



Universidad de Valladolid

Facultad de Ciencias Económicas y Empresariales

Grado en Administración y Dirección de Empresas

Análisis Econométrico en Gretl: La Ley de Okun

Presentado por:

Eduardo Calvo del Río

Tutelado por:

Pilar Zarzosa Espina

Índice

1. Introducción	2
1.1. Gretl	2
2. Revisión del estado actual del tema	3
2.1. La Ley de Okun	3
2.1.1. Ley de Okun I	3
2.1.2. Ley de Okun II	3
2.1.3. Ley de Okun III	4
2.1.4. La Ley de Okun en este trabajo	4
3. Metodología	4
3.1. Esquema autorregresivo de primer orden	4
3.2. Caminata aleatoria	7
3.3. Ruido blanco	9
3.4. Ergodicidad	10
3.5. Estacionariedad	11
3.5.1. Test de Dickey-Fuller	12
3.5.2. Test Aumentado de Dickey-Fuller	12
3.6. Cointegración	13
3.7. Autocorrelación	14
4. Resultados	15
4.1. Series temporales	15
4.1.1. ADF para la serie del PIB	20
4.1.2. ADF para la serie del desempleo	21
4.1.3. Contraste de cointegración	22
4.1.4. Modelo final	23
5. Conclusiones	27
6. Anexos	28
Referencias	32

Análisis econométrico de series temporales en Gretl: La Ley de Okun^{*}

Eduardo Calvo del Río^{**}

Resumen

Gretl es un software econométrico de código abierto que se presenta como una alternativa muy potente al software comercial. El objeto de este trabajo es demostrar la facilidad y versatilidad de este programa en el análisis econométrico de series temporales. Para ello se estudiará la Ley de Okun que es aquella relación existente entre la variación de la tasa de crecimiento y la tasa de paro en una economía.

JEL CLASSIFICATION: C22, C51, E24.

1. Introducción

1.1. Gretl

Gretl (Gnu Regression, Econometrics and Time-series Library) es un paquete de software para análisis econométrico escrito en el lenguaje de programación C y distribuido bajo la licencia GPL de la Free Software Foundation.

El código de Gretl se deriva del programa ESL (Econometrics Software Library) escrito por el profesor Ramu Ramanathan de la Universidad de California (Ramanathan, 1998). La distribución de Gretl como software libre ha permitido que multitud de usuarios participen en su desarrollo, depuración del código, traducción y divulgación por ámbitos académicos y empresariales.

Gretl es un software especialmente útil en la enseñanza de la Econometría porque incluye los ejemplos y ejercicios de los principales manuales de la materia.¹

Entre las ventajas de Gretl respecto de otras soluciones comerciales está su arquitectura multiplataforma que permite instalarlo en distintos sistemas operativos y la dualidad de interfaz que hace posible su ejecución en modo gráfico pero también en modo de línea de comandos (CLI). Además, Gretl ofrece toda una serie de modelos econométricos (MCO, MC2E, ARIMA, GARCH, GMM, VI...) que lo dotan de un alto grado de funcionalidad.

^{*}Licenciado bajo Creative Commons Attribution-NonCommercial-ShareAlike 4.0.

^{**}Email: eduardo.calvo.rio@alumnos.uva.es

¹La lista incluye los manuales de (Wooldridge, 2006; Gujarati and Porter, 2010; Greene et al., 1999), entre otros.

2. Revisión del estado actual del tema

2.1. La Ley de Okun

El ejemplo utilizado para mostrar la funcionalidad y flexibilidad de Gretl es la Ley de Okun. Esta es una relación que se ha venido dando entre la tasa de crecimiento de una economía y su tasa de desempleo.

Esta Ley ha sido objeto de numerosos trabajos y se encuentra en la práctica totalidad de manuales de Macroeconomía por su amplia difusión y aceptación por todas las corrientes del pensamiento económico. La actual situación laboral en España es lo que me ha llevado a elegir esta regularidad como objeto de estudio y análisis.

Arthur Okun, economista y miembro del Consejo de Asesores Económicos del presidente John F. Kennedy, reconoció esta regularidad en 1962 con datos trimestrales de los Estados Unidos.

Okun tomó tres vías diferentes (Okun, 1963) para estimar la relación entre la tasa de paro y de crecimiento de la producción.

2.1.1. Ley de Okun I

En primer lugar, Okun estimó un modelo que relacionaba las variaciones de la tasa de paro en dos períodos consecutivos y la tasa de crecimiento de la producción

$$u_t - u_{t-1} = \beta_0 - \beta_Y g_{Yt} \quad (1)$$

Donde u_t es la tasa de paro y g_{Yt} la tasa de crecimiento de la producción en el periodo t . Si la variación de la tasa de paro es nula, el valor de g_{Yt} representa la tasa de crecimiento natural de la producción en el periodo t . Lo denotamos \bar{g}_{Yt} (Blanchard, 2006).

$$\beta_0 - \beta_Y g_{Yt} = 0; \bar{g}_{Yt} = \frac{\beta_0}{\beta_Y} \quad (2)$$

Sustituyendo β_0 en la ecuación (1), se obtiene que la variación de la tasa de paro es proporcional a la diferencia entre la tasa de crecimiento real y natural de la producción.

$$u_t - u_{t-1} = -\beta_Y (g_{Yt} - \bar{g}_{Yt}) \quad (3)$$

2.1.2. Ley de Okun II

Un enfoque alternativo llevó a Okun a plantear un modelo en el que relacionaba la tasa de paro con la diferencia entre la producción potencial y real.

$$u_t = \lambda_0 + \lambda_y \frac{Y_t^p - Y_t}{Y_t^p} \quad (4)$$

El problema de este modelo es que la producción potencial Y_t^p es una variable desconocida a la que Okun le asigna un valor de forma subjetiva y arbitraria aunque posteriormente se han utilizado procedimientos estadísticos como el filtro H-P para estimar su valor (Belmonte and Polo, 2004).

2.1.3. Ley de Okun III

La última versión del modelo que Okun propone no parte de la tasa de paro sino de la tasa de ocupación potencial e_t^p y real e_t . Okun estimó que la relación entre ambas era proporcional al cociente entre la producción potencial y real. Es decir, que la eficiencia del trabajo es proporcional a la eficiencia de la producción.

$$\frac{e_t}{e_t^p} = \left(\frac{Y_t}{Y_t^p} \right)^{\sigma_Y} \quad (5)$$

Donde σ_Y es la elasticidad del empleo respecto de la producción en valor absoluto.

A pesar de las diferencias conceptuales existentes entre las tres formulaciones, los valores estimados son muy similares (Okun, 1963). $\beta_Y = 0,3$, $\lambda_y = 0,36$ y $\sigma_Y = 0,35$.

2.1.4. La Ley de Okun en este trabajo

Para el análisis econométrico de la Ley de Okun se va a partir de una formulación más reciente de la primera versión (Belmonte and Polo, 2004). Este modelo es una generalización que incluye retardos tanto en la variable independiente como en la dependiente.

$$\Delta u_t = -\beta_0 + \sum_1^P \beta_{up} \Delta u_{t-p} + \sum_0^Q \beta_{yp} \Delta \ln(y_{t-q}) + \varepsilon_t \quad (6)$$

3. Metodología

Es importante tener claros todos los conceptos que intervienen en el análisis econométrico de series temporales relacionados con esta investigación. En las siguientes secciones se van a repasar y clarificar todos estos conocimientos previos que permitirán realizar un análisis econométrico adecuado a partir de series cronológicas.

3.1. Esquema autorregresivo de primer orden

Parece conveniente empezar este estudio de la series temporales a partir de un proceso estocástico muy habitual. Se trata del esquema autorregresivo de primer orden, también denominado $AR(1)$, para abreviar. Como explican (Gujarati and Porter, 2010), en estos procesos, la variable dependiente es una variable estocástica formada por su valor en el momento anterior y por un término de error. Además, puede aparecer un término constante u ordenada en el origen.

$$Y_t = \alpha_0 + \varphi Y_{t-1} + \varepsilon_t \quad (7)$$

La variable retardada está ponderada por un valor φ en el intervalo $[-1, 1]$. Igualmente, se puede generalizar el proceso autorregresivo para órdenes superiores a uno, añadiendo los retardos pertinentes. Por lo tanto se obtiene un esquema $AR(p)$:

$$Y_t = \alpha_0 + \sum_{i=1}^p \varphi_i Y_{t-i} + \varepsilon_t \quad (8)$$

El sistema de scripts de Gretl permite generar simulaciones computacionales de cualquier fenómeno estadístico. Se ha elaborado el siguiente script² para dibujar gráficos de modelos $AR(1)$ con distintos valores de φ .

```
# fija el tamaño muestral y lo clasifica como temporal
nulldata 100
setobs 1 1 --time-series
genr time

# semilla de números aleatorios
set seed 7777777

# parámetros fijos
scalar phi = .5

# generación de series
series y = uniform()
series e = normal()

# modelo AR(1)
series y = phi * y(-1) + e

# representación gráfica
gnuplot y --with-lines --time-series
corrgm y 50
```

