ALTERADOS POR PI

GUÍA DE DESAFÍOS

Índice

Prólogo

El programa "Alterados por Pi", conducido por Adrián Paenza entre 2007 y 2015, acerca muchos problemas de matemática aptos para un público general que sirven para entrenar el pensamiento abstracto. Se presentan casi todos los desafíos planteados a lo largo de las nueve temporadas y algunos planteos adicionales (totalizando 224 problemas) junto con sus correspondientes soluciones, propias, que han sido contrastadas con las soluciones brindadas en el programa.

En cada programa puede que existiera más de un problema por capítulo, pero solo se incluyeron los “desafíos” para seguir un patrón regular de problemas que se sabía que iba a ser respetado en todos los programas. Esto es hasta la temporada tres inclusive; a partir de la cuarta, la base regular pasa a ser de dos problemas (por el nuevo formato que toma el programa), también pudiendo omitir algún planteo, particularmente por existir algunos que son más bien curiosidades matemáticas, o exposiciones que no tiene mucho sentido pasarlas al papel. Esto también es una forma de alentar al lector a ver el programa, no solo para encontrar algún que otro problema nuevo, sino también, como decía Adrián, para “invitarlo a pensar” los temas de matemática que se desarrollaban en el mismo, especialmente en las anécdotas iniciales del conductor, que aquí no se incluyen.

Temporada 1 (2008)

Capítulo 1

Un bar quiere ofrecerles a sus clientes la mayor cantidad de sándwiches posibles, pero solo dispone de diez ingredientes. ¿Cuántos sándwiches distintos se pueden armar?

Capítulo 2

Uno tiene cuatro dados normales y un quinto que vino fallado, que en vez de tener una cara con el seis, tiene una segunda cara el cinco. Si uno quisiera hacer generala (tirar los dados y que todos salgan con la misma cara), ¿Tiene más o menos posibilidades que con los dados normales? ¿O tiene las mismas posibilidades?

Capítulo 3

Un grupo de seis amigos se reúne frecuentemente para cenar. Lo hacen siempre en la misma mesa redonda, pero les gusta cambiar de lugar. ¿Podrían decir ustedes de cuántas maneras distintas podrían ordenarse? (hay solo una silla por cada persona)

Capítulo 4

A partir de diez monedas de un peso, se construye un "triángulo" con el vértice hacia arriba, como se muestra en la figura:

¿Cómo se puede hacer para "dar vuelta el triángulo" (hacer que el vértice quede hacia abajo) moviendo solamente tres monedas?

Capítulo 5

Si el sol fuera del tamaño de una pelota de fútbol (de 25 cm de diámetro aproximadamente), ¿De qué tamaño sería la Tierra manteniendo esa escala? Sería como:
- una semilla de sésamo;
- una pelota de ping-pong; o
- una pelota de tenis.

Capítulo 6

Una barra de chocolate está dividida en cuadraditos, de tal manera que la barra tiene 4 cuadraditos de largo, por 6 cuadraditos de ancho: es decir, tiene 24 cuadraditos. Si se quiere dar un cuadradito a cada una de las 24 personas en una fiesta, ¿Cuántas particiones se deben realizar a la barra para que quede dividida en 24 partes, una por cada cuadradito que la compone?

Nota: las particiones se cuentan como divisiones de bloques unitarios de chocolate (no se pueden cortar dos bloques al mismo tiempo y contarlo como una única partición).

Capítulo 7

Si uno paga 7 pesos por 100 gramos de jamón y 100 gramos de queso, y el jamón costó dos pesos más que el queso, entonces: ¿Cuánto costó cada cosa?

Capítulo 8

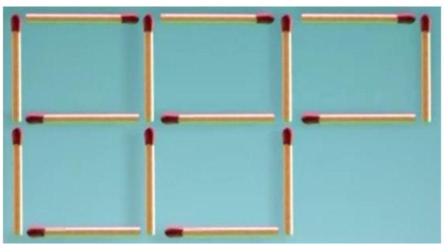
¿Cómo se puede hacer para obtener una distribución alternada de vasos llenos y vacíos (uno con jugo, el siguiente sin, el próximo con, el de al lado sin, etc.) si solo se puede mover un solo vaso?

Capítulo 9

Dado un reloj de agujas, ¿Se podrá encontrar una línea recta imaginaria que divida al reloj en dos conjuntos de números tales que la suma de cada conjunto de números sea igual?

Capítulo 10

Dada la siguiente distribución de 15 fósforos en 5 cuadrados:



¿Cómo se hace para lograr tener 3 cuadrados (y nada más) sacando 3 fósforos?

Capítulo 11

¿Cómo se puede cortar una torta circular (de forma cilíndrica) para dividirla en 8 partes iguales si sólo se pueden hacer 3 cortes?

Capítulo 12

En un cajón hay 10 medias azules y 10 medias rojas (todas sueltas, no de a pares). ¿Cuántas medias hay que sacar para asegurarse de que se sacó un par del mismo color?

Capítulo 13

Un empresario está por inaugurar su nuevo hotel. Él necesita numerar las puertas de sus habitaciones, las cuales irán del 1 al 100. Asumiendo que la numeración se logra comprando los números del 0 al 9 por separado, ¿Cuántos números 7 necesitará comprar?

Temporada 2 (2009)

Capítulo 1

Una ciudad A lanza un misil a 12.000 km/h para atacar otra ciudad B. Esta última por su parte envía un misil para interceptar al primero, que viaja a 24.000 km/h (es decir, el doble), y es lanzado al mismo tiempo que el primero. ¿A qué distancia se encontraban los misiles un minuto antes de colisionar?

Capítulo 2

Se tienen 50 bolillas azules y 50 bolillas rojas, en conjunto con dos recipientes opacos (es decir que no puede verse su interior). ¿Cómo se deberían repartir las bolillas en su totalidad entre los dos recipientes de tal forma que la probabilidad de sacar una bolilla roja a ciegas de cualquiera de los dos sea la máxima?

Capítulo 3

Se quiere pintar una habitación y hay dos pintores disponibles para esto. Uno es Aníbal, que tardaría 4 horas en pintarla completamente solo. Y también está Beto, que podría pintar la habitación en 2 horas. ¿En cuánto tiempo quedaría pintada la habitación si Aníbal y Beto son puestos a trabajar juntos?

Capítulo 4

Dado un número: si se le resta el 40% de sí mismo, y se le suma el 40% del resultado anterior, ¿se obtiene el número original?

Capítulo 5

Dadas 10 monedas sobre una mesa, ¿Es posible formar con ella 5 segmentos de tal forma que en cada una queden alineadas 4 monedas?

Capítulo 6

Dados 6 fósforos iguales: ¿Se pueden formar con ellos 4 triángulos equiláteros cuyos lados tengan la longitud de un fósforo?

Capítulo 7

Imaginemos un estadio de fútbol con capacidad para 70.000 espectadores. Si se llenara el campo de juego (la cancha donde juegan los equipos de fútbol) con pelotas de fútbol hasta cubrirlo completamente, ¿Alcanzarán las pelotas que cubren el campo para darle una a cada espectador?

Capítulo 8

Supongamos que se tienen 6 cartas de póquer: todas tienen un color diferente en su parte posterior, y dos de ellas son reyes. Si uno las mezclara y sacara un par de cartas ¿Es más probable que una de esas cartas sea un rey, o que ninguna de ellas lo sea?

Capítulo 9

Dada una torta con 100 porciones, si se quisiera comer la mayor cantidad de porciones, ¿Es preferible comer el 20% de 60 porciones, o el 60% de 20 porciones?

Capítulo 10

Antiguamente los boletos que se imprimían para cada pasajero al subir a un colectivo tenían impreso un número, que iba del "00000" al "99999". Muchas personas coleccionaban lo que se denominaba "boletos capicúas", es decir, un boleto con un número que se "lee" igual del derecho como del revés (por ejemplo, 12321). Entonces ¿Cuántos posibles boletos capicúa podía emitir la máquina de boletos?

Capítulo 11

Uno se va a quedar en un hotel dos días. En el primero, desayuna dos medialunas y un sanguche, pagando $4. Al segundo día, desayuna tres medialunas y dos sanguches, pagando $7. ¿Cuánto vale cada medialuna y cada sándwich?

Capítulo 12

En una billetera hay $66, en billetes de 2 y 5 pesos. Sabiendo que hay 18 billetes en total en la billetera, ¿Cuántos billetes de $2 y $5 hay?

Capítulo 13

De todos los números pares, ¿se pueden elegir tres consecutivos que sumen 72?

Temporada 3 (2010)

Capítulo 1

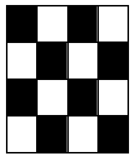
Resolver los siguientes laberintos:

Capítulo 2

Dado un círculo formado por veinte personas. ¿Cuántas personas son necesarias para "cruzar" el círculo por el medio, de un extremo a otro?

Capítulo 3

¿Se puede "cubrir" el siguiente tablero:



con las siguientes piezas, usando cada una sólo una vez?...

Capítulo 4

Si uno tiene una hoja de papel (de tamaño arbitrario) con un grosor de una milésima de centímetro, ¿De cuánto será el grosor de la hoja al doblarla cincuenta veces por la mitad?

Capítulo 5

Supongamos que se tienen dos vasos con la misma cantidad (o volumen) de líquido, pero uno tiene vino mientras que el otro tiene agua. Ahora digamos que se sumerge una cuchara en el vaso de vino, y la cucharada se vierte en el vaso de agua. Después de revolver este último vaso, se toma una cucharada del vaso con agua (impura) y se vierte al vaso de vino. Entonces ¿hay más agua en el vino, o más vino en el agua? Es decir, ¿Cuál con más impureza de líquido?

Capítulo 6

Un ingeniero construyó un puente de 20.000 metros de largo. En el medio puso una bisagra, de tal manera que cuando haya altas temperaturas, las dos partes del puente (de 10.000 metros cada una) se expandan, elevándose hacia arriba. En el momento del verano que se registra la temperatura más alta, cada una de las dos secciones que componen el puente se alargan medio metro. En este caso ¿Cuánto se elevará el punto medio del puente?

Capítulo 7

Hay diez bolsas (digamos, numeradas el 1 al diez), cada una con diez monedas de oro. Todas las monedas se ven igual, y pesan lo mismo: 10 gramos, excepto las de una bolsa que pesan 11 gramos. Si nosotros pudiéramos tener acceso a una balanza que mide el peso exacto, pero que sólo podemos usar una vez, ¿Se puede averiguar cuál de las bolsas tiene las monedas más pesadas?

Capítulo 8

Un comerciante que solo sabía multiplicar y dividir por dos decía tener la capacidad de multiplicar cualquier par de números naturales de dos cifras, a pesar de no saber las tablas. Como sus clientes no le creían, le preguntaron cuántos jabones había en el comercio, si tenía 97 cajas de 24 jabones cada una.

Esto es lo que hizo el comerciante: una tabla con dos columnas, una con el 97 y otra con el 24. En la columna del 97, iba haciendo divisiones enteras sucesivas por dos (es decir, que del resultado se toma la parte entera, sin importar los decimales), y en la columna del 24 hacía multiplicaciones por dos sucesivamente a medida que hacía las divisiones.

Cuando la división entera le dio uno, esta era la tabla:

97	**24**
48	48
24	96
12	192
6	384
3	768
1	1536

A continuación, tacho (o quitó) de la tabla las filas cuyo primer número era par:

97	**24**
3	768
1	1536

Finalmente, sumo los números de la segunda columna, obteniendo: 2328, que es el resultado de 97 x 24.

El problema consiste en saber cómo es que su método resulta efectivo.

Capítulo 9

Nota: en este capítulo no se planteó ningún "desafío" (quizás porque pretendían que sigamos pensando el anterior). Si bien se plantearon tres juegos, prefiero dejar en este espacio un problema de los programas anteriores (ver nota done se especificó que en esta guía solo se planteaban los desafíos).

Hace mucho tiempo, un capataz contrató a un jornalero para realizar un trabajo de una semana sobre alguna de las hectáreas de su dominio. El terrateniente propuso pagarle al jornalero con un lingote compuesto por siete piezas unidas de bronce, con la condición de darle una pieza después de cada día de trabajo. Para economizar esfuerzo, ¿cómo debería hacer el terrateniente para cumplir la propuesta haciéndole sólo dos cortes al lingote (es decir, si sólo puede establecer dos divisiones en el bloque de bronce)?

Capítulo 10

Nota: en este capítulo no se planteó ningún "desafío" (quizás porque se supone que las personas que no conocen la forma binaria de expresar los números todavía deberían seguir pensando el problema del capítulo 8). Si bien se planteó un juego, prefiero dejar en este espacio un problema de los programas anteriores (ver nota: se especificó que en esta guía solo se planteaban los desafíos).

4 personas deben cruzar un bosque de noche, pero solo cuentan con una linterna para atravesarlo. Cada persona tiene un ritmo distinto: la más joven, tardaría un minuto en cruzar el bosque; otra de las personas tardaría el doble: dos minutos en cruzar la distancia del bosque; una de las personas, más mayor, tardaría 5 minutos; y la más anciana, tardaría 10 minutos en cruzar el bosque. Si solo pueden cruzar el bosque hasta dos personas juntas con la linterna, ¿Cuánto es el tiempo mínimo que tardarían todas las personas en atravesarlo?

Capítulo 11

Dada la siguiente sucesión de símbolos:

¿Habrá alguna forma coherente de continuar la sucesión? ¿Cuál sería el siguiente símbolo?

Capítulo 12

Nota: en este capítulo no se planteó ningún "desafío", por lo que para mantener la estructura de un problema por capítulo, dejo planteado otro problema, ya mostrado en dos programas anteriores.

Un director de una cárcel estaba aburrido, y para divertirse, pide que le traigan tres prisioneros al azar. Cuando los reos se hacen presentes, él les dice:

"Ustedes tienen hoy la oportunidad de libertarse. Lo que deben hacer es muy sencillo; yo le pondré a cada uno alguno de estos sombreros. Como ven, hay tres blancos y hay dos negros. Cada uno podrá ver el sombrero de los demás, pero no el propio. Si alguno puede decir de qué color es el sombrero que tiene puesto, quedará libre. Pero si alguno falla, ese será condenado con la muerte. Por su puesto, pueden abstenerse de responder."

El director de la cárcel, que sólo quería divertirse, le pone a cada prisionero un sombrero blanco. Cuando le pregunta al primer prisionero, este mira a sus compañeros y responde "no sé", absteniéndose de dar una respuesta. Cuando le pregunta al segundo prisionero, este hace lo mismo: luego de mirar a sus compañeros contesta que no sabe. Y cuando le pregunta al tercer prisionero, luego de ver a sus compañeros, este contesta con una sonrisa "mi sombrero es blanco"…

¿Pudo haber una forma lógica a través de la cual el tercer prisionero estuviera seguro de lo que estaba diciendo?

Capítulo 13

Nota: en este capítulo no se planteó ningún "desafío", por lo que, para mantener la estructura de un problema por capítulo, dejo planteado otro problema, expuesto en un programa anterior (pero que no era un desafío).

"El problema de Monty Hall"

Imaginemos que estamos en un concurso de premios. Todo lo que tenemos que hacer es elegir una puerta entre tres. Solo una de ellas tiene el premio que queremos ganar, digamos, un auto nuevo. Una vez que hemos elegido una de las puertas, el presentador del programa nos muestra de las dos puertas restantes una en la que no está el premio, y nos da la opción de cambiar la puerta que elegimos por la otra que queda sin abrir. ¿Podemos afirmar que siempre es más conveniente (o no) cambiar la puerta elegida ante esta situación para intentar ganar el premio?

Temporada 4 (2011)

Nota

A partir de esta temporada, se toma el formato de realizar los problemas en las escuelas (o en lugares públicos) y se cambia la mecánica de todo el programa, pasando a constar exclusivamente de tres a cuatro juegos y/o problemas por capítulo (más la anécdota inicial de Adrián). Para mantener una nueva base regular, se tomarán dos problemas por capítulo (teniendo en cuenta que a lo largo de las temporadas algunos problemas se repiten, y otros no vale la pena expresarlos en papel por tener una naturaleza más práctica).

Cabe volver a destacar que la cantidad de problemas en los programas anteriores era variable, especialmente si no consideramos los juegos, por lo que se había adoptado la modalidad de tener un problema por programa para mantener una base regular.

Capítulo 1

A) Dados los siguientes ingredientes: zapallitos, papas, zanahorias, cebollas y arroz. ¿Cuántos guisos posibles pueden hacerse si como máximo se puede poner una unidad de cada ingrediente (asumiendo que el caldo está siempre)?

B) Tres amigos entran a un bar. Cuando terminan sus respectivas consumiciones, le piden a su mozo que les traiga la cuenta. La misma acusaba que debían pagar $25. Cada uno de los comensales aporto $10 pesos a la causa, y el mozo les dio de vuelto los $5 que ameritaba la situación. Cada uno de los compañeros se quedó con $1, y le dieron al mozo $2 de propina. El problema es el siguiente: si se resta lo que cada muchacho pagó menos lo que tuvo de vuelta, en suma se tienen $27 pesos (nueve pesos multiplicado por los tres amigos) y si a eso se le suma los $2 de propina para el mozo, se obtienen $29... ¿Falta un peso? ¿Dónde está la diferencia de dinero?

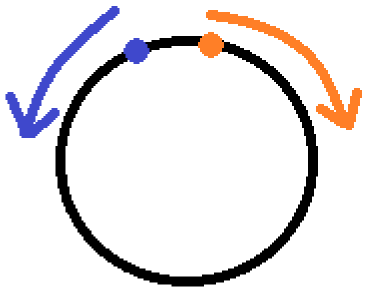
Capítulo 2

A) Supongamos que cinco personas se pesan de a pares en una balanza. Esto son los pesos que se obtuvieron al pesarse de a pares:

105, 112, 113, 115, 119, 120, 122, 127, 129 y 130.

Sabiendo que las cinco personas pesan distinto, ¿Se puede saber los pesos de las cinco personas?

B) Dos personas parten de una misma posición, en direcciones opuestas, y empiezan a darle vueltas concéntricas a un lago circular a la misma velocidad.



Si una de las personas le da cuatro vueltas al lago y la otra persona tres, ¿Cuántas veces se encuentran esas personas?

Capítulo 3

A) 5 personas tienen edades sucesivas (cada una dista un año de la otra, de manera que entre la menor edad y la mayor hay cuatro años de diferencia). Si la suma de las edades da 45, ¿Se puede saber la edad de las personas?

B) Hay una caja con menos de 100 bombones. Si trato de repartir los bombones entre 2 personas, me sobra 1. Si los trato de repartir entre 3 personas, me sobran 2. Si los trato de repartir entre 4, me sobran 3. Y si trato de repartir los bombones entre 5 personas, me sobran 4... ¿Cuántos bombones hay en la caja?

Capítulo 4

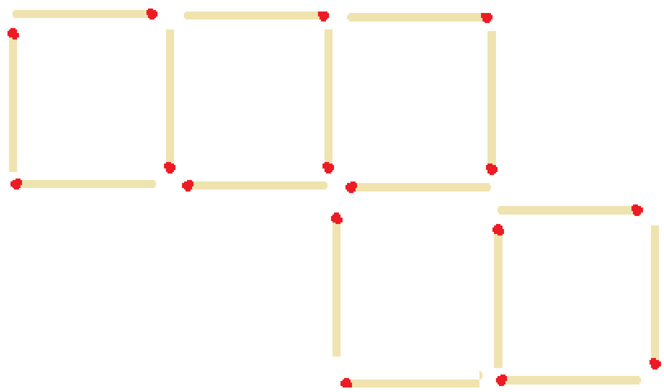
A) Supongamos que hay una ruta entre la Ciudad de Buenos Aires y Rosario. Por la misma pasan micros que van de Rosario a la Ciudad de Buenos Aires y viceversa. Los micros salen de ambas ciudades una vez por hora (al mismo tiempo), las 24 horas. Cada micro tarda tres horas y media en realizar el recorrido. La pregunta es, cuando un conductor se sube a un micro para hace un recorrido de una ciudad a otra, ¿Cuántos micros en la dirección contrario ve pasar el conductor?

B) Supongamos que se tienen tres monedas: una normal (tiene una cara y una cruz), otra que tiene dos caras y otra que tiene dos cruces. Si se agarrará una de las monedas al azar, y luego de lanzarla al aire cayera cara, ¿Cuál es la probabilidad de que al otro lado haya una cara?

Capítulo 5

A) Dos amigos se juntan para jugar a patear penales. Uno siempre ataja, y otro siempre patea. Luego de 100 penales ejecutados, el tirador acertó 85 de esos penales, es decir, alcanzó una efectividad del 85%. Si los siguientes penales que pateara fueran todos gol, ¿Cuántos penales más necesitaría para llegar a une efectividad del 90%?

B) Dados los siguientes cuadrados de lado igual a un fósforo,



¿Cómo se puede hacer para que moviendo (no sacando) dos fósforos queden solamente cuatro cuadrados del lado del fósforo?

Capítulo 6

A) En una universidad, los alumnos de un determinado año de una carrera se inscriben en alguno (pero solo uno) de estos tres cursos: matemática, física o química. En matemática se inscriben 7 alumnos, en física se inscriben 8 alumnos, y en química otros 9 alumnos. Lo particular es que cada vez que dos alumnos de cursos distintos se encuentran (digamos, en un pasillo de la universidad), ambos se cambian al curso al cual no están inscriptos ninguno de los dos. Con esta mecánica ¿Habrá alguna forma de que todos los alumnos queden inscriptos en un solo curso?

Nota: en este programa no hubo un segundo problema, sino que el resto fueron juegos. Para mantener la base regular de dos programas por capítulo (en esta temporada), agregó un problema de un programa anterior.

B) Un hombre miente los martes, jueves y sábados, y dice la verdad los lunes, miércoles, viernes y domingo. Una mujer le pregunta: "¿Qué día es hoy?", y el hombre le contesta "sábado". La mujer luego le pregunta "¿Qué día va a ser mañana?", a lo que el hombre contesta: “miércoles”.

Con estos datos ¿se puede saber con seguridad qué día es hoy?

Capítulo 7

A) Si 30 personas en una fiesta quisieran saludarse dándose la mano entre sí ¿Cuántas saludos ocurrirían si todos se saludaran con todos una vez?

B) Si un alumno tuviera que rendir un examen de opción múltiple de 10 preguntas, con 5 alternativas cada una de las cuales solo una es correcta, sin haber estudiado nada: ¿Cuál sería su probabilidad de sacarse un diez si cada pregunta vale un punto?

Capítulo 8

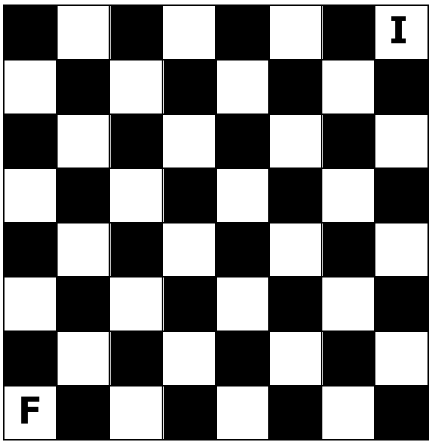
A) Dadas las siguientes proposiciones verdades:

- A los que les gusta ir al cine, les gusta el jugo de ananá.
- A los que se copian, les gusta ir al cine.
- A nadie que escribe con faltas de ortografía le gusta el jugo de ananá.
- Pedro escribe con faltas de ortografía.

¿Se puede afirmar lógicamente que Pedro se copia?

B)

Dado el tablero que se muestra a continuación, ¿Se puede trazar un camino que empiece en el cuadrado inicial (I) y termine en el cuadrado final (F), pasando por todos los cuadrados del tablero una vez y solo moviéndose a la izquierda o a la derecha (sin ir en diagonal)?



Capítulo 9

A) Un edificio de 25 pisos (sin contar la planta baja) está en obra, y su ascensor tiene una funcionalidad limitada; el mismo solo consta de dos botones: uno que permite subir siete pisos, y otro que permite bajar nueve. El botón tiene efecto siempre que la acción a ejecutar sea posible (por ejemplo, el ascensor no hace nada si se aprieta el botón de bajar en la planta baja). Dadas estas condiciones ¿Cómo se puede llegar al piso 17 partiendo desde planta baja? ¿Qué pasaría si el botón de subir permitiera subir 6?

Nota: los otros dos planteos del programa fueron juegos, por lo que se agrega a continuación un problema de un programa anterior.

B) Una mujer debe cruzar una de las dos puertas que tiene en frente, ya que la otra la conduce a una trampa. Con ella, hay dos hombres que pueden recomendarle por cual puerta cruzar, pero la mujer solo puede consultar a uno de ellos. La mujer sabe que el hombre que tiene a su derecha tiene un 50% de probabilidades de acertar la puerta correcta, y el hombre que tiene a su izquierda tiene un 10% de probabilidades para esto. Dadas estas condiciones ¿Qué le conviene hacer a la mujer para maximizar sus posibilidades de atravesar la puerta correcta?

Capítulo 10

A) Si una persona en un determinado lugar de la Tierra se traslada 100 km al sur, luego 100 km al este y finalmente 100 km al norte, esa persona termina en el mismo lugar donde empezó. ¿En cuántos lugares de la Tierra puede ocurrir esto?

B) 5 albañiles trabajando durante 5 horas pueden levantar 5 metros de pared. Si se necesitan levantar 10 metros de pared y se dispone de 10 horas para hacer ¿Cuántos albañiles se necesitan?

Capítulo 11

A) Dados cuatro equipos de fútbol, ¿Cómo se puede organizar un cronograma para que todos los equipos jueguen con todos exactamente una vez?

Nota: en este programa no hubo un segundo problema, sino que el resto fueron curiosidades. Para mantener la base regular de dos programas por capítulo (en esta temporada), agregó un problema de un programa anterior.

B) En un colegio, una clase de 100 alumnos debe rendir tres materias: matemática, física y química. En matemática aprobaron 70, en física aprobaron 75 y en química 80 personas. Dados estos datos, ¿Cuántos alumnos tuvieron que haber aprobado las tres materias como mínimo? ¿Y como máximo?

Capítulo 12

A) Dado un mazo con cuarenta cartas diferentes ¿De cuántas maneras puede ordenarse las 40 en una secuencia?

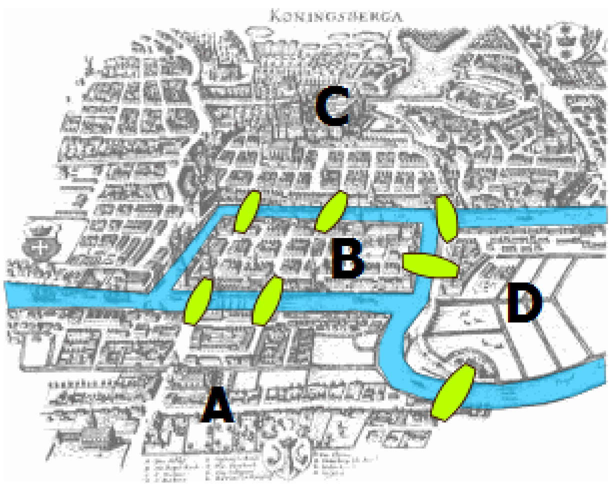
Nota: el segundo problema de este programa es demasiado parecido a uno ya presentado (el de los cinco albañiles, pero con tres gatos que cazan ratones), así que se eligió un problema de otro programa (que no fue escrito como desafío) para no ser reiterativo.

B) A un baile asisten 20 personas, contando hombres y mujeres. Luego del mismo, todas las chicas se reúnen para saber con cuantos muchachos bailó cada una. La primera de las chicas que empieza a hablar dice que bailó con 7 hombres, la segunda que habla comenta que bailó con 8, la tercera con 9 y así cada chica va contando con cuántos hombres bailó, siendo que cada vez que habla la próxima mujer, ella afirma haber bailado con un chico más que la anterior, hasta que la última cuenta que bailó con todos. Con estos datos, ¿Se puede saber cuántos hombres y cuantas mujeres había en el baile?

Capítulo 13

A) Un chico siempre va a su escuela caminando, y vuelve en bicicleta. Esto es porque su hermana, que va a la misma escuela, hace lo opuesto: siempre va a la escuela en bicicleta y vuelve caminando (por lo que el chico vuelve con la bicicleta que usó su hermana para ir). En suma, ir caminando y volver en bicicleta a la escuela desde la casa del chico (o hacer lo opuesto, ya que el recorrido a realizar es el mismo) toma 60 minutos. Un día, la hermana del chico se enferma, por lo que él va y vuelve a la escuela en bicicleta. La suma de tiempo que le toma hacer ambos trayectos es de 30 minutos. La pregunta es: ¿Cuánto tardaría el chico en total en ir y volver a la escuela si tuviera que hacer ambos tramos caminando?

B) Este mapa muestra a las islas A, B, C y D, separadas por agua y conectadas por 7 puentes.



¿Será posible hacer un recorrido partiendo de una isla cualquiera, pasando por todos los puentes una sola vez y volviendo a la isla original?

Temporada 5 (2012)

Capítulo 1

A) Una empresa produce botellas con tapas de cuatro colores: rojo, azul, verde y amarillo. La empresa empieza un concurso que consiste en lo siguiente: si alguien consigue tener cuatro tapas de botella del mismo color o cuatro tapas de botella de distintos colores, gana un premio. ¿Cuántas botellas se deben comprar como mínimo para asegurarse de ganar ese premio si las botellas a comprar se eligen al azar?

B) Si se tiene una balanza de platillos, una lata y pesas de 1 Kg, 3 Kg, 9 Kg y 27 Kg, ¿Se puede asegurar que la lata pesa 32 kg?

Capítulo 2

A) Dos personas están totalmente cubiertas por mantas que no dejan ver ni sus rostros. La primera persona tiene un cartel que dice "varón" y la segunda persona tiene un cartel que dice "mujer". Se sabe que uno de ellos es un varón y la otra persona es una mujer, y también se sabe que al menos uno de los dos miente. ¿Se puede saber con esta información quién es el varón y quién es la mujer?

B) ¿Cómo se pueden cortar 7 alfajores para dividirlo entre 12 personas de forma equitativa?

Capítulo 3

A) Dado un mazo de cuarenta cartas (diferentes) ¿Cuántas combinaciones de tres cartas son posibles?

B) Se tienen tres cajas, cada una con dos bolillas. Una de las cajas tiene una bolilla verde y otra amarilla, otra caja tiene dos bolillas verdes y la restante tiene dos bolillas amarillas. Cada una de las cajas tiene un cartel que indicaría el contenido de la misma, pero todos los carteles que tienen las cajas están equivocados. Dados estos datos, y si solo se puede sacar una bolilla de una caja ¿Cómo se puede hacer para reordenar los carteles adecuadamente?

Capítulo 4

A) Si se tienen cuatro medias en un cesto opaco: dos rojas y dos negras, y se sacan dos medias al azar ¿Es más probable que salgan dos medias del mismo color o de distinto color?

B) En una pizzería muy particular, el precio de la pizza se determina en base a la superficie que cubre la misma. Si una pizza circular de radio de 15 cm cuesta \$50, ¿Cuánto debería costar una pizza de 30 cm en función del área?

Capítulo 5

A) ¿Cuántas formas posibles hay de sacar póquer con 5 dados (es decir, que salgan cuatro del mismo número y uno diferente al arrojarlos)?

B) ¿Cuánto pesan \$100.000 en billetes de \$2? (Problema de Fermi o de estimación)

Capítulo 6

A) Nota: para este problema se consideran exclusivamente las siguientes "reglas" en el tenis (ignorar el resto):

- Ganar un punto es ganar un game.
- Cuando se gana un game, el saque próximo lo hace la persona que no había sacado en el game anterior.
- Quebrar el saque significa que la persona que sacó perdió el punto.

Miranda y Rosemary jugaron un set de tenis, que terminó 6-3 a favor de Miranda (es decir, Miranda ganó 6 games a 3). Si en el set se quebró el saque cinco veces ¿Quién sacó primera?

B) ¿Cuántas cajas de 50 cm de lado (50 cm de largo, por 50 cm de alto, por 50 cm de ancho) llenas de monedas de 50 centavos se necesitan para que sacando las monedas y apilándolas en una fila vertical se logre una "torre" de monedas tan alta como el obelisco (aproximadamente de 70 metros)? (Problema de Fermi o de estimación)

Capítulo 7

A) En una carrera de atletismo alrededor de una pista circular, 10 corredores están compitiendo. Si un corredor pasa al que está segundo, ¿En qué posición está?

B) Dados los números naturales del 1 al 6, ¿Se pueden ordenar estos números, empezado con el 1, de tal manera que las diferencias entre cada par de números consecutivos sean diferentes? (por ejemplo, si los números se ordenaran así: 1; 2; 3; 4; 5; 6, la diferencia entre cada par de números consecutivos siempre es 1).

Capítulo 8

A) Franco y Pablo tienen en sus remeras escrito un número natural. Cada uno puede ver su propio número, pero no pueden ver el de su compañero. En un pizarrón, que ambos pueden ver, una tercera persona escribe dos números: 11 y 17. Franco y Pablo saben que uno de esos números es la suma de los números que ellos tienen en sus remeras respectivamente, y el otro es un número cualquiera. Cuando la persona que escribió los números en el pizarrón le pregunta a Franco si puede saber el número de su compañero, el asegura que no puede saberlo. Pablo escucha esta respuesta, y cuando la persona del pizarrón se vuelve para preguntarle a él si puede conocer el número de su compañero, él mira el número 3 escrito en su propia remera, y contesta con toda seguridad que si puede responder. ¿Cuál es la respuesta que dio Pablo (que es correcta)?

B) Dados los primeros diez números naturales ordenados de la siguiente manera:

4 3 7 1 10 8 6 9 2 5

imaginemos que jugamos el siguiente juego con un amigo: cada uno debe elegir cinco números de entre los diez, con el objetivo de hacer la mayor suma posible. En cada turno, cada uno puede elegir solamente alguno de los dos números que se encuentran en los extremos (por ejemplo, en el primer turno, solo se puede elegir el 4 o el 5). Que quede claro que cada uno sólo puede elegir un número por turno, y que cuando termina el turno de uno continúa el otro.

Dadas estas condiciones ¿Se puede formar una estrategia para no perder nunca? ¿Esa estrategia puede servir independientemente del orden que tengan los diez números?

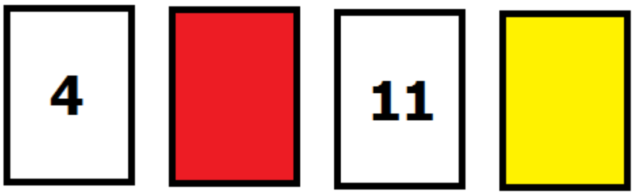
Capítulo 9

A) ¿Cuántas combinaciones se pueden elegir para cerrar un candado de cuatro rotores? ¿Y cuántas de esas combinaciones se pueden utilizando números distintos en cada rotor? ¿Y cuántas combinaciones hay que tengan al menos un dígito repetido?

B) A dos sujetos de prueba les dan 9 botellas con agua, y les dicen que una de ellas está contaminada, y enfermará a quién la beba 7 días después de haberla consumido. Si ambos sujetos de prueba tienen 9 días para probar las botellas, ¿Cómo se puede definir una estrategia para determinar cuál es la botella contaminada?

Capítulo 10

A) A un fabricante de cartas se le pide que diseñe un mazo con una sola condición: que detrás de cada 11, el otro lado de esa carta sea amarillo. Dadas las siguientes cartas:



si se sabe que todas las cartas tienen un número de un lado y un color del otro, ¿Cuáles habría que dar vuelta como verificación de que el fabricante cumplió esta condición?

B) Dada una canilla que se puede accionar para que salga agua, un bidón de 5 litros y un bidón de 3 litros, ¿Cómo se pueden obtener 4 litros de agua?

Capítulo 11

A) Imaginemos que estamos frente a dos cofres cerrados. Sabemos que uno está lleno de dinero y el otro está vacío. Cada cofre es custodiado por un guardián: uno de ellos siempre dice la verdad y el otro siempre miente, pero no se puede saber cuál es cuál. Si sólo podemos hacerle una pregunta a un solo guardián ¿Qué deberíamos preguntarle a algún guardián para estar seguros de cuál de los dos cofres es el que tiene el dinero?

B) Ariel tiene dos cartas rojas, Benjamín dos cartas azules y Carlos dos cartas verdes. Ellos deciden intercambiarse las cartas de tal forma que ninguno de ellos se quede con alguna de las cartas que tenía originalmente, y tampoco que se queden con dos cartas del mismo color. Para una cuarta persona que sabe todo esto, pero que no vio el intercambio en sí, ¿Cuántas cartas y de quién debería ver para poder saber con qué cartas se quedó cada uno?

Capítulo 12

A) Dos trenes están sobre la misma vía, separados por 100 km, y con sus locomotoras en direcciones opuestas. Una mosca reposa sobre el frente de la locomotora de uno de los trenes. Cuando ambos trenes salen al mismo tiempo a su encuentro, a 50 km/h, la mosca empieza a volar en dirección al otro tren a 75 km/h, y al entrar en contacto con este vuelve a cambiar su dirección, y así sucesivamente cada vez que vuelve a tocar un tren. Cuando la mosca muera aplastada por el impacto de los dos trenes ¿Cuánta distancia habrá recorrido?

B) Dada una balanza de dos platillos desbalanceada, una pesa de 1kg, y mucho arroz, ¿Cómo se puede hacer para pesar exactamente un kilogramo de arroz?

Capítulo 13

A) Un taller mecánico solo se dedica a cambiar todas las ruedas de los vehículos que se atiende. En el plazo de un mes, entre autos y motos, se cambiaron todas las ruedas de 40 vehículos, y los neumáticos en total reemplazados fueron 106. ¿Cuántos autos y cuántas motos atendió el taller?

B) Dados dos libros, se sabe que en al menos uno de ellos hay un señalador. ¿Cuál es la probabilidad de que en ambos halla un señalador?

Temporada 6 (2013)

Capítulo 1

Nota: el problema A) es bastante diferente al planteado originalmente en el programa, ya que se entiende que el problema planteado en el programa era inconsistente.

A) Hay tres frascos mal rotulados entre sí: A, B y C. Cada uno de los frascos tiene una etiqueta equivocada. Es decir: el frasco con la etiqueta A no es el que contiene la sustancia A: puede ser que tenga la sustancia B o C, y así con cada uno. A su vez existen otro grupo de tres frascos mal rotulados entre sí Anti-A, Anti-B y Anti-C. Cada sustancia "Anti" no es compatible para mezclarse de forma homogénea con la sustancia que indica después del prefijo que le da el nombre (por ejemplo: Anti-A no puede mezclarse homogéneamente con A), pero sí con el resto.

El problema consiste en rotular bien todos los frascos, con la condición de que no se pueden mezclar más de dos sustancias en una misma mezcla (no habiendo a priori un límite con respecto a la cantidad de mezclas que se pueden realizar en total). A su vez, la mezcla debe ser siempre de una sustancia del primer grupo mencionado con otra sustancia de las "Anti", ya que sólo se conoce como propiedad la homogeneidad entre mezclas de los primeros frascos con los segundos (para los casos donde la mezcla no se da de una sustancia con su respectivo "Anti").

B) Hay peces en una laguna. Se pescan 100 peces con una red, y se los marca con pintura indeleble y permanente, luego de lo cual se los devuelve al agua sanos y salvos. Tres días después, asumiendo que los peces que fueron pintados se hallan indistinguiblemente mezclados con el resto, que no murió ni nació ningún pez, y que no es más probable pescar a un pez sobre otro, calcular la cantidad probable de peces en la laguna si al volver a pescar 100 peces con una red, sólo 20 de los peces pescados están marcados con pintura.

Capítulo 2

Nota: el problema A) es diferente a planteado en el programa, porque el mismo se entendió como inconsistente (planteo incoherente, y respuesta injustificada). A su vez, el problema B es diferente al segundo problema planteado en el programa, ya que este último tenía un sentido más "práctico" (no tiene demasiado sentido presentarlo como juego en el papel)

A) Una persona pone una moneda de oro en un cofre vacío. A continuación, una vez por minuto, empieza a agregar una cantidad de monedas igual a la que ya hay en el cofre: luego del primer minuto, agrega una nueva moneda, porque antes había una sola. Luego del segundo minuto, agrega dos monedas, porque antes de que se cumpliera ese minuto había dos. Pasado el tercer minuto agrega cuatro, pasado el cuarto minuto agrega ocho monedas, y así sucesivamente. El cofre se llenó exactamente a las 11:23 a.m. ¿A qué hora el cofre tenía la mitad de las monedas?

B) En una región el 99% de los árboles son pinos, habiendo un 1% de eucaliptos. Se tala una cantidad de pinos tal que ahora el porcentaje de pinos es 90%. ¿Se talo poco o mucho de la vegetación total?

Capítulo 3

A) Considerar los siguientes rectángulos, siendo a, b, c y d las longitudes indicadas en la figura.

Indicar si el rectángulo negro tiene más área que el rectángulo rojo.

B) Se tiene la siguiente disposición de una torre de ajedrez:

Asumiendo que la torre sólo puede moverse a la derecha o hacia arriba, la idea es hacer que la torre llegue hasta la esquina opuesta del tablero con respecto a donde se encuentra actualmente. Esto es un juego de dos personas, donde cada uno realiza un movimiento con la torre por turno, y gana quien realiza el movimiento que permite llegar hasta la esquina indicada.

Diseñar una estrategia para poder ganar siempre en este juego.

Capítulo 4

A) Un libro está dividido en varios tomos, cuyas páginas son todas correlativas a lo largo de los tomos. Al agarrar el tomo dos del volumen, se ve que la primera página es la 183. El número de la contratapa está compuesto por esos mismos números: 1, 8 y 3. La pregunta es ¿Cuál es el número de la última página de dicho tomo? Y además ¿cuántas páginas hay en dicho tomo?

B) El problema de la Leyenda del Ajedrez. El ajedrez no fue un juego inventado espontáneamente por una sola persona, pero hay una leyenda que así lo afirma. Un rey aburrido pidió a los habitantes de su reino que diseñaran un juego para su entretenimiento. Luego de descartar muchas posibilidades, el rey quedo maravillado con una propuesta de un joven aldeano: el ajedrez. Para recompensar su ingenio, el rey le dijo al aldeano que le pidiera lo que quisiera. El aldeano, que no quería quedar como codicioso ni comportarse de forma grosera frente a tal suprema figura de autoridad, pero tampoco quería desaprovechar semejante oportunidad única, le contestó al rey que quería:

"un grano de arroz por el primer casillero del tablero, dos granos de arroz por el segundo casillero, cuatro granos de arroz por el tercer casillero, ocho granos de arroz por el cuarto, y así sucesivamente…"

El rey se mostró muy extrañado por semejante pedido, que consideraba minúsculo, y mandó a uno de sus súbditos a que trajera "una bolsa de arroz con los granos pedidos". Luego de una inesperada demora, el vasallo regresó con el Rey muy temeroso, informando que no se contaba con el arroz suficiente en la cocina para completar el pedido. El rey, a punto de ordenar el asesinato del vasallo, pidió a otro súbdito que fuera a buscar a los graneros el arroz que hiciera falta.

Varios incómodos minutos más tarde, el otro vasallo volvió al rey con una amedrentadora mirada de pánico y cuatro enormes bolsas de arroz. "Su majestad, he cargado todo lo que he podido, pero aún falta mucho más para cumplir con lo pedido". El rey, atónito y perplejo, llamó ahora a uno de sus consejeros para que le informará cuánto arroz se necesitaba efectivamente para recompensar al joven.

El consejero terminó por contestarle al rey que "Jamás este reino ni ningún otro podrá ofrecer esa cantidad de granos".

Calcular cuántos granos de arroz estaba pidiendo el joven.

Capítulo 5

A) Sea la siguiente sucesión de símbolos:
*****++++++++

¿Se pueden intercalar signos "+" y signos "*" dejando los símbolos de los extremos fijos de tal forma que la cantidad de "saltos" de signos "+" a signos "*" sea un número par?

Por ejemplo, en la disposición inicial:
*****++++++++

hay un sólo salto de signos "*" a signos "+". En la siguiente disposición modificada:
****+*+++++++

Hay tres "saltos" de un signo a otro. En ambos ejemplos, la cantidad de saltos es impar.

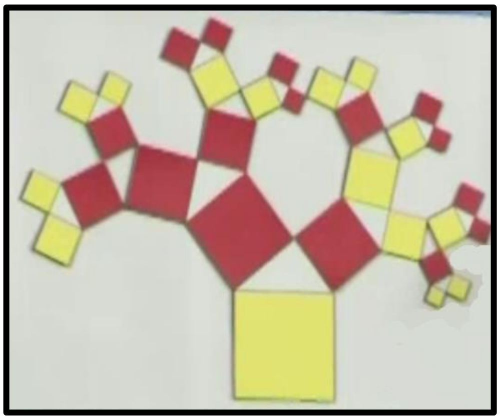
B) Siete personas llegan a una reunión. Cada una está vestida de un color diferente, y porta 6 banderines de su correspondiente color. Cada par de personas de la reunión que se conoce intercambian banderines: es decir, cada uno le regala un banderín de su color al otro. En caso de que un par de personas no se conozca, entonces no hay intercambio alguno.

