夏拉計算（calculate）一個矩形區域裡全部單元所包含數值的最大公因數（greatest common divisor, GCD），這個矩形透過給定其兩個對角  $(P, Q)$  與  $(U, V)$  來定義（對角單元包含在矩形內）。

巴勒在玩膩這個遊戲而跑到外面玩板球（cricket）前，最多將進行  $N_U + N_Q$  個動作（更新  $N_U$  次及要求計算  $N_Q$  次）。

你的任務是算出正確的答案。

## 範例（Examples）

假設  $R = 2$  而  $C = 3$ ，並且巴勒一開始進行以下的更新：

- 更新單元  $(0, 0)$  的數值為 20；
- 更新單元  $(0, 2)$  的數值為 15；
- 更新單元  $(1, 1)$  的數值為 12。

20	0	15
0	12	0

網格的結果如上圖所示。巴勒接著可能會問以下矩形區域裡，全部單元所包含數值的最大公因數：

- 對角  $(0, 0)$  與  $(0, 2)$ ：在這個矩形裡的三個整數分別為 20、0，以及 15，所以它們的最大公因數是 5。
- 對角  $(0, 0)$  與  $(1, 1)$ ：在這個矩形裡的四個整數分別為 20、0、0，以及 12，所以它們的最大公因數是 4。

現在假設巴勒做了以下的更新：

- 更新單元  $(0, 1)$  的數值為 6；
- 更新單元  $(1, 1)$  的數值為 14。

20	6	15
0	14	0

新的網格如上圖所示。巴勒接著可能又會問以下矩形區域裡，全部單元所包含數值的最大公因數：

- 對角  $(0, 0)$  與  $(0, 2)$ ：現在這個矩形裡的三個整數分別為 20、6，以及 15，所以它們的最大公因數是 1。
- 對角  $(0, 0)$  與  $(1, 1)$ ：現在這個矩形裡的四個整數分別為 20、6、0，以及 14，所以它們的最大公因數是 2。

此處巴勒總共進行了  $N_U = 5$  次更新與  $N_Q = 4$  次要求計算。

## 程式實作 (Implementation)

你應該提交 (submit) 一個檔案來實作程序 (procedures) `init()` 與 `update()`，以及函式 (function) `calculate()` 如下。

為了協助你，你的電腦裡提供了範本解答 (`game.c`、`game.cpp`，以及 `game.pas`)，每一個解答皆有包含函式 `gcd2(X, Y)` 來計算兩個給定非負整數  $X$  與  $Y$  的最大公因數。若  $X = Y = 0$ ，則 `gcd2(X, Y)` 也會回傳 0。

這個函式夠快能夠得到所有的分數；在最糟情況下，執行時間正比於  $\log(X + Y)$ 。

你的程序：`init()`

```
C/C++ void init(int R, int C);
```

```
Pascal procedure init(R, C : LongInt);
```

### 敘述

你送出的內容必須實作這個程序。

這個程序會給定你網格的大小，並且允許你初始化任何全域變數與資料結構。在呼叫 `update()` 或 `calculate()` 之前必須先呼叫這個程序，並且只會呼叫一次。

### 參數

- $R$ ：列的數目

- $C$ ：行的數目

你的程序：`update()`

**C/C++** `void update(int P, int Q, long long K);`

**Pascal** `procedure update(P, Q : LongInt; K: Int64);`

敘述

你送出的解答必須實作這個程序。

當巴勒更改某個網格單元的值時，這個程序將被呼叫。

參數

- $P$ ：網格單元所在的列 ( $0 \leq P \leq R-1$ )。
- $Q$ ：網格單元所在的行 ( $0 \leq Q \leq C-1$ )。
- $K$ ：這個網格單元的新數值 ( $0 \leq K \leq 10^{18}$ )。可能跟目前的數值相同。

你的函式：`calculate()`

**C/C++** `long long calculate(int P, int Q, int U, int V);`

**Pascal** `function calculate(P, Q, U, V : LongInt) : Int64;`

敘述

你送出的內容必須實作這個函式。

這個函式應該計算包含於對角  $(P, Q)$  與  $(U, V)$  這個矩形區域裡，全部單元所包含數值的最大公因數。這個矩形的範圍包含單元  $(P, Q)$  與  $(U, V)$ 。

如果這個矩形裡的所有整數都是 0，那麼這個函式也應該回傳 0。

參數

- $P$ ：這個矩形左上角單元所在的列 ( $0 \leq P \leq R-1$ )。
- $Q$ ：這個矩形左上角單元所在的行 ( $0 \leq Q \leq C-1$ )。
- $U$ ：這個矩形右下角單元所在的列 ( $P \leq U \leq R-1$ )。
- $V$ ：這個矩形右下角單元所在的行 ( $Q \leq V \leq C-1$ )。
- *Returns*：這個矩形區域裡，全部單元所包含數值的最大公因數；若所有數值皆為 0，那麼就回傳 0。

## 實例 (Sample Session)

以下描述上述例子：

Function Call	Returns
init(2, 3)	
update(0, 0, 20)	
update(0, 2, 15)	
update(1, 1, 12)	
calculate(0, 0, 0, 2)	5
calculate(0, 0, 1, 1)	4
update(0, 1, 6)	
update(1, 1, 14)	
calculate(0, 0, 0, 2)	1
calculate(0, 0, 1, 1)	2

## 限制

- 時間限制：2 秒
- 記憶體限制：512 MiB
- $1 \leq R, C \leq 10^9$
- $0 \leq K \leq 10^{18}$ ， $K$  是巴勒放置於網格單元的任何整數值。

## 子任務 (詳細內容請參見英文版)

子任務	配分	R	C	$N_U$	$N_Q$	Time limit	Memory limit
1	10						
2	28						
3	26						
4	36						

## 實驗

在你電腦的範例評分機制 (grader) 將會由檔案 `game.in` 讀取輸入資訊。這個檔案格式如下：

- 第 1 行: `R C N`
- 接下來  $N$  行: 依照動作發生的順序，一個動作一行

表示動作的那一行必須是以下其中一種格式：

- 表示 `update(P, Q, K) : 1 P Q K`
- 表示 `calculate(P, Q, U, V) : 2 P Q U V`

例如，上述的例子應該以下列的格式呈現：

```
2 3 9
1 0 0 20
1 0 2 15
1 1 1 12
2 0 0 0 2
2 0 0 1 1
1 0 1 6
1 1 1 14
2 0 0 0 2
2 0 0 1 1
```

## 語言註釋 (Language Notes)

**C/C++** 你必須 `#include "game.h"`。

**Pascal** 你必須定義 `unit Game`。所有陣列由 0 開始標示 (不是 1)。

因為網格單元的整數值可能非常大，C/C++ 的使用者建議使用型別 `long long`，Pascal 的使用者建議使用型別 `Int64`。