Que genera los gráficos siguientes

²La ejecución de un script se realiza con el comando `run [archivo.inp]`

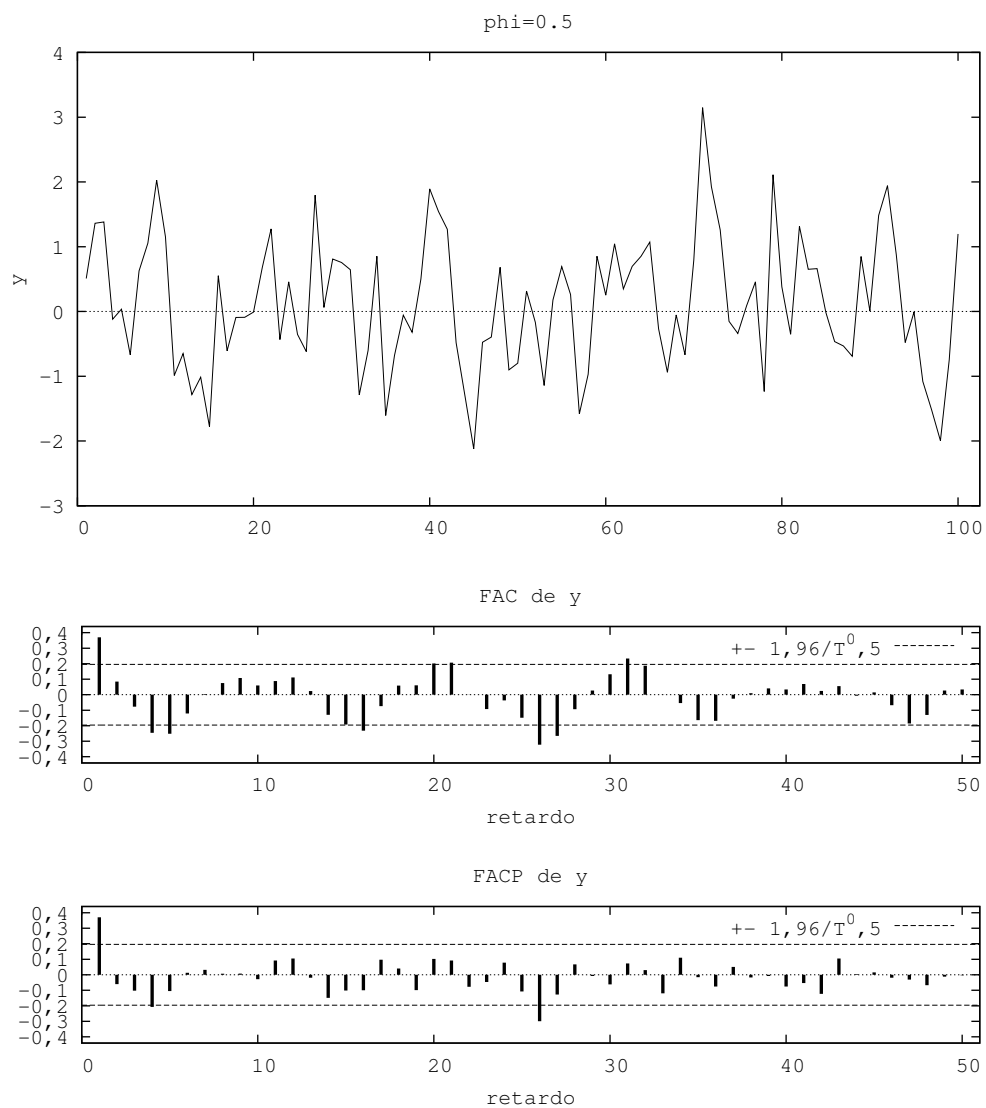


Figura 1: $AR(1)$, $\varphi = 0,5$

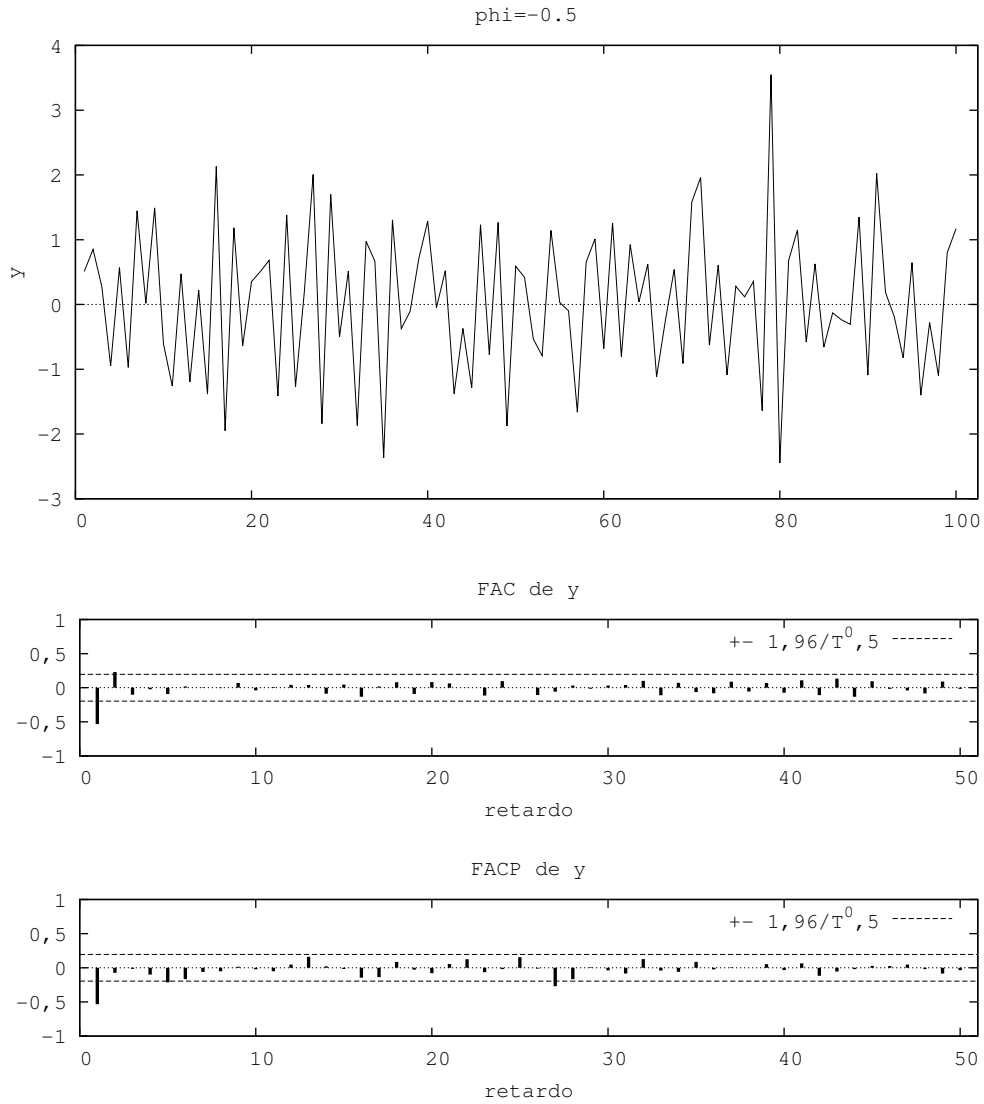


Figura 2: $AR(1)$, $\varphi = -0,5$

3.2. Caminata aleatoria

Es una situación particular de esquema autorregresivo. Concretamente, se produce cuando $\varphi = 1$ y por tanto $Y_t = Y_{t-1} + \varepsilon_t$. Para ver mejor sus propiedades, es conveniente desarrollar su ecuación fundamental desde la primera observación.

$$Y_1 = Y_0 + \varepsilon_1$$

$$Y_2 = Y_1 + \varepsilon_2 = Y_0 + \varepsilon_1 + \varepsilon_2$$

$$\vdots$$

$$Y_t = Y_0 + \sum_{i=1}^t \varepsilon_i \quad (9)$$

Con cada nueva iteración del proceso, el error aumenta, en valor absoluto. Esto se refleja en la varianza de la caminata aleatoria que es $VAR(Y_t) = \sigma^2 t$ por lo que esta serie no estará acotada. Reconfigurando el script del $AR(1)$ se puede generar un gráfico que ilustra las propiedades de este proceso estocástico.

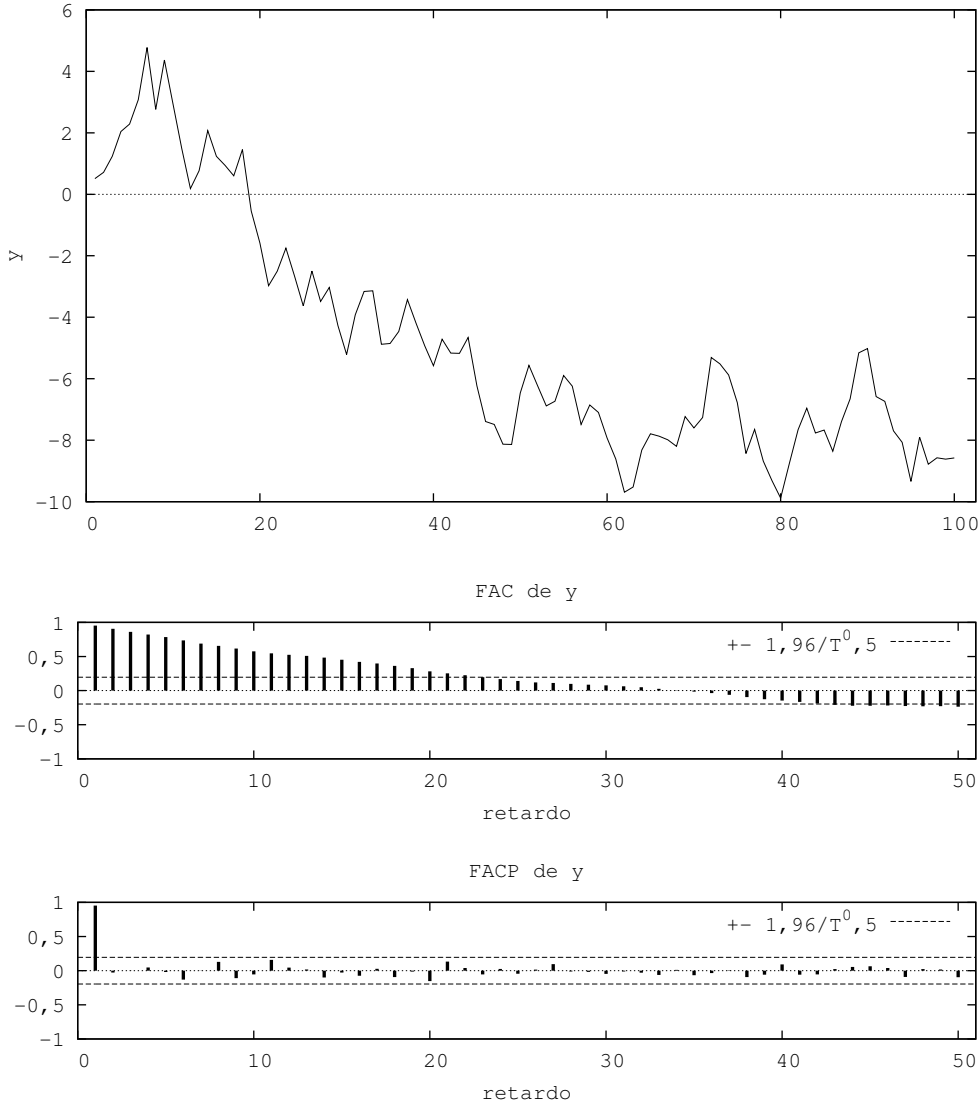


Figura 3: Caminata aleatoria sin deriva

Ahora bien, hay otro tipo de caminata aleatoria en la que se incluye un término constante. Se denomina caminata aleatoria con deriva y sus propiedades difieren de la anterior en que su varianza sí está acotada aunque su media se mueve en proporción al término de la deriva, como se muestra en la figura 4.