Suponiendo que cada persona tuvo oportunidad de verse con todo el resto, indicar si es posible que cada persona haya terminado con una cantidad diferente de banderines de color ajeno al propio.

Capítulo 6

A) Dos personas van a jugar al siguiente juego: cada uno tira un dado, y gana el que alcanza el mayor número. ¿Quién debería tirar primero para tener mayores probabilidades de ganar?

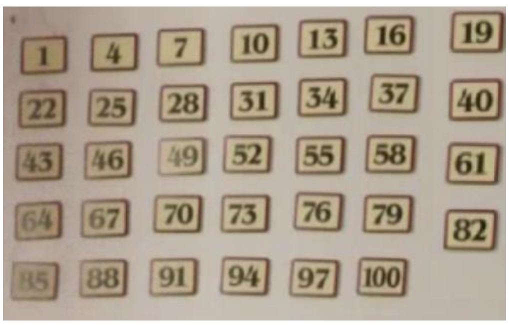
B) Dada la figura:



Sabiendo que todos los triángulos en la misma son rectángulos, y que todos los cuadriláteros de colores rojo y amarillo son cuadrados de lado igual al lado del triángulo al que se encuentran anexos, indicar cuál color cubre mayor área: el rojo o el amarillo.

Capítulo 7

A) ¿Se pueden elegir 19 números de la siguiente lista tales que en dicho conjunto reducido no exista ningún par de números que sume 104?



B) Dado el siguiente número:
12.341.234.123.412.341.234.123.412.341.234
¿Cuáles cifras deberían tacharse para que quede el número más grande posible?

Capítulo 8

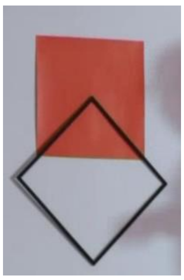
A) Considerar los siguientes libros en una estantería:

Asumiendo que un libro tiene 5 cm de ancho por sus páginas y 0.5 cm de ancho por cada una de sus tapas, indicar cuánto ancho cubriría una termita si empezara por comer la primera tapa del primer libro (el primero de izquierda a derecha) y terminar por comer la contratapa del último libro (el que está más a la derecha).

B) Considerando que se tienen dos cuadrados iguales en la figura:

(uno de naranja sólido, y otro de borde negro), calcular la relación entre el área del cuadrado más chico, formado por la intersección de los otros dos cuadrados, y los cuadrados más grandes.

¿Y cuál es la relación entre el área del triángulo de la siguiente figura y la del cuadrado naranja?



Capítulo 9

A) De un grupo de 20 cartas españolas diferentes (donde no hay ochos o nueves) de sólo dos palos, se toman 3. ¿Es más probable que haya o no una figura (es decir, un rey, un caballo o una sota)?

B) Hay tres cajas, cada uno con un cartel. Sólo una tiene dinero, y es la que interesa abrir:

"El dinero NO está aquí" "El dinero NO está aquí" "El dinero está en la caja 2"

Sabiendo que sólo uno de los carteles no es falso, indicar en qué caja está el dinero.

Capítulo 10

A) Dos personas tienen una bolsa de pelotas cada uno con igual cantidad de pelotas. ¿Cuántas pelotas debe darle una persona a otra para que el receptor tenga en su bolsa 10 pelotas más que el emisor?

B) Un camión debe recorrer 300 km, y la única estación para cargar nafta está al inicio del trayecto. El consumo del camión es 1l/km, indefectiblemente de la velocidad (es decir, cada 100 km recorridos gasta exactamente 100 litros de nafta). Asumiendo que el camión tiene un tanque de nafta de 100 litros, y el conductor del camión sólo tiene espacio para comprar un único bidón de 100 litros (adicional a la nafta del tanque), indicar como podría el camión recorrer los 300 km.

Capítulo 11

A) Se tiene un chocolate como el de la figura:

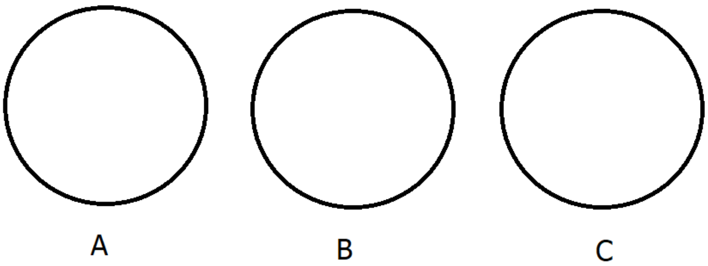
Hay un juego entre dos oponentes que consiste en partir el chocolate (respetando las líneas divisorias de las "filas" y las "columnas", es decir, no se puede quitar de a un bloque en principio -por ejemplo-) y dárselo al contrincante con el objetivo de ser el último en partir el pedazo restante (siendo que lo que se pasa al contrincante es siempre el pedazo de chocolate más grande como resultado de la división).

Diseñar una estrategia para ganar siempre a este juego.

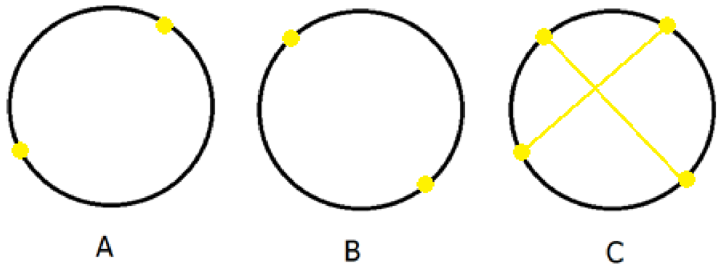
Una variante del juego es que el chocolate debe dividirse hasta que esté completamente fragmentado (los bloques que lo componen queden sueltos). En este caso también se deben respetar las líneas divisorias, pero los contrincantes no se "pasan" el pedazo más grande restante, sino que todo el chocolate "queda en la mesa" y gana el que realiza la última división.

Diseñar una estrategia para ganar siempre la variante del juego.

B) Dadas las tres circunferencias A, B y C:



Si se eligen dos puntos cualesquiera de la circunferencia A, y dos puntos cualesquiera de la circunferencia B, ¿Cuál es la probabilidad de que al superponer los segmentos que unen cada par de puntos elegidos sobre la circunferencia C, dichos segmentos se corten? Como por ejemplo lo que ocurre aquí:



Capítulo 12

A) Se desea averiguar de un par de individuos: A y B, quienes son mentirosos, considerando que aquellos que son mentirosos siempre mienten siempre, y aquellos que no lo son siempre dicen la verdad. Para ello, se realiza una sola pregunta, que es respondida exclusivamente por B:

- ¿Ustedes dicen la verdad o mienten?
B: al menos uno de nosotros miente.

¿A es mentiroso? ¿Y B?

B) Durante la construcción de la Ciudad de Buenos Aires, siguiendo la estructura española de las cuadras en damero y la plaza central rodeada de los edificios principales, surgieron iglesias circundantes a estas plazas para la mayoría de los barrios insurgentes. El sonar de la campana era bastante similar para las diferentes iglesias icónicas de los barrios, por lo que se decide diferenciarlas por el momento del domingo donde suenan para convocar a misa a los feligreses cercanos, es decir, diferenciarlas por cuál suena primero.

Suponiendo que hay sólo cuatro campanas, ¿de cuántas maneras se puede hacer sonar todas las diferentes campanas en secuencia?

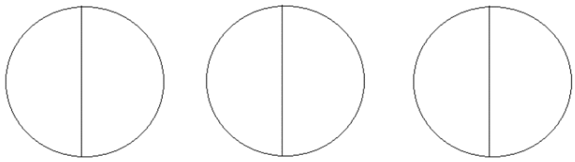
Capítulo 13

A) Hay 5 personas: A, B, C, D y E. Si A y B siempre deben estar uno al lado del otro ¿de cuántas formas posibles pueden ordenarse las personas en una fila manteniendo esta restricción?

B) Una persona con una enfermedad crónica está sometida a un muy estricto tratamiento de por vida: debe tomar dos pastillas por día: una del medicamento A y otra del medicamento B. Las pastillas de ambos medicamentos son exactamente iguales en todo aspecto, salvo por el hecho de que se guardan en frascos separados.

La persona, por equivocación agarra dos pastillas del frasco de A y una pastilla del frasco de B, y las deja en la mesa. Ahora, el problema es que ya no se sabe, de las pastillas que están en la mesa, qué pastilla es de A y qué pastilla es de B, ya que la persona no recuerda qué cantidad de pastillas había originalmente en ambos frascos, así como tampoco está seguro si es que en los frascos había igual cantidad de pastillas antes de que agarrara las que puso en la mesa.

¿Cómo podría hacer entonces la persona para continuar tomando el medicamento correctamente sin tirar las pastillas que están en la mesa, asegurando que cada día toma una pastilla de A y otra de B?



Temporada 7 (2014)

En esta temporada se inaugura "Programados: Planteos de Programación", una sección con problemas de algoritmos para aprender los conceptos más elementales de la programación. Aunque no se sabía a priori que esta sección iba a existir (ya que los planteos son resueltos a medida que se van viendo las temporadas), ya fueron presentadas algunas resoluciones a planteos anteriores utilizando código en lenguaje C (es decir, ya se han mostrado algoritmos en las soluciones).

En todos los casos de la sección, la idea será encontrar un algoritmo (antes llamado, "estrategia") para hacer que un "robot" se mueva por un tablero cuadriculado para alcanzar algún objetivo, contando con las siguientes instrucciones para manejar al robot:
- moverse un casillero en el tablero en la dirección actual;
- girar a la derecha;
- girar a la izquierda;
- tomar el objeto del casillero actual; y
- dejar el objeto agarrado en el casillero actual (en la dirección actual).

La idea para la resolución de estos planteos será utilizar un pseudocódigo, es decir, un conjunto de sentencias legibles para expresar un algoritmo, pero que no pertenecen a ningún lenguaje de programación. Las correspondientes sentencias de pseudocódigo para las instrucciones dadas serán:
- `avanzar`
- `derecha`
- `izquierda`
- `levantar`
- `dejar`

Notar que cuando el robot levante algo, lo levantará en la dirección de su posición actual (indicado por una flecha), y sólo lo podrá levantar cuando esté en el mismo casillero que el objeto a levantar. Por otro lado, no hay límite en la cantidad de cosas que el robot puede levantar.

Por otro lado, las instrucciones auxiliares (no obligatorias para resolver el problema, pero sí para hacerlo más elegante) son:

- repetir n veces
  (pseudocódigo a repetir)
  terminar de repetir;
- NOMBRE: (darle un nombre particular a un grupo de instrucciones para usarlas más tarde)
- NOMBRE (usar las instrucciones guardadas bajo un nombre en particular)

Que se abreviarán:

- `RN`

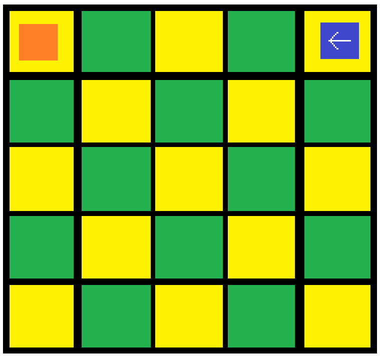
  `RF`
- `NOMBRE:`
- `NOMBRE`

Cada uno de los planteos de programación será incluido como el desafío "B" de la base regular tomada para los programas, y con el correr de los capítulos se va volviendo algo más complejo el conjunto de sentencias a escribir.

Capítulo 1

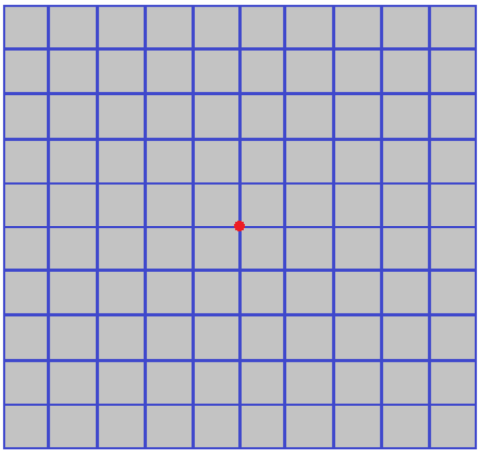
A) Hay tres cajas: una con caramelos, otra con chupetines y otra con chocolates. Cada una de las cajas se encuentra mal rotulada. Es decir, la caja con la etiqueta que dice "chupetines" no tiene chupetines, y así con cada una. Abriendo una sola de las cajas, indicar como pueden rotularse bien las cajas.

B) Indicar un algoritmo (con las sentencias dadas) para que el robot (azul) levante el sombrero naranja:

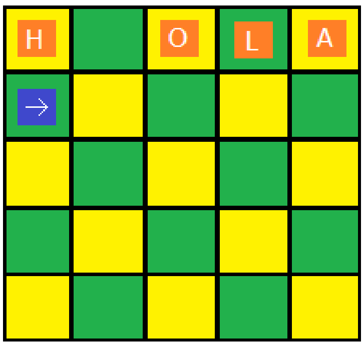


Capítulo 2

A) Suponiendo que la siguiente cuadricular regular (todos los cuadrados son exactamente iguales) representa una sección de una ciudad, indicar todos los puntos que están a tres cuadras del punto rojo.

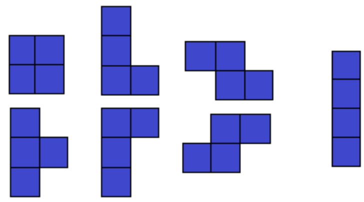


B) Indicar un algoritmo (con las sentencias dadas) para que el robot (azul) mueva la letra "H" de tal forma que puede leerse de forma correlativa la palabra "hola".

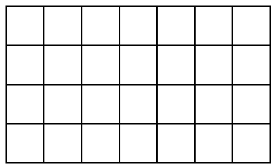


Capítulo 3

A) Con las siguientes fichas

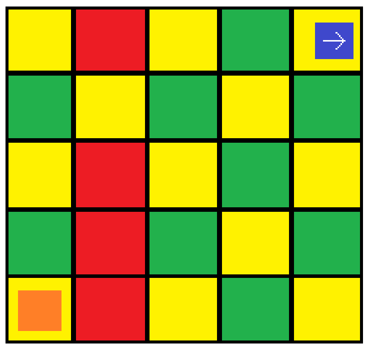


Intentar llenar el siguiente tablero:



o mostrar que no es posible.

B) Indicar un algoritmo (con las sentencias dadas) para que el robot (azul) levante el sombrero naranja, sin pasar por los casilleros marcados en rojo:

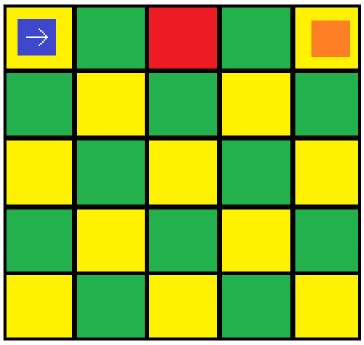


Capítulo 4

A) Indicar como formar un triángulo escaleno (todos sus lados tienen distinta longitud) usando la menor cantidad de fósforos posibles.

Ayuda: una condición necesaria para formar un triángulo es que la longitud de cada lado debe ser menor que la suma de las longitudes de los lados restantes.

B) Indicar un algoritmo (con las sentencias dadas) para que el robot (azul) levante el sombrero naranja, sin pasar por los casilleros marcados en rojo:



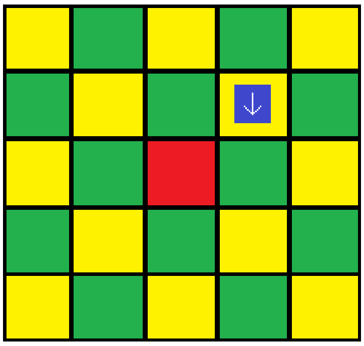
Capítulo 5

A) Una calculadora tiene dos teclas intercambiadas. Sabiendo el resultado de las siguientes operaciones utilizando la calculadora defectuosa:

6 + 8 = 14
2 + 5 + 6 = 15
1 + 2 + 3 + 8 = 12

indicar cuáles son las teclas que están intercambiadas.

B) Indicar un algoritmo (con las sentencias dadas) para que el robot (azul) de una "vuelta" alrededor del cuadrado rojo y vuelva a su posición original.



Capítulo 6

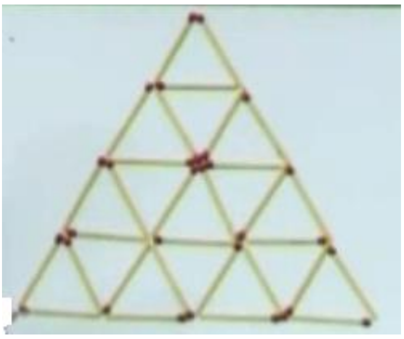
A) Se va a desarrollar la siguiente carrera de 100 metros: una liebre y una tortuga correrán según el valor obtenido al tirar un dado sucesivamente. Si sale 1, 2, 3 o 4, entonces la tortuga se moverá esa cantidad de metros. En cambio, si sale 5 o 6, será la liebre la que se mueva esa cantidad de metros. En estas condiciones, ¿tiene más ventaja la liebre o la tortuga?

B) En este capítulo no hubo planteo de programación, así que se deja el siguiente problema.

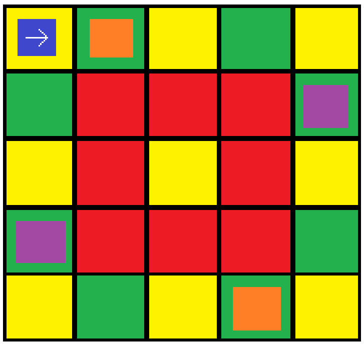
Una muralla divide completamente dos ciudades: la ciudad del norte y la ciudad del sur. Un hombre que nació en la ciudad del sur dijo "yo he cruzado esta muralla 999 veces". ¿Estaba del lado del norte o del lado del sur cuando dijo eso? (asumiendo la afirmación como verdadera)

Capítulo 7

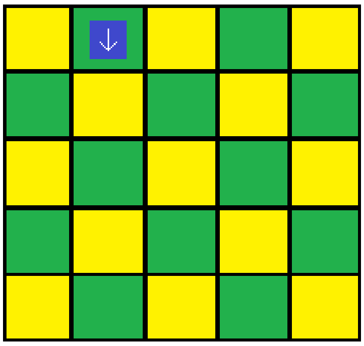
A) ¿Cuántos triángulos hay en la figura? ¿Cómo se puede sacar la menor cantidad de fósforos para que no queden triángulos?



B) Indicar un algoritmo (con las sentencias dadas) para que el robot (azul)



sin tocar los cuadrados rojos, y levantando todos los sombreros (cuadriláteros violetas y naranjas) termine en la siguiente posición:



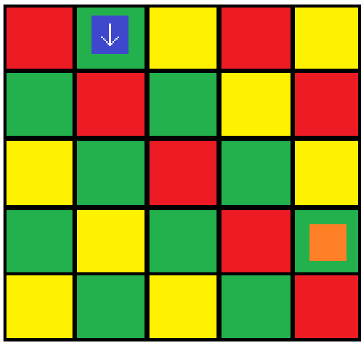
Capítulo 8

A) Dadas las siguientes 20 monedas:

el juego consiste en que dos personas saquen monedas de la "circunferencia" consecutivamente. Se pueden sacar o bien una sola moneda por turno, o bien dos, pero en este último caso las mismas deben ser consecutivas. Quién saca último, gana.

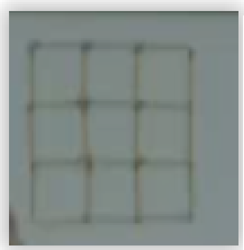
Diseñar una estrategia para ganar siempre en este juego.

B) Indicar un algoritmo (con las sentencias dadas) para que el robot (azul) levante el sombrero naranja, sin pasar por los casilleros marcados en rojo



Capítulo 9

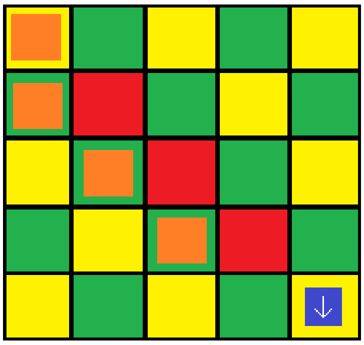
A) Indicar cómo remover cuatro fósforos para que sólo queden "5 cuadrados".



B)

Dado el siguiente algoritmo:

```
POSICIONINICIAL: derecha, avanzar, avanzar, derecha
AGARRAR1: avanzar, levantar, izquierda, avanzar, derecha
AGARRAR2: avanzar, levantar
REPOSICIONAR: dejar, avanzar

POSICIONINICIAL
R2
      AGARRAR1
RF
R2
      AGARRAR2
RF

derecha
R4
      avanzar
RF

derecha
R4
      REPOSICIONAR
RF
```



Indicar que hace y la posición final del robot.

Capítulo 10

Nota: este capítulo no está disponible para su visualización, y no parece haber sido emitido por televisión. Al enviar un correo al equipo del Canal Encuentro (o mejor dicho, luego de esperar semanas a que contesten alguno de los varios mensajes que se enviaron preguntando por este asunto, e indicando por otra parte errores en la forma en que los links enlazaban a sus correspondientes capítulos en algunos portales) la respuesta oficial fue que "no era posible acceder al contenido por una cuestión de *derechos*", sea lo que sea que signifique eso. En cualquier caso, con lo que costó obtener una respuesta, se prefiere no seguir insistiendo: no se puede exhibir y punto, eso es todo.

Por supuesto, ante estas situaciones lo menos que se puede hacer es protestar. Pero la protesta poco puede llegar a tener que ver con cualquier tipo de acto vandálico o violento, sino que el espíritu de la misma es una manifestación vehemente de disconformidad y oposición a una pauta establecida, y para generar contagio en otros y promulgar un cambio en favor de la postura opuesta a la vigente, lo mejor es realizar alguna acción que demuestre esa posición, pero que también considere las necesidades y voluntades de terceros, para que pueda ser absorbida y no repudiada (una protesta que genera rencor crea el efecto contrario al deseado, porque hace creer que la transmisión de la idea diferente es en realidad solo el exabrupto de una equivocación, y si tiene algún efecto esta forma de manejarse es más por un miedo político de que dicha conducta prepotente se repita con sus respectivas consecuencias que por un adhesión a la idea).

He aquí la síntesis de lo que se propone como protesta: en vez de alentar a ver el programa como se comentó en el prólogo, se dejará en la sección correspondiente a este capítulo los desafíos de la anterior temporada y la presente (hasta el capítulo corriente, no inclusive por supuesto) que se omitieron para mantener una base garantizádamente regular de desafíos.

Es más: se le aclara al lector que no a lo largo de todas las temporadas se juntan tantos desafíos incomunicados. Esto es para que no se dé la idea de que por leer este texto no se está teniendo una noción representativa de los desafíos exhibidos en el programa (aunque claro, no se tiene una idea acaba del mismo, especialmente por las eventuales anécdotas de Adrián: quizás lo más enriquecedor).

Así se logra un efecto exuberante por la cantidad de desafíos, trasgresor por romper la base regular, temerario por desalentar (aunque sólo temporalmente, y para esta temporada) la visualización del programa y envolvente para el público receptor con el objetivo de fijar la idea de la protesta.

Poéticamente y al margen, sólo por casualidad esa cantidad de desafíos (pudiendo omitir algún planteo considerado más como "juego") coinciden con la cantidad promedio de minutos negados por la exhibición del capítulo, y con las letras del alfabeto español (entendería que nadie creyera que esto no fue hecho adrede, pero allí están los capítulos para verificarlo – ¿se ve a que se refiere con el desaliento "temporal"?-).

A) 4.378.734 es un número "capicúa" (se lee igual del derecho que del revés). ¿Cuál es el número capicúa más cercano al mismo que es mayor que él? ¿Y cuál sería el siguiente a ese (más cercano mayor a él)?

B) Tomar los primeros 19 números y multiplicarlos entre ellos, con la condición de que para los números de dos cifras el producto debe hacerse entre sus propias cifras. Es decir, deben multiplicarse 1 x 2 x 3 x 4 y así sucesivamente, pero para los números 16, 17, 18 y etcétera, el producto debe ser de sus respectivas cifras: 1x6 para el 16, 1x7 para el 17, y así.

C) El lobo, el ganso y la bolsa de maíz. Este problema es muy conocido y tiene todo tipo de variantes. Aquí va una. Un granjero debe cruzar de una isla a otra con un lobo, un ganso, y una bolsa de maíz. En su presencia, ambos animales se mantienen inmutables, pero apenas el granjero se aleje, los animales empezarán a seguir sus instintos: el ganso empezará a comer de la bolsa de maíz, y el lobo querrá comerse al ganso.

Para cruzar de una isla a la otra con sus tres posesiones, el granjero cuenta con un bote. Desgraciadamente, sólo puede llevar una de sus posesiones con él dentro del bote: de otra manera el mismo se torna muy pesado para avanzar.

El problema consiste en diseñar una estrategia para que el granjero pueda terminar en la isla destino con todas sus posesiones intactas, sabiendo que cada vez que se haga un viaje en bote sólo podrá llevar una posesión con él como máximo.

D) Sea la siguiente sucesión de símbolos:
*****++++++++

¿Cuántos cambios posibles existen de un símbolo "*" por otro "+"?

Por ejemplos:

uno de los cambios posibles es:
*****++++++++

(es decir, se intercambió el último "*" con el primer "+"). Otro de los cambios posibles es:
+**+*+*++++++*

E) En la ronda de fases del sistema mundialista de fútbol cuatro equipos se enfrentan entre sí para clasificar a octavos de final. Un equipo obtiene tres puntos si gana un partido, un punto si empata y cero puntos si pierde. Los primeros dos equipos con más puntos, luego de que todos los equipos hayan jugado contra todos una vez, clasifican a la próxima ronda (si se produce un empate de puntos que impide decidir a priori por este criterio, el reglamento de la FIFA indica que se apliquen criterios adicionales para desempatar, como el conocido criterio de "fair play", que permitirá que el equipo que avance a la próxima ronda sea el que menos tarjetas amarillas, rojas y faltas haya acumulado).

La pregunta es ¿puede un equipo obtener 8 puntos en la fase de grupos? Y si hay un equipo que terminó con 9 puntos ¿Puede haber otro que terminó con 5? ¿Y puede haber alguien que quede segundo con 6 puntos?

F) Segismundo, Américo y Benigno custodian en los restos de una abadía oculta un libro censurado en la época del oscurantismo. Recorrer los intrincados pasillos de esta construcción venida a menos es inútil, pues el libro está en las ropas de uno de los tres monjes.

Américo afirma que "ni yo ni Segismundo portamos el texto". Benigno sentencia: "yo no ocultó el libro, sino Américo". Finalmente, Segismundo argumenta que "no es Américo quien lo tiene, sino Benigno".

Sabiendo que de cada una de las dos afirmaciones de cada monje sólo una es cierta, averiguar quién tiene el libro.

G) Resolver el siguiente crucigrama con números:

```
 ____ ____
|1   |3   |
|    |    |
|____|____|
|2   |    |
|    |    |
|____|____|
```

1 horizontal: número primo.
1 vertical: 1 horizontal + 1.

2 horizontal: el doble de 1 horizontal.
3 horizontal: múltiplo de 9.

H) ¿Cuánto da la suma de todos los dígitos de todos los números enteros desde 0 a 999.999?

I) Una persona quiere comprar un artículo de $1.500 con un cheque de $2.500. El vendedor lo acepta, va a cobrar el cheque ese mismo día, y le da el artículo y $1.000 de vuelto. Al día siguiente, recibe una notificación del banco que indica que en realidad el cheque era falso, por lo que se reclama la devolución del dinero. El comerciante no tiene en ese momento los $1.000 restantes de vuelto, por lo que para cumplir con el banco pide prestado a otro comerciante amigo $2500 pesos, los cuales entrega al banco.

El artículo comprado es de $1.500 pesos y el vuelto del cliente con el cheque falso es de $1.000. Eso da un total de $2.500, iguales a la cantidad devuelta por el comerciante. Pero entonces, ¿cómo se explica que el comerciante todavía tenga en su mano $1.500? ¿No se supone que el comerciante perdió plata? Calcular la plata perdida en total si se considera el costo de fábrica de la computadora, de $1000 (precio al cual el comerciante la compró).

J) Cuatro personas dan un examen. El primero se saca 98 puntos, el segundo saca 96 puntos, mientras que el tercero 92. Si el promedio de puntaje en el examen para las cuatro personas fue de 75 puntos, y se aprueba con 60 puntos ¿Aprobó la cuarta persona?

K) Se juega un cuadrangular entre cuatro equipos. El ganador de cada partido se lleva tres puntos, mientras que si hay un empate cada equipo se lleva un punto. Clasifican a la próxima ronda los dos equipos con más puntos.
- ¿Cuántos partidos se juegan?
- ¿Puede haber dos equipos que clasifiquen con la misma cantidad de puntos?
- ¿Puede ser que además del equipo que acumule más puntos haya dos equipos que lo siguen en puntaje, ambos con la misma cantidad de puntos?
- ¿Puede ser que todos los equipos terminen con la misma cantidad de puntos?
- ¿Puede que un equipo termine con más puntos que todo el resto de los equipos, y estos a su vez terminen con la misma cantidad de puntos?

L) A una persona se le pide sumarle a su edad la edad que tendrán luego de cumplir años. Luego, se le pide multiplicar ese número por 5, y luego al resultado sumarle mil. Indicar porque el resultado tiene la edad de la persona en las cifras 2 y 3 (de izquierda a derecha). ¿Esto es siempre así?

M) En un salón hay más de 120 personas. ¿Cómo puede asegurarse que hay al menos 11 personas que cumplen años en el mismo mes?

N) Una persona compra 72 unidades de un artículo. Cuando llega a su casa, ve que el ticket está borroso: es un número de cinco cifras, pero no se ven ni la primera ni el última. Se ven las del medio: "679". ¿Se puede averiguar cuánto gastó en total sin que tenga que volver al negocio a preguntar cuánto salía cada artículo, sabiendo que el precio por unidad es un número entero?

Ñ) La prestigiosa posada de Don Fulgencio Anastasio de Alcalá ubicada en Paraná, en pleno dominio del Virreinato de Nueva Granada, costaba una moneda de oro por noche, incluyendo todas las comidas. Isidro Ignacio Caballero Castilla, Doctor de la Ley (que en realidad no era Doctor, sino que sus estudios eran de Bachiller en Leyes, pero era común en esa época y aún hoy realzar los cargos de muchas carreras universitarias, como médico, abogado, odontólogo, ortodoncista y contador) debe permanecer en la posada durante 7 noche como mucho, mientras entrega las cédulas reales de los últimos cargos concedidos para los más cercanos al Virrey. Acostumbrado al trato preferencial, Isidro no había traído consigo dinero.

Lo único que tiene para pagarle al posadero es una larga y gruesa cadena de siete eslabones de oro que hace para lucir su reloj (no siendo una posibilidad entregarle su reloj). Cada eslabón de la cadena tiene un valor equivalente a una moneda de oro, pero Isidro no quisiera entregar toda la cadena porque no está seguro de cuántas noches deberá permanecer allí.

Asumiendo que el posadero aceptará trozos de la cadena como forma de pago cada día, diseñar una forma en que el letrado pueda pagarle a Fulgencio cada día con su cadena de oro, pero minimizando los cortes que se deberán hacer en la cadena de oro de Isidro.

O) Supóngase que hay una regla de un metro que tiene 100 hormigas. Hay hormigas en la regla, y cada una ocupa un sólo punto de la regla (lo cual no es realista, ya que la hormiga tiene tres dimensiones) y camina a una velocidad de 1cm/seg. En el peor caso ¿cuánto tiempo pasará hasta que una hormiga llegue a uno de los extremos de la regla si cada vez que dos hormigas se chocan, empiezan a caminar en el sentido contrario? (se pregunta sobre el peor caso ya que en el mejor caso hay al menos una hormiga en alguno de los bordes de la regla, y lo que pide el planteo se logra de forma inmediato).

P) Un auto avanza por una ruta a velocidad constante. En una parte determinada de la ruta hay un cartel que dice "AB", indicando el número de kilómetro actual. Luego de un determinado intervalo de tiempo, en la ruta aparece otro cartel indicando el número de kilómetro actual dice "BA". Luego del mismo intervalo, aparece un nuevo cartel que indica "A0B".

Hallar A y B (asumiendo que A y B son números de una cifra), y suponiendo que el intervalo de tiempo indicado fue de 1 hora, hallar la velocidad del auto.

Q) Indicar cuál de las siguientes frases es verdadera.

1) Todas las frases de este cuadro de texto son verdadera.
2) Todas las frases de este cuadro de texto son falsas.
3) Exactamente una frase de este cuadro de texto es verdadera.
4) Exactamente una frase de este cuadro de texto es falsa.

R) Un verdulero utiliza un hilo de 30 cm para vender espárragos atados, a $8 el atado. Si decide comprar un hilo de 60 cm para vender atados con más espárragos, ¿A cuánto debe venderlos? Considerar que para hacer cualquier atado de espárragos, el hilo forma una circunferencia perfecta.

S) Si dos personas se encuentran a dos metros de distancia, y una de las personas se acerca a la otra avanzando en cada paso la mitad de la distancia que los separa (manteniéndose la otra persona quieta) ¿luego de cuántos pasos las personas se encontrarán en el mismo lugar?

T) La barra roja representa una palmera de 20 metros de altura. La barra verde representa otra palmera de 30 metros de altura. La barra horizontal representa un río de 50 metros de ancho.

U) En un pueblo solo hay billetes de $5 y de $17. Aceptando estos billetes como única forma de pago, ¿es posible que los artículos tengan cualquier precio? ¿Es posible pagar algo que salga $64, $65, $66, $67 o $68?

V) Se tienen 163 equipos de un torneo de tenis de doble eliminación: si un equipo pierde dos partidos, queda descalificado. Asumiendo que en tenis un partido de tenis termina cuando efectivamente hay un ganador, ¿Cuántos partidos se jugaron hasta que un equipo ganó el torneo?

W) En una fiesta hay 3 hombres y un 99% de mujeres. ¿Cuántas personas hay en la fiesta? ¿Cuántas mujeres debería haber para que haya un 2% de hombres?

X) Si una escalera se puede subir avanzando de a uno, o bien de a dos escalones en cada parte del ascenso ¿de cuántas formas se pueden subir 107 escalones?

Y) En una bolsa hay 15 pares de botines: 5 pares rojos, 5 pares azules y 5 pares verdes. ¿Cuál es la probabilidad de sacar dos botines tal que ellos formen un par (es decir, sacar un botín "izquierdo" y uno "derecho")? ¿Cuántos botines se deberían sacar para asegurar que se ha sacado al menos un par? ¿Qué probabilidad hay de sacar un par cuyos botines sean del mismo color?

Z) Indicar si es posible que exista un número de nueve cifras distintas del 1 al 9 tal que dicho número sea divisible por todos los números naturales del 1 al 9.

Capítulo 11

A) Joaquín sale de su casa con figuritas. Cada vez que se encuentra con un amigo, le da la mitad de sus figuritas más una. Si se encontró con 6 amigos, y cuando volvió a su casa no tenía figuritas, ¿cuántas figuritas tenía al salir de su casa

B) En este capítulo no hubo planteo de programación, así que se deja el siguiente problema.
Indica como ordenar los números del 1 al 10 en "pirámide de bowling":

```
1   2   3   4
  5   6   7
    8   9
     10
```

de tal forma que cada número "inferior" sea igual al módulo de la resta entre los dos números inmediatamente superiores, como por ejemplo ocurre en:

```
2   3
  1
```

Capítulo 12

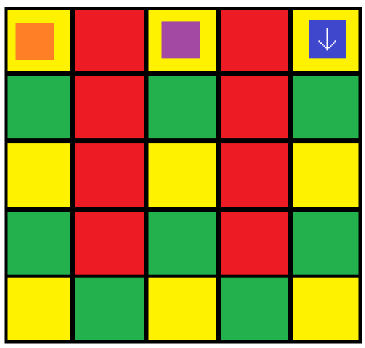
A) Un rey pone a dos sabios en dos torres separadas, dejándolos aislados e incomunicados. Cada sabio ve sólo una parte del reino. En conjunto, ambos sabios ven todas las ciudades del reino, pero separados sólo una parte. Se sabe que hay o bien 5, o bien 8 ciudades.

El rey ha dejado a los sabios apostados en la soledad de las torres, y cada día vendrá a preguntarles si saben cuántas ciudades hay en total en el reino. Ambos sabios saben que tienen una semana deducir cuántas ciudades hay. Si alguno de los dos acierta, luego ambos serán libres. Pero si en el séptimo día el rey les pregunta a ambos y ninguno contesta correctamente, ambos serán ejecutados

El primer día, ambos responden que no saben. El segundo día, lo mismo. Pero en el tercer día, uno de los dos sabios afirma cuántas ciudades tiene el reino correctamente.

Indicar cómo es posible y cuántas ciudades hay.

B) Indicar un algoritmo (con las sentencias dadas) para que el robot (azul) levante el sombrero naranja y el violeta, sin pasar por los casilleros marcados en rojo



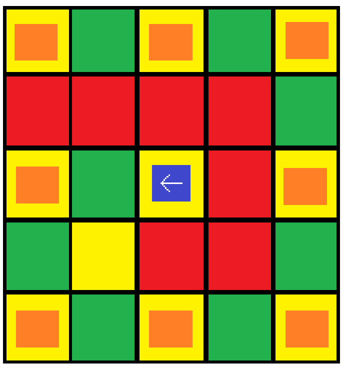
Capítulo 13

A) ¿Cómo se pueden distribuir seis cajas para que cada una esté en contacto con las otras cinco?

B) Determinar qué hace el siguiente algoritmo:

```
F: avanzar, avanzar, levantar
G: F, izquierda

G
R3
      G
      F
RF
F
derecha
derecha
R4
      avanzar
      dejar
      dejar
RF
```

sobre el siguiente tablero:



Temporada 8 (2015)

Capítulo 1

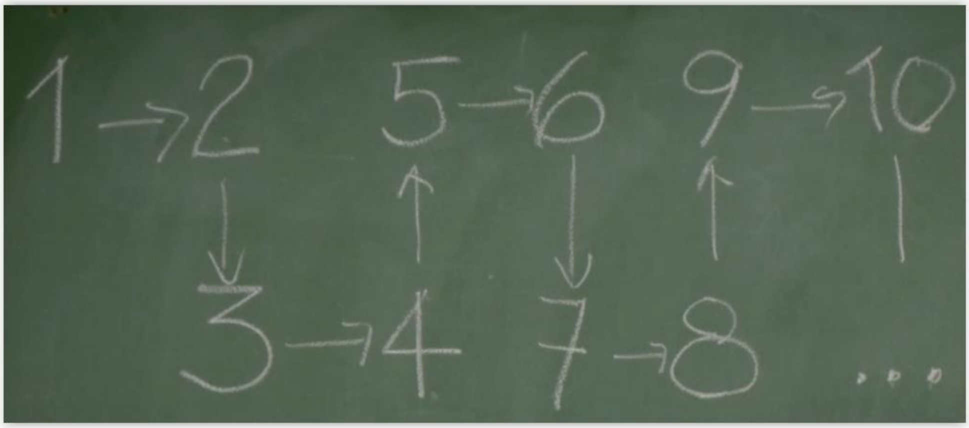
A) DOS + DOS = TRES representa una suma en donde cada letra es un número distinto de una cifra, pudiendo ser natural, o bien cero, formándose entre todas las letras un número de las cifras respectivas. Hallar el número correspondiente a cada letra sabiendo dichos números correspondientes son los mínimos para que la suma sea coherente (es decir, hallar los valores más chicos para las letras de tal forma que la suma se cumpla).

B) ¿Cuántas torres se pueden poner en un tablero de ajedrez sin que se ataquen entre sí? (Cada torre atacará a cualquiera que esté en su misma fila o su misma columna.)

Capítulo 2

A) Si los domingos a la hora de la misa, una iglesia toca su campana cuatro veces, una vez cada 5 segundos, ¿cuánto tiempo pasó entre la primera y la última campanada? ¿Y cuánto tiempo pasa entre la primera y la última campanada el jueves de pascua si ese día se toca ocho veces?

B) Observando el siguiente patrón de números:



Entendiendo que "algunos están arriba y otros abajo", el número 121 ¿estará arriba o abajo?

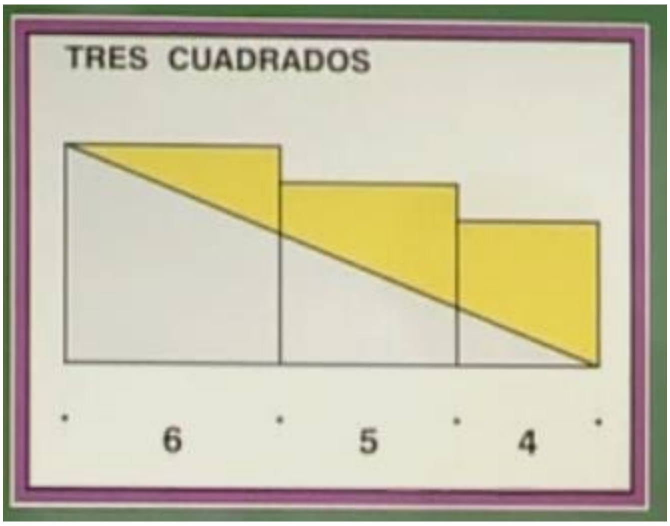
Capítulo 3

A) Un avión tiene capacidad para 100 pasajeros. Los 100 pasajeros formas una fila para ingresar. El primero en entrar elige un asiento al azar. A partir del segundo pasajero que ingresa, si su asiento está ocupado, obliga a la persona que está allí a retirarse, sentándose donde le corresponde, y haciendo que la persona que se levantó se siente nuevamente un lugar al azar. ¿Cuál es la probabilidad de que cuando la última persona ingrese al avión su asiento este vacío?

B) Considerando a un dodecaedro como un dado de 12 caras (con números del 1 al 12), ¿qué tan probable es sacar un número más alto con un dodecaedro que con un dado (de 6 caras)?

Capítulo 4

A) ¿Cuánto vale el área amarilla?



B) En un zoológico hay solamente elefantes y avestruces. Si hay "58 ojos y 84 patas" en total, ¿cuántos elefantes y cuántos avestruces hay?

Capítulo 5

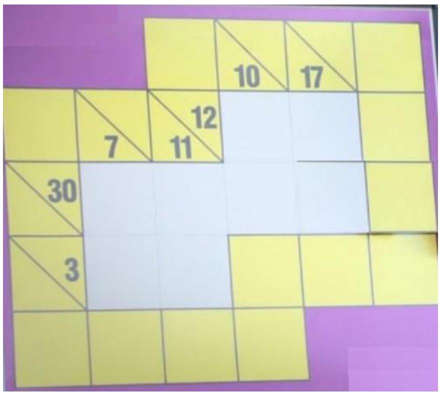
A) Cuatro personas, representadas por puntos rojos, se empiezan a mover al mismo tiempo o bien a su izquierda, o bien a su derecha, a la misma velocidad. Si se llegaran a encontrar en una esquina de la cuadra (representada por la cuadricula), al chocar ambas se detienen. ¿Cuál es la probabilidad de que ninguno se encuentre con ninguno?

B) ¿Cuál es la forma más conveniente de escalar una pirámide (asumiendo que se puede escalar de cualquier forma)?

Capítulo 6

A) Dar un número de 7 cifras tal que cada cifra aparezca tantas veces como indica su valor numérico. Es decir, si una de las cifras es un 2, dicho número debe aparecer también en otra cifra (para que aparezca dos veces), si una de las cifras es un 3, debe aparecer otras dos veces más en el número, y así.

B) Resolver el siguiente kakuro: rellenar los casilleros blancos con números del 1 al 9, evitando que se repitan en la misma fila o columna, y respetando las sumas exigidas para cada fila y columna en los cuadros amarillos.



Capítulo 7

A) En una pista de autos eléctricos de juguete caben 5 autos por "carrera". Si se tienen 25 autos diferentes. ¿Cuántas carreras se deben hacer como mínimo para determinar cuáles son los 3 autos más rápidos? (Asumir que no puede haber empates.)

B) En este episodio no hubo más de un problema que se entendiera apto para pasar a texto (que no fuera un juego, o una curiosidad, por ejemplo). Entonces, se deja un desafío de un capítulo anterior que no fue planteado (siendo por estas cosas que se toman una cantidad constante de problemas por capítulo: para tener una frecuencia predecible de problemas):

Si una persona tiene en su billetera una determinada cantidad de billetes de \$2, \$5, \$10, \$20, \$50 y \$100, ¿cuál es la máxima cantidad de dinero que esa persona puede tener en la billetera si ningún conjunto de sus billetes suma \$100?

Capítulo 8

A) Se tienen 9 bolas, todas de igual peso, excepto una. Si se puede utilizar una balanza de platillos sólo dos veces para hacer mediciones, ¿cómo se puede determinar cuál de las bolas es la que pesa más?

