

# **Лабораторная работа №6**

## **Модель эпидемии**

Крутова Екатерина Дмитриевна, НПИбд-01-21

# Содержание

<b>Цель работы</b>	<b>5</b>
<b>Задание</b>	<b>6</b>
<b>Теоретическое введение</b>	<b>7</b>
<b>Выполнение лабораторной работы</b>	<b>9</b>
Выполнение с помощью Julia . . . . .	9
Выполнение с помощью OpenModelica . . . . .	13
<b>Выводы</b>	<b>16</b>
<b>Список литературы</b>	<b>17</b>

## Список иллюстраций

1	Выбор варианта . . . . .	6
1	система 1 . . . . .	7
2	система 2 . . . . .	8
1	Графики численности особей трех групп S, I, R, построенные на Julia, для случая, когда больные изолированы . . . . .	13
2	Графики численности особей трех групп S, I, R, построенные на Julia, для случая, когда больные могут заражать особей группы S . . . . .	13
3	Графики численности особей трех групп S, I, R, построенные на Modelica, для случая, когда больные изолированы . . . . .	15
4	Графики численности особей трех групп S, I, R, построенные на Modelica, для случая, когда больные могут заражать особей группы S . . . . .	15

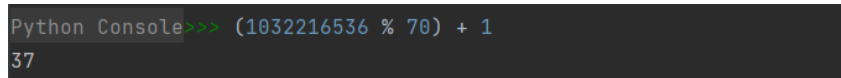
## **Список таблиц**

## **Цель работы**

Изучить и построить модель эпидемии.

## Задание

В соответствии с формулой  $(S_n \bmod N) + 1$ , где  $S_n$  — номер студбилета,  $N$  — количество заданий, я взяла вариант 37 (рис. [-@fig:001]).



```
Python Console>>> (1032216536 % 70) + 1
37
```

Рис. 1: Выбор варианта

На одном острове вспыхнула эпидемия. Известно, что из всех проживающих на острове ( $N=12\,600$ ) в момент начала эпидемии ( $t=0$ ) число заболевших людей (являющихся распространителями инфекции)  $I(0)=160$ , А число здоровых людей с иммунитетом к болезни  $R(0)=56$ . Таким образом, число людей восприимчивых к болезни, но пока здоровых, в начальный момент времени  $S(0)=N-I(0)-R(0)$ .

Постройте графики изменения числа особей в каждой из трех групп. Рассмотрите, как будет протекать эпидемия в случае:

- 1) если  $I(0) \leq I^*$ ,
- 2) если  $I(0) > I^*$ .

## Теоретическое введение

Рассмотрим простейшую модель эпидемии. Предположим, что некая популяция, состоящая из  $N$  особей, (считаем, что популяция изолирована) подразделяется на три группы. Первая группа - это восприимчивые к болезни, но пока здоровые особи, обозначим их через  $S(t)$ . Вторая группа – это число инфицированных особей, которые также при этом являются распространителями инфекции, обозначим их  $I(t)$ . А третья группа, обозначаемая через  $R(t)$  – это здоровые особи с иммунитетом к болезни. До того, как число заболевших не превышает критического значения  $I$ , считаем, что все больные изолированы и не заражают здоровых. Когда  $I(t) > I$ , тогда инфицирование способны заражать восприимчивых к болезни особей. Таким образом, скорость изменения числа  $S(t)$  меняется по следующему закону:

$$\frac{dS}{dt} = \begin{cases} -\alpha S, & \text{если } I(t) > I^* \\ 0, & \text{если } I(t) \leq I^* \end{cases}$$

Рис. 1: система 1

Поскольку каждая восприимчивая к болезни особь, которая, в конце концов, заболевает, сама становится инфекционной, то скорость изменения числа инфекционных особей представляет разность за единицу времени между заразившимися и теми, кто уже болеет и лечится, т.е.:

$$\frac{dI}{dt} = \begin{cases} \alpha S - \beta I, & \text{если } I(t) > I^* \\ -\beta I, & \text{если } I(t) \leq I^* \end{cases}$$