$$Y_t = \alpha + Y_{t-1} + \varepsilon_t \quad (10)$$

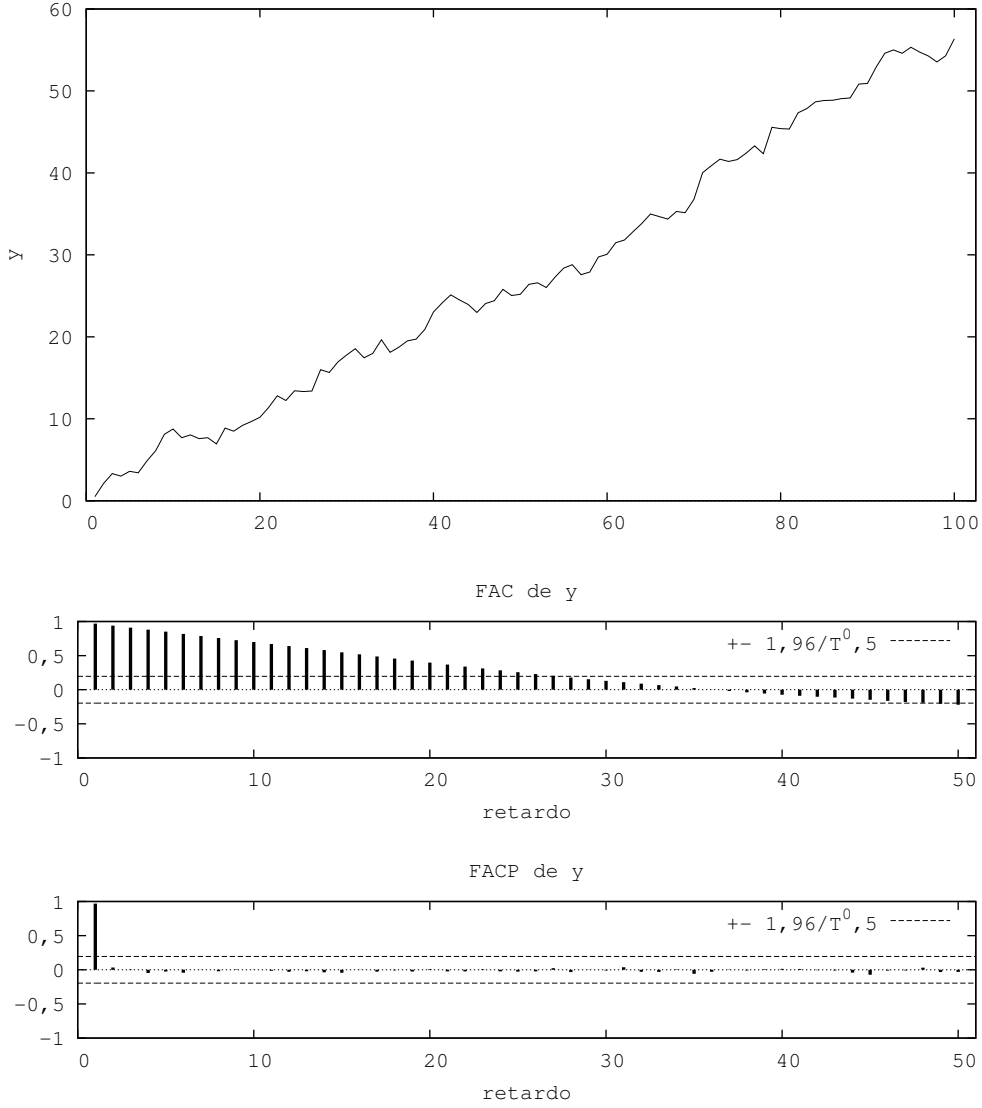


Figura 4: Caminata aleatoria con deriva. $\alpha = 0,5$

3.3. Ruido blanco

Un ruido blanco es un proceso estocástico normal, incorrelacionado y homoscedástico. Es el pilar fundamental sobre el que se asienta el modelo clásico de econometría. El término de error en un modelo clásico es, por definición, una variable desconocida pero que se distribuye de una forma particular, que conocemos de antemano. Es una normal de varianza constante.

$$\varepsilon \sim N(0, \sigma^2 I) \quad (11)$$

Diversos fenómenos de autocorrelación y heteroscedasticidad incumplen las hipótesis clásicas. Esto debe ser tenido en cuenta a la hora de formular un modelo econométrico para no asignarle ciertas cualidades estadísticas que en realidad no tenga.

Para acompañar la explicación, también se ha programado el siguiente script que

genera ruido blanco.

```
# fija el tamaño muestral y lo clasifica como temporal
nulldata 100
setobs 1 1 --time-series
genr time

# semilla de números aleatorios
set seed 7777777

series e = normal()

# representación gráfica
gnuplot e --with-lines --time-series
corrgm e 50
```

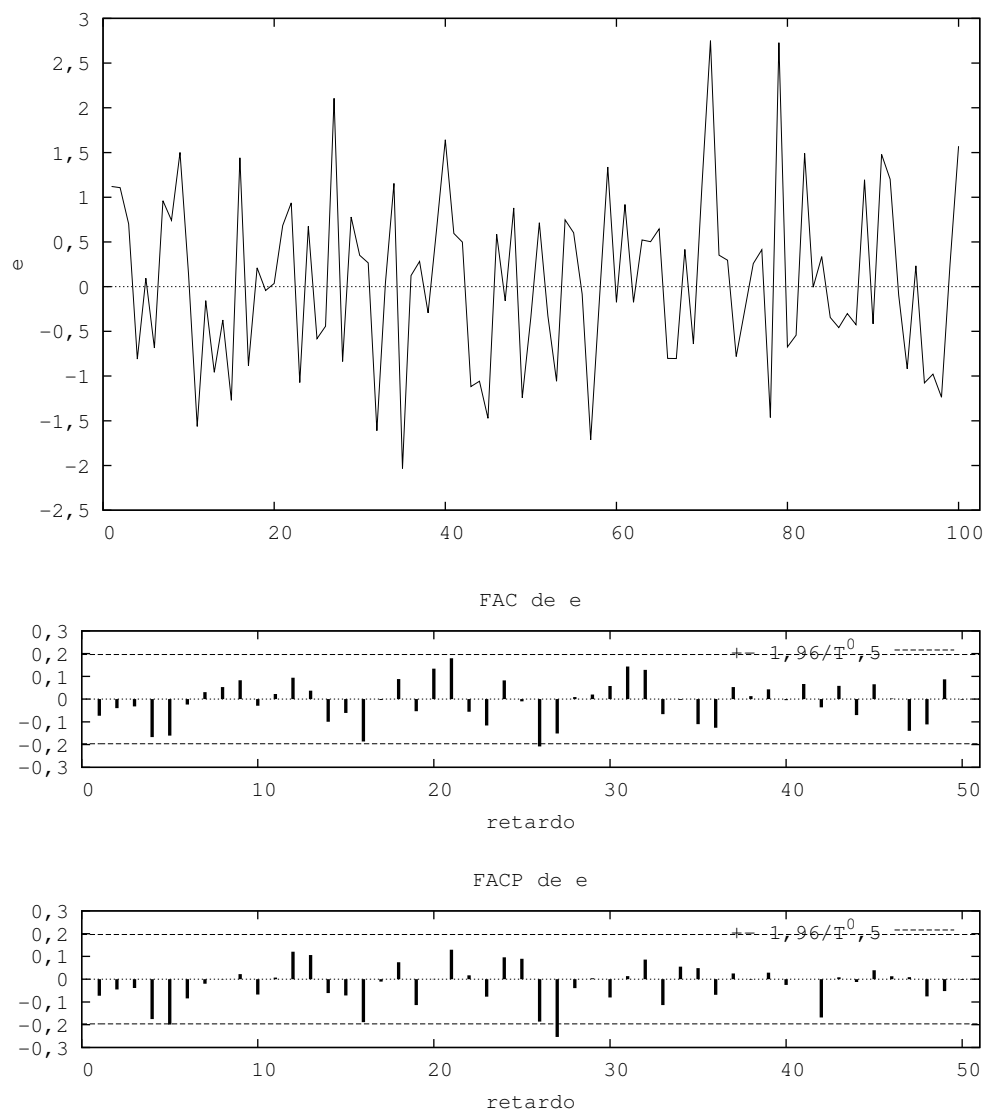


Figura 5: Ruido blanco

3.4. Ergodicidad

El concepto de ergodicidad se refiere a la convergencia probabilística de los momentos muestrales en los poblacionales cuando $s \rightarrow \infty$, es decir, cuando la serie se

aleja del momento t . Esto supone que la función de autocorrelación observada en los correlogramas tiende a cero conforme crece el desfase entre los momentos t y s , es decir, $\text{plim}(\rho_s) = 0$.

3.5. Estacionariedad

En el análisis econométrico de series temporales es de vital importancia determinar si el proceso estocástico con el que se trabaja es estacionario o integrado de orden d , pues de esto va a depender la validez asintótica de toda la modelización que se lleve a cabo. Para clasificar siguiendo este procedimiento a una serie estocástica, hay que fijarse en los momentos de las distribuciones objeto de estudio, ya que es imposible conocer con certeza la función de distribución conjunta del proceso estocástico en cada periodo.

Formalmente se define un proceso estocástico como un conjunto de variables aleatorias que se suceden en el tiempo.

$$Y = \{Y_1, Y_2, \dots, Y_T\}$$

Cuyos momentos tienen la forma:

$$E(Y_t) = \mu_t$$

$$\text{var}(Y_t) = \sigma_t^2$$

$$\text{cov}(Y_t, Y_{t+s}) = \sigma_{t,t+s}$$

Se puede afirmar que un proceso estocástico es estacionario en sentido débil si se cumple que la esperanza y varianza son constantes a lo largo del tiempo y que la covarianza entre variables en distintos momentos de tiempo solo depende del desfase entre ellas.

$$\mu_t = \mu$$

$$\sigma_t^2 = \sigma^2$$

$$\sigma_{t,t+s} = \sigma_{t,t-s}$$

Pero generalmente las variables económicas no son estacionarias ya que presentan

algún tipo de tendencia que provoca que la media y/o varianza no sean constantes en el tiempo. Una serie económica es integrada de orden d si se puede transformar en una serie estacionaria aplicando diferencias de orden d , es decir, tomando primeras diferencias, d veces. En concreto, si X_t es $I(1)$, entonces $Y_t = X_t - X_{t-1}$ es una serie estacionaria.

3.5.1. Test de Dickey-Fuller

El test de Dickey y Fuller parte de un proceso autorregresivo de orden uno. Estos procesos estocásticos se convierten en modelos de caminata aleatoria si tienen raíz unitaria, es decir si $\varphi = 1$. Por lo tanto el contraste DF hace una regresión auxiliar de Y_t sobre su valor rezagado un periodo para comprobar la anterior igualdad.

$$Y_t = \varphi Y_{t-1} + \varepsilon_t \quad (12)$$

La ecuación 12 es la expresión básica del test DF. A esta se le puede añadir un término constante, una variable de tendencia determinista e incluso de tendencia cuadrática.

Las pruebas realizadas mediante experimentos de Monte Carlo han demostrado que este test presenta un sesgo muy marcado si existe verdaderamente la raíz unitaria (Gujarati and Porter, 2010). La solución planteada es restar un retardo a ambos lados de la ecuación.

$$Y_t - Y_{t-1} = \varphi Y_{t-1} - Y_{t-1} + \varepsilon_t$$

$$\Delta Y_t = \underbrace{(\varphi - 1) Y_{t-1}}_{\delta} + \varepsilon_t \quad (13)$$

Además, esto provoca un cambio de variable que se pretende contrastar, que ahora será $\delta = \varphi - 1$. Consecuentemente, la nueva hipótesis nula será $H_0 : \delta = 0$ frente a la alternativa $H_1 : \delta < 0$. El problema de este contraste radica en que la distribución que sigue el estadístico no es la típica t de Student sino una distribución cuyos valores recogen Dickey and Fuller (1979) y posteriormente completa MacKinnon (1996)³.

3.5.2. Test Aumentado de Dickey-Fuller

El test DF no tiene en cuenta la existencia de autocorrelación, situación muy habitual en series temporales. El planteamiento que soluciona este problema es el test ampliado de Dickey y Fuller. En la práctica es el test que se utiliza para contrastar la estacionariedad.

³Gretl utiliza los valores de Davidson y MacKinnon. Las tablas completas pueden consultarse en el artículo citado.

Analíticamente el contraste ADF es

$$\Delta Y_t = \beta_0 + \delta Y_{t-1} + \sum_{i=1}^q \gamma_i \Delta Y_{t-1} + \varepsilon_t \quad (14)$$

El test ADF tiene una variante que se utiliza cuando la serie presenta una tendencia temporal. En ese caso habría que añadir la variable tiempo como un regresor más de la ecuación:

$$\Delta Y_t = \beta_0 + \alpha t + \delta Y_{t-1} + \sum_{i=1}^q \gamma_i \Delta Y_{t-1} + \varepsilon_t \quad (15)$$

En este test se añaden retardos de la primera diferencia hasta eliminar la autocorrelación. El número de rezagos tiene que ser el mínimo posible para que el test no pierda potencia. Gretl, a diferencia de otros paquetes econométricos comerciales, selecciona automáticamente este valor, siguiendo un criterio de información de Akaike modificado (Ng and Perron, 2001). Concretamente, el comando de Gretl para realizar un test de raíces unitarias es el siguiente.

```
adf [serie] [opciones]
```

Cuyas principales opciones se explican a continuación.