B) En este episodio no hubo más de un problema que se entendiera apto para pasar a texto (por supuesto, esto es una consideración arbitraria), por lo que se deja un desafío de un capítulo anterior que no fue plasmado:

Se juega un cuadrangular entre cuatro equipos: A, B, C Y D, para definir al campeón de un torneo (esto es, cada equipo juega con los otros tres, y al que mejor le va, gana el torneo). Los datos son:

- A ganó exactamente 2 partidos;
- B empató exactamente 2 partidos;
- C perdió exactamente 2 partidos;
- D fue el campeón y nadie igualó su desempeño;

¿Cómo es posible que D sea el campeón?

Capítulo 9

A) Hay cuatro prisioneros: A, B, C y D. A cada uno se le pone un sombrero, que es o bien rojo o azul, habiendo dos de cada uno. Ninguno puede ver de qué color es su propio sombrero. A no puede ver a ningún prisionero, B sólo puede ver a A (por lo que ve de qué color es el sombrero de A), C puede ver a B y a A, y D sólo puede ver a C.

El guardia cárcel le pregunta a A de qué color es su sombrero, y le contesta que no sabe. Luego le pregunta a B lo mismo, y contesta que no sabe. A continuación, le pregunta a C de qué color es su sombrero, y le contesta que no sabe. Finalmente, cuando le pregunta a D, viendo él que C tiene un sombrero rojo, contesta con seguridad "mi sombrero es azul". El guardia cárcel se sorprende: la respuesta es correcta.

¿Cómo lo hizo D?

B) En este episodio no hubo más de un problema que se entendiera apto para pasar a texto (por supuesto, esto es una posición subjetiva: hubo un problema de "matemagia" que bien podría haber sido planteado, pero se consideraba engorroso, y un planteo muy interesante de una variante del problema de las torres de ajedrez, pero que al fin y al cabo era el mismo problema), por lo que se deja un desafío de un capítulo anterior que no fue plasmado:

Un automóvil X parte desde A hacia B a 90 KM/h, mientras que simultáneamente otro auto Y parte de B hacia A a 60 KM/h. Ambos autos mantienen la velocidad inicial constante durante todo el trayecto. Como ambos circulan por el mismo carril, llegará un momento en donde ambos automóviles chocarán. Un minuto antes de ese instante de choque ¿a qué distancia se encuentran los automóviles uno de otro? Adicional: cuando ambos choquen, ¿cuál de los autos va a estar más cerca de A?

Capítulo 10

A) Indicar quién fue el último en jugar (cruces o redondeles) y cuál fue la última jugada realizada según esta disposición de Ta-Te-Ti:

(Asumir que ambos jugadores tienen estrategias con el objetivo de ganar, y que NO necesariamente la primera jugada fue una cruz -cómo suele serlo en el juego-.)

B) ¿Qué número tapa el auto?

Capítulo 11

A) Si una persona afirma que no siempre dice la verdad, ¿cómo se puede saber que la anterior afirmación es cierta?

B) Un cajón tiene cuatro medias, que son o bien negras o bien blancas. Si la probabilidad de tomar dos medias blancas juntas es ½, ¿de qué color son las otras dos?

Capítulo 12

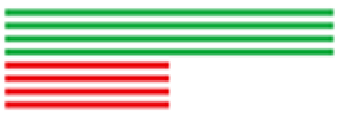
A) En este episodio no hubo más de un problema que se entendiera apto para pasar a texto (por supuesto, esto es una consideración cuestionable), por lo que se deja un desafío de un capítulo anterior que no fue plasmado:

B) En este episodio no hubo más de un problema que se entendiera apto para pasar a texto (por supuesto, esto es una consideración cuestionable), por lo que se deja un desafío de un capítulo anterior que no fue plasmado:

Un niño viaja en un auto, estando su padre al volante. En el medio del camino, chocan con un camión, y el padre del niño muere. El niño, en muy grave estado, es trasladado a un hospital. Se llama por teléfono a una eminencia de la medicina para operarlo, con la esperanza de que pueda venir al hospital ante esta urgencia, y al informarle los datos del paciente, contesta que vendrá inmediatamente, ya que el niño es su hijo. ¿Cómo es esto posible?

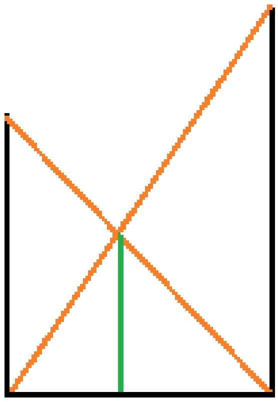
Capítulo 13

A) Las cuatro varillas verdes tienen una longitud de 2 cm y las rojas tienen una longitud de 1 cm. Indicar cómo formas tres cuadradas de lado 1 cm.



(pueden encimarse unas barras con otras).

B) Si el poste de la izquierda mide 16 metros y el de la derecha 24 metros (considerando que las uniones naranjas entre los postes son líneas rectas), ¿cuánto mide el "poste" verde (considerar que está en la mitad exacta entre los postes)?



Temporada 9 (2015)

Capítulo 1

A) ¿Cuántos cubos hay en total en la "torre"?

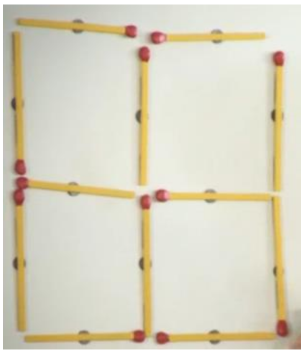
B)

Quitar 3 fósforos para formar 4 triángulos. Luego, quitar 3 fósforos para formar 3 triángulos

Capítulo 2

A) Completar los casilleros de tal forma que cada uno sea el producto de los dos casilleros que tiene abajo.

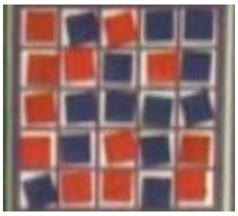
B) Mover 3 fósforos para dejar 3 cuadrados de lado igual a un fósforo.



¿Y se puede lograr lo mismo moviendo 4 fósforos?

Capítulo 3

A) ¿Es posible mover cada uno de los cuadrados de colores una sola ve a una casilla vecina (izquierda, derecha, abajo o arriba) de tal forma que ningún cuadrado conserve su posición original?



B) Claudio y Ana comparten un auto para hacer un viaje desde A hasta B y su correspondiente vuelta. A la ida, Claudio maneja 20 KM y durante el resto del trayecto hasta B maneja Ana. A la vuelta, Ana maneja 25 KM y durante el resto del trayecto hasta A maneja Claudio.

¿Quién manejó durante más kilómetros?

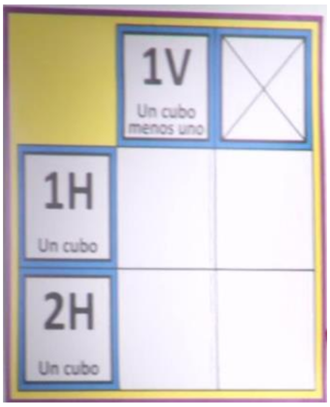
Capítulo 4

Nota: en este programa se mostró un juego matemático con cartas muy interesante al principio, que no tiene ningún sabor al ser pasado en papel. Se recomienda verlo como entretenimiento.

A) En una mesa redonda hay 7 personas. Cada uno tira una moneda. Si una persona ve que las personas que tiene a sus costados (derecha e izquierda) obtuvieron un resultado diferente al tirar la moneda, se levantan de la mesa. Luego de la primera vez que todos tiran sus monedas

- ¿hay alguna forma de que todos sigan jugando?
- ¿hay alguna forma de que todos se retiren?
- ¿hay alguna forma de que se quede uno solo?

B) Completar el crucigrama (donde cada casillero representa un espacio para un dígito):



- Primero vertical: un cubo menos 1 (uno).
- Primero horizontal: un cubo (un número resultado de elevar un número al cubo).
- Segundo horizontal: un cubo.

Capítulo 5

A) Considerando a un bebe recién nacido ¿cuántos años deben pasar para que dicha persona alcance la mitad de la edad que usted tendría luego de esa cantidad de años?

B) Los tres relojes de la figura funcionan con electricidad. Si se corta la electricidad:
- el primero (de agujas) permanece con la hora que tiene hasta que la electricidad vuelve, y luego continúa la marcha del minutero en la posición que tenía luego de que la electricidad se cortara;
- el segundo permanece con la hora que tiene, incluso después de que ha vuelto la electricidad (se rompe, y permanece con esa hora).
- el tercero deja de funcionar, y al volver la luz empieza en 00:00;

Ayer todos tenían la misma hora exacta, y cuando una persona se levanta a las 8:00 hs. ve los valores que se muestran. Indicar una situación que puede dar origen a que los relojes tengan los valores indicados

Capítulo 6

A) Dos alumnos tienen que dar un examen en la facultad un sábado a las 8 de la mañana. Pero los dos alumnos salen a bailar el viernes a la noche, y como se acuestan a las 4 de la mañana, se quedan dormidos. Se levantan tarde, y ambos toman un colectivo que los deja a las 9.30 de la mañana en la facultad. Ambos le piden al profesor dar el examen en el tiempo que queda, y cuando él les pregunta por qué llegaron tarde, uno de ellos afirma que al colectivo en el que viajaban se le pinchó un neumático.

El profesor le da a cada uno los exámenes con la condición de que contesten una pregunta adicional que puso en la parte de atrás de la hoja del enunciado: "¿Cuál fue el neumático del colectivo que se pinchó?"

Indicar cuál es la probabilidad de que ambos pongan la misma respuesta.

B) Se deben pagar $100 pesos para entrar en un juego de casino de cartas, en la que sólo hay un participante (y el que reparte las cartas). En cada ronda, se le reparten dos cartas al jugador (de un mazo de cartas de póquer), cumpliendo las siguientes reglas:

- si ambas son rojas, las cartas se las queda el jugador;

- si ambas son negras, las cartas se las queda el casino;
- si son de distinto color, se descartan de la partida.

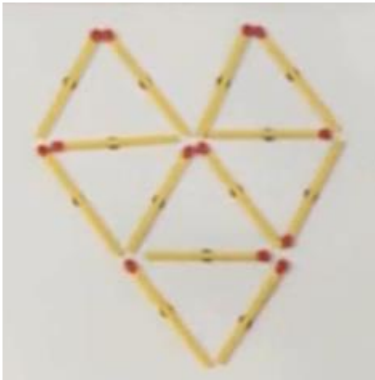
Si cuando no quedan más cartas, el jugador terminó con más cartas rojas que las cartas negras con las que se quedó el casino, se le darán $1.000 pesos por cada carta roja que tenga. En cualquier otro caso, el jugador no ganará nada.

¿Es conveniente jugar o no?

Capítulo 7

A) Sean A, B y C números naturales de un dígito, distintos entre sí. Hallar A, B y C tales que ABC + ABC + ABC = BBB

B) ¿Cuántos fósforos hay en la figura? Quitar dos fósforos para que queden cuatro triángulos.



Capítulo 8

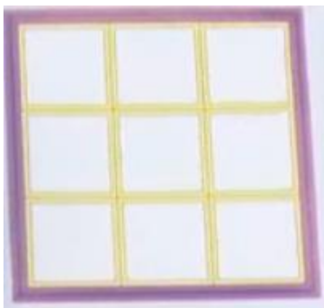
A) Un hombre es capitán de barco que lleva pasajeros hace 10 años. Sabiendo que tiene hijos, y que el producto entre su edad, su cantidad de hijos y la longitud del barco es 32.118 metros, estimar los tres valores mencionados.

B) ¿Cuál fue el primer año luego del (nacimiento de Jesús) tal que el producto de sus dígitos fue mayor a la suma de sus dígitos? ¿Cuándo fue la última vez que esto ocurrió antes del año 2.000?

Capítulo 9

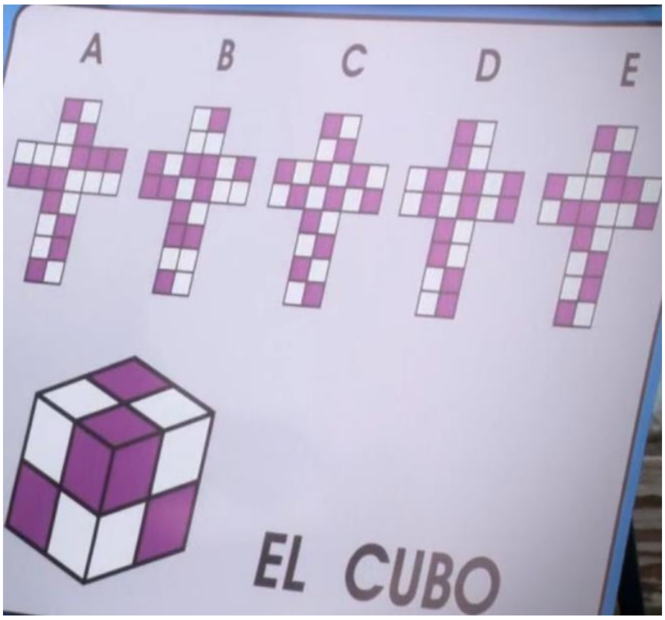
A) Hay seis personas, cuya edad promedio es 16 años. Sacando a una persona, la edad promedio de las cinco personas restantes para a ser 15 años. ¿Qué edad tenía la persona que se fue?

B) ¿Cuál es la mínima cantidad de colores que se necesitan para pintar el siguiente tablero de tal forma que no se repita el mismo color en ninguna fila columna o diagonal principal (diagonal de tres casilleros)?



Capítulo 10

A) Indicar cuáles de las opciones (A, B, C, D y/o E) no pueden corresponder al cubo de la figura (asumiendo que la parte no visible del cubo es semejante a la visible).



B) ¿Qué área es más grande: la azul o la naranja?

Capítulo 11

A) Dado una balanza de dos platillos, una pesa de 10 Kg, otra pesa de 50 Kg, una pelota y una caja, se sabe que, si se ponen ambas pesas en un platillo y la pelota y la caja en el otro platillo, entonces la balanza queda equilibrada. Por otra parte, si en un platillo se pone la caja, y en otro la pelota junto con la pesa de 50 Kg, la balanza también se equilibra.

¿Cuánto pesa la pelota y la caja?

B) Dada una escalera de 5 escalones, ¿de cuántas maneras es posible subirla? (es decir, considerando que se puede subir de a un escalón, de a dos, y así hasta cinco, y considerando que no se puede retroceder).

Capítulo 12

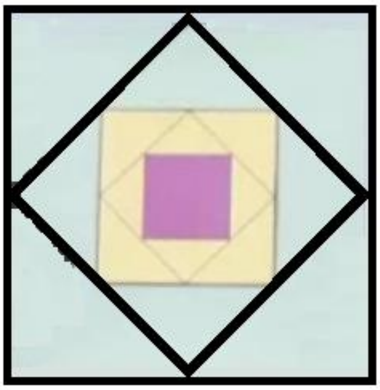
A) Dado un pote de galletitas, se les pregunta a cinco personas cuántas galletitas hay. Las respuestas de cada uno son: 28, 29, 31, 32 y 35. Se sabe que sólo una persona dijo el número exacto de galletitas, y el resto le erró por una, dos, tres y cuatro galletitas.

¿Cuántas galletitas hay?

B) En un torneo de 30 equipos, se arma un torneo donde todos juegan contra todos. Considerando que si un equipo gana un partido obtiene 3 puntos, si empata obtiene 1 punto, y si pierde no suma puntaje, indicar cuántos partidos puede haber perdido como máximo un equipo que terminó el torneo con 56 puntos.

Capítulo 13

A) Si el área del cuadrado externo es de un metro de largo, ¿cuál es la superficie del cuadrado violeta?



B) ¿Hay forma de recorrer el cuadrado de la figura pasando por todas sus líneas una sola vez pudiendo repetir vértices -camino euleriano-? En caso afirmativo, ¿se puede lograr lo anterior llegando al final al punto de partida –ciclo euleriano-?

Desafíos Complementarios

Los siguientes son planteos de programas que no fueron incluidos por mantener la base regular de las temporadas respectivas, pero que se resolvieron de igual manera por el riesgo de que un programa dado no pudieran encontrarse suficientes problemas para respetar dicha base.

1) Hay tres vaqueros apuntándose con sus armas entre sí: A apunta a B, B apunta a C, y C apunta a A. A tiene 33% de probabilidades de acertar en su tiro a otro vaquero, B 66% y C 100%. A es el primero en tirar, B el segundo y C el tercero. ¿Qué le conviene hacer a A?

2) Se tiene una balanza desbalanceada de dos platillos, y dos pesas de 5 Kg. ¿cómo se podría pesar con esos elementos con 10 Kg de azúcar?

3) Dadas 100 aulas cerradas numeradas del 1 al 100, se le pide a una persona que vaya "cambiado el estado" de las aulas: si están cerradas que las abra, y si están abiertas que las cierre. Esto debe hacerlo siguiendo el siguiente criterio: primero debe "cambiar" los estados de las aulas múltiplos de uno, luego debe cambiar los estados de las aulas múltiplos de dos, luego las de las aulas múltiplos de tres, y así sucesivamente hasta llegar al 100. Al terminar este proceso ¿Cuántas aulas quedan abiertas?

4) Supongamos que hay tres pelotas dentro de un cesto opaco. Dos pelotas son amarillas y una es roja. Si se agarran dos pelotas al azar ¿Es más probable que salgan dos iguales o dos distintas? Si se agregará una bola para que las posibilidades de sacar dos bolas iguales o distintas sea la misma ¿De qué color debería ser la bola?

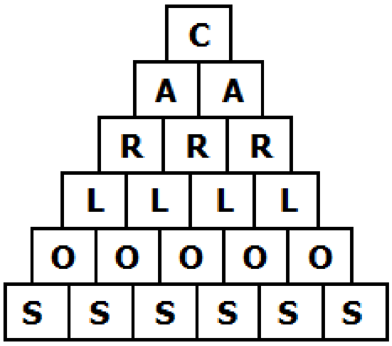
5) 5 amigos van a sentarse en una mesa redonda. Uno de los muchachos quiere sentarse al lado de su mejor amigo. Si los lugares de la mesa se eligen al azar y al mismo tiempo ¿Es más probable que el muchacho se siente al lado de su mejor amigo o no?

6) Un hombre tiene 3 hijos. Sabiendo que:
- si multiplica sus edades, le da 36;
- la suma de las edades, sabiendo lo anterior, no permitiría deducir directamente las edades; y
- su hijo mayor toca el piano.

¿Se puede saber cuáles son las edades de los hijos del señor?

7) Si uno comprara un diario, y por el viento se le volaran todas las hojas del diario excepto una, sabiendo que cada hoja de un diario tiene cuatro páginas y todas las hojas son iguales ¿Es posible conocer la cantidad total de páginas que había en el diario si se suman los números de las páginas?

8) Dado el siguiente diagrama:



Saltando de una letra a alguna de las de abajo que está en contacto con ella, ¿De cuántas maneras se puede escribir la palabra “Carlos”?

9) En una isla viven 14 personas aisladas del resto del mundo. Allí hay una regla que prohíbe a sus habitantes hablar o insinuar cualquier cosa referida al color de ojos de los habitantes de la isla: es decir, no está permitido hablar del color de ojos de las personas. Los habitantes tienen ojos de color marrón o de color celeste, pero cada uno no conoce su color de ojos ya que no existen tampoco elementos reflectivos de ninguna clase que le permitan a cada uno averiguar el color de sus ojos por su cuenta. De cualquier forma, si alguien llegara a descubrir por sí mismo que tiene ojos celestes, entonces esa persona debería irse de la isla al día siguiente.

Un día, un náufrago llega a la isla, y luego de ser aceptado por los habitantes, accidentalmente dice durante el transcurso de una cena de toda la comunidad: "qué bueno encontrarme con una comunidad así, donde por lo menos existe alguien que tiene ojos celestes como yo". Por este comentario, el náufrago es echado inmediatamente de la isla. Pero a su partida, queda un interrogante: manteniendo la regla de no hablar del color de ojos de las personas: ¿Se puede establecer un método entre los habitantes de la isla que permita conocer quienes se deben ir? (ya que nadie sabe si él mismo debe irse o no, porque no se sabe cuántas personas hay de ojos celestes, pero tampoco nadie debería decírselo).

10) En una encuesta, a varias personas se les pide que asocien tres fotos, cada una de una persona, con alguno de los tres nombres posibles para cada una de las personas. Así, cada encuestado debe relacionar cada foto con el nombre que cree que tiene esa persona. De las 300 personas que votaron: 30 acertaron las tres fotos, es decir, relacionaron correctamente todas las imágenes con los nombres de las personas; y 70 personas erraron en las tres asociaciones, es decir, no hicieron ninguna relación correctamente. Entonces, ¿Cómo les fue a los otros doscientos?

11) Si se necesitan hacer carteles con los números naturales que van desde el 1 hasta el 189 (inclusive), ¿cuántos dígitos en total se necesitan hacer para todos los carteles? Por otra parte, si se necesitan hacer 1.689 dígitos para los carteles, asumiendo que son para números naturales correlativos del 1 en adelante, ¿cuántos carteles se van a realizar con esos dígitos?

12) En un cuadrangular de fútbol, le dan 3 puntos a un equipo que gana un partido y 1 punto en caso de un empate. Si un equipo al final del cuadrangular hizo 3 goles en total, y le hicieron 2 goles ¿cuántos puntos puede haber tenido al final del cuadrangular?

13) Hay una fila de 20 personas, y dos vendedores de helado quieren aprovechar la pequeña multitud. ¿En qué posición deberían ubicarse para atraer ambos a la misma cantidad de personas? Por ejemplo, denotando a la fila de 20 personas:

1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20

Si los heladeros: H1 y H2 se ubican:

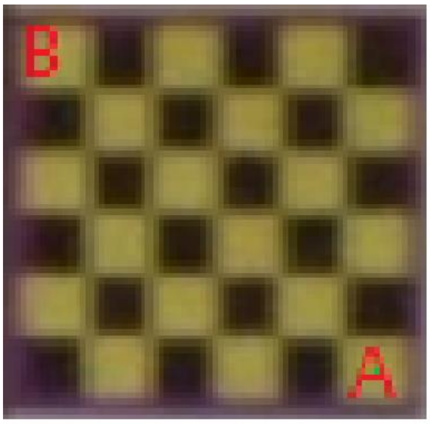
1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 H1 20 H2

H1 atraerá a la mayoría, ya que tiene más personas más cerca de él. La pregunta refiera a una forma de poner a los heladeros para que ambos puedan atraer a la misma cantidad de personas

14) ¿Es posible construir un número primo de 5 cifras con los dígitos: 1 2 3 4 5?

15) Un barco recorre un río con la corriente a favor, yendo desde un lugar A hasta otro B, distanciados 12 km. Tarda una hora en llegar hasta B. Al volver, tiene la corriente en contra, y tarda dos horas en llegar hasta A. Asumiendo que la velocidad del barco es constante ¿cuál fue dicha velocidad yendo de B hasta A? ¿Cuál es su velocidad promedio entre ambos trayectos?

16) ¿Es posible en el siguiente tablero iniciar en A y terminar en B pasando por todas las casillas una sola vez, moviéndose de a una casilla y sólo a las casillas vecinas?



17) ¿Cómo puede medirse 9 minutos con un reloj de arena de 7 minutos y otro de 4?

18) Un camión lleva una tonelada de sandías (considerar que el 90% del peso de una sandía es agua en su interior). Cuando llega a su destino, realizan una medición cuyo resultado arroja que el 80% de la carga transportada es agua. Esto se por evaporación (no porque se le cayeron sandías). ¿Cuánto pesa entonces la carga del camión al llegar al destino?

19) Tres amigos: Alejandro, Bruno y Carlos, van a sacar dinero de un cajero, que sólo entrega billetes de \$100. Alejandro saca el triple de dinero que Carlos menos \$500, mientras que Bruno saca el doble que Carlos menos \$400. Sabiendo que hay dos que sacaron la misma cantidad de dinero, indicar cuánto dinero sacó cada uno.

20) Se tienen los números:

1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20

Sin moverlos de lugar, ¿cuáles son las 20 cifras (no números necesariamente) que deben removerse para formar el número más grande posible con las cifras restantes?

21) Anécdota del niño Karl Gauss: indicar una forma rápida de sumar los primeros números naturales del 1 al 100 (sin computadora).

22) ¿Cuál es el número de DNI posterior a 78.094.563 que tiene todas sus cifras distintas?

23) En un curso de nivelación de primaria, la maestra observa un dibujo obsceno en el pizarrón al momento de su llegada. Interroga a los seis alumnos que estaban presentes en el aula, con la seguridad de que uno de ellos tuvo que ser el autor del dibujo.

Las respuestas obtenidas por los alumnos (aquí indicados como letras) del curso son:
A: yo no fui;
B: fue C;
C: fue D;
D: fue E;
E: fue F;
F: yo no fui.

Considerando que todos mintieron excepto uno, ¿quién hizo el dibujo?

Desafío Final: un empleado de la oficina de correos etiqueta 10 paquetes con las 10 etiquetas respectivas a cada uno, pero de forma completamente al azar (es decir, etiqueta un paquete cualquiera con una etiqueta cualquiera). Demostrar que la probabilidad de que al menos uno de los paquetes haya sido correctamente etiquetado es de aproximadamente 63%.

Nota: este problema (como varios otros en la guía) no fueron planteados explícitamente como desafíos en el programa. Para este en particular, Adrián hizo un juego a partir del resultado del problema: es decir, dijo "al pasar" la probabilidad mencionada, pero no invito a nadie a resolver tal problema, ni indicó como realizar esto.

Habiendo intentado resolver el problema, se decidió que era mejor que el enunciado preguntara por la demostración de una respuesta, a que preguntara por "cuál es la probabilidad", ya que el resultado en sí no es nada intuitivo a priori, y es muy fácil conducirse por caminos errados, o con omisiones, que llevan a respuestas equivocadas. Así, para que efectivamente el desafío último sea (quizás el más) difícil, se impone al lector demostrar la probabilidad (evitando así que, ante una primera respuesta, se vaya corriendo en forma súbita a la solución).

Más aún: como los conocimientos de probabilidad adquiridos en el secundario son escasos (si los hay), y particularmente los de combinatoria (notar que dice "al menos uno") suelen ser atropellados, incluso a nivel universitario para quienes sólo utilizan la matemática como una de sus herramientas, la dificultad del lector recae en entender si tiene todas las herramientas para resolverlo, o deberá leer sobre nociones básicas de los mencionados conocimientos para poder encarar el problema.

SOLUCIONES DE LA GUÍA DE DESAFÍOS

No hay problema que se resuelva sin hacer supuestos que no se ponen de manifiesto, ni explícitamente, ni intrínsecamente producto de la intuición común y el colectivo imaginario que da la vida en sociedad. Esto acarrea un problema inmediato: ¿cómo se puede saber que un problema está bien resuelto? Y esta pregunta asume la ausencia de errores de comunicación y de comprensión, así como de la falta de demostraciones rigurosas de conceptos matemáticos o lógicos (que a veces se dan por descontadas con el eufemismo de “evidentes”, y en otros casos se omiten por no saber cómo realizarlas, o incluso por estar equivocado y no querer reflexionar sobre ello) que pueden traer vacilaciones sobre la cadena de razonamientos que lleva desde una situación (“problemática”) a otra (“trivial”), y que nunca se suelen incluir en su absoluta totalidad para no resultar en una enunciación abrumadora.

La consulta es simple ¿cómo se puede asegurar que esa es la respuesta a un problema? ¿No hay otras? ¿Existe un punto de partida realmente sólido en el cuál basarse para afirmar? Y esa duda aparece sin caer en reflexiones sobre la imperfección humana, ni el poco conocimiento de un público general sobre el lenguaje lógico matemático, tan útil para expresar relaciones entre entidades abstractas (a las que se les puede asignar referentes empíricos), pero a veces tan difícil de traducir a otras formas de comunicación a las que el común de la gente estamos acostumbrados, como por ejemplo lo es el idioma innato.

A priori, no hay una respuesta inmediata. Simplemente, como decía Ricardo Noriega, “se entiende algo que antes no se entendía, y ahora no se entiende porque antes no se entendía”. Esa sensación da la pauta de una respuesta válida, y la cohesión que tiene con los conocimientos previos permite aceptarla.

Pero así como en la literatura de ficción se tiene la ventaja de siempre poder tener una interpretación diferente de una misma lectura (incluso una que puede ser descartada complemente como posibilidad por el propio autor), en matemática se tiene siempre la posibilidad de poder cuestionar que una solución sea tal, disponiendo de la posibilidad de refutar con las mismas herramientas con las que se construye; y ese es el espíritu con el que se deja este intento de solucionario: ver a las soluciones como nuevos problemas, nuevas preguntas.

Temporada 1 (2008)

Capítulo 1

Cada ingrediente puede estar o no en el sándwich. Es decir, existen dos posibilidades para cada ingrediente. Entonces cada ingrediente multiplica por dos las opciones posibles, y se obtiene que la cantidad de sándwiches posibles puede calculares como las posibilidades para los ingredientes elevados a la cantidad de ingredientes:

2 x 2 x 2 x 2 x 2 x 2 x 2 x 2 x 2 x 2 = 2^{10} = **1024**

Esto es, si consideramos la posibilidad de que puede haber un sándwich que no tenga ingredientes (por ejemplo, si solo hubiera pan). Si esto no se considera un posible sándwich, las posibilidades son **1023**.

Capítulo 2

La posibilidad de hacer generala es:
combinaciones de generala / combinaciones posibles

La cantidad de combinaciones posibles se obtiene multiplicando la cantidad de posibilidades para cada dado:

6 x 6 x 6 x 6 x 6 = 6^5 = 7776

Si no hubiera un dado fallado, para un valor de un dado, solo hay una combinación posible de los otros que permite la generala, por lo que puede calcularse como:

6 x 1 x 1 x 1 x 1 = 6

Posibilidad de hacer generala = $6 / 6^5$

En el caso de que hubiera un dado fallado, no se puede hacer generala de 6. Sin embargo, para un valor dado del dado fallado, sigue existiendo una única combinación para los otros dados que permiten la generala, y además la cantidad de posibilidades (caras) del dado fallado cuando este se tira es la misma:

6 x 1 x 1 x 1 x 1 = 6

Posibilidad de hacer generala = 6 / 6^5

Entonces, la posibilidad de hacer generala **es la misma** con el dado fallado.

Capítulo 3

La primera silla puede ser ocupada por cualquiera de las seis personas, pero la siguiente solo podrá ser ocupada por alguno de los cinco que todavía no se sentó, y la cuarta solo podrá ser ocupada por cuatro personas, y así sucesivamente. Entonces, la cantidad de posibles disposiciones para las personas es:

6 x 5 x 4 x 3 x 2 x 1 = 6! = **720**

Nota: esto es porque se asume que las sillas siempre están en el mismo lugar, y que un cambio en la posición es un cambio en el lugar donde se sientan. Si se considerara una posición como una sucesión de amigos con un cierto orden partiendo desde un lugar, entonces hay 120 posibilidades (porque la mesa es redonda, y se asume que si todos se "corren" un lugar, ya sea para la izquierda o a la derecha, esa posición es igual).

Capítulo 4

Se cambian de lugar las monedas de los vértices, manteniendo la forma "triangular":



Capítulo 5

Si el sol fuera una pelota de fútbol de 25 cm, lo más parecido a la tierra sería una **semilla de sésamo**, que tiene aproximadamente 2,2 mm.

Agregando datos reales, podemos aproximar el diámetro del sol en 1.391.400 km, y el de la Tierra en 12.742 km. Haciendo una regla de tres simple directa:

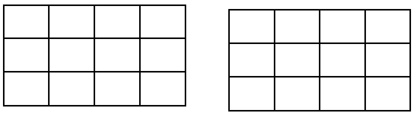
Si a 1.391.400 km le corresponden 25 cm;
a 12.742 km le corresponden:

$$\frac{12.742 \text{ km} \times 25 \text{ cm}}{1.391.400 \text{ km}} \cong 0,22 \text{ cm} = 2,2 \text{ mm}$$

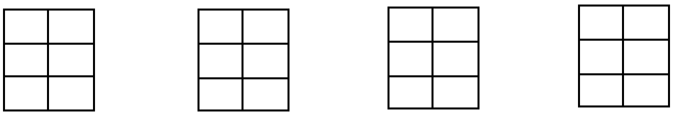
En resumen, lo interesante del problema es que sabemos que el sol es mucho más grande que la Tierra, pero no tenemos presente que su diámetro es casi 110 veces más grande que el de nuestro planeta.

Capítulo 6

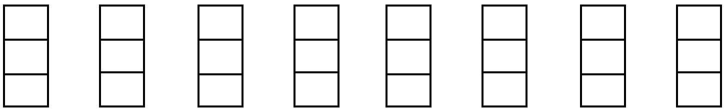
Primero se parte el chocolate por la mitad (una partición): quedan dos bloques con doce cuadraditos (de 4x3).



Si se parte cada uno de los bloques obtenidos por la mitad (2 particiones), se obtienen cuatro bloques de 6 cuadraditos (2x3)



A su vez, cada uno de estos bloques se divide a la mitad, obteniendo 8 bloques de 3x1.



Cada uno de esos bloques, finalmente, hay que hacerle dos particiones más para que queden los bloques individuales.

Finalmente, sumamos las particiones hechas:

1 + 2 + 4 + 16 = **23**

Capítulo 7

Si al costo de los 100 gramos de jamón lo llamo "X" y al costo de los 100 gramos de queso los llamo "Y", los datos que tenemos para resolver el problema son:

X + Y = $7
X = Y + 2$

Reemplazamos la X (costo del jamón en base al costo del queso) en la primera ecuación, a partir del dato de la segunda ecuación, y resolvemos:
Y + 2$ + Y = $7
2Y = 5$
Y = 2,5$

Entonces, como X = Y + 2$
X = 4,5$

Finalmente decimos que **el jamón (X) costo 4,5$ y el queso(Y) costó 2,5$**.

Capítulo 8

Asignándole un número a cada vaso:

1 2 3 4 5 6

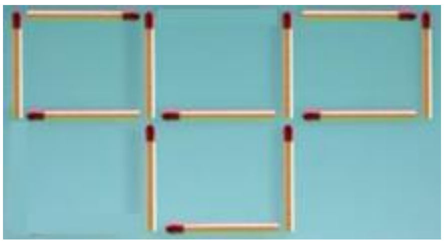
Se puede **verter el contenido del 2 en el 5**. De esta forma, el único vaso que se mueve es el 2.

Capítulo 9

Dada la recta que se ve en la imagen:

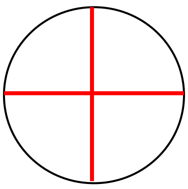
Vemos que la suma en ambos "lados" es 39:
10 + 11 + 12 + 1 + 2 + 3 = 9 + 8 + 7 + 6 + 5 + 4

Capítulo 10

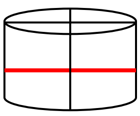


Capítulo 11

Se hacen dos cortes ortogonales de la siguiente forma:



Y uno longitudinal:



Capítulo 12

En el mejor de los casos, al sacar dos medias ambas son del mismo color; y en el peor de los casos, al sacar dos medias ambas son de distinto color, por lo que, al sacar una tercera, ya debe haberse formado un par (porque solo hay dos colores de media). Entonces, para asegurarse que se sacó un par de medias del mismo color, se deben sacar al menos **tres** medias.

Capítulo 13

Los números que tienen 7 del 1 al 100 son:

- en su unidad:
7
17
27
37
47
57
67
77
87
97

- en su decena:
70
71
72
73
74
75
76
77
78
79

Entonces, **se necesitan 20** números 7.

Temporada 2 (2009)

Capítulo 1

Ambas ciudades están a una distancia X, y el misil A viaja a una velocidad de 200 km/min, mientras que el misil B viaja a una velocidad 400 km/min (el doble). Al ser lanzados, la distancia que los separa es X. Cuando pasa un minuto, la distancia que los separa es X – 600 km, es decir, la distancia original, menos lo que avanzo cada misil. Con lo cual, los misiles se aproximan a 600 km/min (porque la velocidad de los misiles es constante: no varía). Entonces como la distancia que los separa es cero cuando se estrellan, cuando falta un minuto para que se estrellen, la distancia que los separa es **600 km**.

Capítulo 2

Se debería poner una bolilla roja en un recipiente, y todas las demás bolillas en el otro. Así, si se elige el recipiente con una bolilla, hay un 100% de posibilidades de sacar una bolilla roja, y si se elige el otro, hay casi un 50% de posibilidades de sacar una bolilla roja, por lo que en total hay casi un 75% de posibilidades de sacar una bolilla roja de cualquiera de los dos recipientes.

Capítulo 3

Esto puede resolverse como una suma de velocidades. La velocidad de Aníbal es una habitación cada 4 horas, y la velocidad de Beto es una habitación cada 2 horas. Entonces, si ambos trabajan juntos, su velocidad de pintado es:

1 hab/4 h + 1 hab/2 h =
1 hab/4 h + 2 hab/4 h = 3 hab/4 h

Si 3 habitaciones las pintan en 4 horas, 1 habitación la pintan en:

3 hab __________ 4 h
1 hab __________ (1 x 4 h)/3 = 4/3 h = 1,3333… h = **1 hora y 20 minutos**

Lo cual tiene sentido, porque juntos trabajan más rápido que cualquiera de los dos por separado.

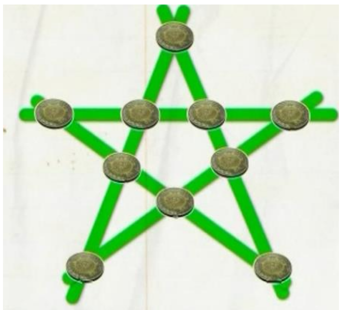
Capítulo 4

El problema se puede resolver como una ecuación, siendo N un número, y 0.4xN el 40% de ese número:

(N – N x 0,4) + (N – N x 0,4) x 0,4 =
0,6N + 0,6 N x 0,4 =
0,6 N + 0,24 N = 0,84 N

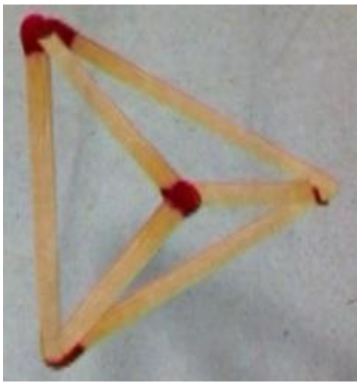
Como la ecuación original no es igual a N, sino que el resultado es el 84% de N, la respuesta es que **no** se obtiene el número original.

Capítulo 5



Capítulo 6

Esto puede lograrse uniendo a los fósforos en forma de tetraedro regular:



Capítulo 7

La respuesta, quizás anti intuitiva, es que **sí**, si consideramos un estadio de fútbol con proporciones comunes. Si bien este es un problema de Fermi (cuyo objetivo es una estimación precisa a pesar de la falta de datos), se puede ver que esto es posible.

Por ejemplo, una cancha de fútbol profesional (para equipos de 11) debe medir como mínimo 45 metros de largo por 90 de ancho. Esto es decir, que cualquier campo de juego de fútbol tiene al menos 4.050 metros cuadrados. Una pelota de fútbol podría tener aproximadamente 400 centímetros cuadrados, o lo que es lo mismo, 0,04 metros cuadrados. Si hacemos la división

4.050/0,04 = 101.250

Es decir, que en condiciones normales de un estadio de fútbol (así como de las pelotas), sobrarían balones para regalar.

Capítulo 8

Existen 15 combinaciones posibles entre esas cartas, de las cuales 9 tienen al menos un rey (imagen de ejemplo):

Con esto se puede decir que **es más probable que al menos una de las cartas tomadas del par sea un rey**.

Capítulo 9

El 20% de 60 porciones es
0,2 x 60
es decir, 12 porciones.

El 60% de 20 porciones es
0,6 x 20
es decir, 12 porciones.

Por lo que, **ambas opciones constituyen la misma cantidad de porciones** (lo que en principio puede parecer anti intuitivo).

Capítulo 10

De las cinco cifras del número correspondiente al boleto, la primera cifra puede ser cualquiera, la segunda también puede ser cualquier número del cero al nueve, y la tercera cumple la misma condición. Pero, la cuarta cifra debe ser igual a la segunda, y la última debe ser igual a la primera, por lo que estás dos últimas cifras están restringidas. Esto es simplemente describir de otra forma como es un boleto capicúa, pero de esta manera se puede pensar mejor como calcular la cantidad de boletos capicúa, lo que se puede hacer multiplicando los posibles valores que puede tener cada cifra:

10 x 10 x 10 x 1 x 1 = **1.000**

Adicionalmente, como solo hay 1.000 boletos capicúa de los 10.000 boletos posibles, se entiende que la chance de que tocará uno al subir al colectivo era un poco baja (del 10%), y por eso se genera un cierto interés en coleccionarlos, con la esperanza de que con los sucesivos viajes, se pudiera tenerlos todos (en poco menos de 15 años viajando dos veces por día, existe una gran probabilidad de haberlos juntado en su totalidad).

Capítulo 11

Esto se puede resolver con dos ecuaciones con dos incógnitas. Al precio de una medialuna se lo llama "M" y al precio de un sándwich se lo llama "S". Entonces, los datos que tenemos son:

2M + S = 4
3M + 2S = 7

De la primera ecuación se deduce que:
S = 4 – 2M (el precio de un sándwich es $4 menos el valor de dos medialunas)
Reemplazando este dato en la segunda ecuación, se tiene que:

3M + 2 x (4 – 2M) = 7
- M + 8 = 7
M = 1

Por lo que el precio de una **medialuna** es de **$1**. A partir de la primera deducción que hicimos, se tiene finalmente que el precio de un **sándwich** es $4 - $2, es decir, **2$**.

Capítulo 12

La única distribución de 18 billetes de $2 y $5 que suma $66 es la siguiente:

5 + 5 +
5 + 5 +
5 + 5 +
5 + 5 +
5 + 5 +
2 + 2 + 2 + 2 + 2 +
2 + 2 + 2

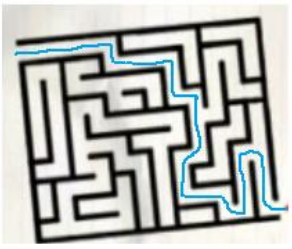
Por lo que hay **10 billetes de $5 y 8 billetes de $2**.

Capítulo 13

Simplemente por fuerza bruta, se tiene que **22** + **24** + **26** = 72.

Temporada 3 (2010)

Capítulo 1



Nota: todos los laberintos de este estilo pueden resolverse "manteniendo apoyada la mano derecha contra la pared". Es decir, si siempre nos mantenemos junto a la sección negra, como la salida está junto a una porción de esta, en algún momento saldremos del laberinto. Sin embargo, este algoritmo no nos asegura que esa sea la forma más rápida de salir, sino que de hecho muchas veces insume bastante más tiempo que si tenemos acceso a todo el mapa del laberinto y lo recorremos primero imaginariamente, pero puede ser una buena alternativa cuando debemos salir de un laberinto en la realidad.

Capítulo 2

Traduciendo el problema, nos piden averiguar el diámetro de un círculo de perímetro 20. Simplemente eso. No importa que las unidades sean centímetros, pulgadas o personas: la ecuación para averiguar el perímetro de un círculo es la misma:

$P = \pi$ D

El dato que tenemos es P, que es 20. Entonces, despejando y aproximado el valor de π:

20 = π D

20 / 3,1416 $\cong$ 6,366

Redondeando para arriba, con **7 personas** se "cruza" el círculo de un extremo a otro.

Capítulo 3

Si hubiera que usar todas las piezas una vez, **no se puede**. Una forma de entender esto es que, si bien el tablero tiene 16 casilleros, y cada una de las cuatro piezas tiene 4 casilleros, la pieza en forma de "T" ocupa una cantidad de lugares negros y blancos impar, mientras que las otras piezas ocupan un lugar par de casilleros de ambos colores, por lo que la "suma" de casilleros ocupados de cada color entre las piezas no es igual a la suma de casilleros de cada color del tablero.

Capítulo 4

Cada vez que doblamos a la mitad la hoja, su grosor se duplica, es decir, se multiplica por 2. Como hay que doblarla
50 veces, esa es la cantidad de veces que hay que multiplicar por 2 el grosor inicial de la hoja. Por lo que el grosor final de la hoja es el grosor inicial multiplicado 50 veces por 2, es decir:

$$0{,}001\ cM\ \times 2^{50} =\ 1.125.899.906.842{,}624\ cM\ \cong\ \mathbf{11.258.999{,}068}\ \boldsymbol{kM}$$

El crecimiento exponencial no es tan intuitivo… esa hoja tendría un grosor casi 900 veces más grande que el diámetro de la tierra.

Capítulo 5

Este es quizás el problema más anti intuitivo hasta ahora, en mi humilde opinión. La respuesta es en principio sencilla: **la concentración del líquido en menor proporción es la misma en ambos vasos.** La forma sencilla de entenderlo es que en la segunda cucharada, por la parte de vino que se devuelve al vaso original, la impureza de agua que se transporta al vaso de vino es del mismo volumen que el de la impureza de vino que queda en el vaso de agua (esto es por la capacidad de la cuchara).

