



UNIVERSIDADE FEDERAL DO VALE DO SÃO FRANCISCO

EDJAIR AGUIAR
JOHNATHAN ALVES
RAFAEL RODRIGUES

**MEDIDA DA FREQUÊNCIA DE UM PÊNDULO COM USO DE
MICROCONTROLADOR ARDUINO**

JUAZEIRO - BA
2018

RESUMO

O objetivo geral deste projeto é verificar o comportamento de um pêndulo simples em movimento harmônico simples amortecido, usando dados coletados com o uso de um microcontrolador. O assunto em questão faz parte da ementa disciplinar de Física Experimental II, com a professora Mariele Pinheiro.

Palavras-chaves: Pêndulo; Frequência; Microcontrolador; Física Experimental;

REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

1.1 Movimento Harmônico Simples

De acordo com Newton, Helou e Gualter, 1993, um movimento periódico é dado quando a sua posição, sua velocidade e sua aceleração repetem-se em iguais intervalos de tempo. O intervalo de tempo necessário para que ocorra uma repetição do movimento é chamado de *período* do movimento; assim, se ocorrerem n repetições do movimento num intervalo de tempo igual a Δt , seu período será dado pela divisão entre Δt e n .

$$t = \frac{\Delta t}{n} \quad (1)$$

Denomina-se a *frequência* de um movimento periódico a quantidade de repetições na unidade de tempo, de forma que, ocorrendo n repetições do movimento no intervalo de tempo Δt , sua frequência é dada pela divisão entre n e Δt .

$$f = \frac{n}{\Delta t} \quad (2)$$

A unidade de f , no S.I, é o hertz (Hz). Uma frequência de 1 Hz significa dizer que o movimento se repete uma vez a cada um segundo.

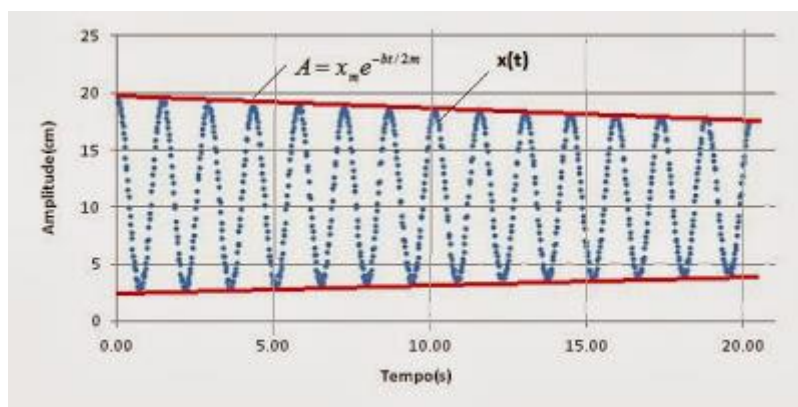
Um movimento é chamado de *oscilatório* quando sua ocorrência varia com alternâncias de sentido, porém em trajetória idêntica para ambos. Determinados movimentos oscilatórios e periódicos são chamados, então, de *movimentos harmônicos simples*.

1.2 Movimento Harmônico Simples Amortecido

De acordo com Halliday e Resnick, 2009, quando o movimento de um oscilador é reduzido por uma força externa, diz-se que o oscilador e seu movimento são *amortecidos*. A constante de amortecimento depende das características, tanto do pêndulo quanto do meio em que se efetua a oscilação.

Pode-se, portanto, considerar uma função cosseno cuja amplitude diminui gradualmente em função do tempo, conforme a figura (1). Para um oscilador amortecido, sua energia mecânica não é constante, de forma a diminuir com o tempo, assim como a amplitude, que diminui exponencialmente. Dito isso, é possível concluir que o movimento, eventualmente, cessa. É dito, então, que houve um amortecimento da oscilação em questão.

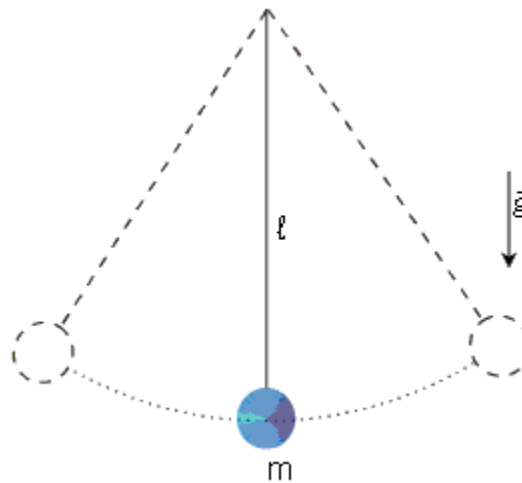
Figura 2 – Função deslocamento $x(t)$ de um oscilador amortecido. A amplitude diminui exponencialmente em função do tempo.