--c	con constante
--ct	con constante y tendencia
--difference	usa la primera diferencia de la variable
--test-down=[criterio]	selección automática del número de rezagos

3.6. Cointegración

Puede parecer que la existencia de raíces unitarias no es ningún obstáculo ya que se puede resolver fácilmente aplicando diferencias, pero lo que esto produce es un cambio en la especificación del modelo que afecta a su interpretación. Lo que verdaderamente se estima en el caso de que no haya estacionariedad no es una variable sino la variación que esta ha sufrido en el último periodo, por lo que no es correcto utilizar este enfoque para analizar procesos a largo plazo.

La Teoría Económica no puede estar limitada a hacer estudios cortoplacistas aunque sabemos que la mayor parte de variables e indicadores económicos presentan un problema provocado por la ausencia de estacionariedad.

Afortunadamente, Engle y Granger encontraron una forma de superar este obstáculo. Su gran aportación fue recompensada con el Premio Nobel de Economía 2003.

Su concepto de cointegración explica que entre dos variables con el mismo orden de integración puede existir una combinación lineal estacionaria (Engle and Granger, 1987).

Sea un vector de variables $X_t = (X_1, X_2, \dots, X_k)$ en el que cada variable $X_i \sim I(d)$. Generalmente, las combinaciones lineales entre variables serán también $I(d)$.

Sin embargo, es posible que las series estén cointegradas. $X_t \sim CI(d, b)$ si existe un vector α no nulo tal que $Y_t = \alpha' X_t \sim I(d - b)$, $b > 0$. El caso más interesante es aquel en que $d = b = 1$ así que las variables son integradas de orden 1 pero existe una combinación lineal suya que es estacionaria. Esto sucede porque los efectos a largo plazo de ambas variables se anulan mutuamente para lograr el equilibrio.

Engle y Granger siguen distintos procedimientos para determinar la cointegración de series temporales pero recomiendan utilizar una prueba que parte del test ADF. En este caso:

$$\Delta u_t = \beta_0 + \delta u_{t-1} + \sum_{i=1}^q \gamma_i \Delta u_{t-1} + \varepsilon_t \quad (16)$$

Donde u_t es el residuo de la regresión de cointegración entre las variables del vector X_t y la hipótesis nula implica ausencia de cointegración $H_0 : \delta = 0$.

Sin embargo, en Gretl no es necesario realizar de forma manual las sucesivas etapas que forman el test. Existe, al contrario que en otros paquetes econométricos, un comando que ejecuta directamente todos los pasos del test de Engle y Granger.

```
coint [orden máximo de rezagos] [series] [opciones]
```

Cuyas principales opciones son:

```
--c                con constante
--ct               con constante y tendencia
--skip-df          omite un test ADF previo
--test-down        selección automática del número de rezagos
```

3.7. Autocorrelación

Aunque se esté usando el contraste de Durbin-Watson para detectar la autocorrelación en las regresiones auxiliares de los test de estacionariedad, hay que advertir que, en principio, este test se ciñe al contraste de autocorrelación en forma de proceso $AR(1)$.

Sería más completo utilizar también un contraste que superara esta restricción para analizar el modelo que finalmente se plantee. Gretl permite obtener el test de autocorrelación de Breusch-Godfrey, cuya hipótesis alternativa es $H_1 : AR(p) \text{ ó } MA(q)$. El comando que ejecuta este contraste es el siguiente:

```
modtest [opciones] [orden]
```

Además, este comando da la posibilidad de calcular otros contrastes muy importantes para el análisis econométrico. Se enumeran las principales opciones a continuación.

```
--normality        normalidad de los residuos
--logs             no-linealidad logarítmica
--squares          no-linealidad cuadrática
--autocorr         autocorrelación
--white            test de heteroscedasticidad de White
--breusch-pagan    test de heteroscedasticidad de Breusch-Pagan
```

4. Resultados

4.1. Series temporales

Se parte de unos datos⁴ de desempleo y PIB de España en el periodo 1980-2012 obtenidos de la base de datos del banco mundial.

Para evitar que este trabajo quede obsoleto ante un cambio de interfaz en Gretl, se ha optado por presentar las instrucciones en forma de comandos. Estos pueden introducirse en la consola de Gretl, a la que se accede pulsando `c` en la pantalla principal de Gretl o directamente desde la terminal del sistema con el comando `gretlcli`.

El primer paso es importar los datos con los que se va a trabajar. Los comandos que le siguen, sirven para clasificar las series como temporales y ordenarlas cronológicamente. Por último, es útil generar una variable temporal que puede servir para hacer regresiones auxiliares o representaciones gráficas. Como se aprecia, la sintaxis de Gretl no es especialmente difícil. Usar comandos en vez de recurrir a la interfaz gráfica permite trabajar con mayor velocidad.

```
? open ~/tfg.xls
? setobs 1 1980 --time-series
? genr time
```

En el estudio de la estacionariedad, es importante obtener la representación gráfica de las series temporales. Gretl ofrece la posibilidad de representar gráficos múltiples para agrupar distintas series. En este caso, dibujar la serie y así como su primera diferencia.

```
? scatters y d_y
```

⁴Todos los datos, gráficos y códigos de este trabajo están disponibles en mi repositorio git en <https://github.com/edkalrio/tfg>

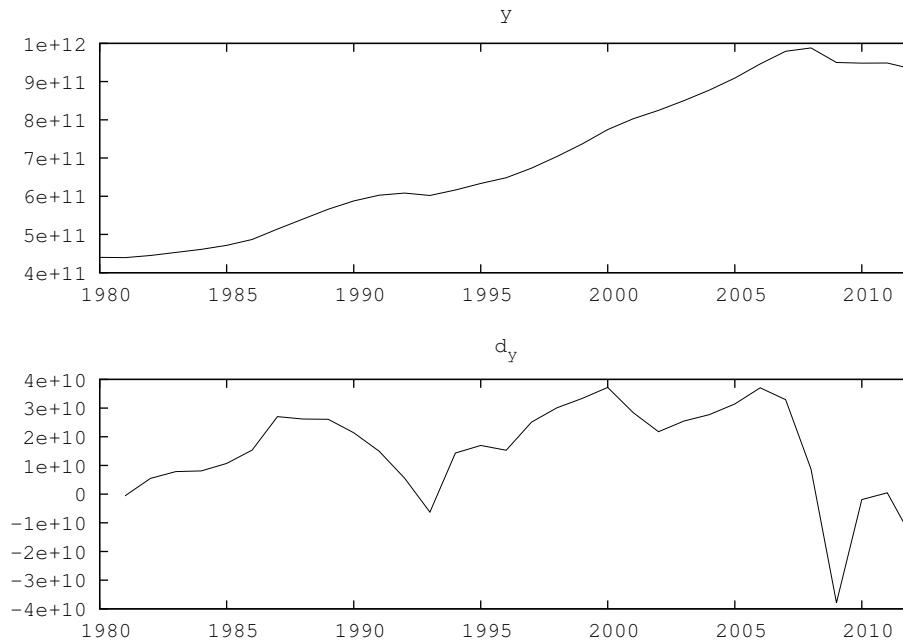


Figura 6: variable de la producción a nivel y primera diferencia

Se aprecia que la serie y tiene tenencia lineal. Para cerciorarse, solo hay realizar una regresión MCO auxiliar contra la variable temporal.

```
? ols y const time
```

Modelo 1: MCO, usando las observaciones 1980-2012 (T = 33)

Variable dependiente: y

	Coeficiente	Desv. Típica	Estadístico t	Valor p
const	3,69240e+11	1,22748e+10	30,08	1,67e-24 ***
time	1,92154e+10	6,29962e+08	30,50	1,10e-24 ***
Media de la vble. dep.	6,96e+11	D.T. de la vble. dep.	1,89e+11	
Suma de cuad. residuos	3,68e+22	D.T. de la regresión	3,45e+10	
R-cuadrado	0,967755	R-cuadrado corregido	0,966715	
F(1, 31)	930,3962	Valor p (de F)	1,10e-24	
Log-verosimilitud	-846,4730	Criterio de Akaike	1696,946	
Criterio de Schwarz	1699,939	Crit. de Hannan-Quinn	1697,953	
rho	0,895967	Durbin-Watson	0,241592	

Además se puede dibujar una gráfica que recoja los valores originales de la serie, los ajustados y los residuos.

```
? series yhat = $yhat
? series resid = $uhat
? gnuplot y yhat resid --time-series --with-lines
```

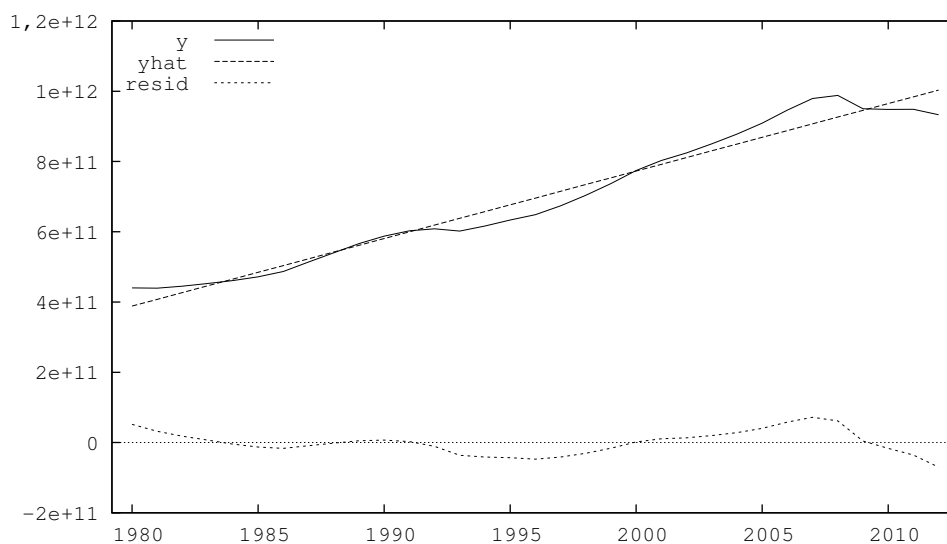


Figura 7: gráfico de la regresión auxiliar de y

El nivel de significación o la bondad del ajuste reflejan inequívocamente la existencia de esa tendencia lineal, determinista.