Pero el desarrollo formal por el que se puede llegar a esto (por ponerle un nombre) a esto tiene sus pasos…

Primero, recordemos que ambos vasos están igual de llenos de sus respectivos líquidos. Empecemos entonces por llamar "X" al volumen de líquido en cualquiera de los dos vasos. Entonces la situación inicial es:

Vaso de agua	**Vaso de vino**
Volumen de vino: 0	Volumen de vino: X
Volumen de agua: X	Volumen de agua:0

Cuando se introduce la cuchara en el vaso de vino y se vierte la cucharada en el vaso de agua, al "revolver", obtenemos el siguiente escenario:

Vaso de agua (impura)	**Vaso de vino**
Volumen de vino: A	Volumen de vino: X - A
Volumen de agua: X	Volumen de agua: 0

siendo A el volumen de vino que puede transportar la cuchara. Se está asumiendo que A también es el máximo volumen de un líquido que puede transportar la cuchara, ya que por ser un problema de matemática, consideramos las diferencias entre las densidades de los líquidos despreciables.

Cuando la cuchara se introduce en el vaso de agua impura, se asume para el problema que una parte del volumen que se extrae es de vino (por eso en el planteo se aclara que se revuelve, intentando no dejar lugar a la posibilidad de tomar agua pura en la siguiente cucharada). Entonces, luego de que la cuchara se vierte en el vaso de vino, obtenemos el siguiente cuadro de situación:

Vaso de agua (impura)	**Vaso de vino (impuro)**
Volumen de vino: A - B	Volumen de vino: X – A + B
Volumen de agua: X - C	Volumen de agua: C

siendo B el volumen de vino que se saca del vaso de agua impura, y C el volumen de agua que a través de la cuchara se extrae del mismo (ya que la cucharada que se saca tiene una mezcla de agua y vino por ser impura, se separa el volumen de ambos líquidos en dos letras para facilitar la comprensión del problema).

Ahora, de acuerdo con el modelo que estamos usando, el volumen de impurezas en el vaso de agua es A – B, mientras que el volumen de impurezas en el vaso de vino es de C. El problema en si consiste en dilucidar la siguiente tricotomía:

$$¿\ A - B < C \quad ó \quad A - B > C \quad ó \quad A - B = C\ ?$$

La última opción, quizás ni siquiera considerada, es la correcta. Y esto es comprensible a partir de nuestro modelo: A, como antes se especificó, no solo representa el volumen de vino transportado por la cuchara la primera vez: también es el máximo volumen que puede cargar la cuchara. Entonces, se entiende que

$A = B + C$

ya que en la segunda cucharada también se asume que se está llevando el máximo volumen posible, por lo que entre la parte de vino y la parte de agua, la capacidad de la cuchara está completa. Habiendo entendido esto, es claro (despejando la ecuación) que:

$\mathbf{A - B = C}$

Y lo que puede ser anti intuitivo en un principio, termina resultando verdadero: las impurezas en ambos vasos tienen el mismo volumen. Y esto, además de invitar a pensar, también invita a probar: se puede asumir que en vez de líquido se transportan bolitas (empezando cada vaso con 10, 100, 1000, etc.) y asumiendo arbitrariamente cuantas bolitas se transportan en cada cucharada de cada líquido (siendo que la cantidad de bolitas en ambas cucharadas debe ser igual) se ve que esto ocurre numéricamente.

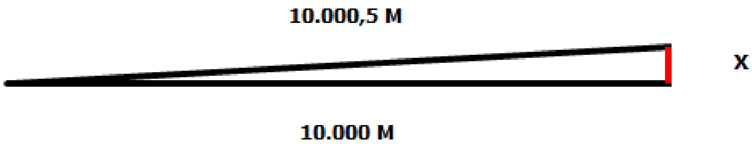
Finalmente, queda por aclarar que no había ninguna trampa en el problema (por ejemplo, no se asumía que había evaporación, caída o retención en la propia cuchara de los líquidos, o al menos, estas cuestiones resultaban despreciables).

Capítulo 6

Se puede asumir que las dos partes alargadas del puente componen los lados de un triángulo isósceles (triángulo que denota la elevación), y que cada uno de sus lados mide 10.000,5 m. A su vez, el lado restante es igual a la longitud original del puente, es decir, 20.000 m.

Para averiguar la altura, se puede trazar imaginariamente una línea que pasa por el punto medio del puente y calcular la longitud de ese lado a través del Teorema de Pitágoras (ya que con esa línea imaginaria se formaría un triángulo rectángulo)

Simplificando, a partir del siguiente triángulo deducimos el valor de la elevación del punto medio del puente (X)



Se calcula entonces el valor de X:

$(10.000,5\ M)^2 = (10.000\ M)^2 + X^2$

$(10.000,5\ M)^2 - (10.000\ M)^2 = (10.000{,}5^2 - 10.000^2)\ .\ M^2 = X^2$

$10000{,}25\ .\ M^2 = X^2$

$\sqrt{10000{,}25\ .\ M^2} = |\ X\ | = X$

$\sqrt{10000{,}25\ .\ M^2} = |\ X\ | = X$

$\mathbf{100\ M \cong X}$

Capítulo 7

de la bolsa 1, se saca 1 moneda;
de la bolsa 2, se sacan 2 monedas;
de la bolsa 3, se sacan 3 monedas;
de la bolsa 4, se sacan 4 monedas;
de la bolsa 5, se sacan 5 monedas;
de la bolsa 6, se sacan 6 monedas;
de la bolsa 7, se sacan 7 monedas;
de la bolsa 8, se sacan 8 monedas;
de la bolsa 9, se sacan 9 monedas;

Finalmente, se ponen en la balanza las 45 monedas sacadas (puede ponerse en pilas para discriminarse las bolsas a las que pertenecen, si se tuvieran que volver a poner). Al pesarlas, tenemos 10 estados posibles, por lo que es sencillo aparear cada uno de los pesos que se puedan obtener a la bolsa más pesada:

- si la balanza indica un peso de 450 gramos, eso quiere decir que todas las monedas pesadas son de 10 gramos, por lo que la bolsa pesada es la número 10 (ya que de esa bolsa no se aportó ninguna moneda)
- si la balanza indica un peso de 451 gramos, eso quiere decir que hay una moneda que pesa 11 gramos, por lo que la bolsa con las monedas pesadas es la número 1 (ya que sólo de esa se aportó una sola moneda).

- si la balanza indica un peso de 452 gramos, eso quiere decir que hay dos monedas que pesan 11 gramos, por lo que la bolsa con las monedas pesadas es la número 2 (ya que sólo de esa se aportaron dos monedas).
- si la balanza indica un peso de 453 gramos, eso quiere decir que hay tres monedas que pesan 11 gramos, por lo que la bolsa con las monedas pesadas es la número 3 (ya que sólo de esa se aportaron dos monedas).
- si la balanza indica un peso de 454 gramos, eso quiere decir que hay cuatro monedas que pesan 11 gramos, por lo que la bolsa con las monedas pesadas es la número 4 (ya que sólo de esa se aportaron cuatro monedas).

Y así se puede extender el razonamiento a los otros cinco estados posibles (45**5**, 45**6**, 45**7,** 45**8** y 45**9** gramos).

Capítulo 8

Resolver este problema es esencialmente decodificar el algoritmo de multiplicación paisana. Lo digo con palabras difíciles porque creo que este es el problema más difícil hasta ahora, ya que se resuelve con teoría de números (rama bastante dura y poco enseñada de la matemática). Pero un poco de atención y lectura paciente debería ser suficiente para comprender.

Lo primero a entender es qué estamos haciendo al realizar divisiones enteras sucesivas por dos del numerador. Esto es una forma de obtener el número en forma binaria, es decir, expresado solo con unos y ceros (así como el sistema decimal expresa el número a partir de los símbolos del cero al nueve).

En el ejemplo, a 97 se lo divide por dos sin tener en cuenta los decimales del resultado, y a lo que se va obteniendo se le repite el proceso hasta llegar a uno:

97
48
24
12
6
3
1

En definitiva:
97 = 48 x 2 + **1**
48 = 24 x 2 + **0**
24 = 12 x 2 + **0**
12 = 6 x 2 + **0**
6 = 3 x 2 + **0**
3 = 1 x 2 + **1**
1 = 0 x 2 + **1**

Es decir, esa división entera por dos o es exacta (es igual a al producto del cociente por dos, más cero) o para que dé exacto, al número que dio además de multiplicarlo por dos hay que sumarle uno.

Es sencillo entender que cualquier número par es divisible por dos, y si fuera impar, es posible sumarle uno para que lo sea (una forma de definir a todo número impar, es 2N + 1, donde N es cualquier número natural). Cómo solo hay números naturales pares o impares, esto funciona para cualquier número.

Esta descomposición permite obtener la forma binaria del número. Es decir, 97 es en decimal lo mismo que **1100001** (acomodando los unos y ceros de la descomposición anterior de abajo hacia arriba) es en binario (yo advertí que necesitábamos teoría de números para estar familiarizados, pero para quién no esté al tanto de estos conceptos de cambio de base numérica, una mínima lectura sobre el tema –aunque sea por internet- será suficiente para este problema). Por la forma binaria del número, entonces 97 en decimal puede escribirse:

$$2^6 + 2^5 + 0^4 + 0^3 + 0^2 + 0^1 + 2^0$$

Es decir, para los lugares que tienen uno, se eleva dos a la posición de la cifra, y para los lugares que tienen cero, se eleva 0 al lugar de la cifra. Vemos entonces que para el procedimiento de la tabla del principio, las cifras pares en la división entera se tachan porque no aportan nada a la suma de la descomposición (cero elevado a cualquier número natural mayor a cero es cero). Entonces se tiene que

$$97 = 2^6 + 2^5 + 2^0$$

Nótese que los exponentes de dos que integran la descomposición binaria del 97 son los lugares de la segunda columna de la tabla (de arriba abajo) que se eligen para sumar, debido a la correspondencia entre el número del resultado de la división entera por dos, y la multiplicación por dos en la otra columna. Es decir, al elegir los números impares de la primera columna, estamos eligiendo un producto del dividendo por una potencia de dos que corresponde a la descomposición binaria del numerador.

Gráficamente, si yo elijo las divisiones impares (digamos, las inexactas: los "unos" en el número binario) de 97:

97	**24**
3	768
1	1536

en la columna de la derecha, estoy eligiendo en realidad:

97	**24 x 2^0**
3	24 x 2^5
1	24 x 2^6

Como la multiplicación es conmutativa y se puede aplicar la propiedad distributiva, es lo mismo hacer:

97 x 24 = 24 x 97 = 24 x ($2^6 + 2^5 + 2^0$) = 24 x 2^6 + 24 x 2^5 + 24 x 2^0 =

24 + 768 + 1536

Y esto último es el paso final del procedimiento del comerciante.

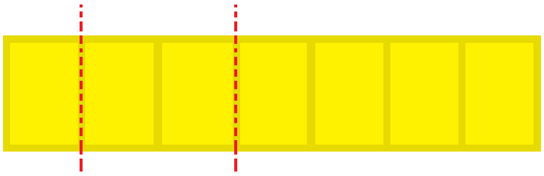
Acá es donde se empieza a entender como es el procedimiento:

- primero, hago divisiones sucesivas por dos del numerador, y a su vez del otro número voy haciendo multiplicaciones por dos;
- después me fijo cuales de los resultados de las divisiones que me dieron son impares, porque esos son los que me indican el "uno" de la descomposición binaria, es decir, me indican cuales 2 elevados a la "que" debo sumar para obtener ese número del otro lado. Y esos 2 elevados a la "algo" están justamente en la otra columna, multiplicando al denominador.
- Luego, por la propiedad conmutativa y distributiva que conocemos de la multiplicación, la suma de la otra columna me da el resultado esperado, porque contiene al numerador descompuesto, multiplicado por el denominador.

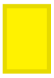
Finalmente, si bien puede hacer falta más de una lectura para terminar de entender el chiste del método, en líneas generales lo que se hace es aprovechar las propiedades de la descomposición binaria para multiplicar los números de manera oculta: con las divisiones me fijo el exponente de los dos que tengo que sumar, y con las multiplicaciones voy haciendo el producto por partes, hasta que al sumarlo me da el resultado final.

Capítulo 9

Los cortes son los siguientes:

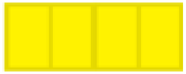


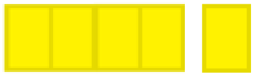
De esta forma:

El primer día le da un bloque: 

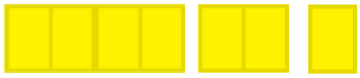
El segundo día, le pide el bloque que le dio el día anterior, y le da dos bloques: 

El tercer día, le da el bloque del primer día, así el jornalero tiene 3: 

El cuarto día, le pide los bloques que tiene, y les da el bloque de cuatro piezas: 

El quinto día, le da el bloque suelto, así el jornalero tiene 5: 

El sexto día, le pide el bloque suelto, y le da el bloque de a par, y el jornalero tiene 6: 

El séptimo día, le da el bloque suelto, y así tiene la totalidad del lingote: 

Capítulo 10

El tiempo mínimo es de **17 minutos**:

- El primer viaje lo realiza la persona que tarda 1 minuto en cruzar el bosque con la que tarda 2, por lo que tardan dos minutos en realizar ese viaje.
- Alguna de ellas debe volver con la linterna para ayudar al resto a cruzar, digamos que vuelve la que tarda un minuto: ya pasaron 3.
- Ahora cruza la persona que tarda 10 minutos con la que tarda 5, por lo que al llegar ya han pasado en total 13 minutos.
- La persona que tarda dos minutos cruza nuevamente el bosque: han pasado ya 15 minutos.
- Finalmente, la persona que tarda 1 minuto y la que tarda 2 minutos realizan juntas un último viaje encontrándose con el resto al otro lado del bosque, luego de 17 minutos.

La principal dificultad del problema estriba en asumir inconscientemente que la persona que vuelve tiene que ser alguna de las que hizo el viaje anterior para llegar.

Capítulo 11

La sucesión consta de los números naturales "espejado", es decir, que cada símbolo está compuesto del símbolo correspondiente a un número natural, junto con ese mismo símbolo invertido horizontalmente. Por ende la forma natural de continuar la sucesión es agregando el 5, pero "espejado", pudiendo continuar así indefinidamente la sucesión de símbolos utilizando los números naturales espejados.

Capítulo 12

El primer prisionero solo podría haber contestado con seguridad que su sombrero era blanco, si los dos sombreros de sus compañeros hubieran sido negros (ya que solo había dos sombreros negros y todos tenían un sombrero). Esto no podía ocurrir porque, como sabía el tercer prisionero por ver a sus compañeros, el sombrero del segundo prisionero era blanco.

El segundo prisionero, entonces, sólo podría haber contestado con seguridad que su sombrero era blanco, si el sombrero del tercer prisionero hubiera sido negro. Esto es porque si el suyo también hubiera sido negro, entonces el primer prisionero hubiera contestado que el suyo era blanco (es decir, hubiera ocurrido lo descripto en el párrafo anterior).

Pero como el segundo prisionero tampoco contestó, entonces la única posibilidad era que el sombrero del tercer prisionero no fuera negro, y por ende, debía ser blanco.

Capítulo 13

La respuesta es que **siempre es conveniente cambiar**.

Las posibilidades de acertar el premio entre las tres puertas al elegir por primera vez es 1/3, es decir, 33,33% (aproximadamente) de posibilidades. Se podría pensar que cuando muestran una de las puertas que no contiene el premio, la posibilidad de cambiar a la otra representa una probabilidad de acierto del 50%, por lo que es indiferente cambiar o no. Sin embargo, esto es incorrecto.

Recordemos que desde el principio este es un sistema con tres alternativas. Si no cambiamos nuestra elección, nuestra posibilidad de acertar sigue siendo la misma, independientemente de que abran una puerta sin el premio o no, ya que es obvio que alguna de las dos puertas que no elegimos no es la correcta, porque solo hay un premio y tres puertas. Pero al cambiar, estamos duplicando nuestra posibilidad de acertar. Es decir, es como si nos dejaran abrir una segunda puerta: una es la que ya abrió el presentador, y otra la que vamos a abrir al cambiar. Esto no es igual si no cambiamos, porque recordemos que es un sistema con tres alternativas. Si no cambiamos, es como si no nos hubiera abierto la otra puerta, porque nuestra elección es la misma.

En resumen, al cambiar de puerta, teniendo una ya abierta, es como si abriéramos las dos puertas que no elegimos al principio. De esta forma, nuestra posibilidad inicial de acertar, se convierte en nuestra posibilidad de fallar, duplicando nuestras chances de obtener el premio: es como si preguntaran "¿Quiere usted abrir las otras dos puertas que no eligió?" Entonces claramente nuestras probabilidades de acertar se vuelven 2/3. Esto, de nuevo, no ocurre si no cambiamos, porque en ese caso, es irrelevante si abren las dos puertas: la posibilidad de ganar no cambia.

Temporada 4 (2011)

Capítulo 1

A) Es un problema similar al primero de la primera temporada: cada ingrediente puede estar o no estar en el caldo, por lo que existen dos posibilidades por ingrediente. Entonces, la cantidad de caldos posibles se obtiene multiplicando las posibilidades de cada ingrediente:

2 x 2 x 2 x 2 x 2 = **32**

Esto es asumiendo que el guiso sin ingredientes que solo tiene caldo cuenta. De lo contrario, son **31** guisos posibles.

B) En principio, hay que diferenciar el dinero de monto, de pago, de vuelto y de propina:
el dinero de monto es de $30;
el dinero de pago es de $25;
el dinero de vuelto es de $3;
y el dinero de propina es de $2;

Entonces, se entiende que:

pago = monto - vuelto - propina
es decir:
$25 = $30 - $3 - $2

Lo cual hasta es intuitivo.

Lo que planta el problema (dicho en forma matemática) es lo siguiente:
monto = (monto/3 - vuelto/3)*3 + propina
Es decir:
$30 = ($10 - $1) *3 + $2

Entonces, despejando se tiene que
monto = ((monto - vuelto) / 3) *3 + propina
monto = monto - vuelto + propina

Lo cual, además de contradecir la intuitiva ecuación inicial, es absurdo ya que de aquí se despeja que:
monto - monto = - vuelto + propina
vuelto = propina

Con lo cual, no es que falta un peso sino que se plantea una ecuación absurda en el problema, de forma oculta.

El truco está en que en el planteo se busca llegar al monto total partiendo del monto total, lo cual pasa desapercibido, pero es absurdo. Es decir, al restar lo que cada muchacho pago menos lo que obtuvo de vuelta, en suma se tienen $27, por lo que para llegar a lo que constituía la cuenta (que es el pago, no el monto), simplemente había que restar la propina, que tampoco se lo quedan los muchachos. Sin embargo, en el planteo esto se suma, obteniendo un número que no es representativo de nada (porque el monto total, los $30, es de lo que se parte), pero por la forma en que se plantea el problema, parece tener sentido las cuentas que se hacen (por eso no se mencionan los $30 pesos iniciales, sino que se dice "si se resta lo que cada muchacho pagó menos lo que tuvo de vuelta").

Capítulo 2

A) Los pesos de las cinco personas se nombrarán A, B, C, D y E. Al saber que las personas pesan distinto, sabemos que una de las personas es la más pesada, y otra la menos pesada. En general, sabemos que como cada uno de los pesos son distintos:

A < B < C < D < E

Ahora, es fácil darse cuenta que el menor número corresponde a la suma de los pesos de los más livianos, y que el mayor número corresponde a la suma de los pesos más pesados, pero en general se puede deducir que la sucesión de pesos se da de la siguiente manera:

105 = A+B
112 = A+C
113 = A+D
115 = A+E
119 = B+C
120 = B+D
122 = B+E
127 = C+D
129 = C+E
130 = D+E

Empezamos por despejar A, de la siguiente manera
105 + 112 +113 + 115 = 4A + (B + C) + (D + E) = 4A + 119 + 130
445 = 4A + 119 + 130
445 - 119 - 130= 4A

196 = 4A
A = 64

Y como la persona que pesa A se pesó con el resto, es un simple despeje con las cuatro ecuaciones de sumas que tiene A.

105 = A + B
105 = 49 + B
B = 56

112 = A + C
112= 49 + C
112 - 49 = C
C = 63

113 = A + D
113 - A = 113 - 49
D = 64

115 = A + E
115 - A = 115 - 49
E = 66

B) 7 veces:

Y en general, si la una persona da n vueltas, y la otra da m vueltas, la cantidad de contactos son n + m.

Capítulo 3

A) A cada una de las edades las llamo: A, B, C, D y E. Entonces, se sabe que:

B = A + 1
C = B + 1 = A + 2
D = C + 1 = A + 3
E = D + 1 = A + 4

Y además es dato que:
A + B + C + D + E = 45

Entonces despejo A:
A + (A + 1) + (A + 2) + (A + 3) + (A + 4) = 45
5A + 10 = 45
5A = 35
A = 7

Y luego, teniendo este valor, ya puedo conocer los demás:
B = A + 1 = **8 = B**
C = A + 2 = **9 = C**
D = A + 3 = **10 = D**
E = A + 4 = **11 = E**

B) No pude pensar una solución partiendo de una forma teórica para resolver el problema, por lo que hice un programa en C que resuelva el problema por mí (por fuerza bruta, ¡así cualquiera!):

```
#include <stdio.h>

int main(){
      for(int i=1; i<100; i++){
            if(i%2==1 && i%3==2 && i%4==3 && i%5==4)
            printf("%d",i);

      }

      return 0;

}
```

El resultado fue **59**.

En el programa la solución fue un poco más ortodoxa, pero también debieron descartar números casi por fuerza bruta, ya que primero descartaron los pares (porque el número no podía ser divisible por dos), luego los impares (porque el número no podía ser divisible por tres) y luego los múltiplos de cinco, y el resto los descartaron uno por uno.

Pero aún descartando estos, quedan varios para dividir al menos una vez y comprobar el resultado, por lo que se entiende que el método programático es útil, porque hace casi lo mismo que deberíamos hacer manualmente, pero solo tarda unas décimas de segundo.

1	11	21	31	41	51	61	71	81	91
2	12	22	32	42	52	62	72	82	92
3	13	23	33	43	53	63	73	83	93
4	14	24	34	44	54	64	74	84	94
5	15	25	35	45	55	65	75	85	95
6	16	26	36	46	56	66	76	86	96
7	17	27	37	47	57	67	77	87	97
8	18	28	38	48	58	68	78	88	98
9	19	29	39	49	59	69	79	89	99
10	20	30	40	50	60	70	80	90	100

Capítulo 4

A) Como el viaje dura tres horas y media, y de cada ciudad sale un micro por hora al mismo tiempo, se deben tener en cuenta los micros que ya estaban en la ruta en el momento de partida, y los que van a salir hasta el momento de llegada. Para cuando nuestro conductor sale de una ciudad a la otra, los que ya están en la ruta son: el micro que salió al mismo tiempo que el, el que salió hace una hora, el que salió hace dos horas y el que salió hace tres (porque cada micro tarda tres horas y media en llegar). Los que van a salir mientras nuestro conductor esté en trayecto son tres: el sale a la primera hora de trayecto, el que sale a la segunda hora, y el que sale cuando nuestro conductor ya lleva tres horas en la ruta. Por lo que nuestro conductor verá **siete** micros en la dirección contraria.

B) Si salió cara, existen cuatro posibilidades:

- del otro lado está una de las caras de la moneda de doble cara;
- del otro lado está otra de las caras de la moneda de doble cara;

(más allá de que son iguales en apariencia, en la práctica no es lo mismo que caiga de un lado cara que del otro lado, como en cualquier moneda).

- del otro lado está la cruz de la moneda normal.

Por lo que es más probable que salga cara del otro lado, es decir, la probabilidad de que del otro lado haya una cara es **2 en 3** (aproximadamente, 66,66%). La dificultad del problema consiste en asumir que como la moneda de doble cara es igual en apariencia de los dos lados, que caiga de uno o de otro lado se computa como la misma posibilidad.

Capítulo 5

A) El porcentaje de efectividad se calcula, como vemos en el problema, dividiendo la cantidad de goles exitosos sobre la cantidad de goles ejecutados, y a eso se lo multiplica por 100. Como ya pateó 100 penales, entonces podemos decir que la cantidad de goles ejecutados son 100 más los que le falta ejecutar exitosamente para alcanzar el 90% de efectividad. A su vez, como ya logró 85 goles exitosos, podemos decir que la cantidad de goles exitosos finales son 85 más los que le faltan convertir. Con este dato, simplemente debemos resolver la siguiente ecuación:

$$\frac{85 + X}{100 + X} \times 100 = 90$$

Donde X es la cantidad de penales exitosos seguidos que necesita ejecutar.

Despejando X, obtenemos que la cantidad de penales seguidos que le faltan acertar son:

$$\frac{85 + X}{100 + X} = 0.9$$

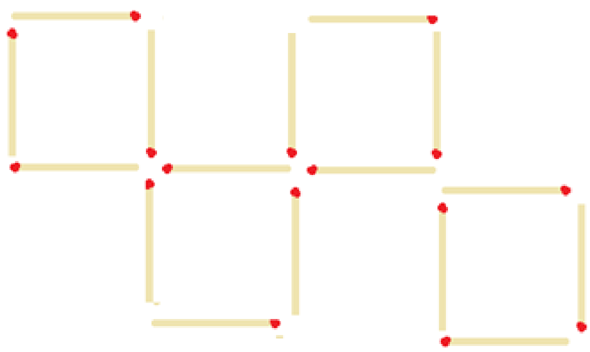
$$X = 90 + 0.9X$$

$$85 + X = 90 + 0.9X$$

$$0.1X = 5$$

$$\boldsymbol{X = 50}$$

B)



Capítulo 6

A) Esto no se puede hacer, porque para que todos los alumnos terminaran en un mismo curso, en algún momento debería haber dos cursos con la misma cantidad de alumnos (de tal forma que si se encontrarán todos esos alumnos, pasarán al tercero), pero esto no puede ocurrir restándole a dos variables 1 y sumándole a la otra variable 2.

B) Como por la segunda respuesta se sabe que la persona miente (o incluso por la primera, porque no es uno de los días en que dice la verdad), hoy puede ser martes, jueves o sábado.

Como miente, se sabe que no importa la pregunta, la respuesta será mentira. Entonces, como se sabe que ambas respuestas son mentira, sabemos que hoy no puede ser sábado, y mañana no puede ser miércoles, por lo que por descarte de los días en que miente, **hoy es jueves**.

Capítulo 7

A) Este problema puede pensarse de la siguiente manera: supongamos que las personas se organizan para que cada una de ellas empiece a saludar al resto, sin que los demás se saluden entre sí. Entonces la primera persona saluda a las otras 29, ya tenemos entonces 29 saludos. La segunda persona debe realizar 28 saludos, porque ya se saludó con la primera, por lo que se tienen en total hasta ahora 57 saludos. Así, la siguiente persona deberá saluda a 27, porque ya se ha dado la mano con las primeras dos personas, y la próxima con 26 y la que le sigue con 25… Así, por inducción sabemos que la totalidad de saludos es la suma sucesiva de los números del 29 hasta el 1 (porque para cuando le toque el turno a la última persona, está ya se ha saludado con las otras 29).

Entonces, la respuesta es:
1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9 + 10 + 11 + 12 + 13 + 14 + 15 + 16 + 17 + 18 + 19 + 20 + 21 + 22 + 23 + 24 + 25 + 26 + 27 + 28 + 29 = **435**

Para los curiosos o los entendidos, esto en matemática suele expresarse como:

$$\sum_{n=1}^{29} n = 435$$

Que se lee como “La sumatoria de 1 hasta 29”.

B) La probabilidad se puede calcular como los casos favorables dividido los casos posibles. Para sacar 10, existe un único caso favorable, que es contestando bien todas las preguntas, y solo hay una forma de hacer esto. La cantidad de formas en total de responder las preguntas es el producto de todas las alternativas posibles para cada pregunta:

5 x 5 x 5 x 5 x 5 x 5 x 5 x 5 x 5 x 5= $= 5^{10} = 9.765.625$

Por lo que la probabilidad de que un alumno en una prueba de estas características conteste bien las diez preguntas es **1 en 9.765.625**, casi 1 en 10 millones. En porcentaje, la probabilidad en porcentaje (multiplicando por cien) de sacarse diez sin estudiar en estas condiciones sería: 0,00001024%. Intente decirlo en voz alta: cero coma cero, cero, cero, cero…

Capítulo 8

A)
- Si Pedro escribe con faltas de ortografía, entonces no le gusta el jugo de ananá.
- Si a Pedro no le gusta el jugo de ananá, entonces no le gusta ir al cine.
- Si a Pedro no le gusta ir al cine, entonces no se copia.

Entonces, se puede afirmar lógicamente que **Pedro no se copia**.

B) Cada vez que nos movamos a un cuadrado negro, ese será un movimiento de número impar (por ejemplo, el primer movimiento será a un cuadrado negro, y no importa a donde nos movamos siguiendo la regla, el movimiento número dos será a un cuadrado blanco). El último movimiento será de número 63 (porque hay 64 casilleros), pero ese último casillero no corresponde a un casillero negro. Esta incoherencia hace darnos cuenta que siempre dejaremos sin recorrer un número impar de casilleros si queremos llegar al cuadrado del final desde el inicial, por lo que **no se puede hacer** ese recorrido pasando por todos los cuadrados.

Capítulo 9

A) Una forma de resolverlo es ejecutando la siguiente secuencia de botones:

Subir (estoy en el 7)
Subir (estoy en el 14)
Bajar (estoy en el 5)
Subir (estoy en el 12)
Bajar (estoy en el 3)
Subir (estoy en el 10)
Subir (estoy en el 17)

La secuencia de subidas y bajadas puede ser variable (existen otras secuencias correctas).

Si se cambiará el botón de subir, **entonces no sería posible** llegar desde planta baja al piso 17, porque tanto 6 como 9 son múltiplos de 3, porque lo que cualquier combinación derivara en un piso de número múltiplo de 3, y 17 no es múltiplo de 3.

B) A la mujer le conviene preguntarle al hombre que tiene 10% de probabilidades de acertar, y **hacer lo contrario** de lo que él diga, para tener un 90% de probabilidades de pasar por la puerta correcta.

Capítulo 10

A) La primera respuesta a esto es que está situación podría darse en el **polo norte** (es decir, el "extremo superior" de la tierra). Pero también, si la persona estuviera en un punto sobre el paralelo que está a 100 km al norte del paralelo de diámetro de 100 km, esto también se cumpliría. Y podemos estar en cualquier punto de ese paralelo, por lo que hay **infinitos** lugares (hipotéticamente, ya que la persona no ocupa un punto de espacio) que cumplen las condiciones del enunciado. Además, la persona podría estar en el paralelo que está a 100 km del paralelo cuyo diámetro es 50 km, o bien podría estar en el paralelo que está a 100 km del paralelo cuyo diámetro es 25 km, o bien podría estar en el paralelo que está a 100 km del paralelo cuyo diámetro es 12,5 km… y así sucesivamente encontramos las múltiples soluciones que tiene el problema.

B) Como no podemos estar seguros de si cada albañil trabaja al mismo ritmo, debemos tomarlo como un conjunto. Haciendo una regla de tres simple con ese conjunto:

En 5 horas____________se levantan____________5 metros de pared

En 10 horas____________se levantan____________M = $\frac{10\ \cancel{horas} \times 5\ metros}{5\ \cancel{horas}}$ =10 metros

Entonces, vemos que ese mismo grupo de albañiles es suficiente para realizar el trabajo, por lo que la cantidad necesaria sigue siendo **cinco**.

Capítulo 11

A) Llamando a los equipos: A, B, C y D hacemos que A juegue con B, C y D, luego B juegue con C y D, y finalmente C juegue contra D. Los partidos serían

A - B
A - C
A - D
B - C
B - D
C – D

B) Si sumamos la cantidad de reprobados en cada materia, da 75. Entonces, incluso si cada uno de los reprobados en las materias fuera un alumno distinto, hay al menos **25 alumnos** que no reprobaron nunca, y por ende, aprobaron todas las materias.

Como máximo, la cantidad de alumnos que aprobaron las tres materias serían **70**, ya que esa es la cantidad de alumnos que rindieron bien la materia con menos aprobados.

Capítulo 12

A) La primera carta de la secuencia puede ser cualquiera de las 40, pero la segunda será alguna de los 39 restantes, y la tercera en la disposición de las cartas puede ser cualquiera entre las 38 que quedan. Así obtenemos que para saber la cantidad de formas posibles de disponer las cartas en un orden se pueden multiplicar las posibilidades para cada posición de la secuencia:

40 x 39 x 38 x 37 x 36 x 35 x 34 x 33 x 32 x 30 x 29 x 28 x 27 x 26 x 25 x 24 x 23 x 22 x 21 x 20 x 19 x 18 x 17 x 16 x 15 x 14 x 13 x 12 x 11 x 10 x 9 x 8 x 7 x 6 x 5 x 4 x 3 x 2 x 1

Lo que también en matemática puede escribirse como:

40!

y se lee "factorial de 40". El resultado es un número enorme (pruebe hacer la cuenta), y da un número mayor al siguiente:

800.000.000.000.000.000.000.000.000.000.000.000.000.000.000.000

Lo que también puede escribirse como

40! > 8×10^{47}

Es decir, es más grande que un 8 con cuarenta y siete ceros atrás. Actualmente (2017), la población mundial es menor a un 8 con ocho ceros atrás…

B) A la última chica se le da número X, siendo entonces X la cantidad de chicas. A se puede decir que la chica X bailó con Y hombres, siendo Y la cantidad de hombres.

Entonces, se sabe que X + Y = 20. Ahora:
la primera chica bailó con 7 chicos, o bien, con 1 + 6 chicos.
la segunda chica bailó con 8 chicos, o bien, con 2 + 6 chicos.
la tercera chica bailó con 9 chicos, o bien, con 3 + 6 chicos.

Es decir, según lo planteado por el problema, cada chica bailó con "su número" según el orden del que hablaron más seis. Como cada chica cuenta con cuántos varones bailó de manera sucesiva en forma ascendente (cada una bailó con un hombre más que la anterior), la última chica bailó con X + 6 chicos. Pero entonces Y = X + 6 (la cantidad de chicos es la cantidad de chicas más seis).

Entonces
X + X + 6 = 20
2X + 6 = 20
2X = 14
X = 7

Finalmente, en el baile hubo **7 chicas y 13 hombres**.

¿Parecían pocos datos para dar una respuesta?

Capítulo 13

A) Cuándo se hace un trecho caminando y el recorrido opuesto en bicicleta (o al revés) se tarda 60 minutos, por lo que, si se llama a la cantidad de tiempo que toma hacer el recorrido a pie "X" y la cantidad de tiempo que toma hacer el recorrido en bicicleta "Y", se tiene que:

X + Y = 60 min.

Ahora, también se sabe que:

Y + y = 30 min.

es decir que si ambos tramos se hacen en bicicleta, se tarda 30 minutos. Ahora se puede despejar Y de la segunda ecuación:

2Y = 30 min.
Y = 15 min.

y reemplazarlo en la primera:

X + Y = 60 min.
X = 45 min.

Entonces, se tiene que X (la cantidad de tiempo que toma hacer el recorrido a pie) es 45 minutos, por lo que hacer el recorrido de ida y vuelta a la escuela toma en total **90 minutos**.

B) Este es el llamado "Problema de los puentes de Königsberg", que fue resuelto por Leonhard Euler. Básicamente, **no se puede realizar dicho recorrido** ya que para que esto fuera factible las islas intermedias del recorrido que elijamos (sean cuales fueren las islas distintas a la de partida) deberían estar conectadas por un número par de puentes, cosa que no ocurre para ninguna de las islas. Esto es porque al haber una cantidad par de puentes que conecten a la isla, eso permite recorrerlos todos pasando una vez por ellos, cosa que con los impares -en una isla intermedia del recorrido- no es posible.

Por ejemplo, supongamos que una isla está conectada por cuatro puentes con otra. Entonces, se puede ingresar por uno y salir por otro, y luego repetir este proceso con los dos puentes restantes. Si la cantidad de puentes que conectan esas islas fuera siete, en cambio, luego de repetir el proceso anteriormente descripto tres veces, al ingresar por cuarta vez a la isla ya habríamos pasado por todos los puentes que la conectan una sola vez, y no podríamos pasar por ninguno más, quedando estancados en la isla.

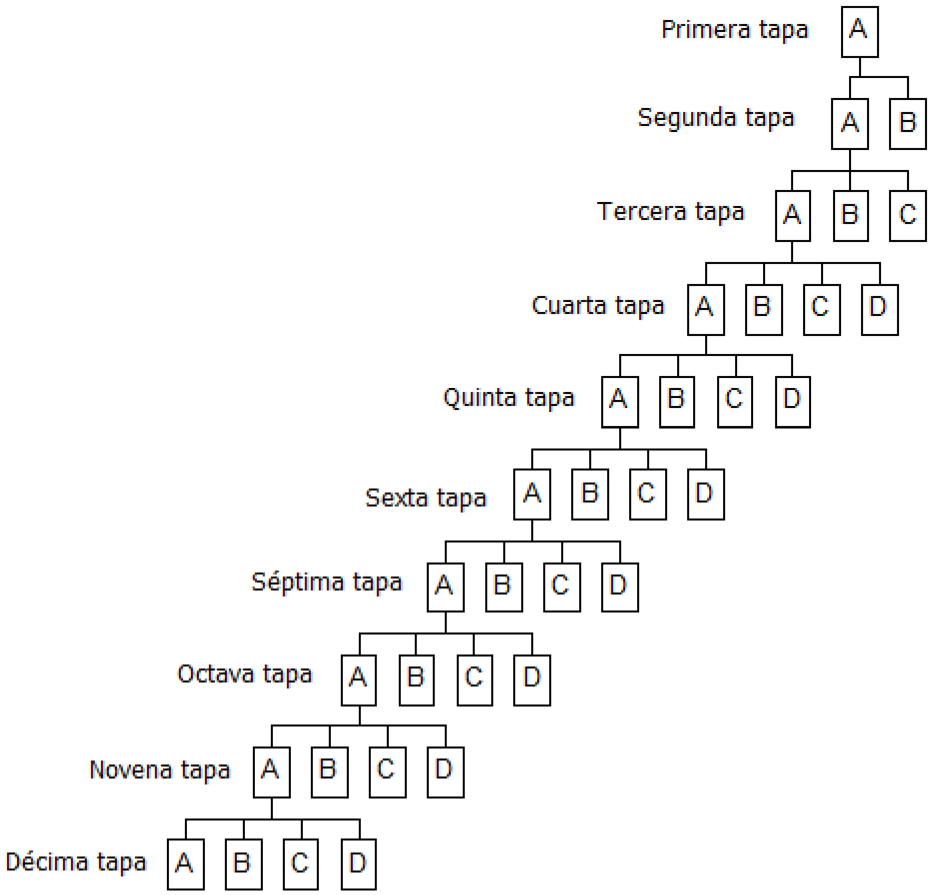
Temporada 5 (2012)

Capítulo 1

A) En el mejor de los casos, con cuatro botellas se podría llegar a tener cuatro tapas del mismo color o de distinto color, pero también existen otras combinaciones de tapas que no son favorables.

Ahora hay que pensar en el peor de los casos. Se puede pensar como que la segunda tapa de botella que se consigue puede ser del mismo color que la primera, o no. La tercera puede ser de alguno de los dos primeros colores, o no. Y así sucesivamente, se puede diagramar esta situación con un diagrama de árbol, identificando los colores que puedan salir con las letras A, B, C y D.

Así se ve que con **diez botellas**, todas las combinaciones posibles son favorables, ya que incluso si nos salieran de a tres iguales (peor combinación) luego de obtener 3 ternas y una tapa más, habremos obtenido una combinación de cuatro colores distintos o diferentes.



B) Sí, ya que si la balanza queda equilibrada poniendo en un platillo la lata, la pesa de 1kg y la pesa de 3kg y en el otro platillo la pesa de 9 kg y la pesa de 27 kg, eso quiere decir que el peso en ambos platillos es igual. Por ende, se puede afirmar que

Peso de la lata + 1 kg + 3 kg = 9 kg + 27 kg

Despejando:

Peso de la lata + 4 kg = 36 kg
Peso de la lata = 32 kg.

Capítulo 2

A) Sí. No puede ser que solo uno de ellos mienta, porque la mentira de uno implica la mentira del otro. Por ejemplo, si el que está mintiendo es el dice ser varón, entonces condiciona el hecho de que la otra persona sea en realidad varón, y por ende la persona estaba que miente es mujer. Por esto, puede afirmarse que la primera persona es una mujer y la segunda persona es un varón (es decir, **cada persona tiene el género contrario a su cartel**).

B) Los primeros seis alfajores se pueden cortar a la mitad, y darle uno cada persona. El último puede partirse en doce partes, y se le da una parte a cada persona. Una forma práctica de cortar ese alfajor en doce es cortándolo en 6 (como una pizza pequeña) y luego cortarlo horizontalmente por la mitad.

Esta es una de tantas soluciones. Si parece muy teórica por la dificultad de atravesar el dulce de último alfajor (que suele encontrarse por la mitad), también se pueden cortar cuatro alfajores en tres partes iguales cada uno, y tres alfajores en cuatro partes iguales cada uno, y a cada persona darle un cuarto y un tercio de alfajor.

Capítulo 3

A) La primera de las cartas puede ser cualquiera de las cuarenta, la segunda puede ser alguna de las 39 restantes que nos repartieron, y la tercera puede ser cualquiera de las 38 restantes. Así, para calcular todas las posibles combinaciones de tres cartas multiplicamos las posibilidades para la primera, la segunda y la tercera carta. La cantidad de posibles combinaciones es:

40 x 39 x 38 = 59.280

A esto hay que descontarle las "combinaciones equivalentes"; es decir, si uno reparte tres cartas seguidas y obtiene un 1, un 2 y un 3 de copa, es lo mismo que si hubiera obtenido primero el 3 de copa, después el 2 de copa y por último el uno. Dadas 3 cartas, hay 6 formas de ordenarlas de manera distinta. Por lo que al resultado preliminar se lo divide por 6, y se obtiene como resultado:

59.280/6= **9.880**

B) Hay que pensar que cada cartel asegura el contenido que no hay en la caja. Con este criterio, se sabe que en la caja con el cartel "Verde y Verde" no puede haber una bolilla verde, en la caja con el cartel "Amarilla y Amarilla" no puede haber una bolilla amarilla, y en la caja restante debe haber dos bolitas del mismo color. Entonces, de esta última caja (la que dice "Amarilla y Verde") se saca una bolita:

- si sale verde, entonces se sabe que en esa caja hay dos bolillas verdes y en la que dice "Verde y Verde" hay dos bolitas amarillas, por lo que en la caja restante debe haber una de cada color;

- si sale amarilla, entonces se sabe que en esa caja hay dos bolillas amarillas y en la que dice "Verde y Verde" hay una bolilla de cada color, y que en la que dice "Amarilla y Amarilla" hay una de cada color.

Capítulo 4

A) La primera media que se saca puede ser de cualquiera de los dos colores, y existe la misma probabilidad de sacar una media de un color u otro. Pero al sacar la siguiente, es doblemente probable que salga otra de un color diferente a la de la primera, ya que de las tres medias restantes en el cesto solo una es del mismo color que la que se sacó al principio. Por lo cual, es **más probable que salgan dos medias de colores distintos**.

Otra forma de pensarlo es tener en cuenta todas las combinaciones de medias posibles:

- Roja 1 y Roja 2
- Roja 1 y Negra 1
- Roja 1 y Negra 2
- Roja 2 y Negra 1
- Roja 2 y Negra 2
- Negra 1 y Negra 2

Es decir, existen el doble de combinaciones posibles de colores distintos que de colores iguales.

B) El área de la pizza, así como de cualquier figura circular se calcula como $\pi.r^2$ (léase pi por radio al cuadrado). El área de la primera pizza entonces es aproximadamente:

$$3{,}1416 * .\,(15\ \mathrm{cm})^2\ = 706{,}86\ \mathrm{cm}^2$$

El área de la pizza en cuestión será aproximadamente el cuádruple de la primera, porque tiene el doble de radio:

$$3{,}1416 * .\,(30\ \mathrm{cm})^2\ = 2.827{,}44\ \mathrm{cm}^2$$

Con una regla de tres, vemos finalmente está última pizza debe ser cuatro veces más cara que la anterior si nos guiamos solo por el área cubierta por la pizza (otra vez, porque tiene el doble de radio):

Para 706,86cm^2 ____________________________se cobran______________$10

Para $2.827{,}44\ \text{cm}^2$ ________________________ se cobran ____________ X = $\frac{2.827{,}44\ cm^2 \times \$10}{706{,}86\ cm^2}$ = **$40**

Capítulo 5

A) A las seis posibilidades de hacer póquer con cuatro dados se le agrega la posibilidad de que el quinto dado tomé cualquiera de los cinco valores diferentes que no coincide con el valor que tomaron los dados de póquer. Es decir, hay que multiplicar 6 (las formas de hacer póquer) por 5 (los posibles valores del dado restante para que haya póquer). Pero además hay que tener en cuenta que el dado "diferente" puede ser cualquiera de los cinco, por lo que a su vez para conocer las posibilidades totales al resultado anterior hay que multiplicarlo por cinco (por la "posición" del dado diferente). Finalmente obtenemos que las posibles formas de hacer póquer son:

6 x 5 x 5 = **150**

B) Esto es preguntar cuánto pesan 50.000 billetes. Si cada billete pesa un gramo, entonces esa cantidad de billetes pesaría **50 kg**.

