Лабораторная работа №5

Модель хищник-жертва

Крутова Екатерина Дмитриевна, НПИбд-01-21

Содержание

# Цель работы

Изучить жесткую модель хищник-жертва и построить эту модель.

# Задание

Для модели «хищник-жертва»:

Постройте график зависимости численности хищников от численности жертв, а также графики изменения численности хищников и численности жертв при следующих начальных условиях: $ x\_0=9, y\_0=18 $ . Найдите стационарное состояние системы.

В соответствии с формулой (Sn mod N)+1, где Sn — номер студбилета, N — количество заданий, я взяла вариант 37 (рис. [-@fig:001]).

Выбор варианта

Выбор варианта

# Теоретическое введение

* Модель Лотки—Вольтерры — модель взаимодействия двух видов типа «хищник — жертва», названная в честь её авторов, которые предложили модельные уравнения независимо друг от друга. Такие уравнения можно использовать для моделирования систем «хищник — жертва», «паразит — хозяин», конкуренции и других видов взаимодействия между двумя видами. [1]

Данная двувидовая модель основывается на следующих предположениях [1]:

* Численность популяции жертв x и хищников y зависят только от времени (модель не учитывает пространственное распределение популяции на занимаемой территории)
* В отсутствии взаимодействия численность видов изменяется по модели Мальтуса, при этом число жертв увеличивается, а число хищников падает
* Естественная смертность жертвы и естественная рождаемость хищника считаются несущественными
* Эффект насыщения численности обеих популяций не учитывается
* Скорость роста численности жертв уменьшается пропорционально численности хищников.

Данная модель описывается следующим уравнением:

, где

a, d - коэффициенты смертности

b, c - коэффициенты прироста популяции

# Выполнение лабораторной работы

## Выполнение с помощью Julia

Код программы для нестационарного состояния::

using Plots  
using DifferentialEquations  
  
x0 = 9  
y0 = 18  
  
a = 0.79  
b = 0.087  
c = 0.77  
d = 0.076  
  
  
function ode\_fn(du, u, p, t)  
 x, y = u  
 du[1] = -a\*u[1] + b \* u[1] \* u[2]  
 du[2] = c \* u[2] - d \* u[1] \* u[2]  
end  
  
v0 = [x0, y0]  
tspan = (0.0, 60.0)  
prob = ODEProblem(ode\_fn, v0, tspan)  
sol = solve(prob, dtmax=0.05)  
X = [u[1] for u in sol.u]  
Y = [u[2] for u in sol.u]  
T = [t for t in sol.t]  
  
plt = plot(  
 dpi=300,  
 legend=false)  
  
plot!(  
 plt,  
 X,  
 Y,  
 color=:blue)  
  
savefig(plt, "lab05ns1\_jl.png")  
  
plt2 = plot(  
 dpi=300,  
 legend=true)  
  
plot!(  
 plt2,  
 T,  
 X,  
 label="Численность жертв",  
 color=:red)  
  
plot!(  
 plt2,  
 T,  
 Y,  
 label="Численность хищников",  
 color=:green)  
  
savefig(plt2, "lab05ns2\_jl.png")

Код программы для стационарного состояния::

using Plots  
using DifferentialEquations  
  
a = 0.79  
b = 0.087  
c = 0.77  
d = 0.076  
  
x0 = c / d   
y0 = a / b   
  
function ode\_fn(du, u, p, t)  
 x, y = u  
 du[1] = -a\*u[1] + b \* u[1] \* u[2]  
 du[2] = c \* u[2] - d \* u[1] \* u[2]  
end  
  
v0 = [x0, y0]  
tspan = (0.0, 60.0)  
prob = ODEProblem(ode\_fn, v0, tspan)  
sol = solve(prob, dtmax=0.05)  
X = [u[1] for u in sol.u]  
Y = [u[2] for u in sol.u]  
T = [t for t in sol.t]  
  
plt2 = plot(  
 dpi=300,  
 legend=true)  
  
plot!(  
 plt2,  
 T,  
 X,  
 label="Численность жертв",  
 color=:red)  
  
plot!(  
 plt2,  
 T,  
 Y,  
 label="Численность хищников",  
 color=:green)  
  
savefig(plt2, "lab05s\_jl.png")

Полученные графики (рис. [-@fig:002] - [-@fig:004]).

