Лабораторная работа №8

Модель конкуренции двух фирм

Крутова Екатерина Дмитриевна, НПИбд-01-21

Содержание

Список иллюстраций

Список таблиц

Цель работы

Изучить и построить модель конкуренции двух фирм.

Задание

В соответствии с формулой (Sn mod N)+1, где Sn — номер студбилета, N — количество заданий, я взяла вариант 37 (рис. [-@fig:001]).

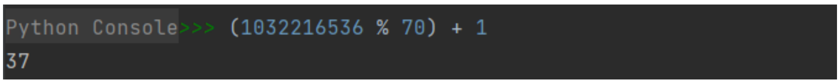

Рис. 1: Выбор варианта

1. Постройте графики изменения оборотных средств фирмы 1 и фирмы 2 без учета постоянных издержек и с веденной нормировкой для случая 1.
2. Постройте графики изменения оборотных средств фирмы 1 и фирмы 2 без учета постоянных издержек и с веденной нормировкой для случая 2.

Случай 1:

$\frac{dM_1}{d\theta} = M_1 - \frac{b}{c_1} M_1 M_2 - \frac{a_1}{c_1} M_1^2$

$\frac{dM_2}{d\theta} = \frac{c_2}{c_1} M_2 - \frac{b}{c_1} M_1 M_2 - \frac{a_2}{c_1} M_2^2$

Случай 2:

$\frac{dM_1}{d\theta} = M_1 - \frac{b}{c_1} M_1 M_2 - \frac{a_1}{c_1} M_1^2$

$\frac{dM_2}{d\theta} = \frac{c_2}{c_1} M_2 - (\frac{b}{c_1} + 0.00073) M_1 M_2 - \frac{a_2}{c_1} M_2^2$

Теоретическое введение

Для построения модели конкуренции хотя бы двух фирм необходимо рассмотреть модель одной фирмы. Вначале рассмотрим модель фирмы, производящей продукт долговременного пользования, когда цена его определяется балансом спроса и предложения. Примем, что этот продукт занимает определенную нишу рынка и конкуренты в ней отсутствуют.

Обозначим:

N - число потребителей производимого продукта.

S – доходы потребителей данного продукта. Считаем, что доходы всех потребителей одинаковы. Это предположение справедливо, если речь идет об одной рыночной нише, т.е. производимый продукт ориентирован на определенный слой населения.

M – оборотные средства предприятия

τ - длительность производственного цикла

p - рыночная цена товара

$\tilde{p}$ - себестоимость продукта, то есть переменные издержки на производство единицы продукции

δ - доля оборотных средств, идущая на покрытие переменных издержек

k - постоянные издержки, которые не зависят от количества выпускаемой продукции

$Q(S/p)$ – функция спроса, зависящая от отношения дохода S к цене p. Она равна количеству продукта, потребляемого одним потребителем в единицу времени.

Функцию спроса товаров долговременного использования часто представляют в простейшей форме:

$$Q = q - k\frac{p}{S} = q(1 - \frac{p}{p_{cr}})$$

где q – максимальная потребность одного человека в продукте в единицу времени. Эта функция падает с ростом цены и при $p = p_{cr}$ (критическая стоимость продукта) потребители отказываются от приобретения товара. Величина $p_{cr} = Sq/k$. Параметр k – мера эластичности функции спроса по цене. Таким образом, функция спроса является пороговой (то есть, $Q(S/p) = 0$ при $p \geq p_{cr}$) и обладает свойствами насыщения.

Уравнения динамики оборотных средств можно записать в виде:

$$\frac{dM}{dt} = -\frac{M\delta}{\tau} + NQp - k = -\frac{M\delta}{\tau} + Nq(1 - \frac{p}{p_{cr}})p - k$$

Уравнение для рыночной цены p представим в виде:

$$\frac{dp}{dt} = \gamma(-\frac{M\delta}{\tau\tilde{p}} + Nq(1 - \frac{p}{p_{cr}}))$$

Первый член соответствует количеству поставляемого на рынок товара (то есть, предложению), а второй член – спросу. Параметр γ зависит от скорости оборота товаров на рынке. Как правило, время торгового оборота существенно меньше времени производственного цикла τ. При заданном М уравнение описывает быстрое стремление цены к равновесному значению цены, которое устойчиво.