Capítulo 6

A) Se sabe que se jugaron nueve games y que se quebró el saque 5 veces. Es decir, excepto en 5 oportunidades, la persona que sacó ganó el punto.

Además, para pensar este problema es importante entender que no interesa en qué orden se ganaron los games o en qué orden se quebraron los saques, lo que si interesa es la totalidad de los games a favor de cada jugadora y la cantidad de quiebres: en el análisis no será relevante conocer la secuencia específica en que esto se dio.

Ahora, se asume que Rosemary sacó primero, y se verifica si se puede llegar a algo coherente; se imagina que:

- Rosemary saca y gana el punto (0 – 1. El puntaje se leerá así: a la izquierda del guion son los games de Miranda y a la derecha del guion son los games de Rosemary);
- Miranda saca y gana el punto (1 – 1. Cada vez que termina un game, saca la otra persona);

Ahora, se empieza a pensar qué ocurre con los quiebres a partir de este puntaje. Es arbitrario donde imaginar los quiebres (es decir, en qué momento del partido ocurrieron), pero de nuevo: lo importante para el problema es que ocurrieron, no cuando.

- Rosemary saca y pierde el punto (2 – 1. Primer quiebre);
- Miranda saca y pierde el punto (2 – 2. Segundo quiebre);
- Rosemary saca y pierde el punto (3 – 2. Tercer quiebre);
- Miranda saca y pierde el punto (3 – 3. Cuarto quiebre);
- Rosemary saca y pierde el punto (4 – 3. Quinto quiebre);
- Miranda saca y gana el punto (5 – 3)

Pero examinemos esta situación: ya no puede haber más quiebres, y le toca sacar a Rosemary, por lo que ella tendría que hacer el punto, pero eso dejaría un marcador de 5-4, lo cual es absurdo por el enunciado del problema. Entonces, la única posibilidad es que **Miranda haya sacado primero**, ya que de otra forma no se puede haber dado el puntaje y la secuencia de quiebre de saques: más allá del orden arbitrario que se eligió, se tienen que haber los distintos pasos de la secuencia que se mostró, aunque sea en otro orden, y si esto ocurriera, no se podría llegar al puntaje con los quiebres descripto en el enunciado.

Vemos que si Miranda saca, se puede llegar perfectamente a las condiciones del enunciado: (secuencia de ejemplo)

- Miranda saca y hace el punto (1 – 0).
- Rosemary saca y hace el punto (1 – 1).
- Miranda saca y pierde el punto (1 – 2. Primer quiebre).
- Rosemary saca y pierde el punto (2 – 2. Segundo quiebre).

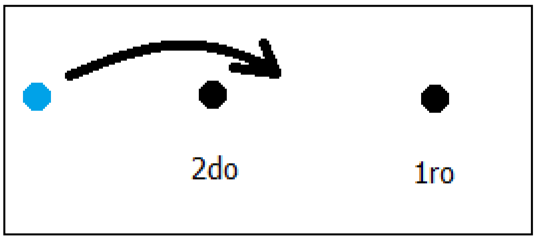
- Miranda saca y pierde el punto (2 – 3. Tercer quiebre).
- Rosemary saca y pierde el punto (3 – 3. Cuarto quiebre).
- Miranda saca y gana el punto (4 – 3).
- Rosemary saca y pierde el punto (5 – 3 Quinto quiebre).
- Miranda saca y gana el punto (6 – 3).

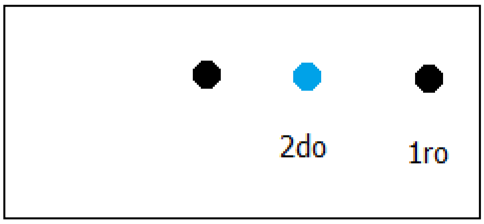
B) Una moneda de 50 centavos tiene un diámetro aproximado de 2,5 centímetros. Es decir que a lo largo de la caja entran 20 monedas, porque el largo de la caja es de 50 cm. Arriba de cada una de esas monedas se pueden apilar 249 monedas más, teniendo filas verticales de 250 monedas, ya que el alto de la caja es de 50 cm y el espesor aproximado de cada moneda es de 0.2 cm.

Y finalmente, como la caja tiene 50 cm de ancho, se puede tener 19 filas más por cada una de las filas anteriores, constituyendo en total 400 filas de monedas, de 250 monedas cada una. En suma, por el espacio de la caja (a lo largo, a lo ancho y a lo alto), en una caja entran 100.000 monedas. Pero si cada moneda tiene un espesor de 0,2 cm (aproximado), entonces la altura vertical con monedas que se puede cubrir con una caja es de 20.000 cm, o 200 M, por lo que si el obelisco mide aproximadamente 70 metros, con **una caja** es suficiente para cubrir su altura.

Capítulo 7

A) Segundo. Porque la única persona que tiene adelante es a la que iba primero.





B) 1; 6; 2; 5; 3; 4.

- Entre 1 y 6, la diferencia es 5.
- Entre 6 y 2, la diferencia es 4.
- Entre 2 y 5, la diferencia es 3.
- Entre 5 y 3, la diferencia es 2.
- Entre 3 y 5, la diferencia es 1.

Como se ve, el método es buscar ordenar las diferencias en orden descendente.

Capítulo 8

A) La respuesta es que el número de su compañero es **8**. Cuando Franco mira que en su remera hay un número 3, él se da cuenta que existen dos posibilidades para la remera de su compañero: o es un 8 (porque suma 11) o es un 14 (porque suma 17). Pero Franco también sabe que su compañero aseguró que no podía saber el número restante, cosa que si habría podido hacer si en su remera hubiera tenido 14 (porque este número es más grande que uno de los números en el pizarrón). Entonces, solo queda una posibilidad, el número de Pablo es el 8.

B) Sea cual sea la distribución, si se empieza primero, se puede elegir si tomar los números de las posiciones impares o pares (estos son sólo dos de los casos, se pueden tomar muchas otras decisiones). La ventaja de esto, es que si uno antes de empezar suma los números en posiciones impares y luego suma los números en posiciones pares, si alguno de estos números fuera mayor, solamente se debe elegir los números en esa posición para ganar (si los números fueran iguales, da lo mismo elegir tomar todos los números de posiciones impares o de posiciones pares), ya que según el "tipo" (de posición par o impar) de números que se elija, se obliga al segundo jugador a elegir de entre los de la otra posición.

Por ejemplo, en la distribución original del problema, la suma de los números en posiciones impares es mayor a la de los números en posiciones pares:

4 3 7 1 10 8 6 9 2 5

Suma de posiciones impares: 29
Suma de posiciones pares: 26

Entonces, al empezar primero, si se elige el 4 y de ahí en adelante el resto de los números en posiciones impares se obliga al segundo jugador a elegir siempre los números de posiciones pares (por ejemplo en el primer turno del segundo jugador, o se elige el 3 o elije o se elige el 5, pero luego de que elija el primer jugador podrá tomar otro número de posición impar y así sucesivamente).

Una estrategia para el segundo jugador es que si el primer jugador tomará en su primer turno uno de los números de posiciones cuya suma es menor (en el caso del ejemplo de arriba, este sería el caso si el primer jugador tomará el 5, que está en una posición par, dado que la suma de los números de posiciones pares es menor), entonces el que adopta la estrategia de elegir todos los números de posiciones cuya suma es menor podría ser él.

Capítulo 9

A) Cada rotor tiene 10 números (el 0 al 9), y hay cuatro rotores en total. Si multiplicamos las posibilidades para cada rotor obtenemos la cantidad de combinaciones posibles:

10 x 10 x 10 x 10 = **10.000**

Esto último tiene sentido, ya que en el candado se pueden poner como códigos números de 0000 al 9999.

Ahora, si no se pueden repetir los números, para el primer rotor sigue habiendo 10 posibilidades, pero para el segundo ya habrá nueve, porque no se puede poner el número que se puso en el rotor anterior. Con el tercer rotor, tendremos ocho posibilidades para no repetir los dos números que ya pusimos, y con el cuarto solo habrán 7 posibilidades para que cada dígito sea distinto. Así, la cantidad de combinaciones posibles con números distintos son:

10 x 9 x 8 x 7 = **5.040**

Finalmente, si restamos de la cantidad de combinaciones totales las combinaciones que tienen todos sus dígitos distintos, obtenemos la cantidad de combinaciones en donde se repite al menos un dígito:

10.000 – 5.040 = **4.960**

B) Para la resolución de este planteo se llama a los sujetos de prueba A y B, y a las botellas se las nombra con los números del 0 al 9.

La clave del problema está en entender que cada botella puede tener cuatro estados (al menos útiles) "Ambos sujetos de prueba tomaron de ella el mismo día", "uno de los sujetos tomó de ella un día y el otro en otro día", "Sólo un sujeto tomó de esa botella en un solo día" y "ninguno de los dos sujetos tomó se esa botella". Estos son los estados útiles que permiten asociar unívocamente una situación de los sujetos a una botella contaminada, como se mostrará a continuación.

En el primer día:

el sujeto A toma de las botellas:

1 (será la que ambos sujetos tomen el primer día);
2 (será la que A tome el primer día y B el segundo día);
3 (será la que sólo tome A, en el primer día);

el sujeto B toma de las botellas:
1;
4 (será la que B tomé el primer día y A el segundo día);
5 (será la que sólo tome B, en el primer día).

En el segundo día:

el sujeto A toma de las botellas:
4;
6 (será la que ambos toman el segundo día);
7 (será la que sólo tome A, en el segundo día);

el sujeto B toma de las botellas:
2;
6;
8 (será la que sólo tome B, en el segundo día).

De esta manera, podremos identificar la botella contaminada, como se sigue:

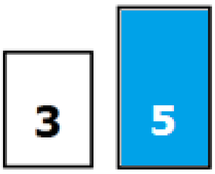
- si A y B se enferman octavo día, la botella contaminada es la **1**, porque es la única que ambos tomaron el primer día (siete días antes, ya que siete días era lo que tardaba en hacer efecto el agua contaminada);
- si A se enferma el octavo día, y B se enferma el noveno día, entonces la botella contaminada es la **2**, porque es la única que A tomó el primer día y B tomó el segundo;
- si A se enferma el octavo día y B no se enferma, entonces la botella contaminada es la **3**, porque es la única que A tomó el primer día y B no tomó nunca;
- si B se enferma el octavo día y A se enferma el noveno día, entonces la botella contaminada es la **4**, porque es la única que B tomo el primer día y A el segundo;
- si B se enferma el octavo día y A no se enferma, entonces la botella contaminada es la **5**, porque es la única que B tomó el primer día y A no tomó nunca;
- si A y B se enferman el noveno día, entonces la botella contaminada es la **6**, ya que es la única de la cual ambos consumieron el segundo día;
- si A se enferma el noveno día, y B no se enferma, entonces la botella contaminada es la **7**, ya que es la única que A tomó el segundo día y B no tomó nunca.
- si B se enferma el noveno día y A no se enferma, entonces la botella contaminada es la **8**, ya que es la única que B tomó el segundo día y A no tomó nunca.
- si ninguno se enferma, entonces la botella contaminada es la **9**, porque es la que ambos no tomaron nunca.

Capítulo 10

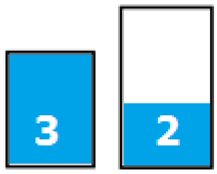
A) Habría que dar vuelta el **11** para verificar el otro lado de la carta sea amarillo y habría que dar vuelta la carta **roja** para verificar que del otro lado no haya un 11 (porque atrás de todos los 11, tiene que estar el color amarillo). No hay que dar vuelta la carta amarilla, porque no importa si hubiera otro número, ya que no se le pidió al fabricante que el amarillo sólo podía estar detrás de los once (es decir, no es lo mismo que detrás de cada 11 esté el color amarillo que decir que detrás de cada carta amarilla hay un once: se pidió lo primero, no lo segundo). Y tampoco hay que dar vuelta el 4, ya que no había condición sobre ese número.

B)

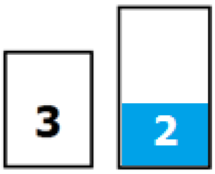
1- Se llena el bidón de 5 litros.



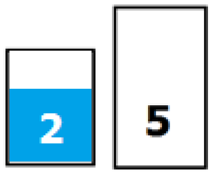
2- Se vacía el contenido del bidón de 5 litros en el de 3 litros hasta llenarlo.



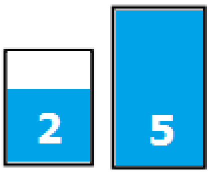
3- Se vacía el contenido del bidón de 3 litros.



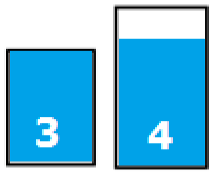
4- Se vacía el contenido del bidón de 5 litros en el de 3 litros.



5. Se llena el bidón de 5 litros.



6- Se vacía el contenido del bidón de 5 litros en el de 3 litros hasta llenarlo.



Capítulo 11

A) Deberíamos decir a cualquiera de los dos "**Si yo le preguntará al otro guardián cuál es el cofre con dinero, ¿Qué me contestaría?**". La respuesta será el cofre que no tenga el dinero, por lo que se deberá abrir el otro.

Esto es porque si le hiciéramos esta pregunta al guardia que siempre miente, este nos contestaría una mentira: es decir, si le preguntáramos al guardia que siempre dice la verdad, nos diría el cofre correcto, pero como le estamos preguntando al guardia que siempre miente, él nos dirá lo opuesto

Si en cambio, la pregunta la hiciéramos al guardia que siempre dice la verdad, él nos contestaría la mentira que nos diría el otro guardia si le preguntáramos.

B) No necesita ver **ninguna** carta, porque dadas esas condiciones, existe una única manera en que cada uno se puede haber quedado con dos cartas diferentes a las originales y de distinto color:

- Ariel tiene que tener una carta azul y una verde.
- Benjamín tiene que tener una carta roja y una verde.
- Carlos tiene que tener una carta azul y una roja.

Capítulo 12

A) Como ambos trenes tardan una hora en colisionar (porque cada uno va a 50 KM/h y los separan 100 KM) y la mosca va a 75 KM/h, entonces la mosca habrá recorrido **75 KM** en total.

B) Primero, ponemos arroz en uno de los platillos hasta balancear la balanza. Cuando queden a la misma altura los platillos, en donde pusimos arroz ponemos una pesa y en el otro platillo ponemos arroz hasta que la balanza se balancee nuevamente. De esa forma, en el platillo que solo tiene arroz hay exactamente un kilo.

Capítulo 13

A) Digamos que a la cantidad de neumáticos reemplazados en autos se lo llama "X", y a la cantidad de neumáticos reemplazados en motos se lo llama "Y". Entonces se tiene que:

X + Y = 106

A su vez, digamos que a la cantidad de autos atendidos se los llama "A". A puede calcularse como la cantidad de neumáticos reemplazados en autos dividido cuatro (porque cada auto tiene cuatro ruedas). Luego, digamos que la cantidad de motos atendidas se llama "B". B es entonces la cantidad de neumáticos reemplazados en motos dividió dos (porque cada moto tiene dos ruedas). Es decir:

A = X/4

B = Y/2
A + B = 40
X/4 + Y/2 = 40

Habiéndole puesto nombre a los datos del problema, y teniendo las ecuaciones, vemos que este es un problema de dos ecuaciones con dos incógnitas de grado uno. Podemos despejar X en una de las ecuaciones y reemplazarlo en la otra:

$$\frac{106 - Y}{4} + \frac{Y}{2} = 40$$

Y luego operamos:

$$\frac{106 - Y}{4} + \frac{2Y}{4} = 40$$

$$\frac{106 + Y}{4} = \frac{106}{4} + \frac{Y}{4} = 40$$

$$\frac{Y}{4} = 40 - \frac{106}{4}$$

$$Y = 160 - 106 = 54$$

Así vemos que la cantidad de neumáticos reemplazados en motos fueron 54. Si volvemos a la primera ecuación, entonces sabremos que:

X = 106 – 54 = 52

Finalmente, si dividimos cada cantidad de neumáticos según la cantidad de ruedas del vehículo:

A = X/4 = 13
B = Y/2 = 27

Es decir, se atendieron **13 autos y 27 motos**.

B) Como al menos hay un señalador en uno de los libros, hay tres situaciones posibles:

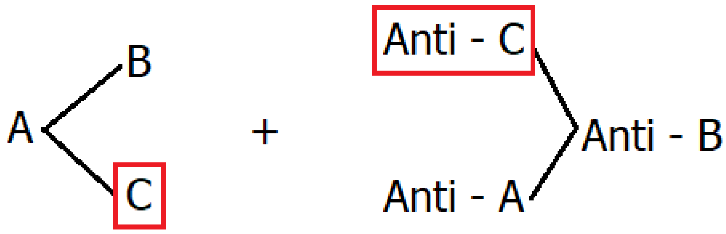
- el señalador está en uno de los libros (digamos, el libro "A");
- el señalador está en el otro libro (digamos, el libro "B");
- el señalador está en ambos libros;

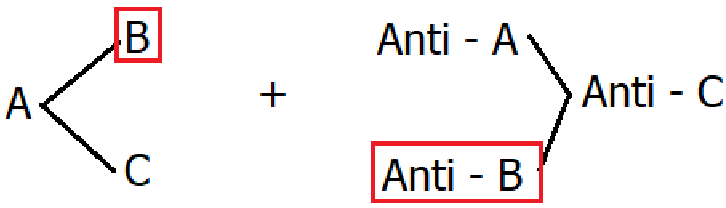
Es decir, la cantidad de casos posibles son tres, pero la cantidad de casos favorables (que nos interesa para el problema) es uno, por lo que la probabilidad de que, según las condiciones del enunciado, haya un señalador en ambos libros, es de **1/3**, o en porcentaje, del 33,33…%.

Temporada 6 (2013)

Capítulo 1

A) Se toma uno de los frascos, por ejemplo, A. Se lo mezcla con Anti-B y después con Anti-C. Con alguno de ellos, la mezcla será heterogénea. Supongamos que esa mezcla fue A + Anti-C. Como A es o bien B o C, y Anti-C es o bien Anti-A o Anti-B, luego ya se identificó a la sustancia B con su respectivo "Anti", ya que de las 4 posibles mezclas anteriores, la única que podía resultar heterogénea es B + Anti-B (la detección análoga puede realizarse con la sustancia C y su respectivo "Anti" si la mezcla heterogénea hubiera sido A + Anti-B). Esto es porque si A + Anti-C es heterogénea, luego A + Anti-B no puede serlo (y viceversa), ya que como A contiene B en realidad, luego mezclarlo con Anti-B (que puede ser cualquier "Anti" menos Anti-B) no puede ser heterogénea.





Análogamente, se toma otro de los frascos, por ejemplo: B. Se lo mezcla con Anti-A y Anti-C. Si la mezcla heterogénea resulta entre B y Anti-A, como B sólo puede ser o bien C o bien A, y Anti-A es o bien Anti-B o bien Anti-C, luego ya se identificó la sustancia C con su correspondiente "Anti" (nuevamente, el razonamiento es análogo si la mezcla heterogénea resulta de B y Anti-C).

Para el frasco restante, que en este caso es C con los dos supuestos anteriores, ya se lo puede identificar por descarte: es A, y el correspondiente frasco "Anti" restante contiene la sustancia "Anti-A".

En resumen, con cuatro mezclas (como mucho) se pueden rerotular todos los frascos.

B) Si los 100 peces que se volvieron a pescar hubieran estado pintados, lo más probable es que la laguna sólo tenga a esos 100 peces.

Si de los 100 peces que se volvieron a pescar hubieran estado pintados 50, lo más probable es que la laguna tenga 200 peces, ya que entonces se entiende que el 50% de los que fueron nuevamente pescados están pintados.

Si de los 100 peces que se volvieron a pescar hubieran estado pintados 25, lo más probable es que la laguna tenga 400 peces, ya que la cantidad de peces pintados sobre la cantidad total de peces nos da la probabilidad de tomar un solo pez pintado (100/400 = 0.25, lo que indica un 25% de probabilidades de tomar un pez pintado de la laguna).

En general, si se pintan X peces inicialmente, y la vez que se vuelve a pescar X peces sólo Y están pintados, se tiene la relación:

$$\frac{X}{T} = \frac{Y}{X}$$

donde T es la incógnita que se quiere hallar, es decir, la estimación optimista de la cantidad de peces.

Luego, para X = 100 e Y = 20, se tiene que T = 500, por lo que la estimación es que probablemente haya 500 peces en la laguna. De esa forma, por cada 5 peces que se sacan, probablemente uno pertenezca al grupo de los 100 peces que se pintó inicialmente, lo cual es otra forma de decir lo indicado por el enunciado.

Capítulo 2

A) 11:22 a.m., ya que en cada minuto cumplido se duplica la cantidad de monedas en el cofre, por lo que un minuto atrás había la mitad de las monedas que ahora.

B) Siendo X la cantidad de pinos e Y la cantidad de eucaliptos, por los porcentajes que se dan como datos se sabe que:

0.99T = X (1)
0.01T = Y (2)

con T la cantidad de árboles totales.

Lo que se propone es talar Q árboles de forma que:
0.90(T - Q) = X2 (3)
0.10(T - Q) = Y (4)

con X2 la nueva cantidad de pinos, y representando T - Q la cantidad de árboles restantes después de la tala. Reemplazando la ecuación (4) en la ecuación (2) se tiene:

0.01T = 0.10(T - Q)

Entonces:
0.01T = 0.10T - 0.10Q
0.10Q = 0.09T
Q = 0.90T

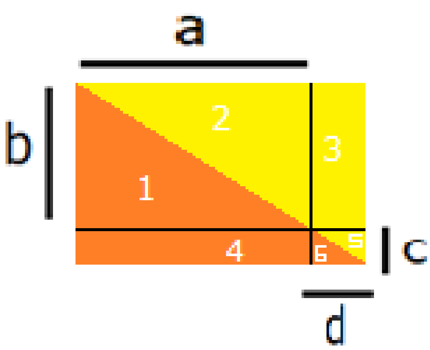
Es decir que la cantidad de árboles talados es el **90%** de los que había originalmente, por lo que se talaron muchos árboles (más de la mitad).

Capítulo 3

A) Si se considera primero el rectángulo "grande":

y al mismo se lo divide por la mitad con una recta que une los vértices:

es inmediato que ambos triángulos (amarillo y naranja) tienen la misma área. Ahora, si se realizan los cortes ortogonales que restan para dar origen a la figura del problema:



se tiene que el área de 1, 4 y 5 junta, es igual al área de 2, 3 y 5. Pero los cortes ortogonales también permiten entender lo siguiente: el área de 1 es igual al área de 2. El razonamiento es tan inmediato como antes: el área de 1 es a.b/2 y el área de dos también (ambos triángulos). Análogamente, el área del triángulo 5 es igual a la del triángulo 6. Pero como se parte de que el área de 1, 4 y 5 en conjunto debe ser igual al área de 2, 3 y 5 en conjunto, entonces la única posibilidad es que el área de 4 sea igual al área de 3, por lo que el rectángulo negro original y el rectángulo rojo tienen la misma área.

B) Una posibilidad es decirle al otro jugador que siempre empiece primero. Entonces, no importa el movimiento que haga el otro jugador: siempre el movimiento propio será mover la misma cantidad de casilleros, pero en el otro sentido (si el contrario movió para arriba, el movimiento propio es hacia la derecha y viceversa). El sentido de esto es que el primer jugador está obligado a moverse en alguno de los sentidos laterales, pero el segundo jugador tiene la opción de trasladar la torre desde su posición actual hacia la diagonal del tablero que une las dos esquinas opuestas.

Así la estrategia del segundo jugador es siempre mover la torre hacia la diagonal que une las esquinas, y como el destino final de la torre para ganar es uno de sus casilleros, entones la victoria del segundo jugador está asegurada.

Capítulo 4

A) Por fuerza bruta las posibilidades son: 183, 138, 318, 381, 813 y 831. Se descarta 138 por ser una página anterior a la inicial, y se descarta 183 por ser la primera página. Como la página inicial era impar, entonces la de la contratapa debe ser par, por lo que la respuesta por descarte debe ser **318**.

En cuanto a la cantidad de páginas, la respuesta es 318 – 183 + 1 = **136**. Uno a priori podría simplemente hacer la resta y dar la respuesta, sin percatarse de que un libro que use toda carilla no puede tener una cantidad de páginas impar. La cuestión es que cuando uno hace la resta está calculando cuántas páginas le faltan para llegar desde una página hasta otra, pero no está contando la página actual. Es decir, la resta es el cálculo de una "distancia" entre páginas, pero en este caso el "punto de partida" también importa porque es una página más del tomo.

B)

"Un grano de arroz por el primer casillero del tablero...":	1
"… dos granos de arroz por el segundo casillero …":	2
"… cuatro granos de arroz por el tercer casillero …":	4
"… ocho granos de arroz por el cuarto …"	8
"… y así sucesivamente …"	16
	32
	64
	…

Se ve que por cada casillero se pide una potencia de dos de granos de arroz. Como un tablero de ajedrez tiene 64 casilleros (8x8), numerándolos del 0 al 63, se entiende que para el casillero cero se pide $2^0 = 1$ grano, para el casillero 1 se piden $2^1 = 2$ granos, para el casillero 2 se piden $2^2 = 4$ granos, y en general para el casillero n se piden 2^n granos.

Ya se sabe cuantos granos hay en cada casillero, ahora falta sumarlos. Notar algo: por el último casillero se piden 2^{63} granos… ¿Cuánto da esa potencia? La respuesta es:

9.223.372.036.854.775.808

Es decir ¡Más de nueve TRILLONES de granos!. Nadie en la historia hasta ahora (diciembre de 2018) ha tenido una fortuna similar en dólares (la más alta difundida ronda los 200 mil millones, es decir menos de un 0.00001 % del número anterior). Este crecimiento exponencial de la cantidad de granos pedidos por casilleros da una idea de porque resultaba "imposible" para el reino recompensar al joven… pero todavía falta sumarlos todos.

Si se suman los granos por los primeros dos casilleros el resultado es:

$2^0 + 2^1 = 3 = 2^2 - 1$

Si se suman los granos por los tres primeros casilleros, el resultado es:

$2^0 + 2^1 + 2^2 = 7 = 2^3 - 1$

Si se suman los granos por los siete primeros casilleros…

$2^0 + 2^1 + 2^2 + 2^3 + 2^4 + 2^5 + 2^6 = 127 = 2^7 - 1$

Es decir, es muy útil ver a la cantidad de granos en cada casillero como una potencia de dos, y nuevamente por inducción se puede saber que la suma de los primeros n casilleros dará $2^n - 1$ granos. Con n = 63 (el último casillero, según la numeración indicada, tiene es valor), la cantidad de granos totales a dar al joven es $2^{64} - 1$:

18.446.744.073.709.551.615

¡Que es prácticamente el doble de lo que se pedía sólo por el último casillero!

Una última curiosidad: si uno busca en Wikipedia (en.wikipedia.org/wiki/Rice#Production) la producción mundial de granos de arroz en el 2016, se tiene el valor de 741.000.000 de toneladas de arroz. Tomando una cota superior absurdamente grande, supongamos que esa cantidad hubiera sido producida durante 1.000 años. Entonces se tiene una producción hipotética de:

741.000.000.000.000 kilogramos, es decir 741 billones de "kilos" de arroz. Se tienen entonces 741.000.000.000.000.000 gramos de arroz. Asumiendo que un grano de arroz pesa 0.041 gramos (aunque quizás pese algo menos), se obtiene una cantidad de arroz hipotética aproximada de:

18.073.170.731.707.317.074

Es decir, casi 18.1 trillones de granos ¡que es MENOS que $2^{64} - 1$! Y el cálculo está absurdamente inflado porque estamos asumiendo que ahora y en el año 1.234 (por ejemplo) se producía la misma cantidad de arroz. Una conclusión rápida que se podría estimar es que en toda la historia no se produjo todavía la cantidad de granos de arroz para recompensar al joven aldeano (o al menos, que todo el arroz que se produjo en toda la historia es una cantidad parecida a la pedida por el joven).

Es uno de los tantos ejemplos de como a las personas les es difícil pensar y manipular números grandes, empezando por estimar un crecimiento exponencial "a ojo", como el que postulaba el joven de la leyenda.

Capítulo 5

A) La respuesta es no. En la disposición inicial, la cantidad de saltos es impar. Luego, cualquier intercambio aumentará la cantidad de saltos, o a lo sumo la mantendrá en uno. Cada intercambio aumenta en dos la cantidad de saltos, o bien la mantiene igual. Luego, como el número inicial es 1, no importa cuántas veces se le sume dos a ese valor, siempre dará como resultado un número impar.

B) En la disposición final hay una persona que se quedó sin banderines, otra que se quedó con un solo banderín, otra que se quedó con dos, y así hasta el caso de una persona que se quedó con 6 banderines, todos de colores diferentes al propio.

Como una persona se quedó sin banderines, eso quiere decir que nadie intercambió un banderín con él o ella, por lo que esa persona no tenía ningún conocido en la reunión.

Ahora, la persona que se quedó con un banderín de un color diferente al propio tuvo que haber encontrado un conocido en la reunión, a partir de lo cual obtuvo un banderín de color diferente al suyo.

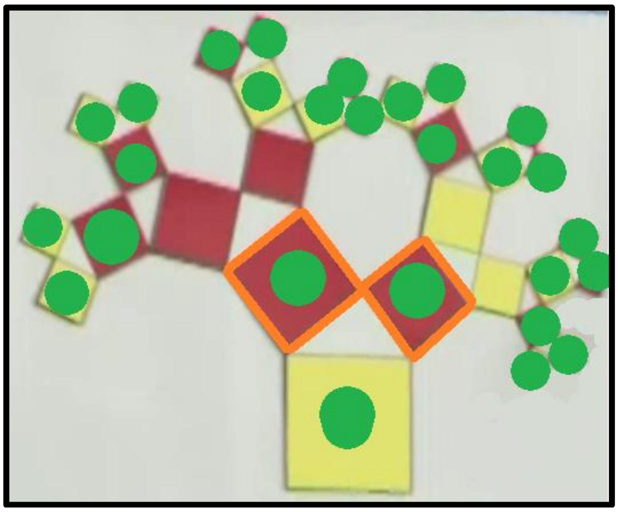
Así sucesivamente, vemos que de las 7 personas: la persona A no tenía conocidos, la persona B tenía un sólo conocido, la persona C tenía dos conocidos, la persona D tenía tres conocidos, la persona E tenía cuatro conocidos, la persona F tenía cinco conocidos, y la persona G tenía seis conocidos. Pero si F conoce a 6 personas, y en total había 7 personas, entonces eso quiere decir que nadie debería haberse quedado sin banderines de un color diferente, porque F conoce a todo el resto, y debería haber intercambio un banderín con cada uno.

Luego lo indicado **no es posible**, y esta fue una sola de las formas de demostrarlo.

Capítulo 6

A) Ninguno, ya que los tiros son completamente independientes.

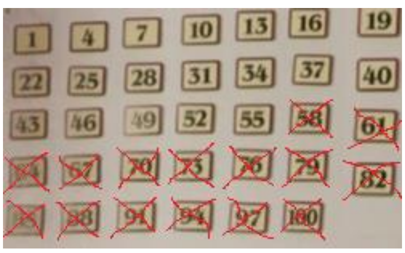
B) Partiendo del Teorema de Pitágoras, se pueden simplificar las áreas cubiertas por la mayoría de los cuadrados (marcados con círculos en verde). Finalmente, la pregunta se reduce a cuál de los dos cuadrados remarcados en naranja es más grande, y la respuesta es que el rojo. Luego, el **rojo** cubre más área que el amarillo en la figura.



Capítulo 7

A) Un algoritmo sencillo para intentar hacer lo pedido es lo siguiente: se toma un número cualquiera, y se excluye aquel para el cuál la suma da 104.

Se puede entonces primero tomar el 1, ya que ningún número sumará con el 104. Luego se puede tomar el 4 y excluir el 100 de la lista de seleccionados. Así, seleccionando los números desde el principio, se terminan considerando los números no tachados:



Pero el problema surge en que para considerar el 49 se debería tachar el 55, y esto no es posible porque entonces el grupo que se termine eligiendo sería de 18 números. Entonces, ese es el conjunto máximo que cumple lo pedido por la consigna del desafío, y entonces lo pedido específicamente **no es posible**.

B) Inevitablemente, el número pasará de tener 32 cifras a tener 22. Luego, se buscará que el número final empiece con la cifra más grande (esto es lo que hará que el número sea más alto), es decir, 4. Luego ya se pueden tachar los primeros tres números:

41.234.123.412.341.234.123.412.341.234

Luego se buscará que la próxima cifra (de izquierda a derecha) sea la mayor. Entonces, ya se tienen los próximos tres números a tachar:

44.123.412.341.234.123.412.341.234

Repitiendo este criterio una vez más:

44.412.341.234.123.412.341.234

Y como todavía queda un número por tachar:

4.442.341.234.123.412.341.234

Capítulo 8

A) **7 cm**, ya que la primera tapa del primer tomo está pegada a la última tapa del segundo tomo (de izquierda a derecha), y sumado al lomo del segundo tomo, a su primera tapa, y a la última tapa del último tomo (pegado a la primera tapa del segundo), se tiene 1 cm + 5 cm + 1cm. El lomo atravesado por la termita se muestra en naranja, mientras que las tapas se muestran en amarillo:

B) Siendo L la longitud de los lados de los cuadrados grandes, se tiene que la longitud del cuadrado más chico es L/2, ya que una línea recta que parte desde el centro de un cuadrado divide al mismo por la mitad. Entonces, es el área del cuadrado chico es $L^2/4$, y como el área del cuadrado más grande debe ser L^2 entonces se tiene que el área del cuadrado más pequeño es **un cuarto** del área de los cuadrados grandes.

El triángulo tiene base L, y altura L/2, por lo que su área es $L^2/4$, es decir, la también **un cuarto** del área que los cuadrados grandes.

Lo interesante del problema es que no importa como se rote el cuadrado negro (mientras esté centrado en el cuadrado), siempre el área que se obtiene en la figura intersecada por ambos cuadrados es igual a un cuarto del área del cuadrado original. Esto no se planteó como desafío ya que demostrar eso rigurosamente no es para nada fácil.

Capítulo 9

A) Como hay 20 cartas distintas de dos palos diferentes sin considerar ochos o nueves, luego hay 6 cartas que son figuras. Si se toma una carta, la probabilidad de que no sea una figura es de 14/20. Luego, la probabilidad de tomar tres cartas y que ninguna sea una figura es:

(14/20) * (13/19) * (12/18) = 0,32 (aproximadamente)

Luego la probabilidad de tomar tres cartas y que alguna de ellas sea una figura debe ser:

1 - 0,32 = 0,68

Luego, hay un 68% de posibilidades que alguna de las cartas sea una figura, por lo **que es más probable tener una figura que no tenerla**.

B) Resumiendo, se tienen tres proposiciones:
- No está en 1.
- No está en 2.
- Está en 2.

Las últimas dos proposiciones son opuestas, por lo que no puede ser verdadera la primera (de otra forma, las otras dos serían falsas, y se tendría que "Está en 2" y "No está en 2", cayendo en una contradicción. Luego, la primera proposición debe ser falsa, por lo que el dinero **está en la caja 1** (y accesoriamente se puede deducir entonces que la última también debe ser falsa, y entonces la verdadera era la proposición "No está en 2", pero esto no es necesario para concluir la solución).

Capítulo 10

A) Si la cantidad inicial de pelotas es X, y la cantidad de pelotas dadas por uno a otro es Y, entonces, la pregunta es qué Y verifica:

$X - Y + 10 = X + Y$

Entonces:
$10 = 2Y$
$5 = Y$

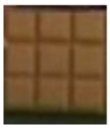
Es decir que cuando el emisor dé al receptor **5 pelotas**, este último tendrá 10 pelotas más que el primero, lo cual es lógico porque cada pelota que uno gana, el otro la pierde, pero el que gana pelotas mantiene las iniciales en su bolsa. No tener en cuenta este detalle hace responder "10".

B)
- Empieza recorriendo 50 km, y deja a esta altura el bidón de 100 litros.
- Luego, vuelve a la estación para volver a llenar el tanque (ahora vacío) y comprar un nuevo bidón.
- Recorre 50 km, y usa la mitad del bidón que había dejado a esa altura para llenar el tanque.
- Recorre 50 km más (es decir, está en el kilómetro 100 del trayecto) y deja el bidón de 100 litros a esa altura.
- Devuelta a la estación para cargar nafta, volviendo hasta el kilómetro 50 del trayecto, utiliza la nafta restante del bidón medio lleno para cargar el tanque.
- En la estación, vuelve a llenar el tanque, y compra un nuevo bidón adicional.
- Emprende nuevamente el recorrido. Al recorrer 100 km de trayecto llena el tanque con el bidón que había dejado a esa altura.
- Recorre 100 km más, y utiliza el bidón que lleva consigo para llenar el tanque.
- 100 km después, logró recorrer los 300 km.

Capítulo 11

A) Si se empieza primero y se quita del bloque de chocolate un pedazo de seis bloques:

Entonces al contrincante se la da un bloque cuadrado de tres bloques de lado:



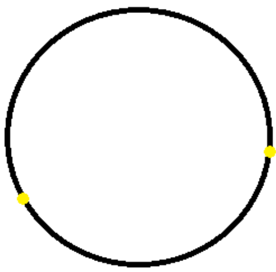
Luego, el contrincante se ve obligado a devolvernos un pedazo igual al que se quitó en principio (porque debe devolver la parte más grande como producto de la partición, y debe respetar las líneas divisorias). En este caso, al volver al primer jugador el bloque restante, se divide por la mitad, obteniendo una tira de tres:

Nuevamente, el segundo jugador no está en posición de elegir nada: obligatoriamente va a devolver un pedazo de dos bloques, otorgando la victoria al primer jugador que es el último en partir.

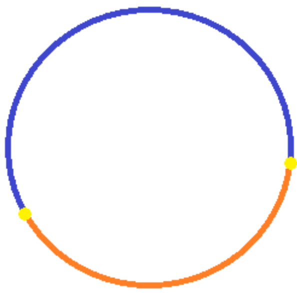
Con respecto a la variante, como el chocolate está compuesto de 15 bloques, entonces se requieren en total 14 divisiones para fragmentarlo completamente. Luego, en este caso la estrategia es ir segundo (no ser quien empieza), ya que de este modo se realizan las divisiones "pares", y 14 es un número par. Es decir, por ser el segundo en jugar uno hace la segunda división, la cuarta, la sexta, y etcétera. Como indefectiblemente se necesitan 14 particiones para fragmentar al chocolate (porque se deben respetar las líneas divisorias), entonces se logra la última división (par) siendo el segundo en jugar.

Otra forma de ver lo anterior es que el que realiza las particiones primero siempre termina por dejar una cantidad par de particiones (por ejemplo, la primera vez que juega parte el pedazo inicial en dos), mientras que el que juega segundo siempre termina por dejar una cantidad impar de particiones. Entonces, como la cantidad de bloques es impar, el segundo siempre tiene las de ganar, y a diferencia de la variante inicial del juego, aquí basta sólo elegir cuándo jugar: el resto estará determinado (por lo que técnicamente no es un juego).

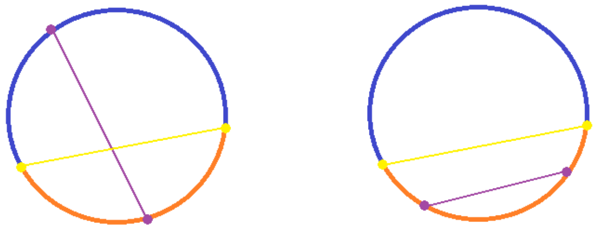
B) Dado dos puntos cualesquiera elegidos sobre la circunferencia A:



la misma puede considerarse como dividida en "dos secciones", las cuales se marcan con azul y naranja:



Luego, la selección análoga de dos puntos arbitrarios en la circunferencia B definirá implícitamente un segmento que se entrecortará con el correspondiente de A siempre y cuando uno de los puntos esté en "una de las secciones" de la circunferencia de A, y el otro punto esté "en la otra sección".



Ejemplo de Intersección   Ejemplo de No Intersección

• Puntos sobre A   • Puntos sobre B

Luego, dada la división de la circunferencia por los puntos elegidos en A, las posibilidades en la selección de puntos sobre B son:

- ambos puntos se eligen sobre la sección azul;
- ambos puntos se eligen sobre la sección naranja;
- ambos puntos se eligen en secciones diferentes.

Luego, las posibilidades de intersección son de una en tres, ya que sólo en un caso la selección de puntos sobre la segunda circunferencia es sobre "regiones distintas" (que como se dijo, es la condición de intersección). Entonces, hay un 33,3̆% de posibilidades de que haya intersección entre los segmentos que definen la elección de puntos.

Capítulo 12

A) Si B fuera mentiroso, entonces sería falso "al menos uno de los miembros del par A y B mienten" por lo que ambos deberían decir la verdad, lo cual es absurdo porque se parte de que B sería mentiroso. Luego**, B dice la verdad**. Luego, como la afirmación de B es cierta, entonces debe ser que **A es mentiroso.**

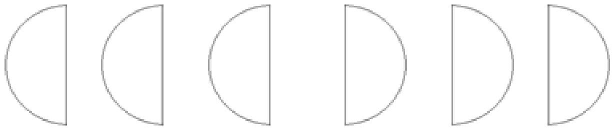
B) Nombrando a las campanas: A, B, C Y D, cualquiera de ellas puede tocarse primero. Luego, restarán por tocarse tres campanas. Cualquiera de las tres puede seguir, y una vez que sea tocada, cualquiera de las dos restantes podrá ser la próxima. Pero cuando la penúltima campana sea tocada, entonces solo una podrá tocarse al final (igual que solo una puede tocarse al principio). Luego hay 4 x 3 x 2 = **24 formas** distintas de tocar todas las campanas.

Nota: el relato es ficticio.

Capítulo 13

A) Como A y B debe permanecer contiguos y juntos, se puede considerar a ese conjunto anexado de personas como si fuera una persona diferente: F, si A siempre debe estar delante de B, y considerar entonces las distintas formas de ordenar en una fila a C, D, E y F. Análogo al problema anterior, hay entonces 24 formas. Lo análogo ocurre si se considera que B siempre debe estar delante de A, por lo que en total se tienen **48 formas**.

B) Sean A1, A2 y B1 las pastillas indistinguibles en la mesa. Si las pastillas se ponen en línea, y cada una se parte por la mitad (como sugiere el dibujo) obteniéndose A1I, A1D, A2I, A2D, B1I y B1D, tomando las mitades "derechas" ya se sabe que se tomó una pastilla entera de A y otra de B. Luego, basta tomar una nueva pastilla de B, dividirla a la mitad, tomar la mitad restante del día, y guardar la otra mitad junto con las mitades sobrantes para completar la dosis a tomar mañana.



Temporada 7 (2014)

Capítulo 1

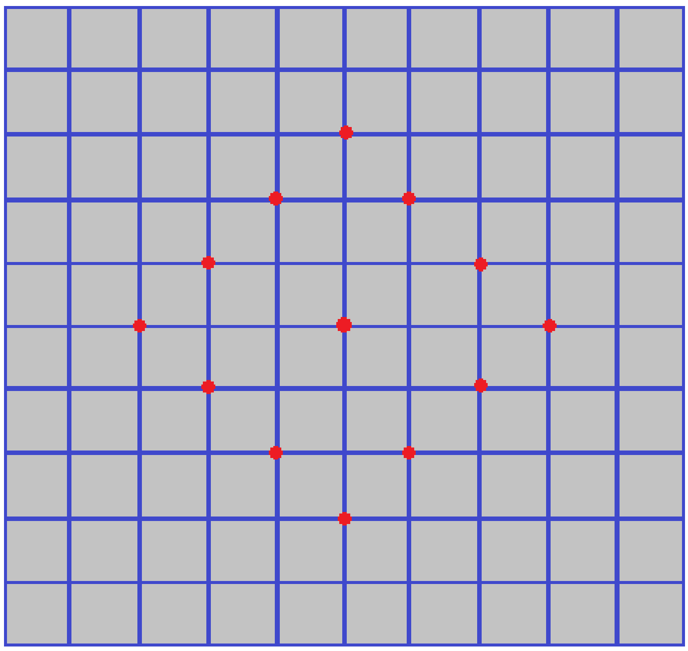
A) Sea A la caja con la etiqueta que dice "chocolates", B la caja con la etiqueta que dice "chupetines" y C la caja con la etiqueta que dice "caramelos". Abriendo A, se puede rotular bien su contenido, y luego por descarte rotular bien las cajas restantes.