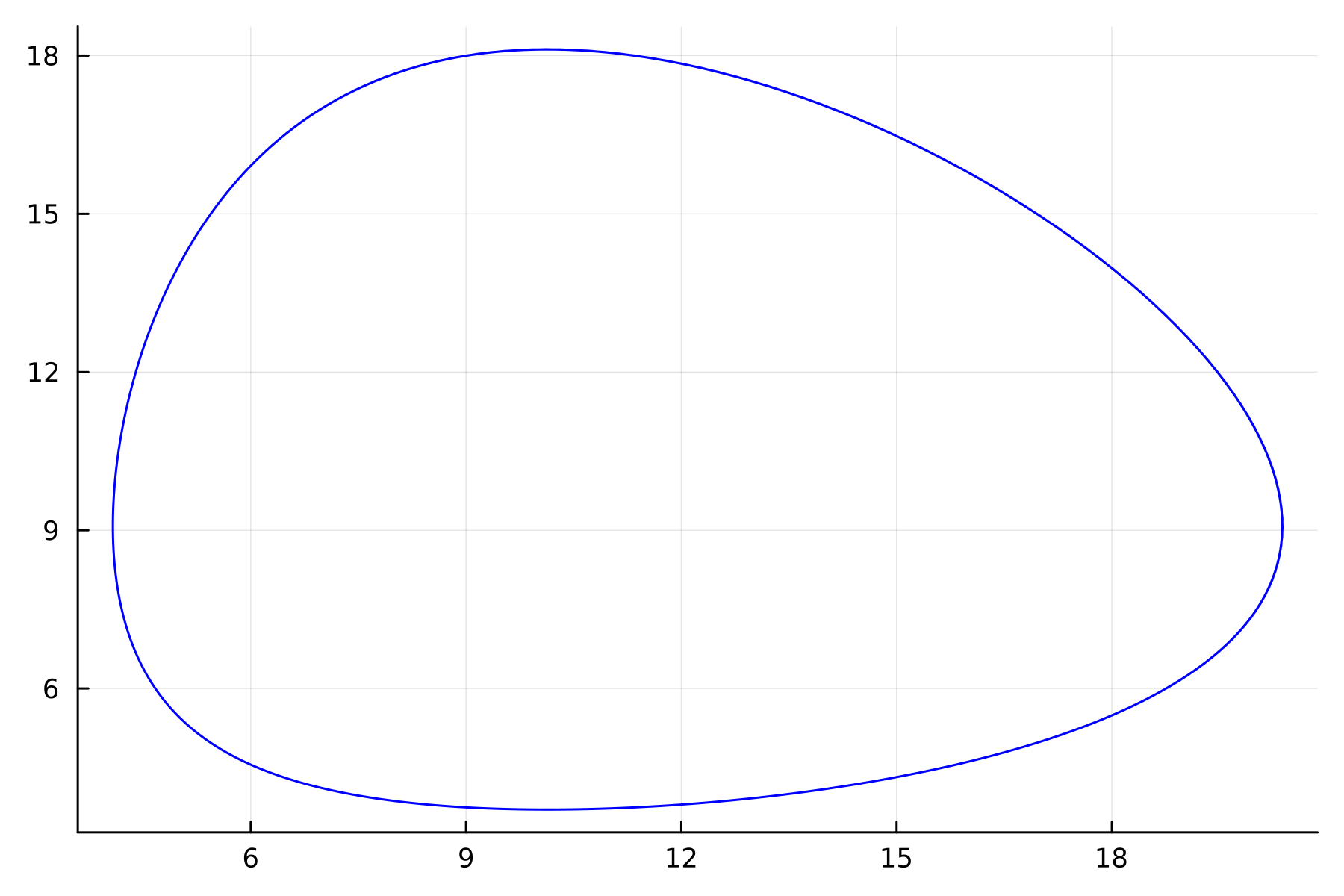


График численности