1.3 Pêndulo Simples

Define-se um pêndulo simples como um sistema composto por uma massa acoplada a um suporte que permite sua livre movimentação. A massa fica sujeita à força restauradora da gravidade. Ilustra-se um pêndulo simples na figura (2).

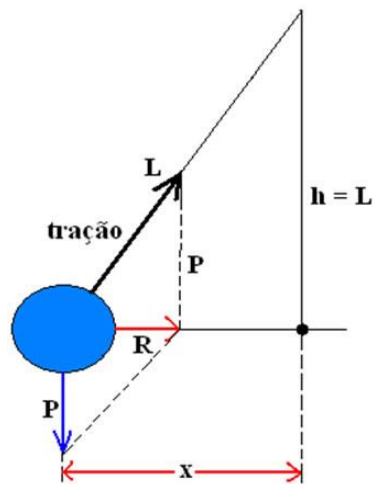
Figura 2 – Modelo ilustrado de pêndulo simples



Chamando de L o comprimento do fio e sendo g a aceleração da gravidade, é possível dizer que, para um ângulo θ de até 15° , o período T do pêndulo não depende da amplitude ou da massa do corpo preso à extremidade do pêndulo.

Considera-se θ muito pequeno. Pela série de MacLarin, é possível dizer que ambos seno e cosseno de θ são, então, iguais a θ . Nesse caso, é possível considerar que o movimento do pêndulo exemplificado é retilíneo e a altura h é igual ao comprimento L . Ilustra-se na figura 3:

Figura 3 – Ilustração paramétrica de um pêndulo simples



Pela semelhança de triângulos, obtém-se:

$$\frac{R}{P} = \frac{x}{L} \Rightarrow R = \frac{P \cdot x}{L} \Rightarrow R = \frac{m \cdot g}{L} \cdot x$$

Onde o segundo membro de R é constante e igual a k. Substituindo k pelo valor de R na fórmula do período T, é possível dizer que:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{L}{g}}$$

Logo, o período de um pêndulo depende apenas do comprimento de seu fio e da força da gravidade.

2. OBJETIVOS

Foi elaborado um experimento para estudar o movimento harmônico simples amortecido, onde há a ocorrência de um movimento oscilatório. Em uma determinada trajetória, o corpo oscila periodicamente em torno de uma posição de equilíbrio, até parar. O objetivo do projeto é, portanto, calcular a frequência de um pêndulo através do tempo que ele leva para completar um ciclo.

3. METODOLOGIA

São utilizados os seguintes equipamentos:

- Arduino UNO;
- Protoboard;
- Resistores diversos;
- Sensor Infravermelho (Diodo emissor e diodo receptor);
- Pêndulo simples.

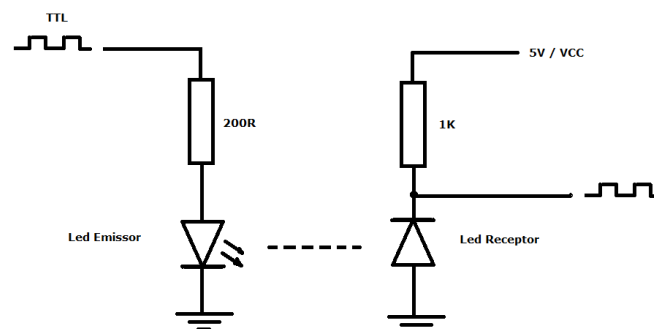
A frequência de um pêndulo é baseada no tempo em que ele leva para concluir um ciclo. Um ciclo é completado quando o pêndulo, que inicia em um dado ponto A, vai até um segundo ponto B e volta para sua posição inicial; esse tempo, então, é denominado *período*.

O cálculo da frequência foi feito utilizando-se a seguinte equação:

$$f = \frac{1}{T}$$

Onde o período T é o tempo que o pêndulo usa para completar um ciclo. Esse tempo é medido com o uso de um sensor infravermelho, que captará os momentos em que o pêndulo passar pelos pontos 1 e 2, determinados arbitrariamente.