A continuación se representa la variable u junto a su primera diferencia.

```
? scatters u d_u
```

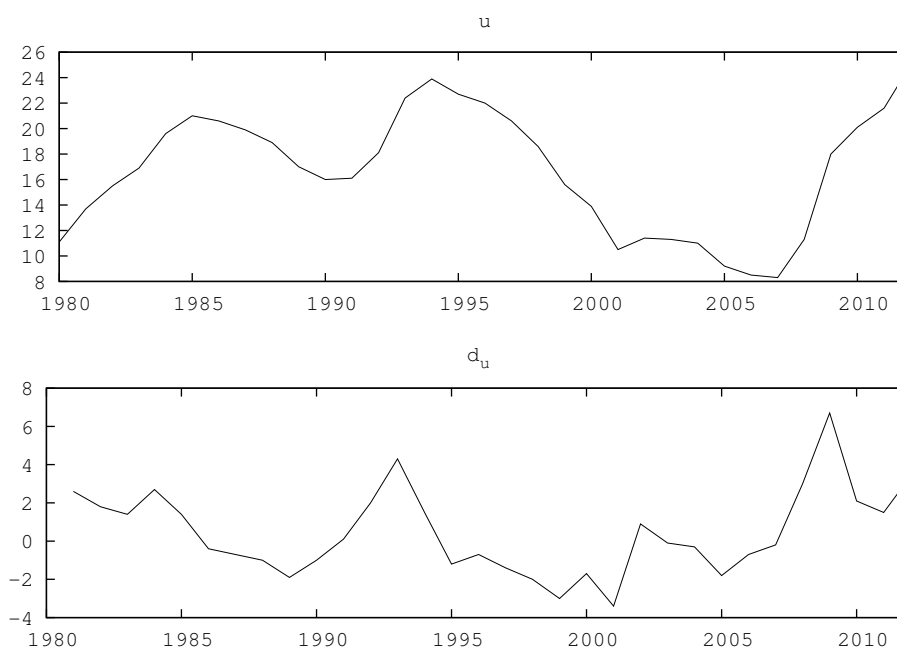


Figura 8: variable del desempleo a nivel y primera diferencia

En este caso no parece haber tendencia determinista. Se vuelve a utilizar el procedimiento anterior para comprobarlo

```
? ols u const time
```

Modelo 2: MCO, usando las observaciones 1980-2012 ($T = 33$)
Variable dependiente: u

	Coeficiente	Desv. Típica	Estadístico t	Valor p
const	18,0712	1,71147	10,56	8,61e-12 ***
time	-0,0820856	0,0878350	-0,9345	0,3572
Media de la vble. dep.	16,67576	D.T. de la vble. dep.	4,794986	
Suma de cuad. residuos	715,5804	D.T. de la regresión	4,804502	
R-cuadrado	0,027401	R-cuadrado corregido	-0,003973	
F(1, 31)	0,873370	Valor p (de F)	0,357247	
Log-verosimilitud	-97,58865	Criterio de Akaike	199,1773	
Criterio de Schwarz	202,1703	Crit. de Hannan-Quinn	200,1844	
rho	0,905713	Durbin-Watson	0,227574	

El p-valor es tan alto que no es posible rechazar la hipótesis nula de no significación, con lo que la variable temporal no es relevante en esta regresión y no habrá que tenerla en cuenta a la hora de realizar el test aumentado de Dickey y Fuller. La figura 9 refleja esa ausencia de tendencia determinista. Sin embargo, parece haber tendencia estocástica en la volatilidad del gráfico de residuos.

```
? series uhat = $yhat
? series resid = $uhat
? gnuplot u uhat resid --time-series --with-lines
```

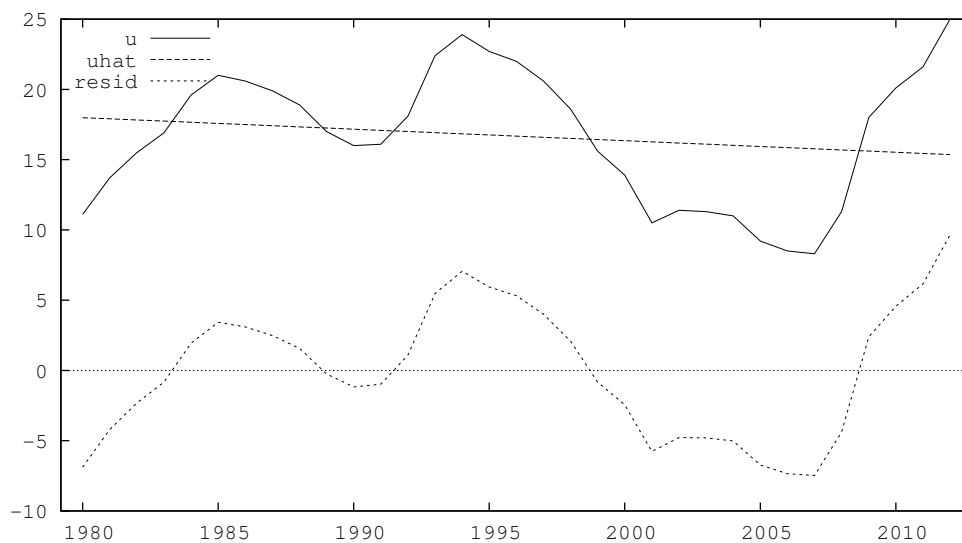


Figura 9: gráfico de la regresión auxiliar de u

Un tipo concreto de gráfico que resulta de gran utilidad es el correlograma. En este, se representan las funciones de autocorrelación total y parcial para estudiar la posible existencia de ergodicidad o esquemas autorregresivos.

```
? corrgm y 32
? corrgm d_y 32
```

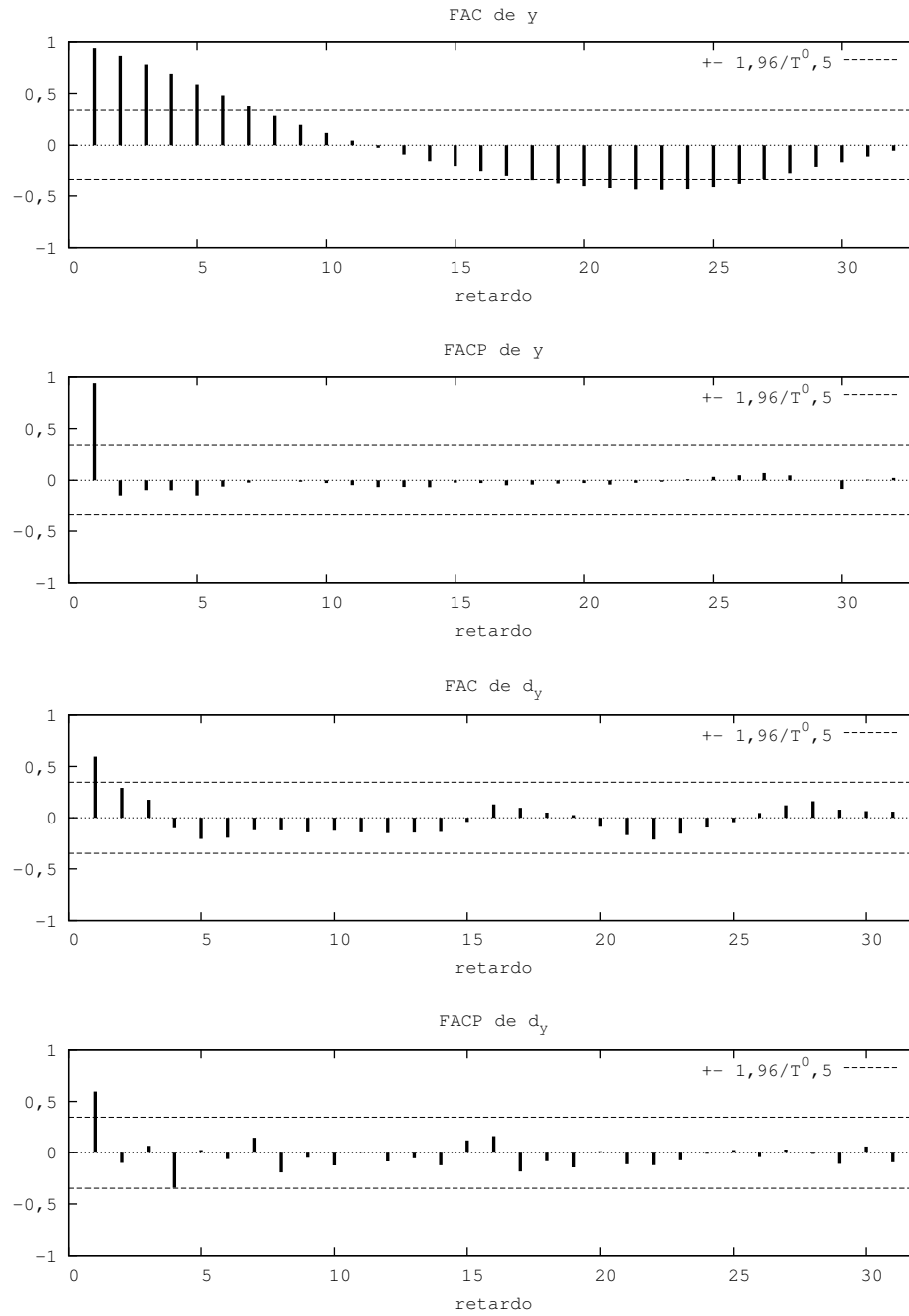


Figura 10: correlogramas de la serie y

El correlograma de la serie y no tiende rápidamente hacia cero por lo que no parece que haya ergodicidad.

```
? corrgm u 32
? corrgm d_u 32
```

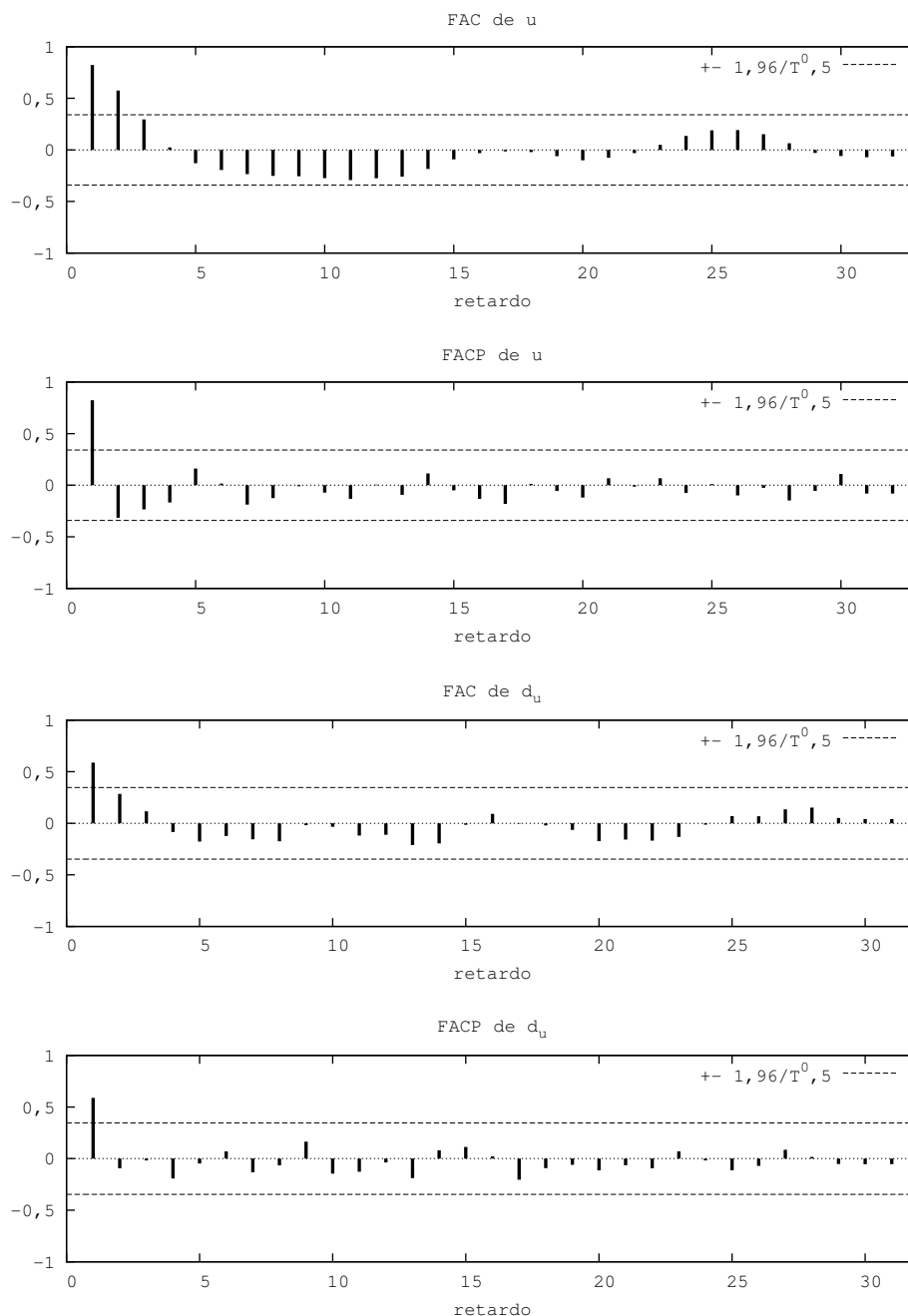


Figura 11: correlogramas de la serie u

Al contrario que en la anterior, la serie del desempleo sí tiende a cero. Para completar el análisis de estacionariedad se lleva a cabo el test aumentado de Dickey y Fuller del que ya se ha hablado en la sección 3.5.2.