хищников от численности жертвна языке Julia

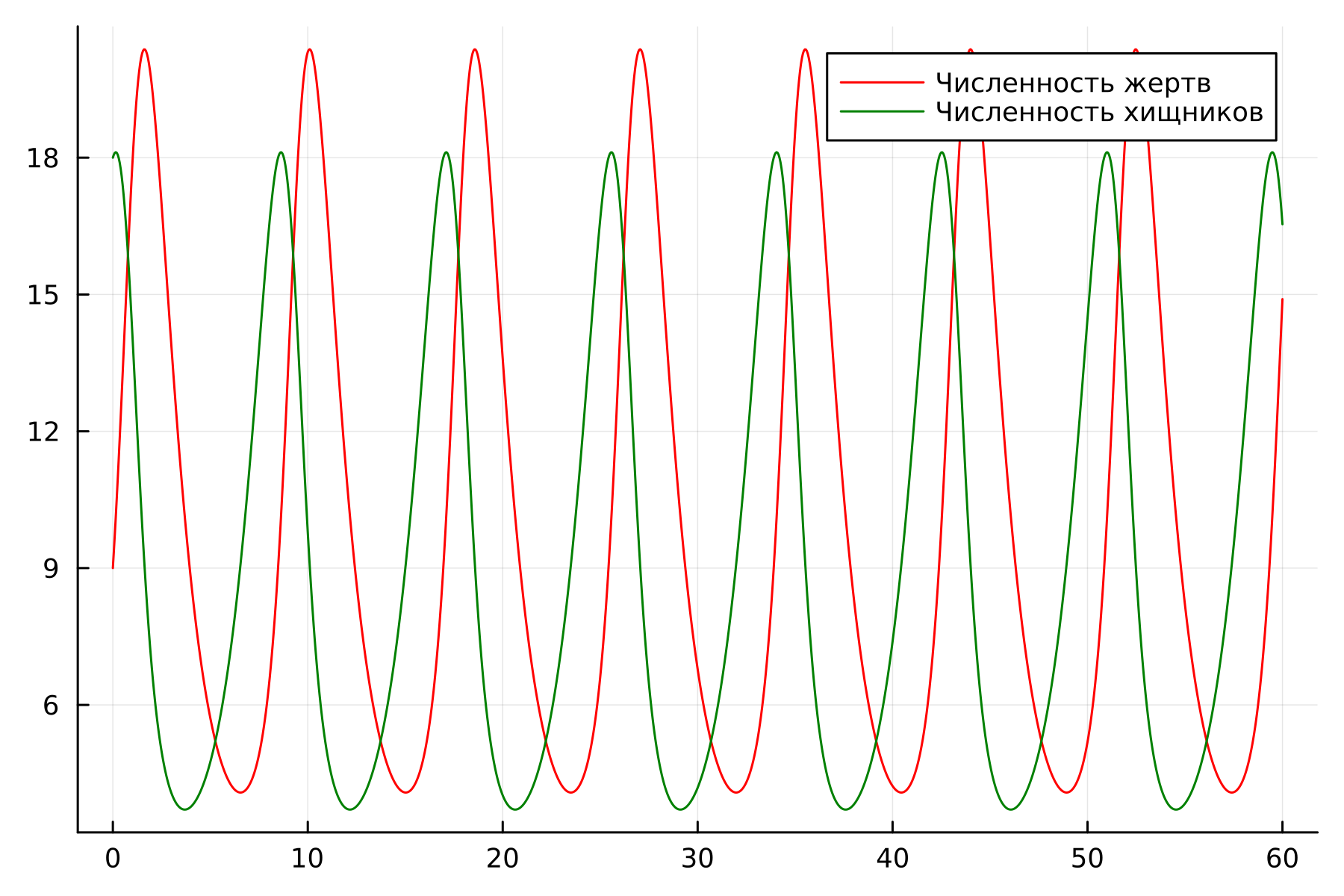
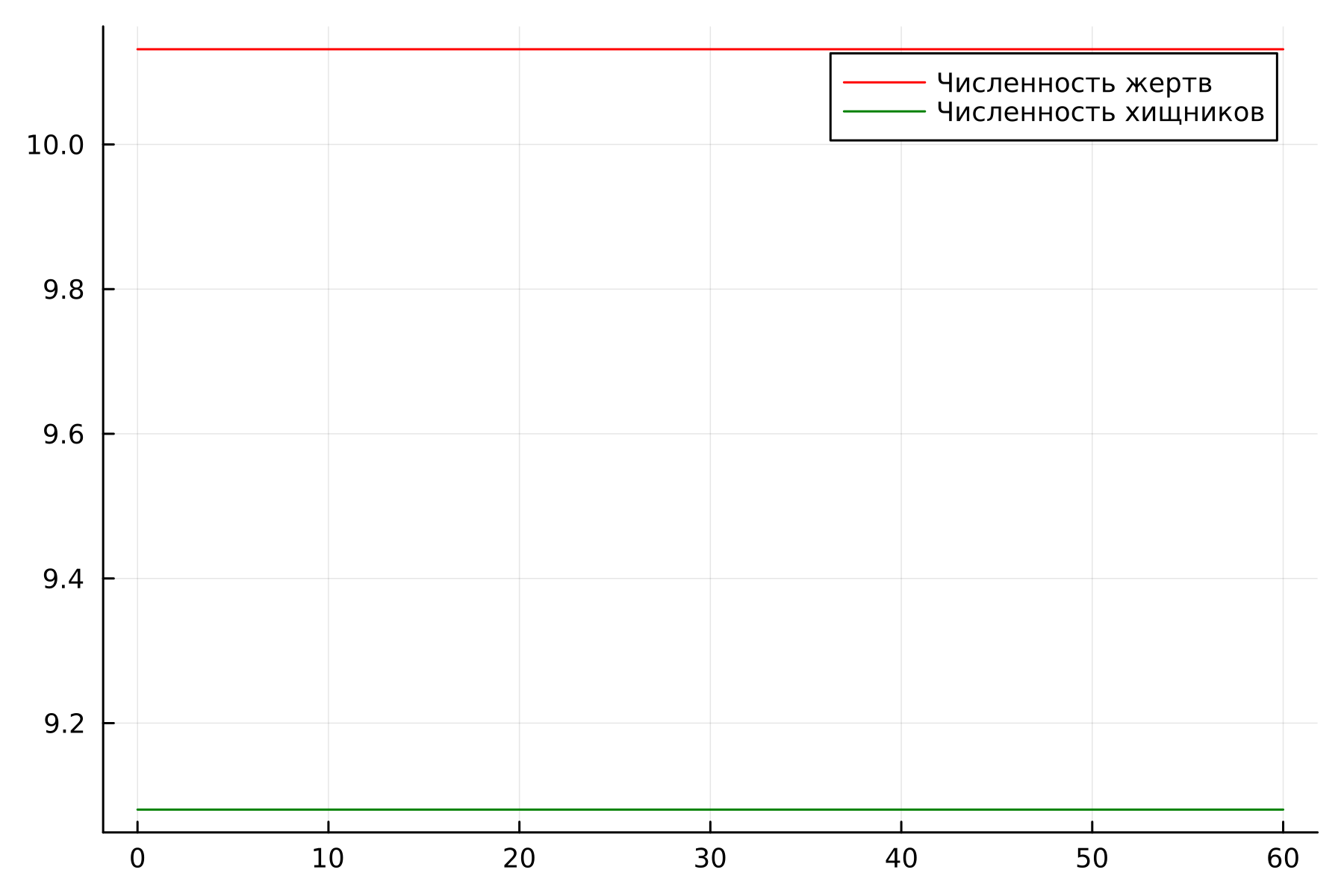


