Universidad de Buenos Aires
Facultad de Ingeniería

61.09 Probabilidad y Estadística B

Método Monte Carlo

Ezequiel Pérez Dittler

17 de abril de 2016

1. Enunciado

Sea $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ una función continua y no negativa. Sea $M > 0$ el valor máximo de la función f sobre el intervalo $[a, b]$.

(a) Se elige al azar un punto de coordenadas (X, Y) dentro del rectángulo de vértices $(a, 0)$, $(b, 0)$, (b, M), (a, M). Relacionar la probabilidad del evento $A = \{Y \leqslant f(X)\}$ con el valor de la integral $\int_a^b f(x)dx$.

(b) Si se conoce el valor de la probabilidad, $P(A)$, del evento $A = \{Y \leqslant f(X)\}$, ¿cómo se calcula la integral $\int_a^b f(x)dx$?

(c) Obtener un método que permita estimar el valor de la integral $\int_a^b f(x)dx$ en base a los resultados de n simulaciones del experimento descrito en Inciso (a).

(d) Estimar el valor de la integral $\int_0^2 e^{-x^2}dx$ utilizando el método obtenido en Inciso (c) basándose en los resultados de 10000 simulaciones.

2. Resolución

2.1. Inciso (a)

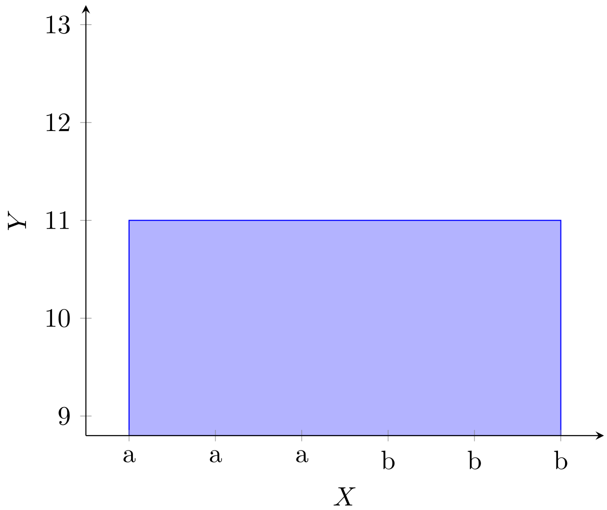

Figura 1: Rectángulo de vértices $(a, 0)$, $(b, 0)$, (b, M), (a, M)

$$P(A) = P(Y \leqslant f(X)) = \frac{area(A)}{area(\Omega)} = \frac{\int_a^b f(x)dx}{(b-a).M}$$

2.2. Inciso (b)

Siendo $P(A)$ conocido, se puede estimar el valor de la integral $\int_a^b f(x)dx$ del siguiente modo

$$\int_a^b f(x)dx = P(A).(b-a).M$$

2.3. Inciso (c)

Listing 1: Algoritmo Monte Carlo en Octave

```
function r = monte_carlo(probabilidad, a, b, M, cant_simulaciones)
  U = rand(1, cant_simulaciones);
  Y = (U <= probabilidad);
  nueva_probabilidad = sum(Y) / cant_simulaciones;
  r = nueva_probabilidad * (b - a) * M;
endfunction
```