Рис. 2: система 2



# Выполнение лабораторной работы

## Выполнение с помощью Julia

Случай, если если  $I(0) \leq I^*$ :

```
using Plots
using DifferentialEquations

N = 12600
I0 = 160 # заболевшие особи
R0 = 56 # особи с иммунитетом
S0 = N - I0 - R0 # здоровые, но восприимчивые особи
alpha = 0.01 # коэффициент заболеваемости
beta = 0.02 # коэффициент выздоровления

#I0 <= I*
function ode_fn(du, u, p, t)
    S, I, R = u
    du[1] = 0
    du[2] = -beta*u[2]
    du[3] = beta*I
end

v0 = [S0, I0, R0]
```

```

tspan = (0.0, 60.0)
prob = ODEProblem(ode_fn, v0, tspan)
sol = solve(prob, dtmax = 0.05)
S = [u[1] for u in sol.u]
I = [u[2] for u in sol.u]
R = [u[3] for u in sol.u]
T = [t for t in sol.t]
plt = plot(
    dpi = 600,
    legend = :topright)
plot!(
    plt,
    T,
    S,
    label = "Восприимчивые особи",
    color = :blue)
plot!(
    plt,
    T,
    I,
    label = "Инфицированные особи",
    color = :green)
plot!(
    plt,
    T,
    R,
    label = "Особи с иммунитетом",
    color = :red)

```

```
savefig(plt, "lab06_1.png")
```

Случай, если если  $I(0) > I^*$ :

```
using Plots
```

```
using DifferentialEquations
```

```
N = 12600
```

```
I0 = 160 # заболевшие особи
```

```
R0 = 56 # особи с иммунитетом
```

```
S0 = N - I0 - R0 # здоровые, но восприимчивые особи
```

```
alpha = 0.01 # коэффициент заболеваемости
```

```
beta = 0.02 # коэффициент выздоровления
```

```
#I0 > I*
```

```
function ode_fn(du, u, p, t)
```

```
    S, I, R = u
```

```
    du[1] = -alpha*u[1]
```

```
    du[2] = alpha*u[1] - beta*u[2]
```

```
    du[3] = beta*I
```

```
end
```

```
v0 = [S0, I0, R0]
```

```
tspan = (0.0, 120.0)
```

```
prob = ODEProblem(ode_fn, v0, tspan)
```

```
sol = solve(prob, dtmax=0.05)
```

```
S = [u[1] for u in sol.u]
```

```
I = [u[2] for u in sol.u]
```

```
R = [u[3] for u in sol.u]
```

```
T = [t for t in sol.t]
```

```

plt = plot(
    dpi=600,
    legend=:right)

plot!(
    plt,
    T,
    S,
    label="Восприимчивые особи",
    color=:blue)
plot!(
    plt,
    T,
    I,
    label="Инфицированные особи",
    color=:green)
plot!(
    plt,
    T,
    R,
    label="Особи с иммунитетом",
    color=:red)

savefig(plt, "lab06_2.png")

```

Полученные графики (рис. [-@fig:004] - [-@fig:005]).

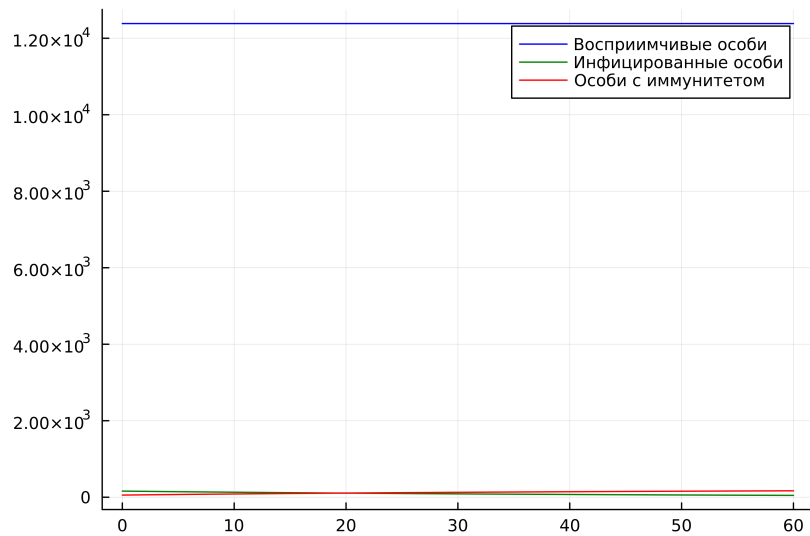


Рис. 1: Графики численности особей трех групп S, I, R, построенные на Julia, для случая, когда больные изолированы