Figura 4 – Polarização dos LEDs infravermelho – emissor e receptor



O pêndulo usado como base para o experimento é constituído por um fio de barbante e um disco de madeira, preso a uma pequena cabine de acrílico. O comprimento do pêndulo usado é de 19 cm.

A montagem é simples e consiste em um LED infravermelho e um fototransistor (receptor de infravermelho), com seus respectivos resistores. O LED emissor e o transistor são posicionados na cabine um de frente para o outro, de modo que a onda emitida pelo primeiro seja diretamente captada pelo segundo.

O receptor é conectado à saída 12 do Arduino, para usá-lo em formato digital. Quando o pêndulo passa pela frente do emissor, a frequência de onda é interrompida. Quando o fototransistor não consegue receptor a emissão do LED infravermelho, o Arduino interpreta como um pulso abaixo *LOW*. Caso contrário, é interpretado como um pulso *HIGH*.

O circuito foi montado conforme a figura (5).

Figura 5 – Circuito de montagem do produto

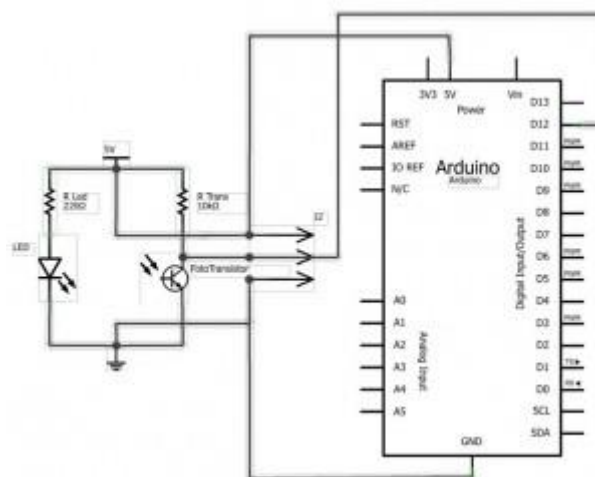
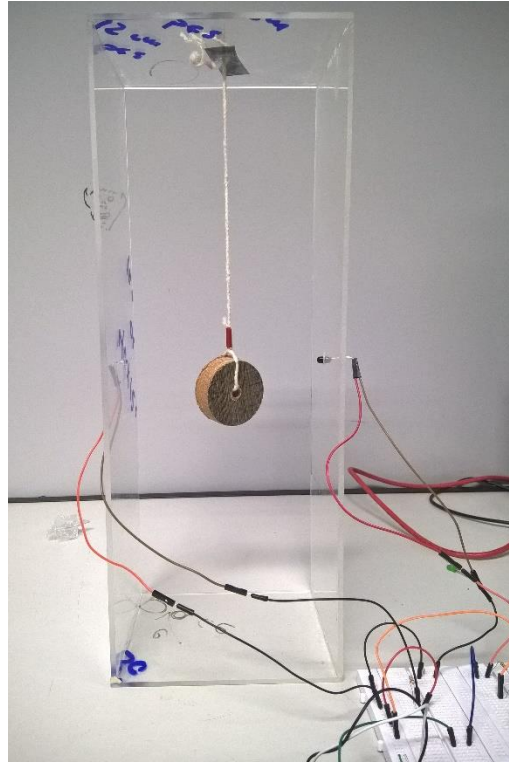
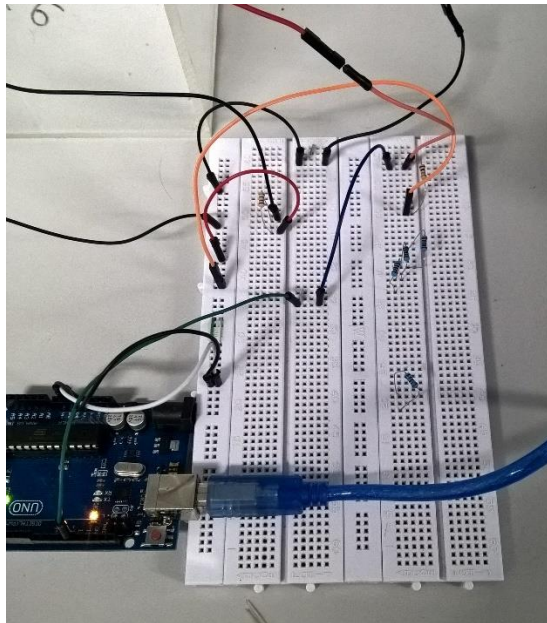


Figura 6 – Montagem do produto



A experiência, portanto, baseia-se no cruzamento do pêndulo com a barreira infravermelha dos sensores. São realizados dois cruzamentos: em cada um, o tempo decorrido do cruzamento anterior é calculado. O período de oscilação será a soma dos dois tempos de cruzamento consecutivos. O resultado é exibido na porta serial.