В этом случае уравнение можно заменить алгебраическим соотношением

$$-\frac{M\delta}{\tau\tilde{p}} + Nq(1 - \frac{p}{p_{cr}}) = 0$$

равновесное значение цены p равно

$$p = p_{cr}(1 - \frac{M\delta}{\tau\tilde{p}Nq})$$

Тогда уравнения динамики оборотных средств приобретает вид

$$\frac{dM}{dt} = -\frac{M\delta}{\tau}(\frac{p}{p_{cr}} - 1) - M^2(\frac{\delta}{\tau\tilde{p}})^2\frac{p_{cr}}{Nq} - k$$

Это уравнение имеет два стационарных решения, соответствующих условию $dM/dt = 0$

$$\widetilde{M_{1,2}} = \frac{1}{2}a \pm \sqrt{\frac{a^2}{4} - b}$$

где

$$a = Nq(1 - \frac{\tilde{p}}{p_{cr}}\tilde{p}\frac{\tau}{\delta}), b = kNq\frac{(\tau\tilde{p})^2}{p_{cr}\delta^2}$$

Получается, что при больших постоянных издержках (в случае $a^2 < 4b$) стационарных состояний нет. Это означает, что в этих условиях фирма не может функционировать стабильно, то есть, терпит банкротство. Однако, как правило, постоянные затраты малы по сравнению с переменными (то есть, $b << a^2$) и играют роль, только в случае, когда оборотные средства малы.

При $b << a$ стационарные значения M равны

$$\widetilde{M_+} = Nq\frac{\tau}{\delta}(1 - \frac{\tilde{p}}{p_{cr}})\tilde{p}, \widetilde{M_-} = k\tilde{p}\frac{\tau}{\delta(p_{cr} - \tilde{p})}$$

Первое состояние $\widetilde{M_+}$ устойчиво и соответствует стабильному функционированию предприятия. Второе состояние $\widetilde{M_-}$ неустойчиво, так, что при $M < \widetilde{M_-}$ оборотные средства падают ($dM/dt < 0$), то есть, фирма идет к банкротству. По смыслу $\widetilde{M_-}$ соответствует начальному капиталу, необходимому для входа в рынок.

В обсуждаемой модели параметр δ всюду входит в сочетании с τ. Это значит, что уменьшение доли оборотных средств, вкладываемых в производство, эквивалентно удлинению производственного цикла. Поэтому мы в дальнейшем положим: $\delta = 1$, а параметр τ будем считать временем цикла, с учётом сказанного.

Выполнение лабораторной работы

Выполнение с помощью Julia

Случай 1:

```
using Plots
using DifferentialEquations

kr = 28
t1 = 28
p1 =  8.8
t2 = 18
p2 = 11.8
N = 38
q = 1

a1 = kr / (t1 * t1 * p1 * p1 * N * q)
a2 = kr / (t2 * t2 * p2 * p2 * N *q)
b = kr / (t1 * t1 * t2 * t2 * p1 * p1 * p2 * p2 * N * q)
c1 = (kr - p1) / (t1 * p1)
c2 = (kr - p2) / (t2 * p2)



function ode_fn(du, u, p, t)
```

```
    M1, M2 = u
    du[1] = u[1] - b / c1*u[1] * u[2] - a1 / c1*u[1] * u[1]
    du[2] = c2 / c1*u[2] - b / c1*u[1] * u[2] - a2 / c1*u[2] * u[2]
end

v0 = [3.8, 2.8]
tspan = (0.0, 28.0)
prob = ODEProblem(ode_fn, v0, tspan)
sol = solve(prob, dtmax = 0.05)
M1 = [u[1] for u in sol.u]
M2 = [u[2] for u in sol.u]
T = [t for t in sol.t]

plt = plot(
  dpi = 600,
  legend = true)

plot!(plt, T, M1, label = "Оборотные средства фирмы #1", color = :green)

plot!(plt, T, M2, label = "Оборотные средства фирмы #2", color = :red)

savefig(plt, "lab08_1.png")
```