4.1.1. ADF para la serie del PIB

El comando específico para esta serie es el siguiente

```
? adf 9 y --ct --test-down=MAIC
```

Proporciona la siguiente salida:

```

MIC = 3954,46 for k = 09
MIC = 4050,33 for k = 08
MIC = 4198,62 for k = 07
MIC = 2481,89 for k = 06
MIC = 1796,71 for k = 05
MIC = 1374,59 for k = 04
MIC = 1376,44 for k = 03
MIC = 323,958 for k = 02
MIC = 243,925 for k = 01
    con constante y tendencia
    modelo: (1-L)y = b0 + b1*t + (a-1)*y(-1) + ... + e
    Coef. de autocorrelación de primer orden de e: -0,028
    valor estimado de (a - 1): -0,14595
    Estadístico de contraste: tau_ct(1) = -1,93959
    valor p asintótico 0,6335

Regresión aumentada de Dickey-Fuller
MC0, usando las observaciones 1982-2012 (T = 31)
Variable dependiente: d_y

      Coeficiente    Desv. Típica    Estadístico t    Valor p
const      5,79883e+10    2,54313e+10         2,280         0,0307  **
y_1        -0,145950      0,0752476        -1,940         0,6335
d_y_1       0,739899      0,145273         5,093         2,37e-05  ***
time       2,63608e+09    1,52269e+09         1,731         0,0948   *

AIC: 1531,79    BIC: 1537,52    HQC: 1533,66

```

Siguiendo el método modificado de Akaike⁵, el programa encuentra que el orden de rezagos óptimo es 1. Gretl calcula el estadístico de contraste τ , que es aquel que Dickey y Fuller tabularon. Se puede hacer el contraste de hipótesis con este valor, aunque resulta más cómodo utilizar el p-valor que ha sido calculado correctamente, utilizando las tablas específicas del estadístico. La hipótesis nula no puede ser rechazada para un nivel de significación del 5 % por lo que la serie y es $I(1)$.

4.1.2. ADF para la serie del desempleo

```

? adf 9 u --c --test-down=MAIC

MIC = 76,1637 for k = 09
MIC = 20,9255 for k = 08
MIC = 18,5763 for k = 07
MIC = 18,0821 for k = 06
MIC = 11,2694 for k = 05
MIC = 9,43562 for k = 04
MIC = 7,69848 for k = 03
MIC = 5,41725 for k = 02
MIC = 4,70722 for k = 01

Contraste aumentado de Dickey-Fuller para u
incluyendo un retardo de (1-L)u
(el máximo fue 9, el criterio AIC modificado)
tamaño muestral 31
hipótesis nula de raíz unitaria: a = 1

```

⁵La regla de decisión para este criterio es $MIC_1 \succ MIC_2 \leftrightarrow MIC_1 < MIC_2$

```

contraste con constante
modelo: (1-L)y = b0 + (a-1)*y(-1) + ... + e
Coef. de autocorrelación de primer orden de e: -0,046
valor estimado de (a - 1): -0,150875
Estadístico de contraste: tau_c(1) = -2,19578
valor p asintótico 0,208

Regresión aumentada de Dickey-Fuller
MCO, usando las observaciones 1982-2012 (T = 31)
Variable dependiente: d_u

      Coeficiente    Desv. Típica    Estadístico t    Valor p
const      2,63039      1,16892      2,250      0,0325  **
u_1      -0,150875      0,0687113      -2,196      0,2080
d_u_1      0,698815      0,143688      4,863      4,03e-05  ***

AIC: 123,072    BIC: 127,374    HQC: 124,475

```

El test ADF para la serie del desempleo revela que la hipótesis nula tampoco puede ser rechazada para un nivel de significación del 5 % por lo que la serie u es $I(1)$ al igual que la serie y .

4.1.3. Contraste de cointegración

Una vez se ha comprobado que las series son integradas de primer orden, el análisis pasa al contraste de cointegración de Engle y Granger. Se estima una regresión donde la tendencia temporal y la serie y expliquen el comportamiento de la variable dependiente. La inclusión de la variable temporal se produce porque la serie y presentaba tendencia determinista, como se comprobó en el apartado 4.1.

Se ejecuta el siguiente comando:

```
? coint 9 u y --test-down --skip-df --ct
```

La salida muestra que el residuo de la regresión cointegrante no es estacionario sino integrado de orden uno. Por lo que se descarta la existencia de una relación cointegrante que aseguraría un equilibrio a largo plazo.

Etapas 1: regresión cointegrante

```

Regresión cointegrante -
MCO, usando las observaciones 1980-2012 (T = 33)
Variable dependiente: u

      Coeficiente    Desv. Típica    Estadístico t    Valor p
-----
const      65,6535      3,64980      17,99      1,28e-17  ***
y      -1,28866e-10      9,71955e-12      -13,26      4,44e-14  ***
time      2,39411      0,189851      12,61      1,60e-13  ***

Media de la vble. dep.    16,67576    D.T. de la vble. dep.    4,794986
Suma de cuad. residuos    104,3197    D.T. de la regresión    1,864758
R-cuadrado      0,858211    R-cuadrado corregido    0,848759
Log-verosimilitud    -65,81569    Criterio de Akaike    137,6314
Criterio de Schwarz    142,1209    Crit. de Hannan-Quinn    139,1420
rho      0,854909    Durbin-Watson    0,292045

```

Etapa 2: contrastando la existencia de una raíz unitaria en uhat

```
Contraste aumentado de Dickey-Fuller para uhat
incluyendo un retardo de (1-L)uhat
(el máximo fue 9, el criterio AIC modificado)
tamaño muestral 31
hipótesis nula de raíz unitaria: a = 1

modelo: (1-L)y = (a-1)*y(-1) + ... + e
Coef. de autocorrelación de primer orden de e: -0,082
valor estimado de (a - 1): -0,193923
Estadístico de contraste: tau_ct(2) = -2,01769
valor p asintótico 0,7643
```

Hay evidencia de una relación cointegrante si:

- (a) La hipótesis de existencia de raíz unitaria no se rechaza para las variables individuales.
- (b) La hipótesis de existencia de raíz unitaria se rechaza para los residuos (uhat) de la regresión cointegrante.

4.1.4. Modelo final

Finalmente se plantea un modelo autorregresivo en diferencias. Este modelo se asemeja a la ecuación generalizada de Okun I propuesta por Belmonte y Polo de la que se hacía referencia en la subsección 2.1.4. Al contrario que en esta, Belmonte y Polo toman logaritmos en la diferencia de la producción. Sin embargo, en la práctica, la mejora en la bondad del ajuste es difícilmente justificable.

$$\Delta u_t = \beta_0 + \sum_1^P \beta_{up} \Delta u_{t-p} + \sum_0^Q \beta_{yp} \Delta y_{t-q} + \varepsilon_t \quad (17)$$

En Gretl, la estimación de este último modelo pasa por generar las primeras diferencias de las variables y posteriormente, realizar sucesivas estimaciones de mínimos cuadrados ordinarios para seleccionar el orden máximo de retardos.

```
? diff u
? diff y
? ols d_u const d_y
? ols d_u const d_y(0 to -1)
? ols d_u const d_y d_u(-1)
? ols d_u const d_y(0 to -1) d_u(-1)
```

Donde `d_[variable]` es el token reservado en Gretl para referirse a las primeras diferencias. Para añadir a un modelo de estimación MCO los rezagos de las variables, se hace uso de la sintaxis `[variable](0 to -[máximo retardo])`.

El cuadro 1 resume los principales estadísticos⁶ a tener en cuenta para seleccionar el orden de los retardos. Los resultados completos de las regresiones y sus correspondientes tests de autocorrelación pueden consultarse en el anexo.

⁶El apartado de autocorrelación se refiere al P-valor del test Breusch-Godfrey, con un retardo, calculado a partir del estadístico TR^2 .

Ecuación	Autocorrelación	\bar{R}^2	AIC	Schwarz
$\Delta u_t = \beta_0 + \beta_1 \Delta y_t + \varepsilon_t$	0,196	0,799231	92,72732	95,65879
$\Delta u_t = \beta_0 + \beta_{y0} \Delta y_t + \beta_{y1} \Delta y_{t-1} + \varepsilon_t$	0,26	0,786666	92,71014	97,01210
$\Delta u_t = \beta_0 + \beta_{u1} \Delta u_{t-1} + \beta_{y0} \Delta y_t + \varepsilon_t$	0,19	0,786473	92,73821	97,04017
$\Delta u_t = \beta_0 + \beta_{u1} \Delta u_{t-1} + \beta_{y0} \Delta y_t + \beta_{y1} \Delta y_{t-1} + \varepsilon_t$	0,331	0,789876	93,11284	98,84878

Cuadro 1: Selección del orden máximo de retardos

Se puede concluir que el modelo más sencillo es el que ofrece mejores resultados.

Modelo Final: MC0, usando las observaciones 1981-2012 (T = 32)

Variable dependiente: d_u

	Coefficiente	Desv. Típica	Estadístico t	Valor p
const	2,30565	0,243676	9,462	1,63e-10 ***
d_y	-1,21453e-10	1,08890e-11	-11,15	3,39e-12 ***
Media de la vble. dep.	0,434375	D.T. de la vble. dep.	2,231101	
Suma de cuad. residuos	29,98171	D.T. de la regresión	0,999695	
R-cuadrado	0,805707	R-cuadrado corregido	0,799231	
F(1, 30)	124,4063	Valor p (de F)	3,39e-12	
Log-verosimilitud	-44,36366	Criterio de Akaike	92,72732	
Criterio de Schwarz	95,65879	Crit. de Hannan-Quinn	93,69902	
rho	0,225048	Durbin-Watson	1,536587	

Un análisis en profundidad del modelo final, revela la ausencia de variables no significativas individualmente, a diferencia de lo que ocurre en los modelos con retardos. El valor de \bar{R}^2 se utiliza como una medida de la bondad del ajuste, es decir, para medir la parte de la varianza de la variable dependiente explicada a través de los regresores, ajustada al número de estos. Para tratarse de datos reales, un 80 % es un valor bastante aceptable y deja margen para la utilización de este modelo como herramienta de análisis de políticas de empleo. La figura 12 compara el valor estimado de la variable dependiente con el real.

