

# **Лабораторная работа №5**

**Модель хищник-жертва**

Крутова Екатерина Дмитриевна, НПИбд-01-21

# Содержание

<b>Цель работы</b>	<b>5</b>
<b>Задание</b>	<b>6</b>
<b>Теоретическое введение</b>	<b>7</b>
<b>Выполнение лабораторной работы</b>	<b>8</b>
Выполнение с помощью Julia . . . . .	8
Выполнение с помощью OpenModelica . . . . .	13
<b>Выводы</b>	<b>16</b>
<b>Список литературы</b>	<b>17</b>

## Список иллюстраций

1	Выбор варианта . . . . .	6
1	График численности хищников от численности жертв на языке Julia . . .	12
2	График численности жертв и хищников от времени на языке Julia . . . . .	12
3	Стационарное состояние на языке Julia . . . . .	13
4	График численности хищников от численности жертв на языке Modelica	14
5	График численности жертв и хищников от времени на языке Modelica . .	15
6	Стационарное состояние на языке Modelica . . . . .	15

## **Список таблиц**

## **Цель работы**

Изучить жесткую модель хищник-жертва и построить эту модель.

## Задание

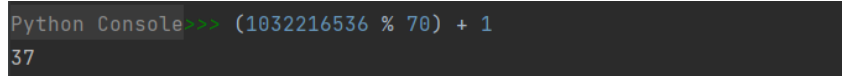
Для модели «хищник-жертва»:

$$\frac{dx}{dt} = -0.79x(t) + 0.078x(t)y(t)$$

$$\frac{dy}{dt} = 0.77y(t) - 0.076x(t)y(t)$$

Постройте график зависимости численности хищников от численности жертв, а также графики изменения численности хищников и численности жертв при следующих начальных условиях: \$ x\_0=9, y\_0=18 \$ . Найдите стационарное состояние системы.

В соответствии с формулой  $(S_n \bmod N) + 1$ , где  $S_n$  — номер студбилета,  $N$  — количество заданий, я взяла вариант 37 (рис. [-@fig:001]).



```
Python Console>>> (1032216536 % 70) + 1
37
```

Рис. 1: Выбор варианта

# Теоретическое введение

- Модель Лотки—Вольтерры — модель взаимодействия двух видов типа «хищник — жертва», названная в честь её авторов, которые предложили модельные уравнения независимо друг от друга. Такие уравнения можно использовать для моделирования систем «хищник — жертва», «паразит — хозяин», конкуренции и других видов взаимодействия между двумя видами. [1]

Данная двухвидовая модель основывается на следующих предположениях [1]:

- Численность популяции жертв  $x$  и хищников  $y$  зависят только от времени (модель не учитывает пространственное распределение популяции на занимаемой территории)
- В отсутствии взаимодействия численность видов изменяется по модели Мальтуса, при этом число жертв увеличивается, а число хищников падает
- Естественная смертность жертвы и естественная рождаемость хищника считаются несущественными
- Эффект насыщения численности обеих популяций не учитывается
- Скорость роста численности жертв уменьшается пропорционально численности хищников.

Данная модель описывается следующим уравнением:

$$\frac{dx}{dt} = -ax(t) + bx(t)y(t)$$

$$\frac{dy}{dt} = cy(t) + dx(t)y(t), \text{ где}$$

$a, d$  - коэффициенты смертности

$b, c$  - коэффициенты прироста популяции

# Выполнение лабораторной работы

## Выполнение с помощью Julia

Код программы для нестационарного состояния::

```
using Plots
using DifferentialEquations

x0 = 9
y0 = 18

a = 0.79
b = 0.087
c = 0.77
d = 0.076

function ode_fn(du, u, p, t)
    x, y = u
    du[1] = -a*u[1] + b * u[1] * u[2]
    du[2] = c * u[2] - d * u[1] * u[2]
end

v0 = [x0, y0]
```



```

tspan = (0.0, 60.0)
prob = ODEProblem(ode_fn, v0, tspan)
sol = solve(prob, dtmax=0.05)
X = [u[1] for u in sol.u]
Y = [u[2] for u in sol.u]
T = [t for t in sol.t]

```

```

plt = plot(
    dpi=300,
    legend=false)

```

```

plot!(
    plt,
    X,
    Y,
    color=:blue)

```

```

savefig(plt, "lab05ns1_jl.png")

```

```

plt2 = plot(
    dpi=300,
    legend=true)

```

```

plot!(
    plt2,
    T,
    X,
    label="Численность жертв",
    color=:red)

```

```

plot!(
    plt2,
    T,
    Y,
    label="Численность хищников",
    color=:green)

savefig(plt2, "lab05ns2_jl.png")

```

Код программы для стационарного состояния::

```

using Plots
using DifferentialEquations

a = 0.79
b = 0.087
c = 0.77
d = 0.076

x0 = c / d
y0 = a / b

function ode_fn(du, u, p, t)
    x, y = u
    du[1] = -a*u[1] + b * u[1] * u[2]
    du[2] = c * u[2] - d * u[1] * u[2]
end

v0 = [x0, y0]

```

```

tspan = (0.0, 60.0)
prob = ODEProblem(ode_fn, v0, tspan)
sol = solve(prob, dtmax=0.05)
X = [u[1] for u in sol.u]
Y = [u[2] for u in sol.u]
T = [t for t in sol.t]

```

```

plt2 = plot(
    dpi=300,
    legend=true)

```

```

plot!(
    plt2,
    T,
    X,
    label="Численность жертв",
    color=:red)

```

```

plot!(
    plt2,
    T,
    Y,
    label="Численность хищников",
    color=:green)

```

```

savefig(plt2, "lab05s_jl.png")

```

Полученные графики (рис. [-@fig:002] - [-@fig:004]).