Случай 2:

```
using Plots
using DifferentialEquations

kr = 28
t1 = 28
```

```
p1 =  8.8
t2 = 18
p2 = 11.8
N = 38
q = 1

a1 = kr / (t1 * t1 * p1 * p1 * N * q)
a2 = kr / (t2 * t2 * p2 * p2 * N *q)
b = kr / (t1 * t1 * t2 * t2 * p1 * p1 * p2 * p2 * N * q)
c1 = (kr - p1) / (t1 * p1)
c2 = (kr - p2) / (t2 * p2)


function ode_fn(du, u, p, t)
    M1, M2 = u
    du[1] = u[1] - b / c1 *u[1] * u[2] - a1 / c1*u[1] * u[1]
    du[2] = c2 / c1*u[2] - (b / c1 + 0.00073)*u[1] * u[2] - a2 / c1*u[2] * u[2]
end

v0 = [3.8, 2.8]
tspan = (0.0, 28.0)
prob = ODEProblem(ode_fn, v0, tspan)
sol = solve(prob, dtmax = 0.05)
M1 = [u[1] for u in sol.u]
M2 = [u[2] for u in sol.u]
T = [t for t in sol.t]

plt = plot(
  dpi = 600,
```

```
  legend = :topright)

plot!(plt, T, M1, label = "Оборотные средства фирмы #1", color = :green)

plot!(plt, T, M2, label = "Оборотные средства фирмы #2", color = :red)

savefig(plt, "lab08_2.png")
```

Полученные графики (рис. [-@fig:002] - [-@fig:003]).