Supongamos que A tenga caramelos, luego como B podía tener o bien chocolates o bien caramelos, ya se sabe que B tiene chocolates, y por ende C tiene chupetines. La otra posibilidad es que A tenga chupetines, en ese caso C debe tener chocolates (ya que como su etiqueta está mal, podía tener dentro o bien chocolates o bien chupetines, pero A tiene chupetines, así que su contenido se tiene por descarte), y entonces forzosamente B debe tener caramelos.

B) `avanzar, avanzar, avanzar, avanzar, levantar`. Nota: tanto para este como el resto de los problemas de "programación" existen múltiples soluciones posibles.

Capítulo 2

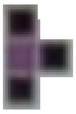
A)



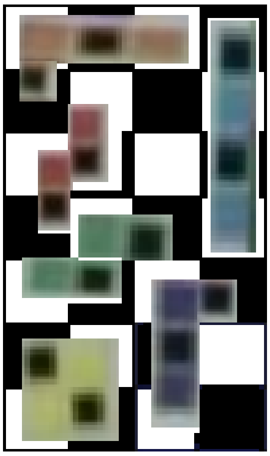
B) `izquierda, avanzar, levantar, derecha, avanzar, izquierda, dejar` (si no se indica "izquierda" antes de dejarlo, la letra H queda "de costado").

Capítulo 3

A) Lo pedido no es posible, y esto se puede mostrar por paridad. Consideremos que el tablero tiene una cuadricula similar a la del ajedrez. En este caso, marcando a las fichas con negro o blanco alternativamente (intercalando un casillero negro y otro blanco), se ve que la pieza:



no tiene lugar:

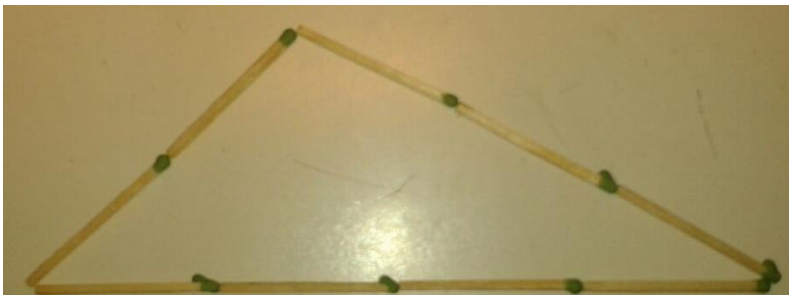


ya que la misma debe ocupar tres casilleros negros y uno sólo blanco, y esa no es la cantidad de casilleros libres.

B) `derecha, avanzar, derecha, avanzar, avanzar, avanzar, avanzar, izquierda, avanzar, avanzar, avanzar, levantar`

Capítulo 4

A) Partiendo de que el menor triángulo escaleno posible podría formarse con lados de 1, 2 y 3 fósforos respectivamente, se tiene que con lados 1, 2 y 3 no se puede formar un triángulo (3 < 2 + 1). Luego, siguiendo lo indicado en la ayuda, una idea posible es intentar con lados de 1, 2 y 4 fósforos, pero realizar un triángulo con estos lados tampoco será posible. La siguiente posibilidad (incrementando la cantidad de fósforos lo menos posible) es 1, 3 y 4, pero 4 no es menor a 3 + 1. Finalmente, intentando con lados de 2, 3 y 4 fósforos, se logra lo pedido, ya que se descartaron los casos posibles utilizando menos fósforos.



B) `avanzar, derecha, avanzar, izquierda, avanzar, avanzar, izquierda, avanzar, derecha, avanzar, levantar` (la forma óptima, por haber una sentencia menos, es: `avanzar, derecha, avanzar, izquierda, avanzar, avanzar, avanzar, izquierda, avanzar, levantar`).

Capítulo 5

A) Es inmediato que si se asume que 6 y 8 están intercambiadas, se satisfacen todas las operaciones:

$$8 + 6 = 14$$
$$2 + 5 + 8 = 15$$
$$1 + 2 + 3 + 6 = 12$$

B)

```
R4
      avanzar, avanzar, derecha
RF
```

Capítulo 6

A) Se parte de que la posibilidad de moverse de la tortuga es de un 66,$\breve{6}$ %, mientras que la posibilidad de moverse de la liebre en cada turno es de un 33,$\breve{3}$ %. Es decir, por un lado la tortuga tiene el doble de posibilidades de moverse. La contracara es que el mejor caso de movimiento de la tortuga es peor que el peor caso del movimiento de la tortuga.

Suponiendo entonces un caso hipotético completamente balanceado de carrera donde la tortuga se mueve 2,5 metros cada vez que tiene la oportunidad (el promedio de sus posibilidades de movimiento), mientras que la liebre se mueve 5,5 metros cada vez que puede. Por su parte, la sucesión de movimientos será: tortuga (abreviada como "T"), tortuga y liebre (abreviada como "L") (respetando las probabilidades de moverse según el dado):

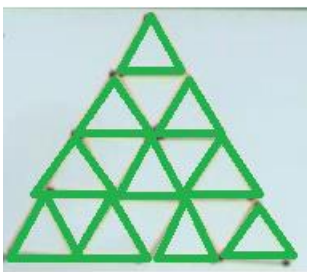
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
T	2,50	5,00	**5,00**	7,50	10,00	**10,00**	12,50	15,00	**15,00**	17,50	20,00	**20,00**	22,50	25,00	**25,00**
L	0,00	0,00	**5,50**	5,50	5,50	**11,00**	11,00	11,00	**16,50**	16,50	16,50	**22,00**	22,00	22,00	**27,50**
	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
T	27,50	30,00	**30,00**	32,50	35,00	**35,00**	37,50	40,00	**40,00**	42,50	45,00	**45,00**	47,50	50,00	**50,00**
L	27,50	27,50	**33,00**	33,00	33,00	**38,50**	38,50	38,50	**44,00**	44,00	44,00	**49,50**	49,50	49,50	**55,00**
	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45
T	52,50	55,00	**55,00**	57,50	60,00	**60,00**	62,50	65,00	**65,00**	67,50	70,00	**70,00**	72,50	75,00	**75,00**
L	55,00	55,00	**60,50**	60,50	60,50	**66,00**	66,00	66,00	**71,50**	71,50	71,50	**77,00**	77,00	77,00	**82,50**
	46	47	48	49	50	51	52	53	54	55	56	57			
T	77,70	80,00	**80**	82,50	85,00	**85,00**	87,50	90,00	**90,00**	92,50	95,00	**95,00**			
L	82,50	82,50	**88,00**	88,00	88,00	**93,50**	93,50	93,50	**99,00**	99,00	99,00	**104,50**			

No solo se ve que en un caso promedio balanceado la liebre le gana a la tortuga la carrera, sino que se ve que, en promedio, cada vez que la liebre avanza la ventaja que le saca a la tortuga es cada vez mayor. Luego, la **liebre** tiene ventaja.

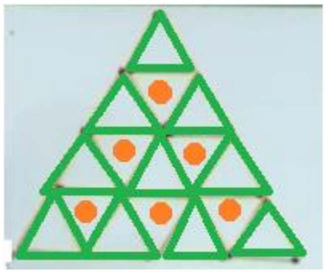
B) Como el hombre nació en el sur, entonces la primera vez que cruzó la muralla estaba en el norte, y la segunda vez que la cruzó volvió al sur. Se puede generalizar que cada "cruzada" impar deja al hombre en el norte, mientras que cada "cruzada" par lo deja en el sur. Luego, como 999 es impar, el hombre estaba del lado **norte** cuando hizo esa afirmación.

Capítulo 7

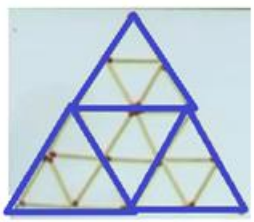
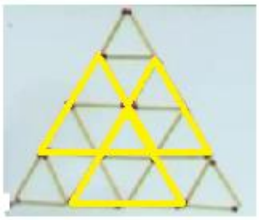
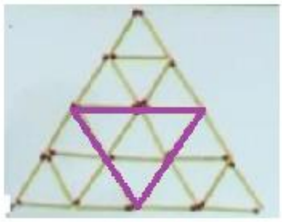
A) Sumando primer los triángulos más chicos con punta hacia arriba, se tienen 10:



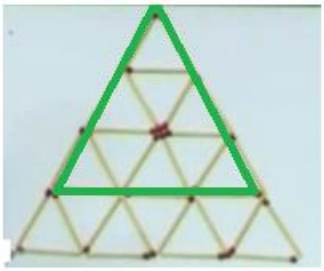
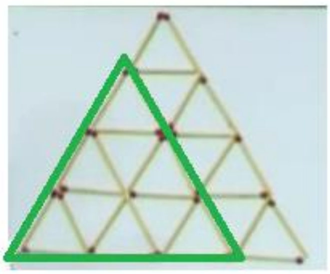
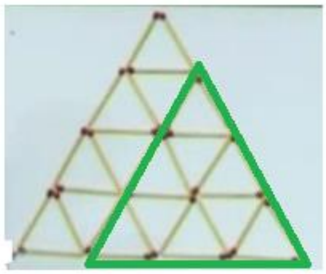
Sumando los triángulos chicos con punta hacia abajo, se tienen 16:



Sumando los triángulos “de lado 2” de punta hacia arriba se tienen 23:

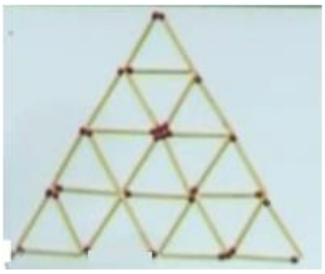




Ahora, si se suman los de “lado 3” se tienen 26:

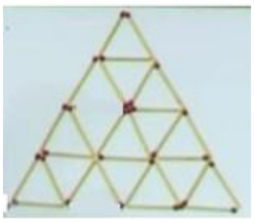




Y finalmente sumando el triángulo “grande”, se tienen **27** triángulos en total.

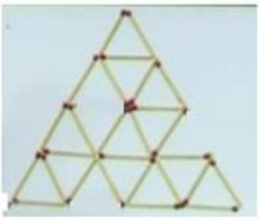
Ahora, sacando un solo fósforo, se evitan 6 triángulos (contarlos):



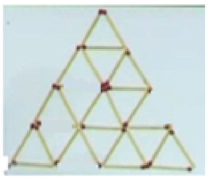
Sacando uno adicional, se evitan 4 (contarlos):



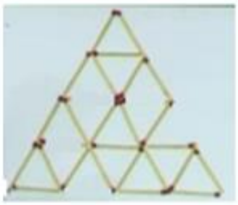
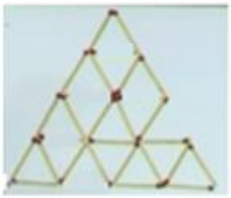
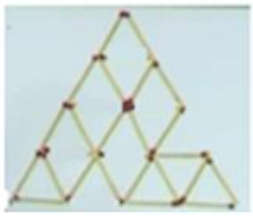
Sacando otro, se evitan otros 4 (contarlos…):



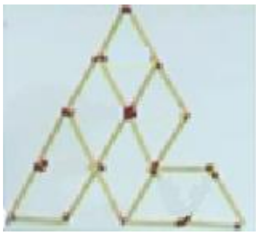
Sacando otro, se evitan 3 más (contarlos…):



Los 10 restantes son de lado uno, y para eso sólo queda sacar de a uno los fósforos:

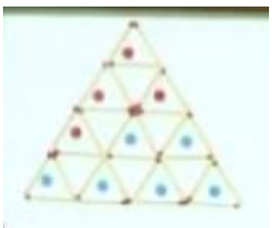
Y quitando tres más:



no quedan más triángulos. Es decir, la remoción de **10 fósforos** permitió lograr el objetivo. Sin embargo, no se está demostrando formalmente que esta es la menor cantidad de fósforos para lo pedido. De hecho, no la forma en que se removieron (así como el orden) no es única. Entonces ¿cómo puede asegurarse que no se puede lograr lo pedido con menos? No hay una respuesta ortodoxamente satisfactoria, más que verificar que en cada paso se removieron tantos triángulos como era posible.

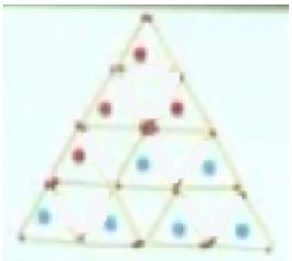
Una demostración que podría intentar el lector es por fuerza bruta. Es decir, para cada nuevo estado de la pirámide decir, "si yo saco este fósforo, estoy quitando tantos triángulos; si en cambio saco este otro fósforo, estoy quitando tantos otros", y así verificar que tomando la decisión óptima en cada paso se llega a 10 fósforos removidos en total. Para los más puristas, también habrá que demostrar que la estrategia de remover el fósforo que más triángulos "rompa" en un momento actual es una estrategia válida para este problema (es decir, que este problema admite solución por un "algoritmo ávido").

La forma en que se explicó en el programa involucraba considerar los triángulos disjuntos (es decir, considerar un conjunto de triángulos que no comparten lados en común):



Como dichos triángulos no comparten lados, inexorablemente se debía sacar (al menos) uno fósforo de cada uno para "romper" con los triángulos del problema, y esto llevaba a que quitando fósforos convenientemente se podrían llegar a desarticular todos los triángulos. Nuevamente, no se está probando que no hay conjunto disjunto de triángulos que no sea de 10 elementos, pero al menos el lector tiene una nueva visualización de porque la remoción de 10 fósforos garantiza lo pedido por el problema.

Lo que no es cierto es que la remoción de 10 fósforos "cualesquiera" de esos triángulos disjuntos es condición suficiente para cumplir con lo pedido:



B)

```
DESPLAZAR:
       R3
            avanzar
       RF


R4
      avanzar
      levantar
      DESPLAZAR
      derecha
RF

avanzar
derecha
```

Capítulo 8

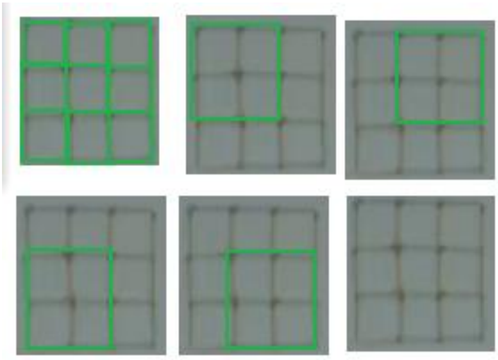
A) Siendo el segundo en jugar, si se quitan las fichas "simétricas" a las que quitó el contrincante, por paridad siempre se terminará ganando, ya que cada ficha sacada por quien juega primero tendrá siempre su ficha "simétrica" con respecto al centro de la "circunferencia".

B)

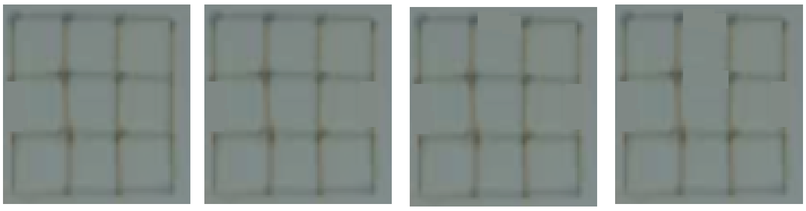
```
DOBLAR: izquierda, avanzar, derecha, avanzar

R3
      DOBLAR
RF

levantar
```

Capítulo 9

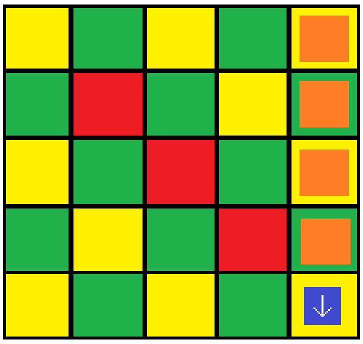
A) Entendiendo primero que hay 14 cuadrados (y no 9):



Las siguientes remociones son suficientes para cumplir lo pedido (por ejemplo):



B) Toma los cuatro sombreros y los coloca en nuevas posiciones, siendo el estado final del tablero:



Capítulo 10

A) 4.379.734, ya que si se altera cualquiera de las otras cifras, la simetría producirá números mayores: 5.378.735, 4.478.744 y 4.388.834, y sumarle más de uno a cualquiera de las cifras lo alejaría más aún del número original.

Con un razonamiento análogo, se tiene que el siguiente al ya mencionado es:
4.380.834 (cambiar cualquier otra cifra se aleja más que este número).

B) No es necesario hacer todo el producto:
1 x 2 x 3 x 4 x 5 x 6 x 7 x 8 x 9 x 1 x 0 x 1 x 1 x 1 x 2 x 3 x 4 …. x 1 x 9, ya que como el 10 es un número de dos cifras, y una de ellas es cero, entonces toda la multiplicación se anula, y el resultado es entonces nulo.

C) Este es uno de los más famosos problemas de pensamiento lateral: por pensar en el objetivo del problema (que el granjero cruce de una isla a otra) se pasan por alto recursos auxiliares para llegar a la solución. Una estrategia es la siguiente:

- Primero el granjero realiza un viaje a la isla destino con el ganso en el bote (es la primera posesión que transporta). De esa manera, el lobo queda en la isla origen con el maíz, y esto no genera ningún inconveniente.

- Luego, el granjero vuelve a la isla origen con el bote vacío (habiendo dejado al ganso en la isla destino), y toma la bolsa de maíz para emprender un nuevo viaje.

- Al llegar a la isla destino, él deja el maíz y pone nuevamente al ganso en el bote. En su presencia, el ganso no se come el maíz. Quizás la dificultad de este problema es no considerar que el granjero podía dejar una de sus posesiones y volver a poner otra dentro del bote.

- De vuelta en la isla de origen, el granjero deja al ganso, y pone al lobo en el bote. Nuevamente: en su presencia, el lobo no se comerá al ganso. El granjero entonces emprende un nuevo viaje a la isla destino con el lobo en el bote, y al llegar, lo deja junto con la bolsa de maíz, y parte en un penúltimo viaje con el bote vacío a la isla origen.

- Finalmente, el granjero llega a la isla origen, toma al ganso, viaja hacia la isla destino, y se completó lo pedido.

D) Cada uno de los símbolos "+" puede ser reemplazado por un símbolo "*". En particular cada símbolo "+" puede ser reemplazado por cualquiera de los 5 símbolos "*". Es decir, hay cinco cambios posibles por cada signo más, por lo que como hay 8 símbolos "+" la cantidad total de cambios posibles es a priori: 390.625 (5 elevado a la octava, es decir, 5 x 5 x 5 x 5 x 5 x 5 x 5 x 5).

Pero hay un problema con la anterior operación: no estamos considerado la posibilidad de que sólo uno de los símbolos se intercambie, y el resto no. En ese caso, hay que considerar dentro de las posibilidades de cambio la inmutabilidad de alguno de los elementos. Dicho de otra manera, hay seis "cambios" (o mejor dicho, variantes) por cada signo "+". Entonces el resultado con esta consideración es: 1.679.616 (6 elevado a la octava).

Una última consideración: si se toma la variante de inmutabilidad para cada signo "+", entonces no se está cambiando ningún signo "+" por un signo "*". Entonces, esa última posibilidad no cuenta como un cambio, y se debe descontar del resultado anterior, obteniendo entonces como respuesta final:

1.679.615 cambios posibles.

E) No. Esto es algo que se puede obtener simplemente por fuerza bruta (ya que sólo son 3x3x3 = 27 posibilidades), observando todos los posibles resultados de un equipo durante los 3 partidos (donde "P" indica que perdió, "E" indica que empato y "G" indica que ganó):

PPP = 0 puntos
PEP = 1 punto
PPE = 1 punto
EPP = 1 punto
EEP = 2 puntos
EPE = 2 puntos
PEE = 2 puntos
EEE = 3 puntos
PPG = 3 puntos
PGP = 3 puntos
GPP = 3 puntos
PGE = 4 puntos
GPE = 4 puntos
GEP = 4 puntos
PEG = 4 puntos
EPG = 4 puntos
EGP = 4 puntos
GEE = 5 puntos
EGE = 5 puntos
EEG = 5 puntos
PGG = 6 puntos
GPG = 6 puntos
GGP = 6 puntos

EGG = 7 puntos
GEG = 7 puntos
GGE = 7 puntos
GGG = 9 puntos

Otra forma quizás más sencilla de verlo es que el mejor resultado posible es ganar todos los partidos, y eso da nueve puntos. Por otra parte, el resultado inmediatamente inferior es haber empatado uno de los dos partidos, lo que da 7 puntos, por lo que no es posible tener ocho.

Por otra parte, si un equipo gana 9 puntos, eso quiere decir que ganó sus tres partidos. Luego, para que el otro equipo obtenga 5 puntos, la única forma es que haya ganado un partido y haya empatado los otros dos, pero como este último equipo perdió al menos un partido (contra el que gano todos), luego ese resultado no es posible.

Con respecto a la última pregunta, esto último si es posible, ya que un equipo podría haber ganado sus tres partidos, mientras que otro perdió uno, pero gano los dos restantes.

F) El resumen de las proposiciones, abreviando S, A y B para los nombres, es:

A:
- A no lo tiene
- S no lo tiene

B:
- B no lo tiene
- A lo tiene

S:
- A no lo tiene
- B lo tiene

Asumiendo como verdadera la proposición "A no lo tiene", luego serían ambas falsas las proposiciones "B lo tiene" y "S no lo tiene". En ese caso la nueva información sería:

- B no lo tiene
- S lo tiene

Luego, la proposición verdadera de B podría ser "B no lo tiene". Entonces remarcando las proposiciones verdaderas supuestas:

A:
- A no lo tiene
- S no lo tiene

B:
- B no lo tiene
- A lo tiene

S:
- A no lo tiene
- B lo tiene

Luego, es falso que "A lo tiene", por lo que "A no lo tiene". A su vez es falso que B lo tiene, por lo que "B no lo tiene". Finalmente, es falso que "S no lo tiene", por lo que "S lo tiene", y el portador del libro es Segismundo. Podría haber ocurrido que al asumir alguna de las proposiciones anteriores como verdadera, se hubiera llegado a un absurdo. En ese caso, ya se sabe que lo que se asumió es incorrecto, y que por ende la proposición es falsa. Otra opción podría haber sido asumir que una proposición era falsa.

G) Intentando con los distintos números primos de dos cifras, se tiene el resultado:

2 3
4 6

Es decir, 23 es un número primo, tal que 24 (1 vertical) es 23 + 1, 46 es el doble de 23 (2 horizontal) y 36 es múltiplo de 9 (3 horizontal), ya que 4*9 = 36.

H) Se detalla a continuación la forma en que lo explicó Adrián. Como cada número de los 1.000.000 considerados tiene 6 cifras (porque el cero puede considerarse como 000000), entonces basta entender que hay que sumar 6*1.000.000 = 6.000.000 de cifras. Las cifras son los números de 0 al 9, es decir, 10 números. Como 6.000.000 de cifras entre 10 números son 600.000 apariciones por cada dígito (hay que considerar que todos "aparecen la misma cantidad de veces" por cómo se enumera en el sistema posicional).

Es decir, el resultado es:

0*600.000 + 1*600.000 + 2*600.000 + 3*600.000 + ... + 9*600.000 =
(0 + 1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9) * 600.000 =
45 * 600.000 = 27.000.000

Lo aclaro porque la forma en que se iba a escribir era... Bueno...

Considero primero desde el 0 al 9:
0 + 1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9

Del 10 al 19:
1 + 0 + 1 + 1 + 1 + 2 + 1 + 3 + 1 + 4 + 1 + 5 + 1 + 6 + 1 + 7 + 1 + 8 + 1 + 9 =
1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + (0 + 1 + 2 + 3 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9) =
10*1 + (0 + 1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9)

Del 20 al 19:
2 + 0 + 2 + 1 + 2 + 2 + 2 + 3 + ...
2 + 9 =
10*2 + (0 + 1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9)

Considerando:
0 + 1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9 = 45

se puede generalizar del 0 al 99 que la suma es:
0*10 + 45 + 1*10 + 45 + 2*10 + 45 + ... + 8*10 + 45 + 9*10 + 45 =
10*(0 + 1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9) + 45*10 =
10*45 + 10*45 = 2*10*45

Es decir, (dicho de manera muy romántica), el resultado para la suma de las cifras de los números del 0 al 99 es la cantidad de cifras máxima (como mucho, los números considerados para sumar sus cifras tienen dos cifras) multiplicada por el primer número natural de dos cifras, multiplicada por la suma de los 10 primeros números.

Notar que esta regla también se cumple trivialmente para la suma de las cifras de los números del 0 al 9, siendo 1 la cantidad de cifras máxima y 1 el primer número natural de una cifra:

1*1*45 = 45

Ahora, desde el 100 hasta el 999.

Empezando por el 100 hasta el 199:
1 + 0 + 0 + 1 + 0 + 1 + 1 + 0 + 2 + 1 + 0 + 3 + ... + 1 + 9 + 7 + 1 + 9 + 8 + 1 + 9 + 9 =
1*(100) + 2*10*45

ya que se está sumando 100 veces el número uno (por ser la primera cifra de todos los números sumando), y luego se suman las cifras de los números del 00 al 99 (es decir, las cifras restantes de los números del 100 al 199 cuando ya se han sumado todos los números 1).

Siguiendo desde el 200 hasta el 299:
2 + 0 + 0 + 2 + 0 + 1 + 2 + 0 + 2 + ... + 2 + 9 + 7 + 2 + 9 + 8 + 2 + 9 + 9 =
2*(100) + 2*10*45

Y entonces, ahora se puede generalizar para los números de 100 hasta el 999 en total:
100*(1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9) + 9*2*10*45
100*45 + 180*45 = 280*45

Sumándolo a lo anterior se tiene:

20*45 + 280*45 = 300*45 = 3*100*45

Se ve que otra vez se sigue el patrón anteriormente descrito: la cantidad máxima de cifras multiplicada por el primer número natural de tres cifras, multiplicada por la suma de los números que conforman la base decimal. Si bien esto podría tomar un tono más general, hablando de una fórmula que permita calcular la suma de las cifras de los primeros X números en base n, la pregunta del problema refiere a la suma de las cifras de los dígitos de los números que van de 0 al 999.999, y con la fórmula hallada (aunque no se haya demostrado inductivamente que siempre funciona, puede si considerarse "intuitivo" que sucederá lo mismo con la suma de las cifras de los números de 1.000 hasta 9.999, y etcétera)
se puede afirmar:

Suma de las cifras de los números del 0 al 99:
2*10*45

Suma de las cifras de los números del 0 al 999:
3*100*45

Suma de las cifras de los números del 0 al 9.999:
4*1.000*45

Suma de las cifras de los números del 0al 99.999:
5*10.000*45

Suma de las cifras de los números del 0 al 999.999:
6*100.000*45

Luego el resultado pedido es:
6*100.000*45 = 27.000.000

Para los escépticos de lo intuitivo (cuya actitud considero excelentemente adecuada, porque fue el escepticismo lo que me llevo a escribir el código siguiente), ejecutando estás sentencias de código C se puede verificar que el resultado por fuerza bruta es el mismo que el calculado (el código permite calcular la suma de los dígitos de un número, para los números del 0 al 999.999). A su vez pueden cambiarse los números iniciales y finales para verificar las partes parciales de la suma.

```
#include <stdio.h>

int main(){
   int digito = 0;
   int resultado = 0;
   int nroInicial = 100;
   int nroFinal = 999;

   for(int i = nroInicial; i <= nroFinal; i++){
       int nro = i;
```

```
      while (nro > 0){            //Mientras queden cifras por sumar del número
         digito = nro % 10;  //Tomar la primera cifra
         resultado += digito;      //Sumarla al total
         nro /= 10;                //Sasar a la próxima cifra

      }

   }

   printf("%d", resultado);

}
```

I) Los $1.500 que tiene corresponden al dinero por el que fue intercambiada la computadora. La confusión recae en que si se considerara desde el principio el valor que representa el cheque sumado al valor de la computadora, se tendría un capital total de $2.500 + $1.500 = $4.000, que son iguales a la suma de lo que el enunciado indica al final "los $2.500 del cheque y los $1.500 que el comerciante tiene en su mano, producto del intercambio de la computadora por dinero".

El comerciante en realidad perdió plata, porque no se está considerando la deuda que el mismo tiene con el otro comerciante amigo al que le pidió dinero. Esos $1.500 restantes los usará para pagar la deuda, sumados a otros $1.000 con los que el cliente original se quedó en efectivo (además de la computadora que obtuvo gratis) por haber estafado al comerciante.

Es decir, el comerciante perdió los $2.500 correspondientes al cheque: $1.500 por la computadora que le dió al cliente, y otros $1.000 como consecuencia de la deuda contraída con el otro comerciante. Es decir, en total el comerciante perdió $3.500 (aún más de lo que el cliente le estafó, cosa que a simple vista quizás no era tan evidente).

Si en cambio no se considera la plata perdida por una venta real (en vez de una estafa) y se considera el costo de fábrica de la computadora, el vendedor del artículo perdió $2.000.

J) Sabiendo cómo se calcula un promedio, basta despejar X de:

$(98 + 96 + 94 + X) / 4 = 75$

Obteniendo como resultado, X = 12, por lo que la cuarta persona no aprobó. La gracia del ejercicio era entender como un promedio (o cualquier recurso estadístico) puede resultar engañoso con pocos datos (en este caso 4), porque también es cierto en este caso que el 25% de los alumnos no sacó ni 20 puntos.

K) Llamando a los equipos: A, B, C y D, se juegan 6 partidos:
A vs. B
A vs. C
A vs. D
B vs. C
B vs. D
C vs. D

Si por ejemplo:
- A gana los partidos A vs. C y A vs. D;
- B gana los partidos B vs. C y B vs. D;
- A vs. B termina en empate; y
- C vs. D termina en empate;

luego, A y B clasifican ambos con 7 puntos, por lo que sí es posible que se clasifiquen dos equipos con la misma cantidad de puntos.

Si por otro lado:
- A gana todos sus partidos;
- B empata con C y le gana a D; y

- C le gana a D;

Luego, A clasifica con 9 puntos, mientras que B y C lo siguen a A con 4 puntos.

Por otra parte, si todos los equipos empatan todos sus partidos, todos tendrán 3 puntos.

Finalmente, si A gana todos sus partidos, clasifica con 9 puntos, y si B vs. C, B vs. D y C vs. D terminan todos en empate, B, C y D terminarán con dos puntos cada uno.

L) Si X es la edad de la persona, el resultado es:

10X + 1005

Sólo si se asume que la persona tiene menos de 100 años, entonces multiplicar por 10 su edad permitirá obtener un número de tres cifras, donde la tercera cifra es un cero. Entonces, al sumarle 1005 al número anterior, los ceros del medio terminarán "reemplazados" por la edad de la persona.

M) Por Principio del Palomar. Sin hablar de cosas con nombres específicos, el año tiene 12 meses, y hay más de 120 personas en el salón. Entonces, supongamos que la persona 1 cumple en enero, la persona 2 en febrero, la 3 en marzo, y etcétera, y luego la persona 12 cumple en diciembre, y la 13 en enero, y la 14 en febrero, y así sucesivamente. Si se sigue ese criterio de distribución uniforme, se termina obteniendo que hay 10 personas que cumplen en cada mes del año, lo que da un total de 120 personas, pero como el enunciado dice que hay más de 120 personas, entonces debe haber al menos una persona más, y no importa en que mes cumpla, en dicho mes habrá al menos 11 personas cumpliendo años.

Por supuesto que esta no es la única distribución posible de los cumpleaños, pero sí es el "peor" caso. Si se supone por ejemplo que más de 10 personas inicialmente cumplen el mismo mes, ya que se está verificando lo que pide el enunciado (por ejemplo, si se hubiera partido de que las personas de 1 a 11 cumplen en enero, del 12 al 25 en febrero, etc.). Además, si se considerará que, por ejemplo, las "primeras" 10 personas cumplen en un determinado mes, las "segundas" 20 personas cumplen en otro, y así, se hubiera terminado en el mismo escenario que al principio.

N) Como el precio por unidad es un entero, el total pagado es un múltiplo de 72. Con el siguiente programa en C:

```
#include <stdio.h>

int main(){
    for(int i = 100; i <= 20000; i++){
        printf("%d\n",i*72);
        char aux;
        scanf("%c",&aux);
    }

}
```

que asume que el precio por unidad está entre 100 y 20.000 (lo cuál es correcto ya que 100 x 72 = 7.200 tiene menos cifras de las consideradas, y 20.000 x 72 = 1.440.000, se puede averiguar entonces que el total pagado fue 36.792, siendo 511 el precio por unidad. ¿Y cómo se puede asegurar que no hay otra respuesta válida? Por fuerza bruta: el programa permite asegurar que de todos los múltiplos de 72 de cinco cifras, ningún otro cumple lo pedido.

La solución dada en el programa es más ortodoxa: el total pagado debe ser múltiplo de 72, entonces debe ser múltiplo de 8.

Entonces, los últimos tres dígitos del total deben ser múltiplos de 8. Luego, llamando X al último dígito del total pagado, la división 79X sobre 8 debe ser exacta (es decir, 79X debe ser múltiplo de 8). Luego, X debe ser par. Por descarte (entre 0, 2, 4, 6 y 8) se tiene que X = 2.

Por otra parte, como el total pagado debe ser múltiplo de 72, entonces debe ser múltiplo de 9.

Entonces, la suma de los dígitos del total debe ser un múltiplo de 9. En este caso, llamando Y al primer dígito del total, se tiene que Y + 24 debe ser múltiplo de 9. Como Y puede ser un número entre el 0 y el 9, por descarte se tiene que Y = 3, y se llega a la respuesta anteriormente descrita.

Ñ) El primer día se hace un corte y se divide uno de los eslabones de la cadena (sabiendo que no es necesario hacer un corte para separar la cadena del reloj, ya que las cadenas de relojes son intercambiables). Ese eslabón se usa para pagar la primera noche.

Si fuera necesario quedarse otra noche, se hace un nuevo corte a la parte restante de la cadena pero esta vez se separan dos eslabones (unidos) de la cadena. Se le pide al posadero el eslabón perdido el día anterior, y se le entrega el último corte hecho de dos eslabones.

Si fuera necesario quedarse otra noche, se le entrega al posadero el eslabón de cadena separado al principio, con lo cual este ya tendría tres eslabones de la cadena de oro.

Si nuevamente hubiera que pagar otra noche, se le piden al posadero los eslabones otorgados hasta ahora, y se le da el pedazo de cadena restante (que es de cuatro eslabones)

Para la noche próxima, basta darle el eslabón de oro suelto. Para la siguiente, basta pedirle el eslabón de oro suelto, y darle nuevamente el conjunto de dos eslabones unidos. Finalmente, si fuera necesario quedarse durante siete noches, se le da por última vez el eslabón suelto.

Así, se logró lo pedido con dos cortes.

Más allá de todas las variantes que tiene este problema, lo interesante es notar que no importa que tan larga sea la cadena, la solución óptima se da cortándola de tal forma que los eslabones unidos restantes sean potencias de dos (2^0 = 1, 2^1 = 2, 2^2 = 4, etc.). Esto está relacionado con la capacidad del sistema binario de representar números.

O) El hecho de que dos hormigas cambien de dirección al chocarse puede resultar confuso, pero en realidad como todas las hormigas caminan a la misma velocidad, el hecho de que las hormigas A y B al chocarse cambien de dirección es equivalente a decir que cuando se produce un choque, A pasa a ocupar el lugar de B, y A sigue caminando en la misma dirección que antes, ocurriendo lo análogo con B para la posición de A (ya que se pueden consideran a las hormigas indistinguibles unas de otras para contestar lo pedido por el enunciado).

Entendiendo esto, el peor caso se dará cuando las hormigas estén lo más cercanas a los bordes posibles (sin ocupar dos hormigas el mismo punto) y estén todas en la dirección contraria a la que permite acercarse al borde.

Supongamos que ese "más alejado posible" implica que la primera hormiga del grupo de la derecha (la que más cerca está del medio de la regla) está en el penúltimo centímetro de la regla, mientras que la primera hormiga del grupo de la izquierda (la que está más cerca del medio) está en el primer centímetro de la regla. En ese caso, sin importar la posición del resto, por cómo se desenvuelve el choque de las hormigas, se sabe que todo el sistema se comportará análogamente a una hormiga que está parada en el primer centímetro de la regla y caminará libremente por la regla hasta caerse (porque como se escribió, el choque es análogo a un intercambio de posición manteniendo la dirección por considerar a las hormigas indistinguibles, es decir, la mecánica del choque es equivalente a que las hormigas se "atravesaran"), y en este caso se tiene que la hormiga deberá recorrer 99 cm.

Esta respuesta es completamente insatisfactoria porque es arbitraria la posición en las que se consideran las "primeras hormigas" para que estén "lo más alejadas del centro posibles", y como las hormigas ocupan puntos (y en la regla hay infinitos puntos, y entre dos puntos hay infinitos puntos) se debería considerar que la hormiga debería recorrer 100 cm en total si está "lo más al borde posible", por lo que el tiempo total sería de 100 segundos.

No puede ser mayor a esto ya que no puede producirse un choque que haga que las hormigas avancen más (como se explicó antes), estando en este último caso las hormigas lo más cercanas al borde posible.

P) B > A, ya que BA > AB (particularmente A es distinto de B).

Usando el dato de los intervalos de tiempo iguales, como la velocidad del auto es constante, entonces se sabe que la distancia recorrida para llegar desde AB hasta BA es la misma que para llegar de BA hasta A0B. Es decir:

BA - AB = A0B - BA

Entonces
BA = (A0B + AB) / 2

Como AB, BA y A0B son números enteros, luego A0B, AB y BA deben ser números pares (ya que de otra forma el cociente no sería exacto). Luego, B debe ser par.

Con las restricciones de que "B > A" y "B es par", los posibles AB (de entre todos los números del 00 al 99) pasan a ser:

1	11	21	31	41	51	61	71	81	91
2	12	22	32	42	52	62	72	82	92
3	13	23	33	43	53	63	73	83	93
4	14	24	34	44	54	64	74	84	94
5	15	25	35	45	55	65	75	85	95
6	16	26	36	46	56	66	76	86	96
7	17	27	37	47	57	67	77	87	97
8	18	28	38	48	58	68	78	88	98
9	19	29	39	49	59	69	79	89	99
10	20	30	40	50	60	70	80	90	

2, 4, 6, 8, 12, 14, 16, 18, 24, 26, 28, 34, 36, 38, 46, 48, 56, 58, 68 o 78.

Cómo son sólo 20 números, puede verificarse manualmente uno por uno cuál cumple la ecuación BA = (A0B + AB) / 2.

A partir de verificar esto, se obtiene la única solución posible: A = 1, B = 6.

Una solución por fuerza bruta a partir de la ecuación obtenida puede lograrse a partir del siguiente programa en C:

```
#include <stdio.h>

int main(){
      for (int a = 0; a <= 9; a += 1) {
            for (int b = 1; b <= 9; b += 1) {
                  int ba = (b * 10) + a;
                  int ab = (a * 10) + b;
                  int aob = (a * 100) + b;

                  if (ba == (aob + ab)/2){
                        printf("a es %d y b es %d", a, b);
```

```
                    }
                }
            }
}
```

Finalmente, como la velocidad del auto es uniforme, y en 2 horas recorrió A0B - AB = 106 - 16 = 90 kilómetros, la velocidad del auto es de 45 kilómetros por hora (y a su vez se puede calcular la velocidad del auto).

La forma de deducirlo en el programa fue pensar que entre A0B y BA, así como entre BA y AB no podía haber más de 100 kilómetros, por lo que forzosamente A = 1. Luego, como A0B = 100 + B y AB = 10 + B:

A0B - AB = 100 B - 10 - B = 90

Luego la distancia total fue de 90 kilómetros, de donde se puede deducir que BA - AB = 45 (kilómetros). Es decir:
B1 - 1B = 45. Entonces

10*B + 1 - 10 + B = 45
9*B = 54
B = 6

Q) Asumiendo que 1 fuera verdadera, entonces se tendría un absurdo porque 2 contradice 1. Lo mismo ocurre si se asume que 1 es verdadera. Luego, ya se tienen dos proposiciones falsas, por lo que la única verdadera termina siendo 3.

R) La idea de regla de tres simple directa, debido a la proporcionalidad directa entre la longitud del hilo y la cantidad de espárragos que se pueden almacenar por atado, aparece como la forma natural de atacar el problema. Pero en realidad el verdadero problema es no confundir la forma de aplicarla, ya que el hecho de que se duplique la longitud del hilo no implica que necesariamente se deba duplicar el precio del atado.

El área encerrada en un atado por un hilo de 30 cm es de (30cm/2)^2*pi = 706,858347057703478654094761... cm^2 (ya que el área de un círculo es pi por radio al cuadrado, y el enunciado indica que el hilo conforma una circunferencia, por lo que el diámetro en este caso es 30cm). Por otro lado, si se toma un hilo de 60 cm, el área encerrada en un atado por un hilo es (60cm/2)^2*pi = 2827,43338823081391461637904... cm^2, que es exactamente 4 veces más área. Esto se debe a que el radio en la fórmula para hallar el área de un círculo está elevada al cuadrado, por lo que duplicar el radio implica cuadruplicar el área encerrada:

area = r^2*pi

Si R = 2r

area2 = R^2*pi = (2r)^2*pi = 4r^2*pi = 4area

Luego, la regla de tres simple nos indica que si vendiendo los espárragos que entran en un área de 706,8583.. cm^2 el precio debe ser de $8, entonces vendiendo los espárragos que entran en un área de 2827,433... cm^2 el precio debe ser:

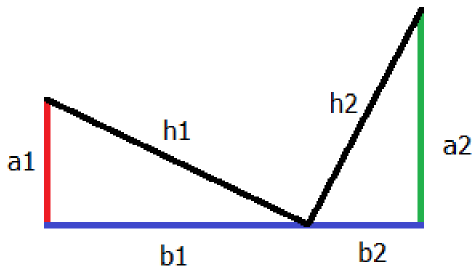
(2827,433... * $8)/706,8583 = $32

y no $16 como podría parecer en una impresión inicial.

S) A veces se conoce esto como la Paradoja del Seno. Sin entrar en cuestiones prácticas como que "las personas no ocupan un sólo punto" o bien que "cada paso permite avanzar infinitos puntos", la respuesta es que como la persona siempre avanza la mitad de la distancia que los separa, no puede alcanzar a la otra persona en una cantidad finita de pasos. Esto es porque todo número tiene su mitad, y la persona avanzaría cada vez más lento. Sólo si la persona "pudiera dar infinitos pasos" entonces si se podría decir que "alcanza a la otra persona en el infinito".

Se le llama paradoja porque encontrarse con una persona es algo cotidiano y permanente, y el anterior planteo teórico da la idea de que dicho encuentro es imposible. En realidad, como se decía más arriba, el problema es pasar del planteo teórico a las consideraciones prácticas. No sería posible en la práctica avanzar la mitad de la distancia en cada nuevo acercamiento, o al menos, no sería posible afirmar con absoluta seguridad que se avanzó la mitad. Es decir, en la práctica toda medida tiene su error, y existe una frontera en el nivel de precisión que se puede tener: por eso en la práctica este escenario no podría darse, porque no es posible lograr ese avance de forma permanente para una distancia dada.

T) Si había un pájaro en la copa de capa palmera, y al ver a un pez en el río, ambos llegaron a él al mismo tiempo, entonces a qué distancia estaba el pájaro de la "palmera verde" del pez (suponer que ambos pájaros viajan a idéntica velocidad constante en línea recta).



Como ambos pájaros viajan a la misma velocidad en línea recta y llegan al pez al mismo tiempo, luego el camino que tuvieron que recorrer debe ser el mismo. Entonces, llamando a los lados de los triángulos como se indica en la figura:

considerando los datos del enunciado, y el Teorema de Pitágoras se tienen las ecuaciones:

$h1 = (a1^2 + b1^2)^{(1/2)}$
$h2 = (a2^2 + b2^2)^{(1/2)}$
$h1 = h2$
$50 = b1 + b2$

con $a1 = 20$ y $a2 = 30$ (con todas las medidas de lados en metros):

$h1 = (20^2 + b1^2)^{(1/2)}$
$h2 = (30^2 + (50 - b1)^2)^{(1/2)}$
$h1 = h2$

Entonces:

$(400 + b1^2)^{(1/2)} = (3400 - 100b1 + b1^2)^{(1/2)}$
$400 + b1^2 = 3400 - 100b1 + b1^2$
$100b1 = 3000$
$b1 = 30$

Luego, $b2 = 20$ y se tiene que la distancia del pez al pájaro de la palmera verde (igual a la distancia del pájaro a la palmera roja) es $(130)^{(1/2)}$, lo que es aproximadamente 36,1 metros.

U) No. Por ejemplo, si se tiene un artículo que vale \$6, al pagar con \$17 el vuelto debería ser \$11, y no hay manera de darlo con los billetes.