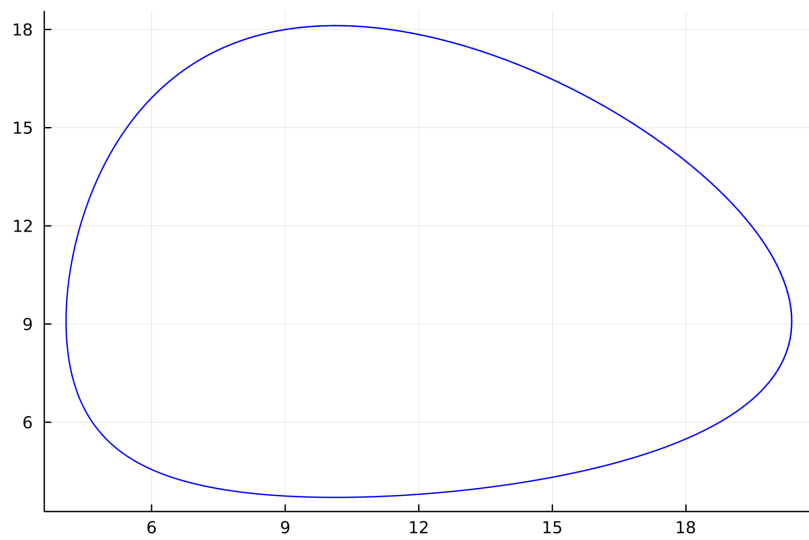


Рис. 1: График численности хищников от численности жертвна языке Julia

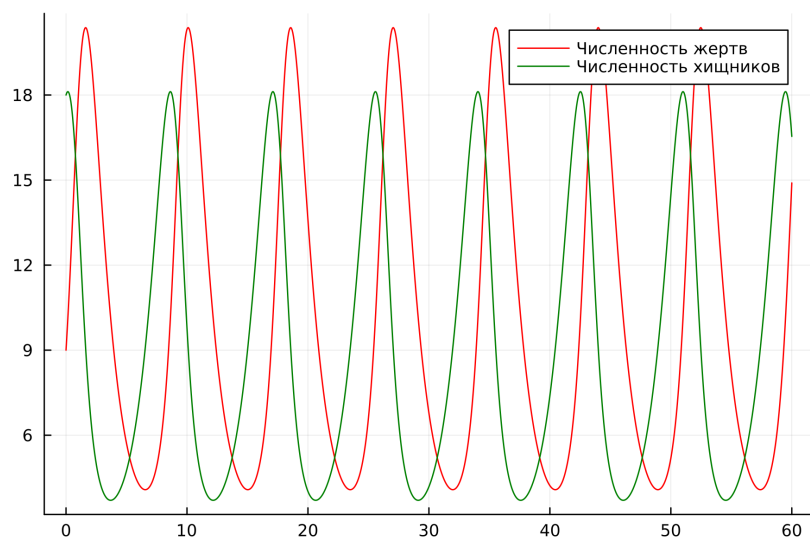


Рис. 2: График численности жертв и хищников от времени языке Julia

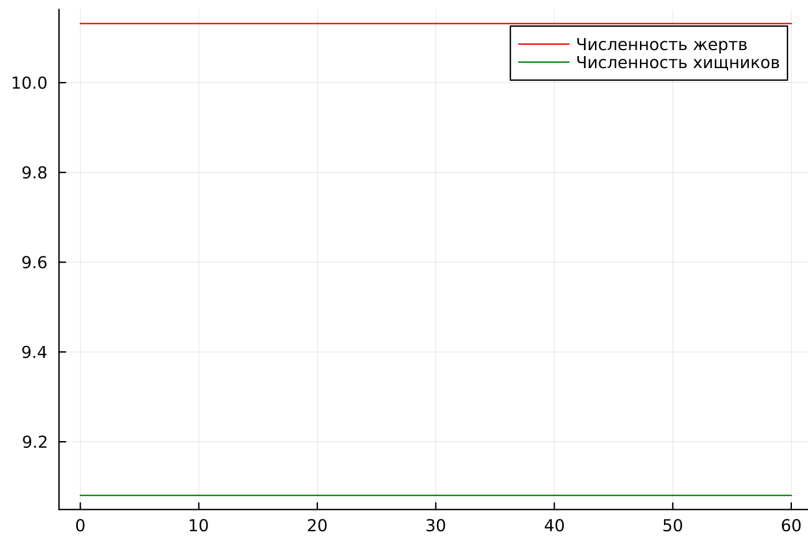


Рис. 3: Стационарное состояние на языке Julia

## Выполнение с помощью OpenModelica

Код программы для нестационарного состояния::

```
model lab05_1
Real a = 0.79;
Real b = 0.087;
Real c = 0.77;
Real d = 0.076;
Real x;
Real y;
initial equation
x = 9;
y = 18;
equation
der(x) = -a*x + b*x*y;
der(y) = c*y - d*x*y;
```

```
end lab05_1;
```