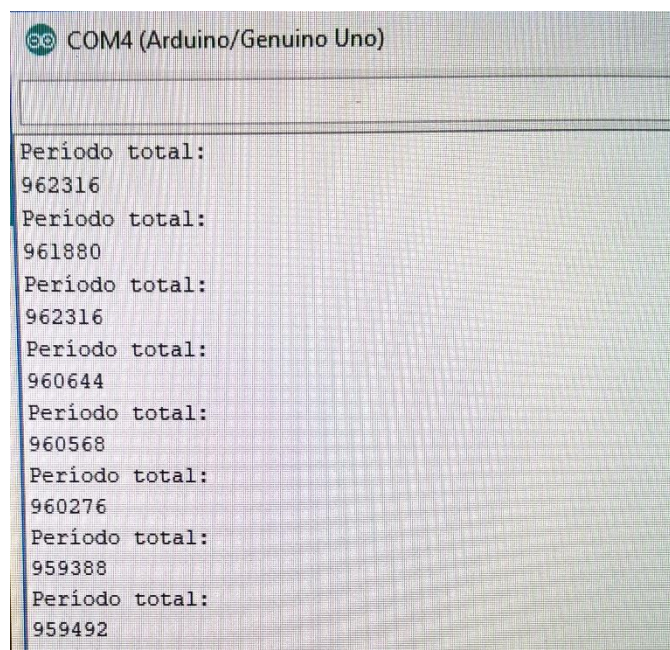
Figura 7 – Protoboard e conexões



O tempo é visualizado em microssegundos, devendo ser dividido por 10^6 para convertê-lo em segundos.

O movimento considerado é amortecido, em virtude da diminuição constante da amplitude da onda em relação ao tempo. O período do tempo é constante.

Figura 8 – Porta serial do Arduino, mostrando os períodos medidos pelos sensores



4. CÓDIGO DO PROJETO

```
unsigned long startTime;
unsigned long actualTime;
unsigned long period1;
unsigned long period2;
boolean firstPass;

void setup() {
  Serial.begin(9600);
  pinMode(12, INPUT_PULLUP);          // Pullup, para impedir interferência externa
  startTime = micros();                // Começa-se a medir o tempo em microsegundos
}

void loop() {

  actualTime = micros();               // Registra-se o tempo inicial

  if(pulseIn(12, HIGH)) {             // Caso a emissão seja interceptada

    if(firstPass) {                   // Se o pêndulo realiza o primeiro cruzamento

      period1 = actualTime - startTime; // Armazena-se period1, a primeira metade do período de oscilação
      firstPass = false;
    } else {

      period2 = actualTime - startTime; // Armazena-se period2, a segunda metade do período de oscilação
      Serial.println(period1 + period2); // A porta serial exibe o período total, resultado da adição dos dois períodos medidos
      firstPass = true;
    }

    startTime = actualTime;            // O tempo inicial é zerado, para retornar a medição
  }
}
```

5. CONCLUSÃO

Com esse experimento, conclui-se que o período (e consequentemente a frequência) de um pêndulo não depende de nenhuma variável externa, apenas do comprimento de fio do pêndulo e da aceleração da gravidade.

A experiência completa-se ao comparar os períodos para vários comprimentos do fio, bem como para várias massas. Verifica-se no último caso que o período não muda, a menos que a massa usada gera consideravelmente grande para deformar o comprimento de corda.

6. REFERÊNCIAS

HALLIDAY, RESNICK, WALKER. Fundamentos de Física. Vol. 2. 8 ed. Editora LTC, 2009.

MARQUES, Gil da Costa. *Movimento Periódicos*. Disponível em:
<http://efisica.if.usp.br/mecanica/universitario/movimento_periodico/mov_oscilatorio>
Data de acesso: 20 mar. 2018.

MOVIMENTO OSCILATÓRIO. Disponível em:
<<https://www.portalsaofrancisco.com.br/fisica/movimento-oscilatorio>>. Data de
acesso: 20 mar. 2018.

PÊNDULO SIMPLES. Disponível em:
<<http://www.fisica.ufpb.br/~mkyotoku/texto/texto6.htm>> Data de acesso: 20 mar.
2018.