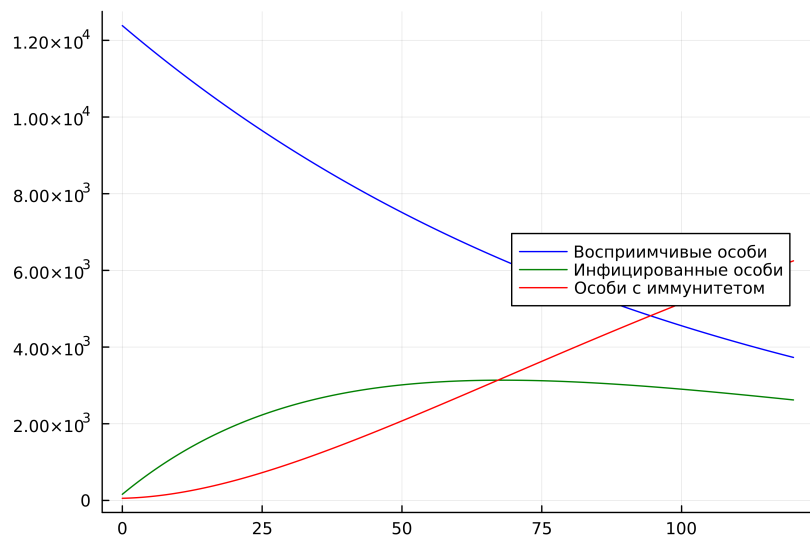


Рис. 2: Графики численности особей трех групп S, I, R, построенные на Julia, для случая, когда больные могут заражать особей группы S

## Выполнение с помощью OpenModelica

Случай, если  $I(0) \leq I^*$ :

```

model lab06_1
Real N = 12600;
Real I;
Real R;
Real S;
Real alpha = 0.01;
Real beta = 0.02;
initial equation
I = 160;
R = 56;
S = N - I - R;
equation
der(S) = 0;
der(I) = -beta*I;
der(R) = beta*I;
end lab06_1;

```

Случай, если если  $I(0) > I^*$ :

```

model lab06_2
Real N = 12600;
Real I;
Real R;
Real S;
Real alpha = 0.01;
Real beta = 0.02;
initial equation
I = 160;
R = 56;
S = N - I - R;

```

```

equation
der(S) = -alpha*S;
der(I) = alpha*S - beta*I;
der(R) = beta*I;
end lab06_2;

```

Полученные графики (рис. [-@fig:006] - [-@fig:007]).

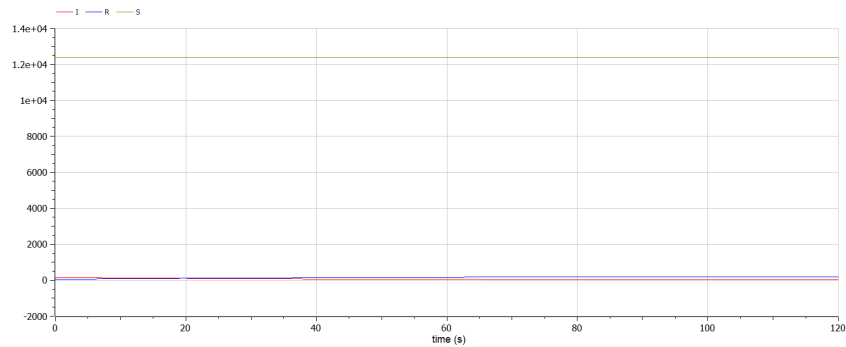


Рис. 3: Графики численности особей трех групп S, I, R, построенные на Modelica, для случая, когда больные изолированы

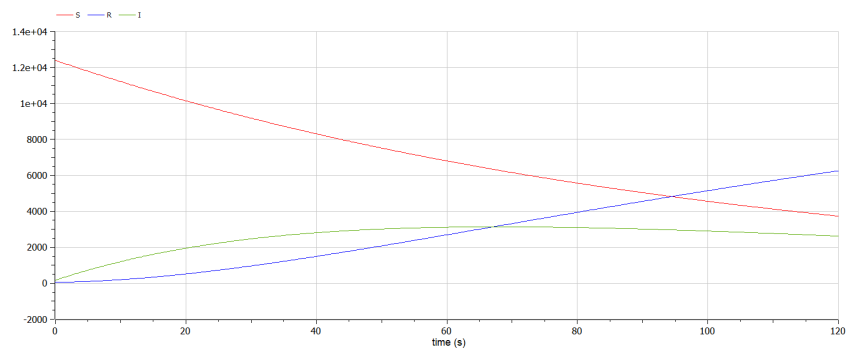


Рис. 4: Графики численности особей трех групп S, I, R, построенные на Modelica, для случая, когда больные могут заражать особей группы S

## Выводы

В ходе выполнения лабораторной работы была изучена модель эпидемии и построена модель на языках Julia и Open Modelica. В итоге проделанной работы мы построили графики зависимости численности особей трех групп S, I, R для случаев, когда больные изолированы и когда они могут заражать особей группы S.



## Список литературы

- [1] Документация по Julia: <https://docs.julialang.org/en/v1/>
- [2] Документация по OpenModelica: <https://openmodelica.org/>
- [3] Решение дифференциальных уравнений: <https://www.wolframalpha.com/>
- [4] Конструирование эпидемиологических моделей: <https://habr.com/ru/post/551682/>