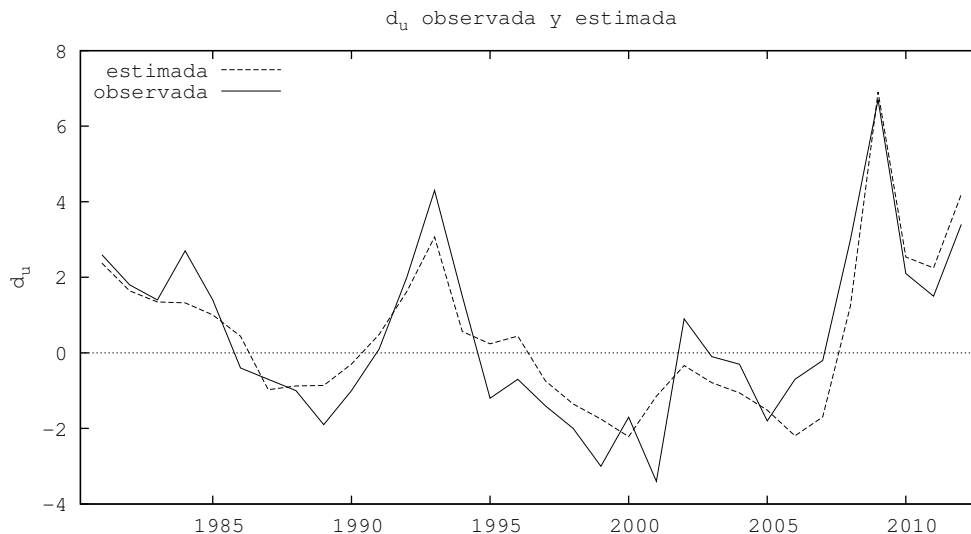


Figura 12: datos reales vs estimados

La figura 13 permite estudiar en profundidad la posible existencia de autocorrelación. Para ello se muestra el gráfico de residuos respecto al tiempo, el correlograma y la nube de puntos que resulta de comparar el valor del residuo con el de su retardo.

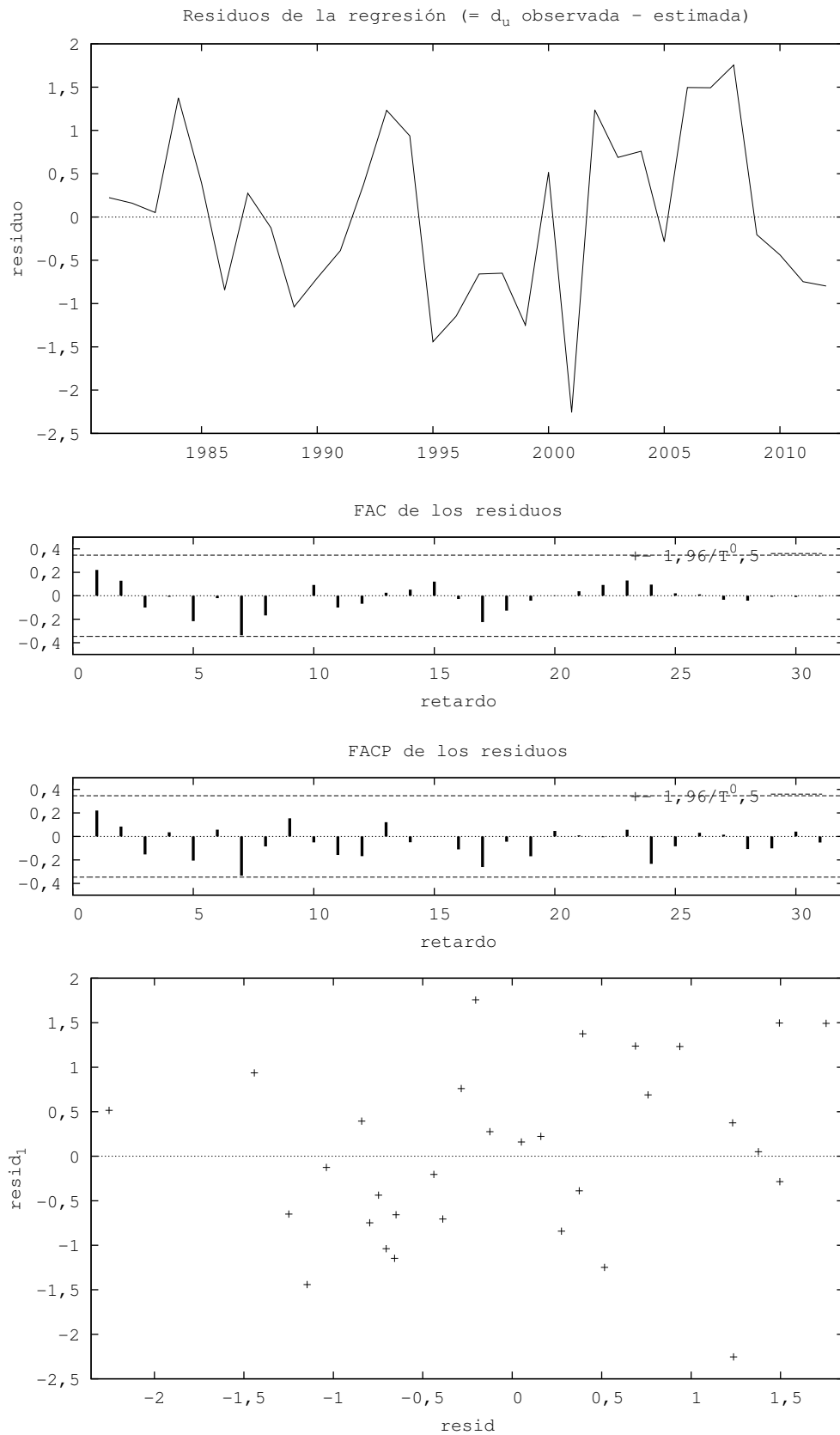


Figura 13: gráficos de residuos

Todo ello indica que el residuo es un ruido blanco, caracterizado por la ausencia de autocorrelación. Para precisar aún más, se ejecuta el test de Breusch-Godfrey con uno y dos retardos. Los resultados reafirman la evidente ausencia de autocorrelación.

```
? modtest --autocorr 2
```

```
Contraste Breusch-Godfrey de autocorrelación hasta el orden 2
MC0, usando las observaciones 1981-2012 (T = 32)
Variable dependiente: uhat
```

	Coeficiente	Desv. Típica	Estadístico t	Valor p
const	-0,0868861	0,254245	-0,3417	0,7351
d_y	4,92629e-12	1,16092e-11	0,4243	0,6746
uhat_1	0,221026	0,192015	1,151	0,2594
uhat_2	0,113519	0,197961	0,5734	0,5709

```
R-cuadrado = 0,063296
```

```
Estadístico de contraste: LMF = 0,946019,
con valor p = P(F(2,28) > 0,946019) = 0,4
```

```
Estadístico alternativo: TR^2 = 2,025463,
con valor p = P(Chi-cuadrado(2) > 2,02546) = 0,363
```

```
Ljung-Box Q' = 2,30358,
con valor p = P(Chi-cuadrado(2) > 2,30358) = 0,316
```

```
? modtest --autocorr 1
```

```
Contraste Breusch-Godfrey de autocorrelación de primer orden
MC0, usando las observaciones 1981-2012 (T = 32)
Variable dependiente: uhat
```

	Coeficiente	Desv. Típica	Estadístico t	Valor p
const	-0,0548290	0,245136	-0,2237	0,8246
d_y	3,17485e-12	1,10699e-11	0,2868	0,7763
uhat_1	0,237403	0,187669	1,265	0,2159

```
R-cuadrado = 0,052295
```

```
Estadístico de contraste: LMF = 1,600240,
con valor p = P(F(1,29) > 1,60024) = 0,216
```

```
Estadístico alternativo: TR^2 = 1,673441,
con valor p = P(Chi-cuadrado(1) > 1,67344) = 0,196
```

```
Ljung-Box Q' = 1,703,
con valor p = P(Chi-cuadrado(1) > 1,703) = 0,192
```

Pero todo es susceptible de mejorar.

Uno podría pensar que la crisis económica ha producido un shock estacional que afectaría a la bondad del modelo. Esto se podría solucionar planteando una ecuación con variables ficticias que tomaran distintos valores antes y después de 2007 o en los periodos en los que hubiera crecimiento/decrecimiento.

Otra posible vía de investigación sería el planteamiento del método de estimación por Variables Instrumentales, si la variable de la producción fuera endógena y estuviese contemporáneamente correlacionada con la perturbación.

También puede surgir una duda en la identificación de la variable del desempleo como endógena, explicada por la producción. Esta diferenciación parece arbitraria y podría superarse fácilmente con modelos de ecuaciones simultáneas o incluso con un modelo VAR en el que ambas variables fueran simultáneamente dependientes y explicativas, pero esto es algo que, como dijo Sraffa⁷: "...se podrá intentar más tarde, bien sea por el autor o por alguien más joven y mejor equipado para la tarea."

5. Conclusiones

Gretl ha demostrado ser una herramienta econométrica que no sólo está a la altura del resto de soluciones comerciales sino que en muchos aspectos supera a estas. Su potencia, sencillez y precisión proporcionan una forma simple y rápida de elaborar modelos econométricos de series temporales.

En el análisis de la Ley de Okun se ha comprobado que las series de paro y PIB son integradas de primer orden y no cointegrantes, es decir, no hay un equilibrio a largo plazo entre las series que se han analizado. La regresión cointegrante del test de Engle y Granger es espuria, por lo que es incorrecto plantear un modelo MCE, ya que el término de corrección del error sería no estacionario.

A partir de los resultados anteriores, se ha analizado la relación a corto plazo existente entre las variables, aplicando métodos econométricos de selección de modelos. Todo ello ha permitido la elaboración de un modelo concreto de la Ley de Okun para España durante el periodo 1980-2012.

⁷Sraffa, P. (1965). *Producción de mercancías por medio de mercancías: Preludio a una crítica de la teoría económica*. Oikos-tau.