Como \$64 = \$34 + \$30 = 2x\$17 + 6x\$5, luego si es posible utilizarlo como precio. Para comprar algo que vale \$65, basta dar cinco billetes de \$17, y obtener cuatro billetes de \$5 devuelta (o bien, pagar solo con billetes de \$5). Análogamente, para pagar algo que vale \$66, basta dar 8 billetes de \$17, y obtener 14 billetes de \$5 de vuelto (o bien, pagar con 3 billetes de \$17 y uno de \$5). Para comprar algo que sale \$67, basta pagar con diez billetes de $5 y uno de $17. Para pagar algo que sale $68, se puede pagar con nueve billetes de $17, y tener como vuelto 17 billetes de $5 (o simplemente, con 4 billetes de $17).

V) Se supone una estructura hipotética para el torneo con el objetivo de analizar al problema: empieza jugando uno contra otro, el ganador juega contra el siguiente, y luego los perdedores juegan entre ellos (no es que necesariamente el torneo se deba organizar así, pero es una forma de organizar sucesos que en algún momento del torneo ocurren). Así, si se denomina "1" al campeón, "2" al que jugó primero con el campeón y etcétera, se tienen la sucesión de partidos:

1 vs. 2 -> 1 vs. 3 -> 1 vs. 4 -> 1 vs. 5 -> ... -> 1 vs. 162 -> 1 vs. 163 -> 1 finalista
-> 2 vs. 3 -> 2 vs. 4 -> 4 vs. 5 -> ... -> 4 vs. 162 -> 4 vs. 163 -> 4 finalista

donde los resultados de los partidos de los "perdedores" contra quien terminará siendo campeón son arbitrarios (por ser irrelevantes para la cuenta), y se entiende que cuando un perdedor pierde uno de los partidos de perdedores, queda descalificado por haber perdido más de un partido.

Finalmente, los últimos partidos pueden ser:

1 vs. 4 -> 1 vs. 4 -> 1 campeón

o bien, si 1 no pierde:

1 vs. 4 -> 1 campeón

Como la estructura inicial indica, se juegan 161*2 + 1 partidos, sumados a los partidos "finales", que pueden ser 1 o 2 dependiendo de si el campeón termina invicto o no.

Luego, la cantidad de partidos depende de si el campeón es invicto (324) o si pierde un partido (325).

Otra forma de pensarlo es que para que haya un campeón, debe haber 162 equipos descalificados. Es decir, 324 derrotas desde el punto de vista del perdedor. Si a su vez el campeón perdió una vez, sería 325 derrotas desde el punto de vista del perdedor.

W) Si hay un 1% de hombres, luego hay 300 personas en el baile.

La segunda pregunta puede plantearse a través de la ecuación:

3/(297 - X + 3).100 = 2

para hallar X (la cantidad de mujeres menos que debería haber, ya que se está pidiendo aumentar el porcentaje de hombres)
300 = 600 - 2x

Luego X = 150, por lo que con 147 mujeres, se tienen 150 personas en el baile, de las cuales 3 son hombres (el 2%).

X) Un escalón se puede subir de una única forma.
Dos escalones se pueden subir de dos formas: de uno en uno, o una sola vez de a dos, para lo cual se toma la notación: [1,1] y [2].

Tres escalones se pueden subir de las siguientes formas (3): [1,1,1], [1,2], [2,1]
Cuatro escalones se pueden subir de las siguientes formas: [1,1,1,1], [1,1,2], [1,2,1], [2,1,1], [2,2]
Posibilidades para cinco escalones (8):
[1,1,1,1,1]

[1,1,1,2]
[1,1,2,1]
[1,2,1,1]

[2,1,1,1]

[1,2,2]
[2,1,2]
[2,2,1]

Posibilidades para seis escalones (13):
[1,1,1,1,1,1]

[1,1,1,1,2]
[1,1,1,2,1]
[1,1,2,1,1]
[1,2,1,1,1]
[2,1,1,1,1]

[1,1,2,2]
[1,2,1,2]
[1,2,2,1]
[2,1,1,2]
[2,1,2,1]
[2,2,1,1]

[2,2,2]

Posibilidades para siete escalones (21):
[1,1,1,1,1,1,1]

[1,1,1,1,1,2]
[1,1,1,1,2,1]
[1,1,1,2,1,1]
[1,1,2,1,1,1]
[1,2,1,1,1,1]
[2,1,1,1,1,1]

[1,1,1,2,2]
[1,1,2,1,2]
[1,1,2,2,1]
[1,2,1,1,2]
[1,2,1,2,1]
[1,2,2,1,1]
[2,1,1,1,2]
[2,1,1,2,1]
[2,1,2,1,1]
[2,2,1,1,1]

[1,2,2,2]
[2,1,2,2]
[2,2,1,2]
[2,2,2,1]

Sacando los casos de uno y dos escalones, podría estimarse una ecuación para la cantidad de escalones, conociendo que:

Para 3 escalones -> 3 = 2 + 1
Para 4 escalones -> 5 = 3 + 2
Para 5 escalones -> 8 = 5 + 3
Para 6 escalones -> 13 = 8 + 5
Para 7 escalones -> 21 = 13 + 8

es decir, la recurrencia a la que se podría inducir es que la cantidad de formas de subir n escalones es igual a la cantidad de formas de subir n - 1 escalones más la cantidad de formas de subir n - 2 escalones.

En particular, para 107, se necesitan conocer cuántas formas hay de subir 106 escalones y 105 escalones, y así recursivamente.

Otra forma de pensar el problema es considerar estar en el último escalón de la escalera y reflexionar sobre de cuántas formas se puede haber llegado a dicho escalón. Por ejemplo, si se está en el escalón uno hay una única forma de haber llegado allí. Si se está en el escalón dos, se pudo haber llegado hasta ahí de dos formas distintas (de un paso o de dos). Ahora, teniendo esos casos básicos, la forma de pensar las posibilidades para haber llegado hasta el tercer escalón es pensar que se pudo haber llegado o bien desde el segundo escalón, o bien desde el primero (ya que se puede avanzar de a uno o de a dos pasos), por lo que las posibilidades de llegar al 3 escalón son la suma de las posibilidades de posibilidades para llegar al primer escalón y las posibilidades para llegar al segundo escalón.

Generalizando esta última forma de pensar, las formas de llegar hasta el escalón n (con n distinto de 2 y de 1, que son casos base) son iguales a las formas de llegar al escalón n - 1, sumadas a las formas de llegar hasta el escalón n - 2.

Esto es similar al anterior: se tiene la respuesta de forma implícita, pero no hay una forma directa de realizar el cálculo.

La forma ortodoxa de hallar el número exacto es resolviendo la ecuación de recurrencia X(n) = X(n-1) + X(n-2) con condiciones iniciales X(0) = 1, X(1) = 2 (lo cual excede los conocimientos de matemática discreta que se puedan ver en casi cualquier secundario), la cuál es

X(n) =
(((5)^(1/2) + 5)/10) * (((1 + (5)^(1/2))/2))^n +
(-((5)^(1/2) - 5)/10) * (((1 - (5)^(1/2))/2))^n

O un poco más legible:

$$X(n) = \left(\frac{5+\sqrt{5}}{10}\right)\left(\frac{1+\sqrt{5}}{2}\right)^n + \left(\frac{5-\ \sqrt{5}}{10}\right)\left(\frac{1\ -\ \sqrt{5}}{2}\right)^n$$

(verificar que cambiando n por la cantidad de escalones, se obtiene la cantidad de posibilidades). Pero es sumamente insatisfactorio "sacar de la galera" una respuesta semejante (más cuando no se explicó en lo más mínimo como se puede llegar a dicha solución). Para no tener que entrar en cómo se resuelven ecuaciones de recurrencia lineales de este estilo a partir de sus raíces características (cosa que se puede buscar, y no es demasiado difícil de aprender, pero probablemente sea bastante difícil de explicar), se pone al alcance del lector una solución que puede verificar en tanto tenga internet o una computadora con los programas necesarios.

Mediante el siguiente programa en Python 3 se puede calcular la solución:

```
escalones = 107;
rta = [];

''' Casos base '''
rta.append(0);
rta.append(1);
rta.append(2);

for i in range(3, escalones + 1):
      rta.append(rta[i - 1] + rta[i - 2])

print(rta[escalones])
```

La cuál da:

16 641 027 750 620 563 662 096 (más de dieciséis mil trillones)

No debe utilizarse un programa análogo en C:

```
#include <stdio.h>
int main(){
      int escalones = 107;
      long double rta[escalones + 1];

      /*Casos base*/
      rta[1] = 1;
      rta[2] = 2;

      for(int i = 3; i < escalones + 1; i++){
            rta[i] = rta[i - 1] + rta[i - 2];
      }

      printf("%Lf", rta[escalones]);
}
```

ya que el número es demasiado grande para los tipos básicos de C, y dará un resultado aproximado:
16 641 027 750 620 563 661 824. Puede buscarse en internet que este no es el valor 108 de la sucesión de Fibonacci.

Y) Se sabe que en la bolsa hay 30 botines, 15 "derechos" y 15 "izquierdos" conformando los distintos pares. Una vez que se ha sacado un botín, quedan 29 botines, de los cuales 15 son el tipo de botín que se necesita para formar el par en conjunto con el primero que se sacó. Luego, la probabilidad de tomar dos botines y sacar un par es de (15/29)*100 = 51,7 %. Por otra parte, hasta que no se saquen todos 16 botines no se podrá asegurar que se ha sacado un par, porque en el peor caso se pueden sacar 15 botines del mismo "tipo". Si se tiene la restricción del color sobre los pares, luego de sacar un botín cualquiera, sólo hay 4 botines restantes que conformarán un par del mismo color con el primero, ya que cada color tiene 5 pares. Entonces, la probabilidad con la restricción de color es (4/29) * 100 = 13,8 %.

Z) Cualquier número es divisible por 1, así que eso no aporta dificultad. Para que sea divisible por 2 debe terminar en un número par, es decir: 2, 4, 6 u 8 (ya que se excluye al 0). Para que sea divisible por 3, las cifras sumadas deben ser divisibles por 3, lo cual se cumple (45/3 = 15), por lo que tampoco reviste dificultad. Para que sea divisible por 5, debe terminar en 5 (ya que se excluye al cero). Luego, indefectiblemente la última cifra del número 5, pero esto no permite que sea par. Luego, no es posible la existencia de ese número.

Capítulo 11

A) La suma de las figuritas regaladas debe ser igual a la cantidad de figuritas totales. Entonces, si se llama X1 a la cantidad de figuritas totales, X2 la cantidad de figuritas luego de encontrarse con el primer amigo, y así, se tiene que:

X1 = X1/2 -1
X3 = X2/2 - 1
X4 = X3/2 - 1
X5 = X4/2 - 1
X6 = X5/2 – 1

Utilizando el dato de que al final se queda sin figuritas:

0 = X6/2 - 1

Resolviendo el sistema lineal (despejando cada variable en función de X1 y reemplazando sucesivamente), se obtiene X1 = **126**, X2 = 62, X3 = 30, X4 = 14, X5 = 6, X6 = 2

B) Las posibles soluciones son:

9	10	3	8
1	7	5	
6	2		
4			

8	3	10	9
5	7	1	
6	2		
4			

8	10	1	6
2	9	5	
7	4		
3			

6	1	10	8
5	9	2	
4	7		
3			

Capítulo 12

A) Las posibilidades para 5 ciudades desde las respectivas perspectivas de cada uno de los sabios es estar viendo: 0 y 5, 1 y 4, 2 y 3 (sin discriminar cuál de los sabios es cuál).

Las posibilidades para 8 ciudades son análogamente que los sabios estén viendo: 0 y 8, 1 y 7, 2 y 6, 3 y 5, 4 y 4.

Si uno de los dos sabios estuviera viendo 6, 7 u 8 ciudades desde su torre, bastaría el primer día para contestar que hay 8 ciudades. Pero como un día no es suficiente, se descartan las posibilidades [0,8], [1,7] y [2,6]

Si uno de los dos sabios no estuviera viendo ninguna ciudad, y hubiera el rey le viniera a preguntar por segunda vez, entonces forzosamente el otro debería estar viendo 5, porque de otra forma ya podría haber contestado que había 8 ciudades el primer día. Pero como en el segundo día nadie contesta, se descarta la posibilidad [0,5]

Si uno de los dos sabios estuviera viendo 5 ciudades, y el rey viniera a preguntar por tercera vez, entonces ya estaría en condiciones de contestar que hay ocho ciudades, porque ya se descartó [0,5] en el segundo día (nadie contestó correctamente). Luego, como se contesta con seguridad en tercer día, debe ser que hay **8 ciudades**, (aunque no necesariamente hay 5, pero en las condiciones dadas el tercer día debe haber 8).

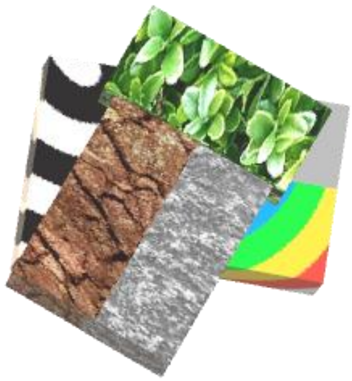
B)

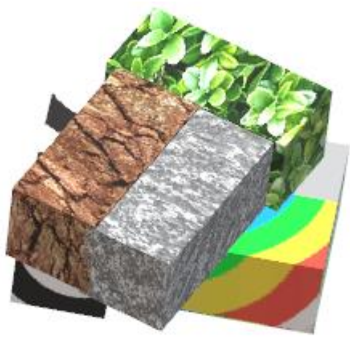
```
SEGUIRDERECHO:
      R4
            avanzar
      RF

DOBLAR:
      derecha
      R2
            avanzar
      RF
      derecha

LEVANTARYGIRAR:
      levantar
      derecha
```

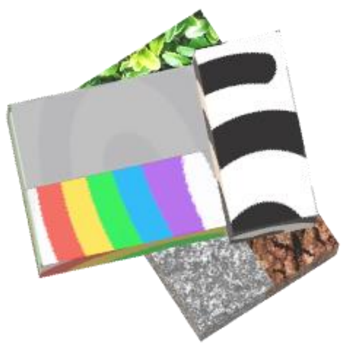
```
    derecha

R2
    SEGUIRDERECHO
    DOBLAR
    SEGUIRDERECHO
    LEVANTARYGIRAR
RF
```

Capítulo 13

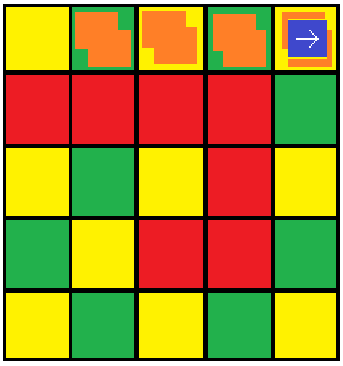
A) Se muestra la distribución solución desde distintos ángulos. La misma consta de tres cajas apiladas de una forma particular, sobre las mismas tres cajas en conjunto análogo, pero con una rotación.







B) Toma todos los sombreros y los deja en la siguiente posición:



Temporada 8 (2015)

Capítulo 1

A) Del enunciado, se sabe que: S + S = S, por lo que debe ser S = 0.

Por otra parte, DO + DO = TRE.

Empezando por la cifra más grande, y considerando que se deben tomar números lo más chicos posibles, se podría postular que D = 1. Pero esto no permitiría que la suma de D diera como resultado un valor de dos cifras (TR). Entonces, D debe ser por lo menos 5, ya que no hay un número natural más chico cuya suma consigo mismo de un valor de dos cifras (si D fuera 4 o menos, no habría número de una cifra correspondiente a O tal que se pudiera tener como resultado final un número de cuatro cifras).

Pero con D = 5, se tiene el problema de que TR = 10, es decir, T = 1 y R = 0, por lo que se está asignado un mismo número a dos letras distintas (0).

Entonces, se puede postular otra variante: D = 6. En este caso, T = 1 y R = 2. Análogo a esta decisión, el menor número que puede corresponder a O es 3. Pero en ese caso se tendría E = 6, por lo que esto no es una posibilidad. Siguiendo con el menor número que todavía no haya sido utilizado, se podría sugerir O = 4, y en ese caso E = 8.

Con lo cual, se tiene que para D = 6, O = 4, S = 0 y a su vez T = 1, R = 2, E = 8, se tiene una asignación de números o bien naturales o bien nulos de una cifra, tal que la suma:

DOS + DOS = 640 + 640 = 1280 = TRES

es coherente. ¿Cómo se puede saber que los números elegidos son los menores para satisfacer la suma? Porque S = 0 es una condición obligatoria y el resto se obtuvieron por fuerza bruta: eligiendo los menos valores en cada paso hasta obtener una suma coherente, <u>empezando por las cifras más grandes</u>, por lo que no puede haber menores valores que los hallados que satisfagan la suma (de otra forma, con el método utilizado hubiera salido a la luz). También puede probarse por el absurdo (asumir que hay números más chicos que los encontrados que satisfagan la suma, y llegar a una condición incoherente).

B) Este es una variante más sencilla del conocido problema análogo de las damas, y la resolución de este último se puede pensar con un "algoritmo de backtracking". Esto es sólo una curiosidad. Pasando al desafío…

Como cada torre atacará a cualquiera que esté en su misma fila o su misma columna, y el tablero de ajedrez tiene 8 filas y 8 columnas, es razonable entender que no se podrán poner más de 8 torres. Y para poder maximizar la cantidad de torres (es decir, poner 8), podrían ubicarse las mismas en diagonal, sin que se ataquen entre sí, por lo que la respuesta es **ocho**:

Capítulo 2

A) Ahora bien, entre la primera y la cuarta campanada pasaron **quince segundos**, ya que entre la primera y la segunda pasaron 5 segundos, y análogamente entre la segunda y la tercera, y entre la tercera y la cuarta. Con el mismo razonamiento, se tiene que el jueves de pascua el tiempo transcurrido es de **treinta y cinco segundos**.

B) Observando que los múltiplos de cuatro siempre están en el mismo lugar ("abajo, a la derecha"), como 120 es múltiplo de cuatro, ya se sabe el lugar que este ocupará, por lo que 121 estará **arriba**.

$$\begin{array}{lll} & 121 > 122 \\ & \wedge \\ 119 > 120 & \end{array}$$

Capítulo 3

A) Un asiento que se ocupa correctamente nunca se desocupa, por lo que indefectiblemente con el correr de los pasajeros los asientos que no corresponden al último pasajero se van ocupando. Finalmente, cuando último pasajero del avión ingrese hay dos posibilidades: que el pasajero que se sienta al azar esté en su asiento correspondiente, o bien, que esté en el que le corresponde al último pasajero. Luego, la probabilidad es ½, es decir, es del **50%**.

B) Si se considera qué tan probable es sacar un valor más alto jugando con dados comunes, se tiene que dicha probabilidad es $\frac{1}{6}\,(\frac{1}{6}+\frac{2}{6}+\frac{3}{6}+\frac{4}{6}+\frac{5}{6}) \cong 0{,}42$, es decir, del 42%, aproximadamente. Esto es porque para la probabilidad de que el adversario saque cualquier valor (1/6), la probabilidad de ganarle es 1/6 si saca un cinco, 2/6 si saca un cuatro, 3/6 si saca un tres, 4/6 si saca un dos y 5/6 si saca un uno, no habiendo posibilidad de ganarle si saca un 6.

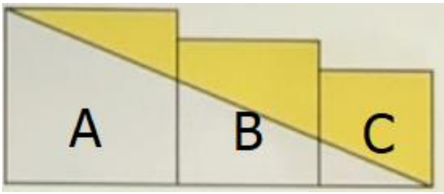
Ahora, en el caso de un dodecaedro, la mitad de las caras superan a cualquier valor del dado común (los valores del 7 al 12), y sólo para la otra mitad de los casos donde al tirar el dodecaedro salga una cara del 1 al 6, se tendrán las mismas posibilidades de ganarle al dado común como si el dodecaedro fuera un dado normal.

Luego, la probabilidad pedida es: $\frac{1}{2}+\frac{1}{2}.\frac{1}{6}.(\frac{1}{6}+\frac{2}{6}+\frac{3}{6}+\frac{4}{6}+\frac{5}{6})$, es decir, la probabilidad de que salga un lado del dodecaedro que supera a cualquier otro del dado (1/2) o bien (+) la probabilidad de que salga el otro lado del dodecaedro (1/2, es decir, que salga una cara con un valor del 1 al 6) y a su vez (,) que condichos valores se le gane al dado común (lo cual se expresa con el valor mostrado en el primer párrafo, es decir, la misma probabilidad que tiene un dado común de ganarle a otro dado común).

Entonces se tiene como respuesta: 17/24, es decir, aproximadamente un **71%** de probabilidades.

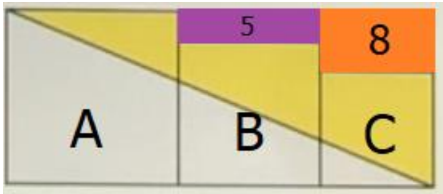
Capítulo 4

A) Nombrando a los cuadrados A, B y C



se tiene que área(A) = 36, área(B) = 25 y área(C) = 16.

El área que le falta a B para ser un rectángulo de 5 x 6 es 5, y el área que le falta a C para ser un rectángulo de 6 x 4 es 8:



Luego el área amarilla es la mitad del área del rectángulo de 15 x 14 anterior, menos 8 + 5. Es decir:

(36 + 25 + 16 + 5 + 8)/2 – 8 – 5 = **32**

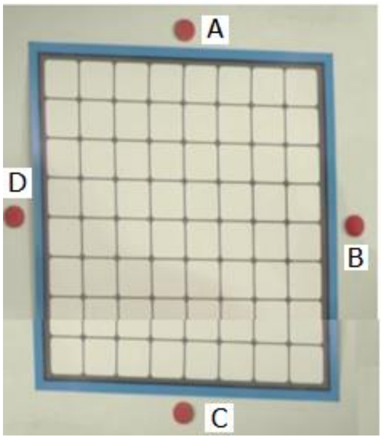
B) Sabiendo que tanto elefantes € como avestruces (A) tienen 2 ojos, pero que los avestruces tienen 2 patas mientras que los elefantes tienen 4, se tiene que:

2E + 2A = 58
4E + 2A = 84

por lo que hay **13 elefantes y 16 avestruces** (resolviendo el sistema de ecuaciones).

Capítulo 5

A) Nombrando a las personas como A, B, C y D,



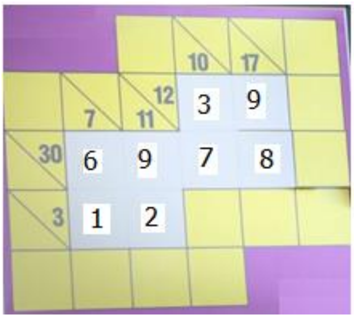
Como cada uno se puede mover o bien a la derecha o bien a la izquierda, existen 16 posibilidades (2 x 2 x 2 x 2) .Luego, como sólo en dos de todas esas disposiciones no se producen choques (es decir, si todos se mueven en sentido de las agujas del reloj, o al contario), la probabilidad es de 2/16, es decir 1/8, lo cual es una probabilidad del **0.13%** (aproximadamente).

B) En línea recta por la línea de altura ("la mitad") de cualquiera de las caras, ya que (Teorema de Pitágoras) esa distancia es menor a cualquier otra, considerando cualquier triángulo dentro de una cara de la pirámide.

Capítulo 6

A) Es inmediato: 7.777.777. Podría ser también: 1.224.444, y otra posibilidad podría ser 2.255.555, o bien 3.334.444, o quizás 1.666.666. En cualquier caso, se sabe que 0, 8 y 9 no puede aparecer, y si aparece 7, deben ser todos 7. Así, se pueden construir los números a partir del 6 (sabiendo que se repite 6 veces), del 5 (sabiendo que se repite 5 veces), y así.

B)



Capítulo 7

A) No se puede simplemente hacer 5 carreras, tomando en cada una 5 autos distintos, para tomar a los más rápidos de cada una y luego realizar una carrera final, ya que así quizás se elija al auto más rápido, pero alguno de los considerados en el podio de los tres más rápidos puedan no ser tales.

Supongamos que A, B, C, D, y E participan en la primera carrera, y el más rápido resulta ser A. Si se descartan en esa primera a B, C, D y E, se está omitiendo la posibilidad de que B pueda ser uno de los tres más rápidos, cosa que a priori no hay forma de estar seguro.

Otra primera idea podría ser hacer correr 5 autos, quedarse con los tres más rápidos, poner otros dos autos que todavía no hayan sido probados, y repetir este criterio hasta que no haya más autos que probar, dando un total de 11 carreras necesarias para descartar a los más rápidos, pero esto aún se puede mejorar.

Retomando la idea de hacer 5 carreras para comparar todos los autos, si A1, A2, A3, A4 Y A5 hubieran sido los más rápidos de cada carrera, se puede hacer una nueva carrera para ver en que posiciones termina cada uno. Luego, y esto es lo importante, se podrán descartar no sólo los últimos más lentos, sino también todos los autos que hayan sido más lentos que los últimos dos lentos (es decir, todos los autos de las carreras correspondientes a los dos autos más lentos de la sexta carrera).

Véase gráficamente. Si los resultados de las primeras cinco carreras son (en orden de posiciones):

A1 B1 C1 D1 E1
A2 B2 C2 D2 E2
A3 B3 C3 D3 E3
A4 B4 C4 D4 E4
A5 B5 C5 D5 E5

Luego, se pueden descartar todos los cuartos y quintos puestos en las carreras, ya que se tienen ternas de autos que son más rápidas:

A1 B1 C1
A2 B2 C2
A3 B3 C3
A4 B4 C4
A5 B5 C5

Y si en la sexta carrera los tres primeros autos son: A1, A2 y A3, entonces ya se puede descartar no sólo a A4 y a A5, sino a todos los autos que ya se sabe que son más lentos que ellos (B4, C4, B5 y C5), además de B3 y C3, ya que A3 es más rápido que ellos, y A1 y A2 son más rápidos que A3. Lo análogo sucede con C2 (B2, A2 y A1 son más rápidos).

A1 B1 C1
A2 B2
A3

Sabiendo entonces que A1 es el más rápido de todos, y entonces sólo restando hallar el segundo y el tercer puesto, se puede hacer correr a B1, C1, A2, B2 y A3, y los que salgan primero y segundo serán junto con A1 los tres primeros.

B) Es inmediato que para que se cumpla lo pedido, la persona no puede tener billetes de $100. Puede tener un billete de $50, pero sólo uno, ya que de otra forma existiría un conjunto de dos billetes que suma $100. Análogamente, puede tener 4 de $20, pero no 5 (o más). Se ve que entre los billetes de $50 y los de $20 no se suma exactamente $100.

Por otra parte, si se considera lo anterior, no puede tener billetes de $10, ya que un sólo billete provocaría la suma $10 + $20 + $20 + $50 = $100. Lo que sí es posible, teniendo en cuenta lo anterior para evitar sumar $10, es que la persona tenga un billete de $5 y cuarto billete de $2 (no puede tener más porque sumaría $10 y etcétera).

En síntesis, el dinero de la persona es:

$50 + $20 + $20 + $20 + $20 + $5 + $2 + $2 + $2 + $2 = $143

Esto es una suma mayor que la que podría tener considerando nueve billetes de $10:

9x$10 + $5 + 4x$2 = $101

Capítulo 8

A) Llamando a las bolas: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 y 9, en la primera pesada se ponen tres bolas en cada plato: 1, 2 y 3 en uno, 4, 5 y 6 en otro. Pueden ocurrir dos situaciones:

- La balanza se mantiene balanceada. Entonces, bastará pesar en la próxima pesada a 7 en un plato, y a 8 en otro. Si la balanza vuelve a estar balanceada, la bola más pesada es la 9. En otro caso, según donde esté la balanza se habrá identificado la bola más pesada.

- La balanza se inclina más por un plato. Supongamos que ese plato es el que contiene a 1, 2 y 3. Luego, basta proceder como en el paso anterior: como se sabe que una de las 3 bolas anteriormente mencionadas es la que pesa más, se pone una en cada plata en la nueva pesada. Según para que lado se incline la balanza (o sino se inclina) se sabrá cuál es la más pesada.

B) D necesariamente debe haber ganado 2 partidos, porque de otra forma hubiera tenido un peor desempeño que A.
Luego, D ganó 2 partidos. Ahora esto debe compatibilizarse con los datos iniciales. El primer partido lo puede haber ganado contra C, y ese fue uno de sus partidos perdidos. El segundo lo puede haber ganado contra A, y entonces ya se conoce el desempeño total de A en el torneo (ya que cada uno juega 3 partidos).

Ahora, como B empató 2 partidos, en base a lo afirmado anteriormente, necesariamente debe ser que dichos partidos fueron contra D y contra C. Finalmente, el esquema sintético:

- A ganó contra B y C, y perdió con D;
- B perdió contra A, y empató con D y C;
- C perdió contra A y D, y empató con B;
- D ganó contra A y C, y empató con B;

se adapta perfectamente a los datos, y entonces se puede afirmar que D salió campeón por ser el único invicto (no perdió partidos) que ganó más partidos.

Capítulo 9

A) Como C veía los sombreros de A y B, y no pudo contestar de qué color era su sombrero, necesariamente debe ser que A y B tenía distinto color de sombrero, porque si hubiera tenido el mismo, C podría haber contestado con seguridad el color de su sombrero (que era aquel que no percibió ni en A ni en B). Cómo esto último no ocurre, necesariamente entonces debe ser que el color que no tiene C, es el color de D, y como D puede ver el color de C, basta contestar el otro color.

B) La velocidad de X puede escribirse como 1,5 KM/min (haciendo una regla de tres simple directa), y análogamente, la velocidad de Y puede escribirse como 1 KM/min. Luego, durante el minuto anterior al choque, X recorrerá 1,5 KM, mientras que Y recorrerá 1 KM, por lo que la distancia total entre ambos un minuto previo al choque es 2,5 KM. La pregunta adicional no fue parte del planteo del programa, pero es interesante que la respuesta es inmediata, ya que cuando los autos choquen (despreciando cuestiones relativas al tamaño de los autos, y etcétera), ambos estarán “en el mismo lugar”, por lo que ambos están a la misma distancia tanto de A como de B.

Capítulo 10

A) Como las cruces juegan primero que los redondeles, necesariamente la última jugada fue un redondel. Ahora, la última jugada no puede haber sido esta:

B)

porque como se supone que cada jugador quiere ganar, ese redondel posicionado en el medio le hubiera dado el triunfo al jugador de redondeles. Análogo a lo anterior, no puede haber sido la última jugada:

Por otra parte, considerar cualquiera las jugadas:

como últimas es absurdo, ya que le estarían dando la ventaja al rival. Lo análogo ocurre con:

Luego, necesariamente la última jugada debe haber sido:

viéndose el jugador de las "X" obligado a tapar uno de los posibles casilleros donde el rival podía ganar, pero no así pudiendo evitar la derrota (ya que a continuación el jugador de los redondeles jugará en el medio):

B) Desde la perspectiva del automovilista, el número que tapa es el **87**. El desafío está en que el dibujo está mostrado con la perspectiva invertida con respecto al auto, pero poniéndose en el punto de vista de quien estaciona, los números son correlativos: 86, 87, 88, 89, 90 y 91.

Capítulo 11

A) Porque si no fuera cierta, quería decir que la persona nunca miente, lo cual es absurdo con respecto del supuesto que la afirmación es falsa.

B) Una es blanca y la otra es negra. Si hubieran dos blancas (B1 y B2) y dos negras (N1 y N2) los posibles resultados al sacar dos medias serían: B1B2, B1N1, B1N2, B2N1, B2N2, N1N2. Pero si hay tres blancas, los resultados posibles pasan a ser: B1B2, B1N1, B1B3, B2N1, B2B3, N1B3. Es decir, sólo hay dos resultados posibles con la misma probabilidad: o bien ambas son blancas, o bien una de ellas es negra.

Capítulo 12

A) Una forma de verlo es que los resultados posibles son:

CCC
XXX

CCX
CXC
XCC

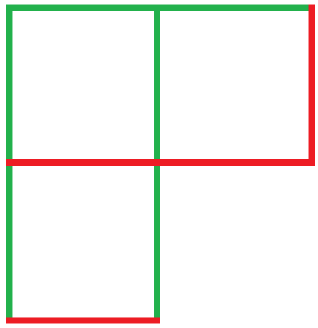
CXX
XCX
XXC

por lo que la probabilidad es 2/8 = 1/4 (25%). Análogamente, se podría haber calculado como ½ * ½ * ½ + ½ * ½ * ½,

B) La eminencia de la medicina es la madre.

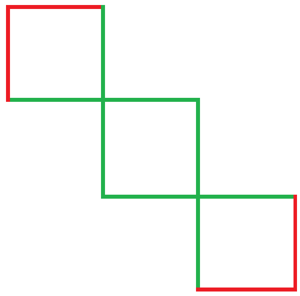
Capítulo 13

A)



(No se utilizan todas las barras verdes.)

Si fuera necesario utilizarlas todas:



B) Poniendo un sistema de ejes coordenados con centro en el inicio del poste izquierdo y sabiendo que las "líneas naranjas" pueden considerarse como rectas, una de ellas (la que conecta el poste de la izquierda con el suelo) que pasa por los puntos (d,0) y (0,16) (siendo d la distancia entre los postes, que se asume como no nula), y otra de ellas que pasa por los puntos (0,0) y (d,24), se puede aplicar la ecuación de la recta que pasa por dos puntos para obtener que la línea naranja del poste izquierdo es una función lineal de la forma:

$Y = 16/(-d) * (X - d)$

y que la línea naranja del poste derecho verifica:

$Y = (24/d) X$

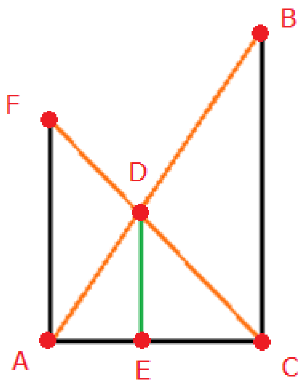
Entonces, preguntar por la altura de la unión de las líneas naranjas es similar a preguntar por la coordenada Y de la intersección de las dos rectas anteriores. Planteando:

$16/(-d) * (X - d) = (24/d) X$

Se tiene que $X = (2/5) d$, y reemplazando esta coordenada en la ecuación de la línea naranja (en realidad es equivalente en cuál de las dos se reemplace porque esa coordenada corresponde a la intersección de ambas) se obtiene que **Y = 9,6**. Esta es la altura pedida.

Nota: si d fuera cero, entonces los dos postes estarían uno encima de otro, lo cuál no es posible en la práctica. Pero si fuera el caso, entonces la respuesta es obvia: la altura sería 24 – 16 = 8.

Nota 2: otra forma de resolver el problema consiste en plantear triángulos semejantes: ABC es semejante a ADE y ACF es semejante a ECD:



por ende, el cociente entre la base y la altura de dichos triángulos semejantes es la misma (porque tienen el mismo ángulo con respecto al "piso"). Planteando esas igualdades se llega a la misma respuesta.

Temporada 9 (2015)

Capítulo 1

A) Cada escalón agrega un nuevo nivel de "anchura" a la torre:
- en el primer nivel se tiene a un cubo solitario, en la "punta" (1).
- en el segundo nivel a simple vista se ven dos cubos, pero se sabe que debe haber otro que permita al cubo superior estar arriba (3);
- en el tercer nivel se ven tres cubos, a lo que se le debe sumar aquellos que permiten que haya cubos tres en la parte superior (6);
- en el último nivel se ven 4 cubos, a lo que se suma la cantidad de cubos necesaria para soportar a los de arriba (10).

En total se tienen: 1 + 3 + 6 + 10 = **20 cubos.** Una forma de visualizar esta cuenta es que en cada nuevo nivel (de arriba hacia abajo), la cantidad de cubos es igual a los cubos visibles en ese nivel más los cubos visibles de arriba.

B)

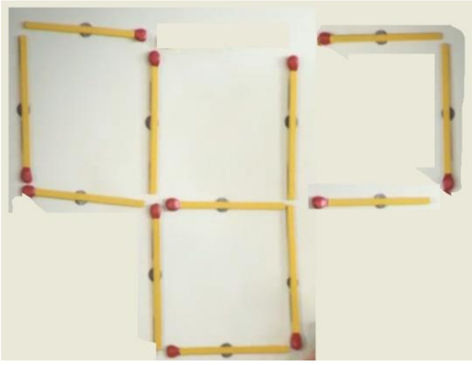
Hay varias otras.

Capítulo 2

A)

64
8 8
2 4 2
1 2 2 1

B)



A la misma figura se puede llegar moviendo 4 fósforos. Otra alternativa para cuatro fósforos es:

Capítulo 3

A) No, ya que en cada intercambio se requieren dos cuadrados, y como la cantidad total de cuadrados es impar, existe un cuadrado que no se podrá intercambiar con ningún otro, ya que el resto ya habrá sido movido, y sólo se puede mover cada cuadrado una vez.

B) Teniendo al total del trayecto como X, a la cantidad de kilómetros manejados por Claudio a la ida como C1, a la cantidad de kilómetros manejados por Ana a la ida como A1, a la cantidad de kilómetros manejados por Ana a la vuelta como A2 y a la cantidad de kilómetros manejados por Claudio a la vuelta como C2, se tiene:

$X = C1 + A1$
$X = C2 + A2$

Reemplazando los datos numéricos:

$X = 20 + A1$
$X = C2 + 25$

Luego

$C2 + 5 = A1$

Entonces, llamando A a la cantidad de kilómetros dónde manejo Ana y C a la cantidad de kilómetros donde manejo Claudio, se tiene que:

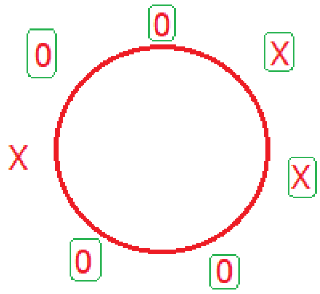
$A = A1 + A2 = (C2 + 5) + 25 = 30 + C2$
$C = C1 + C2 = 20 + C2$

Luego, es evidente que A es mayor a C por 10 kilómetros, por lo que **Ana** manejo más kilómetros.

Capítulo 4

A)
- Que todos saquen cara o cruz, ya que de otra manera habrá alguien que tenga a sus costados resultados distintos.

- No es posible, ya que al menos uno debe permanecer en la mesa por ser una cantidad impar de personas. Por ejemplo (con X simbolizando cruz y C simbolizando cara):



B) Sólo hay dos cubos de dos dígitos: 27 (3 al cubo) y 64 (4 al cubo). Por lo tanto, la respuesta es inmediata:

2 7
6 4

donde 27 es un cubo, 64 es otro cubo y 26 es un cubo (27) menos uno.

Capítulo 5

A) Llamando Y a la cantidad de años de la persona ahora neonata, la cuál también es la cantidad de años que deben pasar, y X a la edad actual de la persona a quien se le hace la pregunta y Z la edad que la persona consultada tendría luego de Y años, se tiene que:

$Y = Z / 2 = (X + Y) / 2 \;\; \rightarrow \;\; 2Y = X + Y \;\; \rightarrow \;\; Y = X$

Es decir, la cantidad de años que deben pasar es igual a la **edad de la persona consultada**. Notar que la pregunta podría considerarse imposible de contestar por no saber cuánto uno va a vivir, por lo que la pregunta quizás debería estar referida a "la cantidad de años desde su nacimiento" y no a "la edad que usted tendría" (también depende de cómo se considere la edad).

B) El segundo indica el horario del corte de luz, por lo que ya se sabe la hora de inicio del corte. El tercero indica cuánto tiempo pasó desde el fin del corte: 8 horas (ya que cuando volvió la luz estaba en 00:00 hs.). Como ahora son las 8:00, entonces el corte terminó a las 00:00 hs. Esto no coincide con lo indicado por el primer reloj: se paró a las 23:30, y siguió su marcha media hora después, por lo que debería está media hora atrasado, y no 15 minutos.

Luego la mecánica debe haber sido diferente: 8 horas deben haber pasado desde que terminó el *último* corte de luz. Entonces, por ejemplo puede haber ocurrido que el primer corte se dio 23:30 hs., duró 10 minutos, luego la luz volvió, y a las 23:55 hs. hubo otro corte, que se prolongó hasta las 00:00hs., horario del fin del último corte.

Esto último si es coherente con los tres datos, ya que explica el retraso de 15 minutos del primer reloj, la hora del segundo, y la del tercero.

Sin embargo, es una de tantas situaciones posibles. Lo que se puede asegurar es que:
- hubo más de un corte de luz (ya se mostró que si hubiera habido uno sólo hay una incoherencia con los datos del problema);
- el tiempo total neto donde no hubo luz fue de 15 minutos;
- el primer corte inició 23:30 hs.;
- el último corte terminó a las 00:00 hs.

con esta configuración, existen innumerables situaciones posibles que pueden haber dado origen a la hora que indican los relojes.

Capítulo 6

A) Para cada elección de un alumno, hay cuatro elecciones posibles del otro alumno. Entonces, de las 16 posibles combinaciones de elecciones, solo en cuatro coinciden ambas ruedas (es decir, solo si ambos eligen la rueda 1, o si ambos eligen la rueda 2, y etc. se produce la coincidencia), por lo que la probabilidad es de 4/16, es decir, de un **25%**.

B) La cantidad de cartas rojas y cartas negras en el mazo es la misma al iniciar el juego. Entonces, la cantidad de cartas rojas y negras que quedan "descartadas" es la misma, ya que para que se descarten del juego debe salir una roja y una negra. Pero eso solo puede significar que la cantidad de cartas rojas que tiene el jugador es la misma cantidad de cartas negras que guarda el casino. Es decir: esto no es un juego, porque el resultado esta determinado: el empate es seguro, no importa como estén ordenadas las cartas.

Entonces, por más atractiva que suene la recompensa, no es para nada conveniente aceptar el juego, ya que se pierden $100.

Capítulo 7

A) Se tiene como dato que:

$3(100A + 10B + C) = 100B + 10B + B$ (ya que A, B y C son dígitos)

Despejando se tiene que:

$100A + C = 27B$

Como A, B y C son números naturales, la suma $100A + C$ debe dar un número múltiplo de 27 (para que al "pasar dividiendo" B sea un número sin decimales).

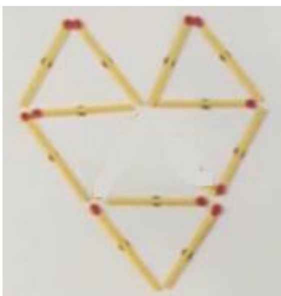
Considerando que $27 \times 1 = 27$, $27 \times 2 = 54$, $27 \times 3 = 81$, $27 \times 4 = 108$…

luego podría ser que **A = 1** y **C = 8** (y en ese caso la suma es un múltiplo de 27). Entonces se obtiene que **B = 4**.

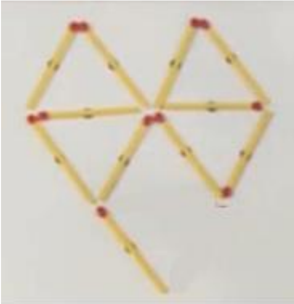
En ese caso se verifica 148 + 148 + 148 = 444 = BBB

¿La solución es única? Sí, porque 108 es el único múltiplo de 27 con un cero en la decena (lo que permite que A y C tengan un solo dígito) tal que puede obtenerse multiplicando 27 por un número de un solo dígito (el cuál debe ser B). Es decir, para el resto de los múltiplos de 27, la descomposición de la forma $100A + C$ no admiten que B tenga un solo dígito.

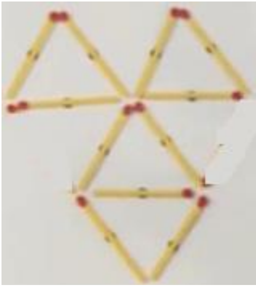
B) Hay 6 de lado 1, y uno de lado 2, por lo que hay **7**.



Si se consideran asimetrías (que en general no son aceptadas en los "problemas de fósforos"), podría asumirse que la solución no es única, por ejemplo estableciendo:



Otra opción (simétrica) para entender que la solución no es única:



Capítulo 8

A) Este es un problema de Fermi, o de estimación. Para empezar, la edad y la cantidad de hijos son números naturales, y como el valor resultado del producto de los tres datos que se tienen que hallar es un número natural, entonces la longitud del barco también es un número natural.

Por otro lado, el capitán para ser tal debe tener al menos 32 años, suponiendo que terminó el secundario a los 17 y a los 22 cumplió los estudios habilitantes para poder manejar un barco, sumados a sus 10 años de experiencia. Pero esto es una de las innumerables posibilidades: podría haber sido un prodigio que empezó antes, o una persona que le dio un nuevo rumbo a su carrera. En fin, se establece un intervalo (arbitrario) de 30 a 110 años para la edad del capitán.

El capitán puede tener hijos a partir de los 12 años, aproximadamente, pero lo más natural sería pensar que primero terminó sus estudios y luego tuvo hijos. Entendiendo que entre que cumplió 22 años y 32 años hay 90 meses de diferencia, se entiende que hay una cota de 10 hijos como máximo (por supuesto, se han hecho varias conjeturas de "sentido común" para llegar a esto). Pero nuevamente, nada asegura que el capitán no tenga más de una pareja con la cual tuvo hijos, y un largo etcétera, que obligan a considerar la posibilidad de que (sólo por poner una cota) el capitán haya tenido hijos hasta los 82 años (nuevamente, un valor arbitrario), teniendo entonces una diferencia de 60 años con el hito de la estimación del fin de sus estudios, es decir, un lapso de 720 meses, pudiendo entonces haber tenido como máximo 80 hijos (suena absurdo, pero sólo por dar un ejemplo, se estima que Justo Urquiza tuvo más de 100).