Код программы для стационарного состояния::

```
model lab05_2
Real a = 0.79;
Real b = 0.087;
Real c = 0.77;
Real d = 0.076;
Real x;
Real y;
initial equation
x = c/d;
y = a/b;
equation
der(x) = -a*x + b*x*y;
der(y) = c*y - d*x*y;
end lab05_2;
```

Полученные графики (рис. [-@fig:005] - [-@fig:007]).

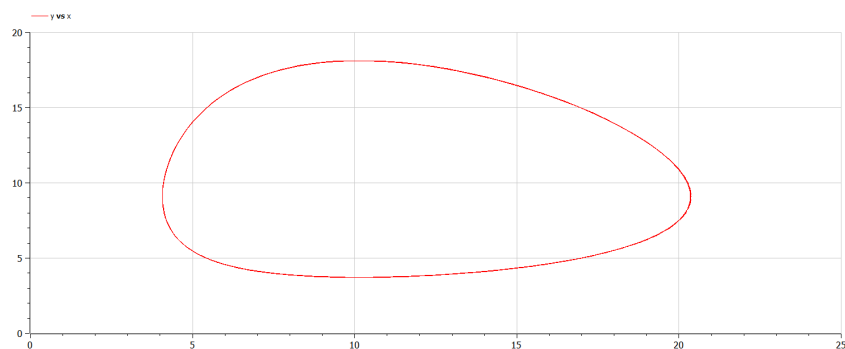


Рис. 4: График численности хищников от численности жертв на языке Modelica

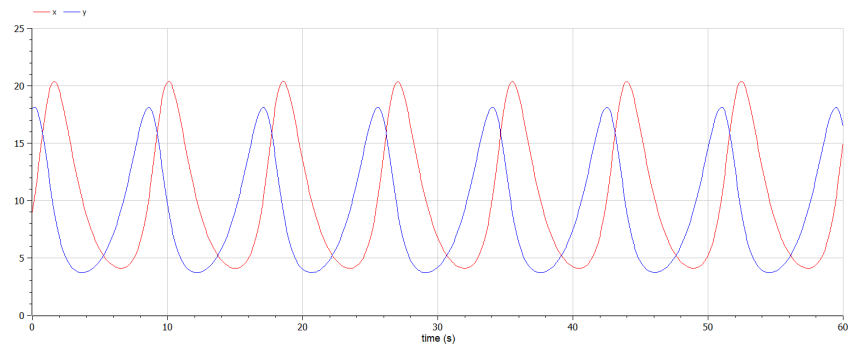


Рис. 5: График численности жертв и хищников от времени на языке Modelica

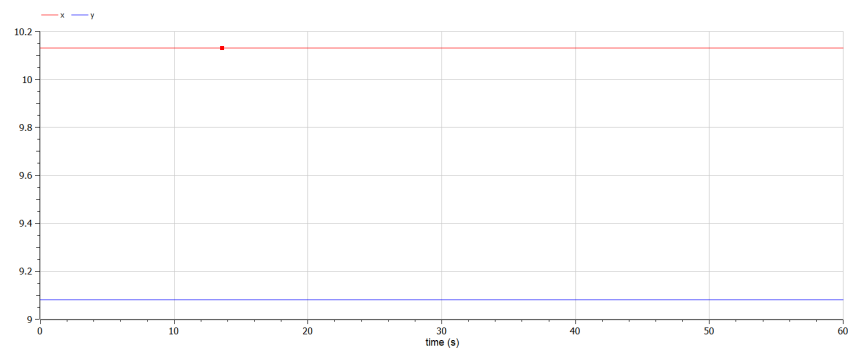


Рис. 6: Стационарное состояние на языке Modelica

## **Выводы**

В итоге проделанной работы была изучена модель хищник-жертва, и мы построили график зависимости численности хищников от численности жертв, а также графики изменения численности хищников и численности жертв на языках Julia и OpenModelica.



## Список литературы

- [1] Документация по Julia: <https://docs.julialang.org/en/v1/>
- [2] Документация по OpenModelica: <https://openmodelica.org/>
- [3] Решение дифференциальных уравнений: <https://www.wolframalpha.com/>
- [4] Модель Лотки—Вольтерры: [https://math-it.petsu.ru/users/semenova/MathECO/Lectures/Lotka\\_Volterra/](https://math-it.petsu.ru/users/semenova/MathECO/Lectures/Lotka_Volterra/)