6. Anexos

t	u	y
1980	11,1000003815	440112233243,992
1981	13,6999998093	439529222656,372
1982	15,5	445007786168,319
1983	16,8999996185	452884939144,963
1984	19,6000003815	460967520169,85
1985	21	471668585471,638
1986	20,6000003815	487013482004,836
1987	19,8999996185	514028717025,194
1988	18,8999996185	540215006470,599
1989	17	566291348509,902
1990	16	587705052524,646
1991	16,1000003815	602668026489,28
1992	18,1000003815	608268110818,497
1993	22,3999996185	601993875288,707
1994	23,8999996185	616340565108,611
1995	22,7000007629	633336119409,734
1996	22	648643931519,84
1997	20,6000003815	673737980443,29
1998	18,6000003815	703841675998,072
1999	15,6000003815	737245561261,189
2000	13,8999996185	774475100606,667
2001	10,5	802893926680,075
2002	11,3999996185	824653816873,566
2003	11,3000001907	850131014921,666
2004	11	877839344182,006
2005	9,1999998093	909298000000
2006	8,5	946363000000
2007	8,3000001907	979288716284,459
2008	11,3000001907	988020999700,411
2009	18	950156434697,386
2010	20,1000003815	948244130674,335
2011	21,6000003815	948721145663,275
2012	25	933148303065,534

Cuadro 2: series del desempleo y producción en España 1980-2012

Modelo 1: MCO, usando las observaciones 1981-2012 (T = 32)

Variable dependiente: d_u

	Coefficiente	Desv. Típica	Estadístico t	Valor p

const	2,30565	0,243676	9,462	1,63e-10 ***
d_y	-1,21453e-10	1,08890e-11	-11,15	3,39e-12 ***
Media de la vble. dep.	0,434375	D.T. de la vble. dep.	2,231101	
Suma de cuad. residuos	29,98171	D.T. de la regresión	0,999695	
R-cuadrado	0,805707	R-cuadrado corregido	0,799231	
F(1, 30)	124,4063	Valor p (de F)	3,39e-12	

Log-verosimilitud	-44,36366	Criterio de Akaike	92,72732
Criterio de Schwarz	95,65879	Crit. de Hannan-Quinn	93,69902
rho	0,225048	Durbin-Watson	1,536587

Contraste Breusch-Godfrey de autocorrelación de primer orden
MCO, usando las observaciones 1981-2012 (T = 32)
Variable dependiente: uhat

	Coefficiente	Desv. Típica	Estadístico t	Valor p
const	-0,0548290	0,245136	-0,2237	0,8246
d_y	3,17485e-12	1,10699e-11	0,2868	0,7763
uhat_1	0,237403	0,187669	1,265	0,2159

R-cuadrado = 0,052295

Estadístico de contraste: LMF = 1,600240,
con valor p = $P(F(1,29) > 1,60024) = 0,216$

Estadístico alternativo: $TR^2 = 1,673441$,
con valor p = $P(\text{Chi-cuadrado}(1) > 1,67344) = 0,196$

Ljung-Box Q' = 1,703,
con valor p = $P(\text{Chi-cuadrado}(1) > 1,703) = 0,192$

Modelo 2: MCO, usando las observaciones 1982-2012 (T = 31)
Variable dependiente: d_u

	Coefficiente	Desv. Típica	Estadístico t	Valor p
const	2,25015	0,279344	8,055	9,02e-09 ***
d_y	-1,24793e-10	1,48885e-11	-8,382	4,06e-09 ***
d_y_1	6,18472e-12	1,55990e-11	0,3965	0,6948

Media de la vble. dep.	0,364516	D.T. de la vble. dep.	2,232121
Suma de cuad. residuos	29,76137	D.T. de la regresión	1,030973
R-cuadrado	0,800889	R-cuadrado corregido	0,786666
F(2, 28)	56,31240	Valor p (de F)	1,54e-10
Log-verosimilitud	-43,35507	Criterio de Akaike	92,71014
Criterio de Schwarz	97,01210	Crit. de Hannan-Quinn	94,11247
rho	0,197862	Durbin-Watson	1,589506

Contraste Breusch-Godfrey de autocorrelación de primer orden
MCO, usando las observaciones 1982-2012 (T = 31)
Variable dependiente: uhat

	Coefficiente	Desv. Típica	Estadístico t	Valor p
const	-0,0372191	0,280729	-0,1326	0,8955
d_y	4,07690e-12	1,53254e-11	0,2660	0,7922
d_y_1	-2,01956e-12	1,56696e-11	-0,1289	0,8984
uhat_1	0,211577	0,197000	1,074	0,2923

R-cuadrado = 0,040971

Estadístico de contraste: LMF = 1,153463,
con valor p = $P(F(1,27) > 1,15346) = 0,292$

Estadístico alternativo: $TR^2 = 1,270087$,
con valor p = $P(\text{Chi-cuadrado}(1) > 1,27009) = 0,26$

Ljung-Box $Q' = 1,27868$,
con valor $p = P(\text{Chi-cuadrado}(1) > 1,27868) = 0,258$

Modelo 3: MCO, usando las observaciones 1982-2012 ($T = 31$)
Variable dependiente: d_u

	Coefficiente	Desv. Típica	Estadístico t	Valor p
const	2,21889	0,327253	6,780	2,30e-07 ***
d_y	-1,17339e-10	1,52347e-11	-7,702	2,17e-08 ***
d_u_1	0,0414554	0,114228	0,3629	0,7194
Media de la vble. dep.	0,364516	D.T. de la vble. dep.	2,232121	
Suma de cuad. residuos	29,78834	D.T. de la regresión	1,031440	
R-cuadrado	0,800708	R-cuadrado corregido	0,786473	
F(2, 28)	56,24875	Valor p (de F)	1,56e-10	
Log-verosimilitud	-43,36911	Criterio de Akaike	92,73821	
Criterio de Schwarz	97,04017	Crit. de Hannan-Quinn	94,14054	
rho	0,204602	h de Durbin	1,436546	

Contraste Breusch-Godfrey de autocorrelación de primer orden
MCO, usando las observaciones 1982-2012 ($T = 31$)
Variable dependiente: $uhat$

	Coefficiente	Desv. Típica	Estadístico t	Valor p
const	0,0632509	0,327780	0,1930	0,8484
d_y	-2,78479e-12	1,52403e-11	-0,1827	0,8564
d_u_1	-0,0743941	0,127590	-0,5831	0,5647
$uhat_1$	0,275252	0,218801	1,258	0,2192

R-cuadrado = 0,055368

Estadístico de contraste: LMF = 1,582569,
con valor $p = P(F(1,27) > 1,58257) = 0,219$

Estadístico alternativo: $TR^2 = 1,716418$,
con valor $p = P(\text{Chi-cuadrado}(1) > 1,71642) = 0,19$

Ljung-Box $Q' = 1,3798$,
con valor $p = P(\text{Chi-cuadrado}(1) > 1,3798) = 0,24$

Modelo 4: MCO, usando las observaciones 1982-2012 ($T = 31$)
Variable dependiente: d_u

	Coefficiente	Desv. Típica	Estadístico t	Valor p
const	1,66883	0,559969	2,980	0,0060 ***
d_y	-1,20112e-10	1,52868e-11	-7,857	1,90e-08 ***
d_y_1	3,22440e-11	2,67456e-11	1,206	0,2384
d_u_1	0,233909	0,195765	1,195	0,2425
Media de la vble. dep.	0,364516	D.T. de la vble. dep.	2,232121	
Suma de cuad. residuos	28,26673	D.T. de la regresión	1,023189	
R-cuadrado	0,810888	R-cuadrado corregido	0,789876	
F(3, 27)	38,59088	Valor p (de F)	6,65e-10	
Log-verosimilitud	-42,55642	Criterio de Akaike	93,11284	
Criterio de Schwarz	98,84878	Crit. de Hannan-Quinn	94,98261	
rho	-0,040878	Durbin-Watson	2,070563	

Sin considerar la constante, el valor p más alto fue el de la variable 15 (d_u_1)

Contraste Breusch-Godfrey de autocorrelación de primer orden

MCO, usando las observaciones 1982-2012 (T = 31)

Variable dependiente: uhat

	Coeficiente	Desv. Típica	Estadístico t	Valor p
-----	-----	-----	-----	-----
const	-1,69054	1,95232	-0,8659	0,3945
d_y	1,69736e-12	1,54532e-11	0,1098	0,9134
d_y_1	8,72558e-11	1,00166e-10	0,8711	0,3917
d_u_1	0,720966	0,821219	0,8779	0,3880
uhat_1	-0,752540	0,832302	-0,9042	0,3742

R-cuadrado = 0,030484

Estadístico de contraste: LMF = 0,817518,

con valor p = $P(F(1,26) > 0,817518) = 0,374$

Estadístico alternativo: $TR^2 = 0,945019$,

con valor p = $P(\text{Chi-cuadrado}(1) > 0,945019) = 0,331$

Ljung-Box Q' = 0,0559567,

con valor p = $P(\text{Chi-cuadrado}(1) > 0,0559567) = 0,813$

Referencias

- Adkins, L. (2006). Undergraduate econometrics using gretl.
- Adkins, L. C. (2013). Using gretl for principles of econometrics, version 1.0411.
- Belmonte, A. and Polo, C. (2004). Formulaciones de la ley de okun y resultados para españa. *Estudios en homenaje a Luis Ángel Rojo*, 1:263.
- Blanchard (2006). *Macroeconomía*. Pearson. Prentice Hall.
- Cheung, Y.-W. and Lai, K. S. (1995). Lag order and critical values of the augmented dickey–fuller test. *Journal of Business & Economic Statistics*, 13(3):277–280.
- Cottrell, A. and Lucchetti, R. (2012). Gretl user’s guide. *Distributed with the Gretl library*.
- Davidson, R. and MacKinnon, J. G. (1993). Estimation and inference in econometrics. *OUP Catalogue*.
- Dickey, D. A. and Fuller, W. A. (1979). Distribution of the estimators for autoregressive time series with a unit root. *Journal of the American statistical association*, 74(366a):427–431.
- Engle, R. F. and Granger, C. W. (1987). Co-integration and error correction: representation, estimation, and testing. *Econometrica: journal of the Econometric Society*, pages 251–276.
- Esteban, M. V., Moral, M. P., Orbe, S., Regúlez, M., Zarraga, A., and Zubia, M. (2009). Análisis de regresión con gretl. *Departamento de economía Aplicada III, Universidad del País Vasco*.
- Greene, W. H., Sánchez, J. A. H., and Mauleón, I. (1999). *Análisis econométrico*, volume 2. Prentice Hall Madrid.
- Gujarati, D. N. and Porter, D. C. (2010). *Econometría*. McGraw-Hill.
- Knotek, E. S. et al. (2007). How useful is okun’s law? *Economic Review*, (Q IV):73–103.
- López, C. P. (2006). Problemas resueltos de econometría.
- MacKinnon, J. G. (1996). Numerical distribution functions for unit root and cointegration tests. *Journal of applied econometrics*, 11:601–618.
- Matilla García, M., Pérez Pascual, P., and Sanz Carnero, b. (2013). *Econometría y predicción*. McGraw-Hill.

- Mixon Jr, J. W. and Smith, R. J. (2006). Teaching undergraduate econometrics with gretl. *Journal of Applied Econometrics*, 21(7):1103–1107.
- Ng, S. and Perron, P. (2001). Lag length selection and the construction of unit root tests with good size and power. *Econometrica*, 69(6):1519–1554.
- Okun, A. M. (1963). *Potential GNP: its measurement and significance*.
- Ramanathan, R. (1998). Introductory econometrics with applications.
- Román, Á. L. M. and Porras, M. S. (2004). La ley de okun en españa¿ por qué existen diferencias regionales?
- Siegfried, J. J. (1996). A first lesson in econometrics. *On the third hand: humor in the dismal science, an anthology*, page 83.
- Stallman, R. (2002). *Free software, free society: Selected essays of Richard M. Stallman*. GNU Press.
- Wooldridge, J. M. (2006). *Introducción a la econometría: un enfoque moderno*. Editorial Paraninfo.
- Zarzosa Espina, P. (2013a). Complementos de econometría.
- Zarzosa Espina, P. (2013b). Test de cointegración de engle y granger. <https://www.youtube.com/watch?v=Hozh0YxGkzs>.
- Zarzosa Espina, P. (2013c). Test de raíz unitaria de dickey-fuller. <https://www.youtube.com/watch?v=14Tks1Ist0E>.