A partir de los dos conjuntos de posibilidades acotadas (30 a 110, y 1 a 80) puede entonces obtener un intervalo de posibilidades para la longitud del barco. Si se quiere ser un poco más realista, pueden acotarse aún más las posibilidades para entrar en valores más comunes.

Suponiendo que el capitán tiene entre 30 y 90 años, y que no tuvo más de 10 hijos, la longitud del barco oscila entre:

(32.118/30*1) ≅ <u>1071 m</u> y (32.118/90*10) ≅ <u>37 m</u>

El primero de los valores, al menos, no se adapta muy bien al sentido común (¿un barco de un kilómetro?). A pesar de que uno pueda tener total desconocimiento de barco, se entiende que no debería tener más de 300 metros de largo. Entonces, considerando que el capitán tiene al menos 4 hijos, la nueva franja de posibilidades para el capitán es:

(32.118/30*4) ≅ 268 m y (32.118/90*10) ≅ 37 m

Algo más coherente, aunque es igual de arbitrario considerar que tiene más hijos y no más edad, ya que considerar que el capitán tiene al menos 40 años y al menos tres hijos da una franja idéntica, así como también es arbitrario buscar una franja acotada coherentemente como respuesta, y no dar un valor promedio.

De hecho, hay muchas posibilidades que se están obviando por esta forma de considerar la solución: es más probable que tenga un hijo a que tenga 10. Entonces, se debe pasar a considerar varias franjas de posibilidades para dar la solución:

- el capitán tiene entre 30 y 90 años, tiene entre 4 y 10 hijos y el barco mide entre 37 y 268 metros; o bien
- el capitán tiene entre 40 y 90 años, tiene entre 3 y 10 hijos, y el barco mide entre 37 y 268 metros; o bien
- el capitán tiene entre 60 y 90 años, tiene entre 2 y 10 hijos, y el barco mide entre 37 y 268 metros.

La última solución, por si no quedó claro, sigue una línea de pensamiento bastante arbitraria, pero es coherente con el llamado "sentido común" a nivel masivo, y es básicamente la idea de este tipo de problemas.

Otra forma de contestar a la pregunta es ir a los promedios: el capitán tiene 45 años porque 10 años no es ni mucha ni poca experiencia, y no toda su vida estuvo al frente de un barco luego de terminar los estudios habilitantes correspondientes, y tiene 3 hijos, por lo que el barco mide 238 metros.

Buscando en internet el dato del que menos se tiene noción, se averiguó que existen barcos de longitudes del orden de 400 metros, considerados como "barcos enormes" (¡Llegar de una punta a la otra es como caminar cuatro cuadras!), y que algo superior ya se consideran "plataformas" (aunque esto puede o no entenderse como un barco), como las que se utilizan para el despegue de aviones (de una sola persona).

Por otro lado, se averiguó que un barco común es de 150 metros, aunque también existen pequeños barcos de 24 metros, por lo que se estaría sobreestimando el resultado promedio de 238 metros, ya que eso sería más bien un barco grande.

Y así, dependiendo de la información con la que se cuente de antemano, este problema puede resultar más fácil o más difícil para la persona que lo encare. Siempre el objetivo será, a pesar de la falta de información y la incapacidad para tomar dimensión del problema, ingeniárselas con imaginación y conocimientos previos para dar un resultado lo más coherente posible, y salvo que se cuente con mucha información de antemano, el resultado siempre es discutible (por ejemplo: si considerábamos que en el barco había pasajeros, ¿no es poco 37 metros de lago? ¿No sería mejor haber llegado a una mejor cota como se hizo con la edad?), y etcétera.

En el programa, la solución tomó un rumbo completamente diferente: se hizo la descomposición en factores primos del dato. 2 * 3 * 53 * 101 = 32.118.

Entonces, se estableció 53 como la edad, 6 como la cantidad de hijos y 101 metros como la longitud del barco (privilegiando que el barco no fuera muy largo, y considerando que la persona tiene menos de 100 años).

B) 23 y**1999** (es inmediato por desccarte).

Capítulo 9

A) Llamando a la edad de cada persona: A, B, C, D, E y F, siendo F la edad correspondiente a la persona que se fue.

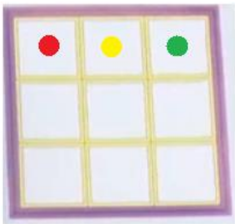
$(A + B + C + D + E + F)/6 = 16$
$(A + B + C + D + E)/5 = 15$

Luego

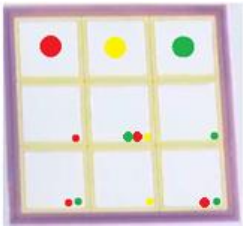
A + B + C + D + E = 75

Reemplazando, se tiene que:
(75 + F)/6 = 16
75 + F = 96
F = 96 - 75 = **21**

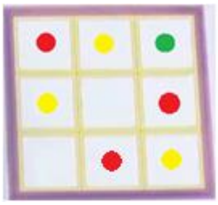
B) Se necesitan al menos tres colores para una fila:



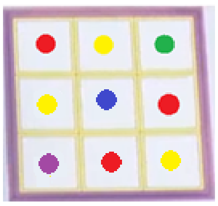
luego, partiendo de esta base ya se sabe de que colores no pintar el resto de las casillas (indicados en forma pequeña y en la esquina inferior izquierda):



Entonces, se repiten tantos colores como se pueda:



Como el color del centro debe ser necesariamente diferente de lo otros tres, y el mismo no debe repetirse por fila o columna, los últimos dos colores deben ser entonces distintos:

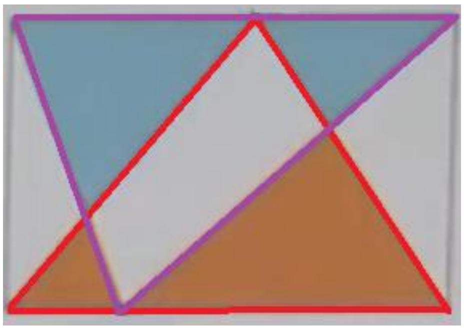


Se llega a que con **5** colores se cumple lo pedido.

Capítulo 10

A) Considerando que el cubo no puede tener caras con cuadrados violeta que no estén en diagonal, las opciones **A**, **B** y **D** quedan descartadas inmediatamente. La opción **C** tampoco es válida, ya que la unión de las caras no permite que se "toquen" los cuadrados violetas en los vértices del cubo. Finalmente, la única que cumple los requisitos de las caras con cuadrados violeta en diagonal, tales que se toquen en las esquinas, es la E.

B) Los triángulos rojo y violeta que están en el dibujo tienen la misma base y la misma altura, por lo que su área debe ser la misma. Como la parte en blanco común a ambos triángulos es la misma, entonces el área de color correspondiente a cada uno de los triángulos debe ser igual, por lo que el área azul y el área naranja es la **misma**.



Capítulo 11

A) Llamando P al peso de la pelota y C al peso de la caja, se sabe que:

P + C = 60 Kg
C = P + 50 Kg

Se obtiene inmediatamente:

2P + 50 Kg = 60 Kg
P = 5 Kg

y entonces
C = 55 Kg

B) Al primer escalón se puede llegar de una sola forma: subiendo de a uno una vez.
Al segundo escalón se puede subir de dos formas: dando un salto de dos escalones, o bien de a un escalón.
Al tercer escalón se puede llegar de cuatro formas, dando un salto de a tres, subiendo de a uno hasta el tercero, subiendo dos de un salto y luego llegar al tercero, o subiendo uno y luego dando un salto de dos.

Se entiende entonces que la cantidad de formas de llegar a un escalón es igual a la cantidad de formas de llegar al primer escalón sumado a la cantidad de formas de llegar al segundo escalón, y etc. (esta rápida generalización por inducción no es tan evidente con tan pocos casos, ver solución de 7.10.X), más uno, puesto que siempre se puede llegar al escalón directamente mediante un “salto” de su determinada cantidad de escalones.

Luego, denominado como C a la cantidad de formas de alcanzar un escalón, se tiene que:
C(1) = 1
C(2) = C(1) + 1 = 2
C(3) = C(1) + C(2) + 1 = 4
C(4) = C(3) + C(2) + C(1) + 1 = 8

Por lo tanto, la respuesta es:

C(5) = 1 + 2 + 4 + 8 + 1 = **16**

Nota: se entiende que llegar al último escalón es subir la escalera. Si se considerara que hay que avanzar un paso más para salir de la escalera, entonces se debe calcular C(6) como se indicó antes.

Nota 2: no es coincidencia que las formas de llegar a cada escalón sea una potencia de 2. Puede encontrarse una analogía con el problema 1.1 sobre los escalones “pisados y no pisados”.

Capítulo 12

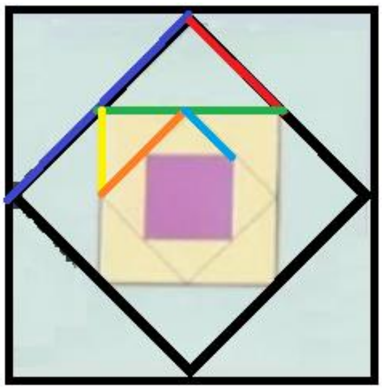
A) Se sabe que no puede haber 28 o 35 galletitas, ya que esos números tienen una diferencia mayor a 4. Análogamente, tampoco pueden haber sido 29 porque la diferencia con 35 es de 6. Si hubieran **31 galletitas**, entonces 28 le erra por 3, 29 por 2, 32 por 1 y 35 por 4, por lo que el problema queda resuelto ya que si hubieran 32 galletitas entonces no se podría encontrar las mismas diferencias que las descritas.

B) Como son 30 equipos y todos juegan contra todos, el equipo en cuestión (y en general cualquiera de los equipos al final del torneo) debe haber jugado 29 partidos. 56 no es divisible por 3 (la suma de sus dígitos no es un múltiplo de 3), pero sí lo es 54, y el mismo es el número más cercano hacia abajo que es un múltiplo de tres. Esto quiere decir que como máximo el equipo gano 54/3 = 18 partidos, y necesariamente empató 2 (para llegar a 56), por lo que eso deja un máximo espacio para los partidos perdidos, exactamente de 29 - 18 - 2 = **9 partidos perdidos**.

¿Por qué esa es la cantidad máxima? Porque esa cantidad se deduce de la cantidad de partidos máximos ganados, y ganar un partido es la mejor situación en la que se pueden ganar puntos, dejando más "partidos libres" para perder (ya que la cantidad de 56 puntos debe alcanzarse en el razonamiento para no salirse del problema planteado). En contraste, la cantidad mínima de partidos perdidos podría ser uno, si se maximiza la cantidad de partidos empatados, dejando menos espacio para los perdidos. Más precisamente, si se descompone 56 como 3X + Y, siendo X la cantidad de partidos ganados e Y la cantidad de partidos perdidos, se tiene que para Y = 14, X vale 14, y en total son 28 partidos jugados, dejando espacio para perder uno.

Capítulo 13

A)



Considerando que la longitud del lado del cuadrado exterior es de 1 (en metros), la longitud de la línea azul puede calcular por Teorema de Pitágoras como LA = $\sqrt{0{,}5^2 + 0{,}5^2}$. A su vez, la línea roja LR tiene la mitad de la longitud de la línea azul, por lo que LR = LA/2.

Por otra parte, la longitud de la línea verde LV puede calcular por Teorema de Pitágoras como LV = $\sqrt{LR^2 + LR^2}$. Se tiene análogamente que la línea amarilla LA cumple LA = LV/2, y entonces puede calcularse otra vez por Pitágoras la longitud de la línea naranja LN, LN = $\sqrt{LA^2 + LA^2}$.

Finalmente, como la línea celeste LC cumple LC = LN/2, se puede conocer el lado del cuadrado como L = $\sqrt{LC^2 + LC^2}$, por lo que el área pedida es L^2.

Calculando:
LA = $\sqrt{2}\,/\,2$, LR = $\sqrt{2}\,/\,4$, LV = 0,5 , LA = 0,25, LN = $\sqrt{2}\,/\,4$, LC = $\sqrt{2}\,/\,8$, L = ¼

Por lo que el área del cuadrado es 1/16 = 0,0625 metros, o lo que es lo mismo, **6,25 centímetros**.

Se puede calcular también sin hacer ningún calculo, entendiendo que cada cuadrado tiene la mitad del área que el grande que lo contiene.

B) Se deja una propuesta de solución.

Se podría lograr el ciclo pedido si no fuera por el segmento diagonal del cuadrado central, ya que ese provoca que haya dos vértices con una cantidad impar de líneas salientes, y para lograr el ciclo, todos los vértices deben tener una cantidad par de líneas (ya que eso permite asegurar que cada vez que se entra al vértice, se puede salir -argumentando paridad- por otra línea.

Desafíos Complementarios

1) Errar apropósito, ya que su probabilidad de fallar es más alta que su probabilidad de acertar. De esa forma, si B dispara, sólo hay una probabilidad de 33% que le dispare a él y no al otro vaquero, y reduce a la mitad la probabilidad de que lo mate C en caso de mantenerse vivo hasta ese momento.

2) Una opción es poner azúcar en uno de los dos platillos hasta que se equilibren los mismos (para balancear la balanza), y luego poner las pesas en el platillo con el azúcar que se utilizó en el balanceo, para luego medir normalmente poniendo la azúcar en el platillo restante.

Otra opción (la contada en el programa) es poner las dos pesas en un platillo y azúcar en otro hasta equilibrar ambos. Luego, se retiran las pesas y se pone azúcar hasta observar el mismo nivel del equilibrio, lo que indica que la azúcar depositada en el platillo donde originalmente había pesas tiene el mismo peso que las mismas.

3) Se explica una forma de hallar la respuesta: con programa en C, que por fuerza bruta, permite hallar el resultado:

```
#include <stdio.h>

int
main(){
      int puerta[100];

      for(int i=1; i<101; i++ ){
            puerta[i]=1;

      }

      for(int h=2; h<101; h++ ){
            for(int j=100; j>1; j-- ){
                  if(j%h==0)  {
                        if(puerta[j]==1)
                              puerta[j]=0;


                        else
                              puerta[j]=1;

                  }

            }
```

```
	}

	for(int k=1; k<101; k++ ){
		if(puerta[k]==1) {
			printf ("%d ",k);


		}

	}

	return 0;

}
```

Las respuestas son: **1**, **4**, **9**, **16**, **25**, **36**, **49**, **64** y **81**.

Se ve que las puertas que quedan abiertas son los cuadrados de 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 y 9. Esas puertas quedan abiertas porque son los números que tienen una cantidad impar de divisores, ya que las puertas a las que se le aplica una cantidad impar de "cambios de estado" son las que terminan abiertas.

4) Teniendo en cuenta que hay el doble de bolas amarrillas con respecto a las rojas, las posibilidades al sacar dos bolas al azar son:

amarrilla - roja 1
amarilla - roja 2
roja 1 - roja 2

Es decir, la probabilidad de que salgan dos bolas distintas es 2 en 3, o 2/3, por lo que aproximadamente hay un 66,66 % de probabilidades de que al sacar dos pelotas las mismas sean de colores distintos.

Por otra parte, la bola a agregar debería ser amarilla, porque así las posibilidades de sacar iguales o distintas bolas son las mismas:

amarilla 1 - amarilla 2
amarilla 2 - amarilla 3
amarilla 1 - amarilla 3
roja 1 - amarilla 1
roja 1 - amarilla 2
roja 1 - amarilla 3

Se ve que esto no ocurre si la bola que se agregara fuera roja:

roja 1 - roja 2
amarilla 1 - amarilla 2
roja 1 - amarilla 1
roja 1 - amarilla 2
roja 2 - amarilla 1
roja 2 - amarilla 2

Ya que así se mantienen las posibilidades originales.

5) Es igualmente probable, ya que de los cuatro lugares posibles para sentarse respecto de su mejor amigo, dos lugares están "al lado" de él (porque es una mesa redonda) y los otros dos no. Con lo cual, si hay 2 casos favorables de 4 posibles, entonces la probabilidad es de 0,5, o en porcentaje del 50%.

6) Al factorizar 36, se tiene que:
36 = 2 x 2 x 3 x 3

Entonces, los productos posibles para que las edades den 36 son:
1 x 1 x 36
1 x 2 x 18
1 x 3 x 12
1 x 4 x 9
1 x 6 x 6
2 x 2 x 9
2 x 3 x 6
3 x 3 x 4

Veamos cuanto da la suma de cada una de estas posibilidades:
1 + 1 + 36 = 38
1 + 2 + 18 = 21
1 + 3 + 12 = 16
1 + 4 + 9 = 14
1 + 6 + 6 = 13
2 + 2 + 9 = 13
2 + 3 + 6 = 11
3 + 3 + 4 = 10

Cuando el enunciado dice "la suma de las edades no permitiría deducir directamente las edades", esto hace referencia a que la suma de las edades debe ser alguna de las que dan trece, ya que es el único resultado repetido, y que por ende no nos dice cuáles son las edades. Finalmente, sabemos que "su hijo mayor toca el piano". Lo importante de esto es que tiene un hijo mayor:

entonces, de las dos posibilidades que sumaban trece:
1, 6 y 9; y
2, 2 y 9;

la alternativa correcta es **2, 2 y 9**, porque en ese caso sí hay un hijo mayor.

7) Sí. La suma de los números de página de cualquiera de las hojas es una constante. Es decir, no importa que página del diario tomemos, siempre la suma de los números dará el mismo resultado (piénselo con los números del 1 al 100: 1 más 100 es 101, 2 + 99 es 101, 3 + 98 es 101, etc.). Entonces, sabemos que el resultado de la suma de los números de las páginas de la hoja que no se voló será igual a la suma de los números de página de la primera hoja del diario (por ejemplo). Si hubiera que sumar los números de página de la primera hoja del diario, se haría así:

1 + 2 + (n-1) + n

dónde n es el número de páginas totales del diario (ya que la primear hoja de un diario tiene la primera, la segunda, la última y la anteúltima hoja). Pero como se dijo anteriormente, la suma de los números de página de cualquier hoja del diario siempre da el mismo resultado, entonces.

Suma de los números de página de la hoja que no se voló = Suma de los números de página de la primer ahoja

Suma de los números de página de la hoja que no se voló = 1 + 2 + (n-1) + n = 2 + 2n

Despejando esto, si al número que obtenemos de sumar los números de página de la hoja que no se voló le restamos dos y lo dividimos por dos, obtenemos el número de páginas totales del diario, para cualquier hoja que no se haya volado.

8) Cada letra está en contacto con dos de las letras de abajo. Para saltar de la “C” a la “A” hay dos caminos (dos posibles “A” debajo de la “C”). Para saltar de alguna de las “A” a alguna de las “R”, hay dos caminos por cada una de las “A”. Para saltar de alguna de las “R” a alguna de las “L” hay dos caminos por cada “R”. Y así sucesivamente vemos que por cada nueva letra se duplican las posibilidades para formar la palabra completa.

Como hay seis letras, multiplicamos la posibilidad inicial (que es una sola) por las posibilidades de las letras restantes:

1 x 2 x 2 x 2 x 2 x 2 = **32**

En general, para los diagramas "arbolados" de este estilo, para escribir una palabra de n caracteres existen 2n-1 posibilidades.

9) Si hubiera una persona con ojos celestes entre los 14 habitantes nativos, la solución es sencilla: esa persona conociendo que el color de ojos de todos sus compañeros es marrón se marcharía al otro día.

En el caso de que hubiera dos personas, ninguna de ellas tiene motivos suficientes para irse al día siguiente. Pero, transcurrido este último, ambas se darán cuenta de que comparten el color de ojos, ya que si alguno de ellos hubiera sido el único habitante con ese color de ojos, se habría ido el día anterior (y cada uno puede ver que no comparte esa condición con nadie más), por lo que se deberán ir al día siguiente.

Dado el caso de que hubiera tres habitantes con ojos celestes en la isla, ninguno se iría al día siguiente, ni tampoco al siguiente de este. Pero al tercer día, ellos ven que no se ha cumplido la condición para cuando hay dos habitantes, y como cada uno puede ver que la condición de ojos celestes solo puede compartirla con dos personas más, entonces todos ellos se irán al tercer día.

Siguiendo está sucesión, los N habitantes con ojos celestes, se darán cuenta de su condición en el día N (siendo el día 1 aquél en el que el náufrago abrió la boca), y se deberá ir al día siguiente.

10) El resto erró dos, es decir, solo hizo una relación correctamente, ya que no se puede "errar uno": como son tres asociaciones, al hacer bien dos la última sale por descarte.

11) Los números de una cifra son los que van desde el 1 hasta el 9, es decir, hay 9 números de una cifra en total.

Los números de dos cifras son los que van desde el 10 hasta el 99, es decir, 90 en total.
Los números de tres cifras son los que van desde el 100 hasta el 189, es decir, 90 en total.
Luego, la cantidad de dígitos en los carteles es:

9 + 90*2 + 90*3 = 459

Como los números de tres cifras son los que van del 100 hasta el 999, por lo que hay 900, y los números de cuatro cifras son 9.000 (de 1.000 a 9.999) entonces puede considerarse escribir el número 1.689 descompuesto en factores de la cantidad de números de cada cifra:

1.689 = 9 + 90*2 + 900*3 + X

donde se despeja que X no es un número natural. Esto es por haber asumido que se utilizaban todos los números de tres cifras. Entonces, se realiza una descomposición alternativa, sin considerar números de cuatro cifras:

1.689 = 9 + 90*2 + X -> X = 1.500

Por lo que se necesitan 1.500 cifras para los números de tres cifras. Dividendo por 3, se tiene el valor de 500, que es la cantidad de números de tres cifras que se necesitan. Como son correlativos, se sabe que el primer número de tres cifras que se necesita es 100, por lo que el último debe ser 599.

Luego, la cantidad de cifras dada como dato sirve para armar los carteles de los números que van desde el 1 hasta el 599, por lo que sirven para hacer **599 carteles**.

12) Entre 3 y 6 puntos. Se muestran ejemplos de cada caso a continuación.

3 puntos: (gana 3 a 0, y pierde los otros dos)
4 puntos: (gana 3 a 0, empata 0 a 0, pierde 2 a 0)

5 puntos: (gana 1 a 0 y empata los otros dos)
6 puntos: (gana 1 a 0, gana 1 a 0, y pierde 2 a 1).

No puede tener menos de 3 puntos porque tuvo que haber perdido al menos un partido por ser su cantidad de goles a favor mayor a su cantidad de goles en contra.

No puede tener más de 6, porque incluso en el mejor caso en donde ganó más de dos partidos (condición suficiente para tener tres puntos), los goles en contra los debe haber tenido en el partido restante (y empatar los tres partidos da igual cantidad de puntos, pero esto tampoco es una posibilidad).

13) Es inmediato:
1 2 3 4 5 H1 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 H2 16 17 18 19 20

Otra alternativa, igual de inmediata (aunque, un poco menos favorable en cuanto a la distancia de la mayoría de los clientes):
1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 H1 H2 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20

Es interesante la analogía (tridimensional) de esta última con los comercios del mismo rubro que abren cerca uno de otro para favorecer el consumo y la competencia equilibrada.

14) No, ya que no importa como estén puestas las cifras, la suma de los dígitos será 15, lo cual es un número divisible por 3, y por el criterio de divisibilidad del 3, todo número que cinco cifras que se construya con los números indicados será divisible por 3.

15) Si tardó 2 horas en recorrer 12 km, su velocidad (que es constante) fue de 6 km/h. Su velocidad para ir desde A hasta B fue de 12 km/h, así que si consideramos que durante una hora su velocidad es de 12 km/h y durante dos horas su velocidad es de 6 km/h, se tiene que su velocidad promedio es:

(12 km/h * 1 + 6 km/h * 2) / 3 = **8 km/h**

Otra forma de plantearlo es que tarda 3 horas en realizar 24 km, lo cual da una velocidad igual a la indicada.

16) No es posible, ya que se inicia desde una casilla del mismo color en la que se quiere terminar. Se puede pensar como que hay 36 casillas, 18 de cada color, por lo que al iniciar en una casilla amarilla, siendo esta la posición 1, uno se ve obligado a pasar por casillas negras en las posiciones pares y por casillas amarillas en las posiciones impares, si es que quiere pasar por todas las casillas, siendo que la última casilla a la que se llega se la ocupa en una posición par (36), por lo que no podrá lograrse lo pedido.

¿Y por qué necesariamente las casillas pares quedan destinadas a las negras? (no se especificó que no podía irse en diagonal para evitar esto, por ejemplo). Puede pensarse que al iniciar restan recorrer 17 casillas amarillas y 18 negras. Como el movimiento es de a una casilla y sólo a las casillas vecinas, si en el próximo movimiento se ocupa una casilla amarilla (posición 2, restando 18 negras por recorrer) en el afán de que ahora las casillas amarillas se empiecen a ocupar en posiciones pares, la cantidad de casillas negras por recorrer queda "desbalanceada" con respecto a la cantidad de casillas amarillas, y este desbalance debe ser corregido en algún momento, ya que todas las casillas deben recorrerse. Pero al corregirse, otra vez las casillas amarillas pasarán a ocuparse en posiciones impares, volviendo al problema que impedía lograr lo pedido. Y esa corrección del desbalanceo no sólo es inevitable si se quieren recorrer todas las casillas, sino que debe hacerse antes de ocupar la última casilla, la cuál es amarilla, pero pedir esto es absurdo, ya que, de corregirse el desbalance mencionado, las casillas amarillas pasarán a ocuparse en posiciones impares siempre, y es incompatible con lo pedido.

17)
- Se ponen ambos relojes (dejando que caiga su arena).
- Cuando ya ha caído toda la arena del reloj de 4 (pasaron 4 minutos), dar vuelta el reloj de 4.
- Cuando ya ha caído toda la arena del reloj de 7 (pasaron 7 minutos), dar vuelta el reloj de 7.
- Cuando ya ha caído toda la arena del reloj de 4 otra vez (pasaron 8 minutos), dar vuelta el reloj de 7 (para el cuál solo ha caído la arena equivalente a un minuto, el cuál es la diferencia de tiempo con el reloj de 4).
- Cuando el de 7 termine (un minuto después) ya han pasado 9 minutos.

18) Se sabe que 100 KG no son agua, por lo que esa parte no pudo haber sufrido modificaciones en el trayecto. Entonces, si al final del trayecto esa cantidad representa el 20% del peso total, se tiene que la carga final es de 500 KG.

19) Llamando A, B y C a la cantidad de dinero que sacó Alejandro, Bruno y Carlos, se tiene que:

A = 3C - 500
B = 2C - 400

Ahora, puede que o bien A = B, o bien B = C, o bien C = A. Suponiendo A = B, se tiene que:

3C - 500 = 2C - 400
C = 100

Pero esto es absurdo porque indicaría que Alejandro y Bruno sacaron una cantidad negativa de dinero. Suponiendo que A = C, y entonces:

C = 3C - 500
500 = 2C
250 = C

Lo cual tampoco es posible porque la cantidad extraída debe ser un múltiplo de 100. Finalmente, se tiene que B = C, y entonces:

C = 2C - 400
400 = C

y por ende, **A = 700**, **B = 400**, lo cual cumple con todo lo indicado en el enunciado.

20) Como la idea es dejar el número más grande posible, se intentará que las cifras "más a la izquierda" (las de mayor peso) sean las más grandes posibles, ya que la cantidad de números a sacar es fija. Tomando ese criterio, se eliminan las primeras ocho cifras para que el primer valor sea el nueve:

9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20

El problema de repetir lo anterior "saltando" el número 9 es que luego del 9 vendría el 16, y el 1 como segunda cifra más grande es casi el valor más chico posible. Entonces, lo que se hace es quitar hasta el 14 inclusive (10 números más):

9 15 16 17 18 19 20

y luego quitar los dos unos siguientes:

9 5 6 17 18 19 20

Así se obtiene el número 95.617.181.920 (noventicinco mil seiscientos diecisiete millones...) como el más grande posible (el hecho de que tuviera 11 cifras era obligatorio, y no se puede conseguir que la segunda cifra sea más grande, siendo la primera la más grande posible).

21) La conocida anécdota cuenta que Gauss (que demás estar decir que fue uno de los más grande genios matemáticos de la historia -junto con Newton, Euler y Laplace, por ejemplo-) se dio cuenta que los sucesivos números "extremos" que debía sumar, sumaban 101 entre ellos. Es decir, 1 + 100 = 2 + 99 = 3 + 98 = 4 + 97 = 5 + 96 = ... = 50 + 51 = 101. Luego, bastaba multiplicar la cantidad de parejas que sumaban 101 por el resultado de su suma para dar el resultado pedido, esto es:

50 x 101 = 5050

22) Como 4, 5, 6, 7, 8 y 9 ya están en otras cifras, saltamos directamente al cambio de decena.

El mismo no puede ser 7, 8, 9 o 0, por lo que se pone 1 en la decena. Se obtiene entonces inmediatamente que el número pedido es:

78.094.612

23) Existe una contradicción evidente entre E y F, por lo que sólo una de las afirmaciones debe ser verdadera. Pero si E estuviera diciendo la verdad, entonces A estaría mintiendo y F también, cayendo también en una contradicción (porque entonces ambos habrían hecho el dibujo).

Luego, la única posibilidad es que F esté diciendo la verdad, de lo que se deduce que A está mintiendo, por lo que A es el responsable del dibujo.

Desafío Final

Antes que nada, mencionarle al lector que la primera demostración será por fuerza bruta. Esto es, se demostrará la probabilidad indicando que la suma de todos los casos de interés divididos la cantidad de casos totales es la probabilidad pedida.

Lo primero que se hace es calcular e indicar todas las posibilidades de etiquetado de n paquetes con n etiquetas. Es decir, calcular todas las formas en que un paquete puede ser etiquetado con una etiqueta, dos paquetes pueden ser etiquetados con dos, tres con tres y etcétera, e indicarlo con una notación.

La idea detrás de lo anterior es la siguiente: la probabilidad pedida es igual a la cantidad de formas de etiquetar correctamente un paquete entre los 10, sumada a la probabilidad de etiquetar 2 paquetes correctamente entre los 10, sumada a la probabilidad de etiquetar bien 3 paquetes, y así. Esto es: la probabilidad pedida es la suma de las probabilidades de etiquetar bien cualquier cantidad de paquetes, ya que se pide la probabilidad de que al menos uno de los paquetes termine bien etiquetado.

Pero para hacer lo indicado en el párrafo anterior, primero se calculan todas las posibilidades en que los paquetes pueden terminar etiquetados. La notación para esto es utilizar letras para las etiquetas, y para los paquetes utilizar las posiciones de las letras (fijas, de izquierda a derecha). Así, por ejemplo, "ABC" simboliza "el primer paquete etiquetado con la etiqueta A, el segundo con la etiqueta B y el tercero con la etiqueta C", siendo que al primer paquete le corresponde la etiqueta "A" para estar correctamente etiquetado, al segundo paquete le corresponde "B", al tercero "C", al cuarto "D", al quinto "F" (no se puso "E" por un error de tipeo, que no se detectó hasta terminar la solución, por eso la aclaración paquete por paquete), "G" para el sexto, "H" para el séptimo, "I" para el octavo, "K" para el noveno (análogo al caso de "F") y "L" para el décimo.

Así, es fácil entender que un paquete sólo puede ser etiquetado de una sola forma: A, y dos paquetes sólo pueden ser etiquetados de dos formas: AB o BA. Se puede generalizar la idea de que la cantidad de formas de etiquetar n paquetes es n!.

Pero si lo que se quería era calcular la forma de etiquetar bien n paquetes a partir de todas las posibilidades, se ve que n! será un número difícil de manejar en el papel si se quiere indicar la cantidad de formas de etiquetado, además de simplemente contarlas. Es entonces que se recurre a un programa:

```
import itertools

def noTieneRepetidos(i):
      vistos = []

      for j in range(len(i)):
            if i[j] not in vistos:
                  vistos.append(i[j])

            else:
                  return False

      return len(vistos) == len(i)
```

```
elem = ["A", "B", "C", "D", "F", "G", "H", "I", "K"]
variantes = []

for i in itertools.product(elem, elem, elem, elem, elem, elem, elem, elem, elem):
      if noTieneRepetidos(i):
            variantes.append(i)

with open("variantes.txt", "a") as myfile:
      for i in variantes:
            myfile.write(str(i) + "\n")

print(len(variantes))
```

El programa en Python 3 (no se recomienda hacer lo análogo en C, a pesar de la pérdida de performance), el cuál es horroroso a nivel código, permite a partir de una herramienta nativa (itertools) indicar y contar la cantidad de formas de etiquetar paquetes (que a nivel código es un producto cartesiano del vector "elem" con las etiquetas de los paquetes). Lo importante de entender aquí es que dicho programa, así como está, devuelve las más de 3 millones de etiquetado posible para 9 paquetes. ¿Y por qué 9?

Lo que se quiere al fin y al cabo es calcular la cantidad de formas de etiquetado correcto de al menos un paquete para n paquetes. Por eso, se utiliza el programa para calcular las formas de etiquetado de 9 paquetes, 8 paquetes, 7 paquetes, 6, y etcétera (para esto, basta ir borrando un componente de la función producto, así como una letra del vector elem) y teniendo es información, lo que se hará a continuación es pasar a una planilla de cálculo las distintas formas de etiquetado de paquetes (¡archivo que pesa 17 MB!).

Por ejemplo , el resultado para nueve paquetes es:

A	B	C	D	F	G	H	I	K
A	B	C	D	F	G	H	K	I
A	B	C	D	F	G	I	H	K
A	B	C	D	F	G	I	K	H
A	B	C	D	F	G	K	H	I
A	B	C	D	F	G	K	I	H
A	B	C	D	F	H	G	I	K
A	B	C	D	F	H	G	K	I
A	B	C	D	F	H	I	G	K
A	B	C	D	F	H	I	K	G
A	B	C	D	F	H	K	G	I
A	B	C	D	F	H	K	I	G
A	B	C	D	F	I	G	H	K
A	B	C	D	F	I	G	K	H
A	B	C	D	F	I	H	G	K
A	B	C	D	F	I	H	K	G
A	B	C	D	F	I	K	G	H
A	B	C	D	F	I	K	H	G
A	B	C	D	F	K	G	H	I
A	B	C	D	F	K	G	I	H
A	B	C	D	F	K	H	G	I
A	B	C	D	F	K	H	I	G
A	B	C	D	F	K	I	G	H
A	B	C	D	F	K	I	H	G
A	B	C	D	G	F	H	I	K
A	B	C	D	G	F	H	K	I
A	B	C	D	G	F	I	H	K
A	B	C	D	G	F	I	K	H

y así continúa.

Cada hoja de la planilla tendrá la cantidad de formas de etiquetar n paquetes (del 2 al 9), siendo por ejemplo el de dos paquetes simplemente:

A	B
B	A

Y ahora lo importante: ya se tienen (de forma muy poco ortodoxa) las formas de etiquetar n paquetes. ¿Para qué sirve entonces?

La forma de etiquetar bien 10 paquetes es trivial: sólo hay una. No hay forma de etiquetar bien 9 paquetes, ya que entonces el último también estaría bien etiquetado, y este caso ya se está contando. Por otra parte, la cantidad de formas de etiquetar bien dos paquetes es una sola: AB según la notación adoptada.

Notar lo siguiente: para 8 paquetes, la forma de etiquetarlos correctamente es igual a la cantidad de formas de etiquetar mal dos de ellos entre 10 (releer lo anterior: se está diciendo lo mismo de dos formas distintas). Análogamente, la forma de etiquetar correctamente 7 paquetes es igual a la cantidad de formas de etiquetar mal 3 de esos paquetes entre 10. Así, la cantidad de formas de etiquetar bien k paquetes es la forma de etiquetar mal 10 – k paquetes.

Luego, con la información con la que se cuenta, para cada hoja de la planilla se puede contar la cantidad de formas en que los paquetes están mal ordenados, y esto multiplicado por la cantidad de formas de tomar k paquetes entre n, corresponderá a la cantidad de formas de ordenar bien n paquetes.

Por ejemplo, tomando el caso de la planilla:

A	B
B	A

Esa es la planilla que indica la cantidad de formas de etiquetar dos paquetes. Pero si se cuentan la cantidad de formas en que los paquetes están todos mal etiquetados (1) y se multiplica por la cantidad de formas de tomar 2 paquetes entre 10 (45, lo cual se calcula como número combinatorio de 10 tomado de a 2) se obtiene la cantidad de formas en que pueden estar etiquetados correctamente 8 paquetes entre 10: 90.

Luego, a partir de la información conseguida, se encontró una forma (muy pero muy desagradable, por eso se advirtió que la solución era de fuerza bruta) de contar todas las formas posibles de que al menos un paquete esté bien etiquetado a partir de la suma de las posibles variantes de etiquetar correctamente k paquetes entre n.

Una forma de contar la cantidad de filas donde todos los paquetes están mal etiquetados es a partir de la siguiente fórmula:

```
IF(
	AND(
		E1<>"A";
		F1<>"B";
		G1<>"C";
		H1<>"D";
		I1<>"F";
		J1<>"G";
		K1<>"H";
		L1<>"I";
		M1<>"K"
	);
	1;
0)
```

Esto es, si ninguna letra está en su lugar (donde E1, F1, G1 y etcétera son sólo casilleros iniciales para aplicar la fórmula, donde se encuentra la sucesión de letras), poner un 1 en la casilla, de otra forma 0. Bastan entonces contar la cantidad de unos para averiguar la cantidad buscada de formas de etiquetado para cada paquete. En la fórmula, se expresa la condición de que ninguna letra esté en su lugar para el caso de nueve paquetes, pero para cada hoja de la planilla con distinta cantidad de paquetes, se debe eliminar una de las condiciones. Por ejemplo, para la hoja de tres paquetes sería simplemente:

```
IF(
        AND(
                E1<>"A";
                F1<>"B";
                G1<>"C";
        );
        1;
0)
```

Así ya se tiene la mitad de lo que se quería averiguar:

Cantidad de Paquetes	Cantidad de Formas de Etiquetarlos todos mal (dado por la fórmula)
2	1
3	2
4	9
5	44
6	265
7	1.854
8	14.833
9	133.496

Luego, se tiene que calculando los correspondientes números combinatorios de tomar k paquetes entre n:

$$\binom{10}{2} = 45, \quad \binom{10}{3} = 120, \quad \binom{10}{4} = 210, \quad \ldots$$

Se obtienen la cantidad de formas de etiquetar correctamente k paquetes entre 10:

Cantidad de Paquetes	Cantidad de Formas de Etiquetarlos todos bien
8	45 x 1 = 45
7	120 x 2 = 240
6	210 x 9 = 1.890 …
5	11.088
4	55.650
3	222.480
2	667.485
1	1.334.960

Y ya se sabía que la cantidad de formas de etiquetar todos los paquetes bien era una sola, y no se pueden etiquetar "9 paquetes bien", sin etiquetar el décimo bien. Finalmente, se puede calcular la probabilidad de forma simple (no habiendo obtenido toda la anterior información de manera simple, sino que excesivamente rebuscada, por no haber pensado en algo mejor), considerando que la cantidad total de formas de etiquetar 10 paquetes es 10!:

$$\frac{1.334.960 + 667.485 + 222.480 + 55.650 + 11.088 + 1.890 + 240 + 45 + 0 + 1}{10\,!} =$$

$$\frac{2.293.839}{3.628.800} = 0{,}63212053571428571428571428571428571 42 \ldots$$

Que en porcentaje es 63,2… %

Una demostración bastante más linda es utilizar la fórmula de subfactoriales, que permite calcular justamente la cantidad de permutaciones donde ninguno de los paquetes es etiquetado con su etiqueta correcta (permutaciones con todos los elementos desordenados).

Un subfactorial n, denotado !n, se calcula:

$$!n = n! \sum_{k=0}^{n} \frac{(-1)^k}{k!}$$

Luego, se procede análogamente a lo anterior: se calcula la cantidad de formas en que k paquetes pueden estar todos desordenados, lo cual es equivalente a la cantidad de formas de tener 10 – k paquetes ordenados:

k	**!k**
1	0
2	1
3	2
4	9
5	44
6	265
7	1.854
8	14.833
9	133.496

multiplicando cada cantidad por la forma de tomar k paquetes de entre 10 (su correspondiente número combinatorio), se obtiene el mismo resultado.

Anexo: Escuelas Visitadas

A partir de la cuarta temporada, en el programa se visitaron diversas escuelas. Aquí se listan y se muestran cuantos problemas o juegos se expusieron en cada una (al menos los que se emitieron al aire).

Temporada 4

- Escuela Primaria N.º 2 General Acha - Villa Ortuzar - Ciudad de Buenos Aires
- Escuela Técnica N.º 1 Luciano Reyes - Campana - Buenos Aires Provincia
- Escuela Media N.º 2 Juan María Gutiérrez - Wilde - Buenos Aires Provincia
- Escuela Media y Polimodal N.º 21º Mariano Moreno - Moreno - Buenos Aires Provincia
- Escuela Técnica N.º 7 Dolores Lavalle de Lavalle - Parque Patricios – Ciudad de Buenos Aires
- Escuela Media N.º 2 de Lanús Francisco Ramírez - Lanús - Buenos Aires

Temporada 5

- Escuela Técnica N.º 37 Hogar Naval Stella Maris - Floresta - Ciudad de Buenos Aires
- ESB N.º 7 y Escuela Primaria N.º 19 Domingo Faustino Sarmiento - Quilmes - Buenos Aires
- Escuela Primaria N.º 30 Granaderos de San Martín - Palermo - Ciudad de Buenos Aires
- Escuela Municipal Paula Albarracín de Sarmiento - Olivos - Buenos Aires
- Instituto Bernasconi - Parque Patricios - Ciudad de Buenos Aires
- Escuela Media N.º 13 General Belgrano - Villa Ballester - Buenos Aires

- Escuela Normal Superior Antonio Mentruyt - Banfield - Buenos Aires

Temporada 6

- Escuela Primaria N.º 5 Juan B. Peña – Floresta – Ciudad de Buenos Aires
- Escuela Media N.º 1 Crucero General Belgrano – San Miguel de Monte – Buenos Aires
- Escuela Primaria N. º 16 Reverendo Padre Agustín P. Nores – Villa Devoto – Ciudad de Buenos Aires
- Escuela Secundaria N.º 9 Florentino Ameghino – Luján – Buenos Aires
- Escuela Secundaria N.º 48 Dr. Mariano Etchegaray – Ciudad Evita – Buenos Aires
- Secundaria Básica N.º 22 – Ituzaingó – Buenos Aires
- Escuela Media N.º 2 O.E.A. - Carlos Spegazzini – Buenos Aires

Temporada 7

Esta edición se realizó en Tecnopolis, y si bien no se visitó ninguna escuela en particular, para los desafíos de programación fueron invitados alumnos de la Escuela Técnica N°2 de Berazategui (Buenos Aires), y ese fue el único establecimiento mencionado explícitamente.

Temporada 8

- Hogar Escuela Eva Perón – Paraná – Entre Ríos
- Escuela David Díaz Gascogne – Luján de Cuyo – Mendoza
- Hogar Escuela Eva Perón – Ciudad de Salta – Salta
- Escuela Normal Superior N° 32: General José de San Martín – Santa Fe – Santa Fe
- Escuela Normal Superior Domingo Faustino Sarmiento – San Miguel – Buenos Aires

También se visitaron:

- Purmamarca - Jujuy
- Plaza de Tilcara - Tilcara - Jujuy
- Museo Casa Natal de Sarmiento - Ciudad de San Juan - San Juan
- Centro de Convenciones - Ciudad de San Juan - San Juan
- Plaza 9 de Julio – Ciudad de Salta – Salta
- Espacio Cultural Julio Le Parc – Ciudad de Mendoza – Mendoza
- Museo Histórico Provincial - Brigadier General Estanislao López - Santa Fe
- Un lugar a la intemperie frente al río Paraná – Ciudad de Paraná – Entre Ríos

Temporada 9

- Escuela Técnica N° 1: "Enrique de Laplacette" – Areco – Buenos Aires

También se visitaron:

- Parque del Conocimiento – Posadas – Misiones
- Cine Teatro Español – Comodoro Rivadavia – Chubut
- Plaza Libertad – Ciudad de Santiago del Estero – Santiago del Estero
- Facultad de Derecho y Ciencias Sociales, Universidad Nacional de Tucumán – San Miguel de Tucumán - Tucumán
- Reducciones de San Ignacio – San Ignacio – Misiones
- Parque Temático Paleontológico – Sarmiento – Chubut
- Gimnasio Municipal Santiago Luján Saigós – Areco
- Fórum Santiago del Estero – Ciudad de Santiago del Estero - Santiago del Estero
- Parque Temático de la Cruz – Santa Ana – Misiones
- Museo Casa Histórica de la Independencia – San Miguel de Tucumán – Tucumán
- Chalet Huergo – Comodoro Rivadavia – Chubut