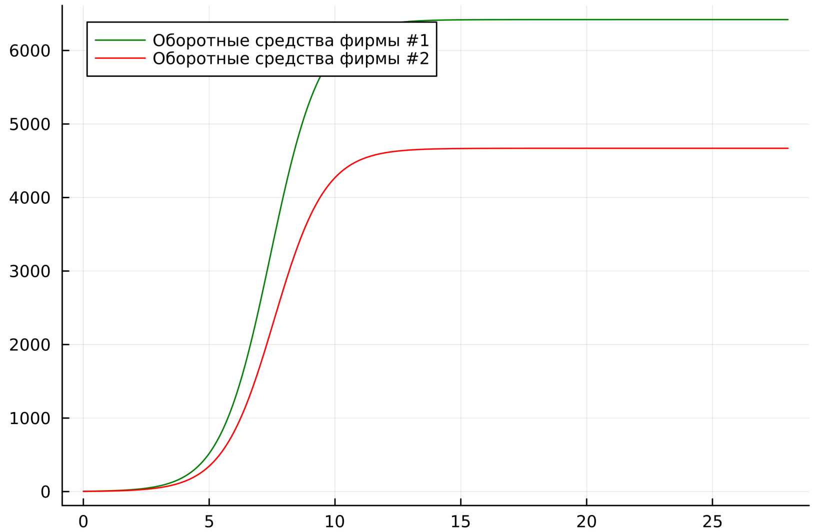

Рис. 1: Случай 1

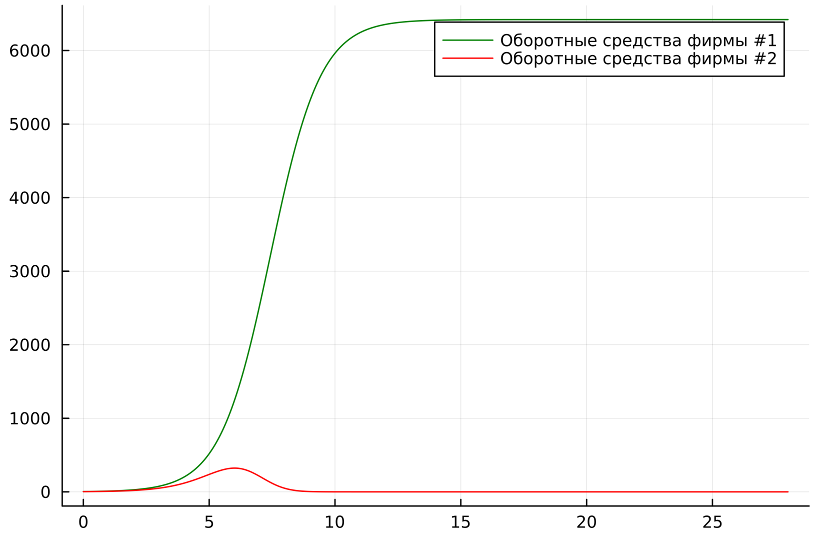

Рис. 2: Случай 2

Выполнение с помощью Open Modelica

Случай 1:

```
model lab08_1
Real kr = 28;
Real t1 = 28;
Real p1 = 8.8;
Real t2 = 18;
Real p2 = 11.8;
Real N = 38;
Real q = 1;

Real a1 = kr / (t1 * t1 * p1 * p1 * N * q);
Real a2 = kr / (t2 * t2 * p2 * p2 * N * q);
Real b = kr / (t1 * t1 * t2 * t2 * p1 * p1 * p2 * p2 * N * q);
Real c1 = (kr - p1) / (t1 * p1);
```

```
Real c2 = (kr - p2) / (t2 * p2);

Real M1;
Real M2;
initial equation
M1 = 3.8;
M2 = 2.8;
equation
der(M1) = M1 - b / c1 * M1 * M2 - a1 / c1 * M1 * M1;
der(M2) = c2 / c1 * M2 - b / c1 * M1 * M2 - a2 / c1 * M2 * M2;
end lab08_1;
```

Случай 2:

```
model lab08_2
Real kr = 28;
Real t1 = 28;
Real p1 = 8.8;
Real t2 = 18;
Real p2 = 11.8;
Real N = 38;
Real q = 1;

Real a1 = kr / (t1 * t1 * p1 * p1 * N * q);
Real a2 = kr / (t2 * t2 * p2 * p2 * N * q);
Real b = kr / (t1 * t1 * t2 * t2 * p1 * p1 * p2 * p2 * N * q);
Real c1 = (kr - p1) / (t1 * p1);
Real c2 = (kr - p2) / (t2 * p2);

Real M1;
```

```
Real M2;
initial equation
M1 = 3.8;
M2 = 2.8;
equation
der(M1) = M1 - b / c1 * M1 * M2 - a1 / c1 * M1 * M1;
der(M2) = c2 / c1 * M2 - (b / c1 + 0.00073) * M1 * M2 - a2 / c1 * M2 * M2;
end lab08_2;
```

Полученные графики (рис. [-@fig:004] - [-@fig:005]).

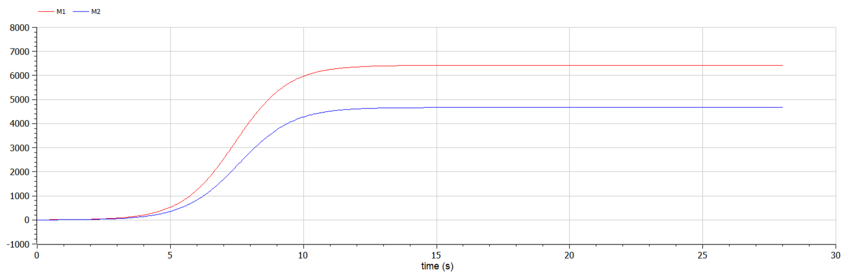

Рис. 3: Случай 1

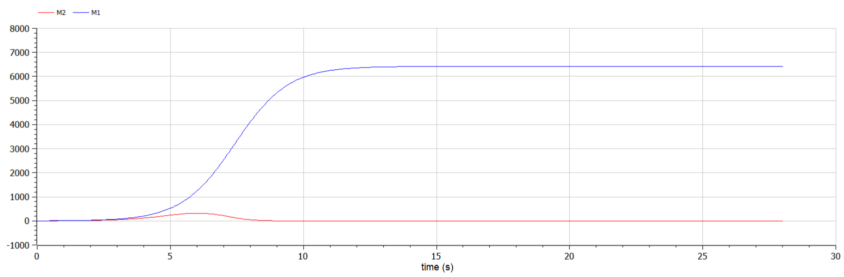

Рис. 4: Случай 2

Выводы

В ходе выполнения лабораторной работы была изучена модель конкуренции двух фирм и были построены графики изменения оборотных средств фирмы 1 и фирмы 2 для двух случаев на языках Julia и Modelica.

Список литературы

[1] Документация по Julia: https://docs.julialang.org/en/v1/

[2] Документация по OpenModelica: https://openmodelica.org/

[3] Решение дифференциальных уравнений: https://www.wolframalpha.com/