График численности жертв и хищников от времени языке Julia



Стационарное состояние на языке Julia

## Выполнение с помощью OpenModelica

Код программы для нестационарного состояния::

model lab05\_1  
Real a = 0.79;  
Real b = 0.087;  
Real c = 0.77;  
Real d = 0.076;  
Real x;  
Real y;  
initial equation  
x = 9;  
y = 18;  
equation  
der(x) = -a\*x + b\*x\*y;  
der(y) = c\*y - d\*x\*y;  
end lab05\_1;

Код программы для стационарного состояния::

model lab05\_2  
Real a = 0.79;  
Real b = 0.087;  
Real c = 0.77;  
Real d = 0.076;  
Real x;  
Real y;  
initial equation  
x = c/d;  
y = a/b;  
equation  
der(x) = -a\*x + b\*x\*y;  
der(y) = c\*y - d\*x\*y;  
end lab05\_2;

Полученные графики (рис. [-@fig:005] - [-@fig:007]).

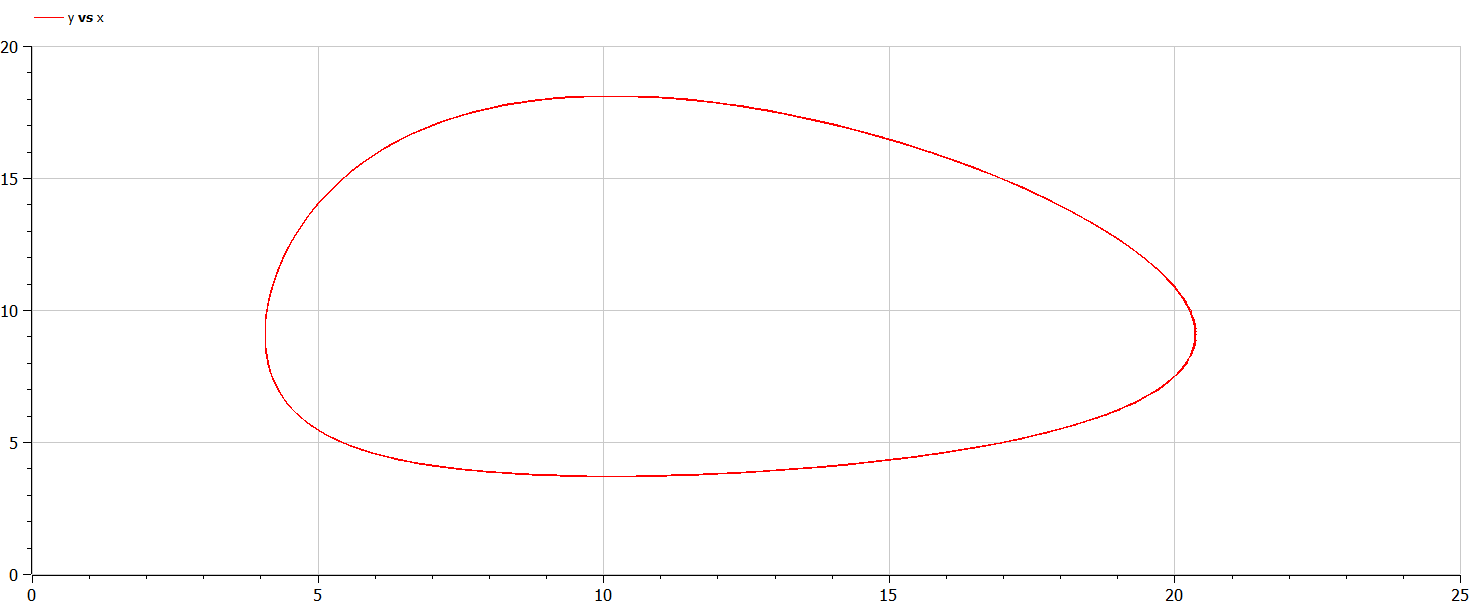


График численности хищников от численности жертв на языке Modelica

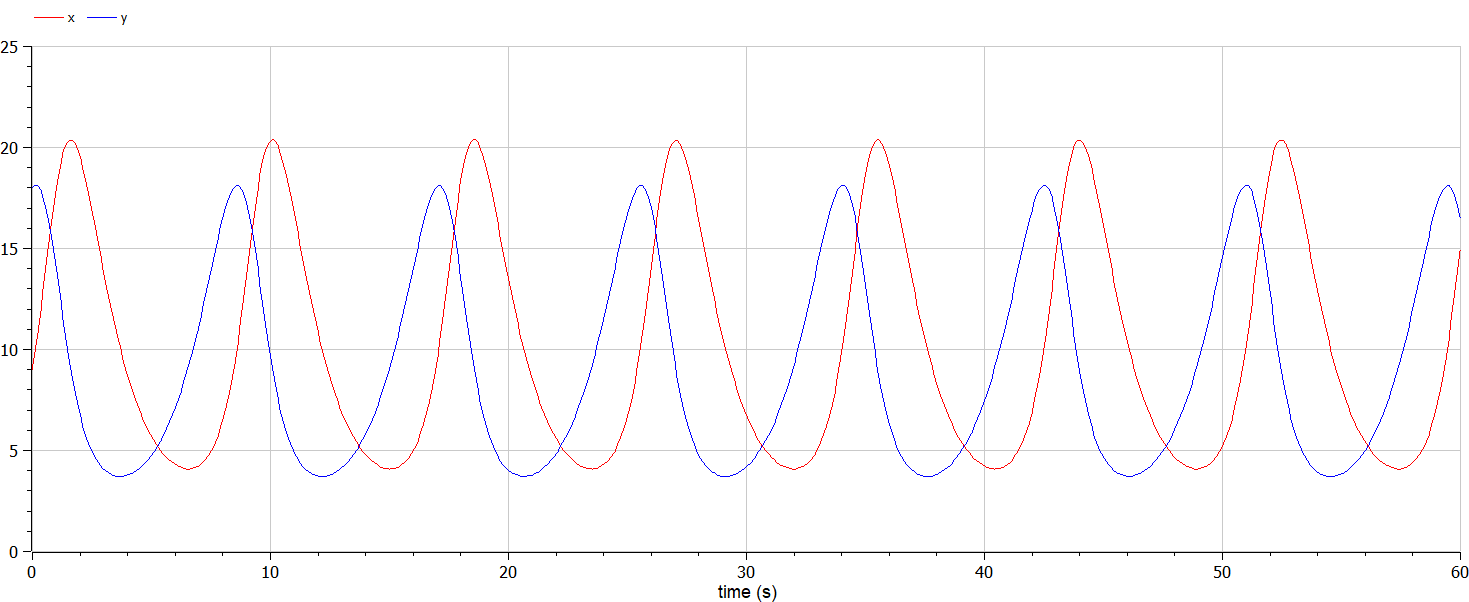
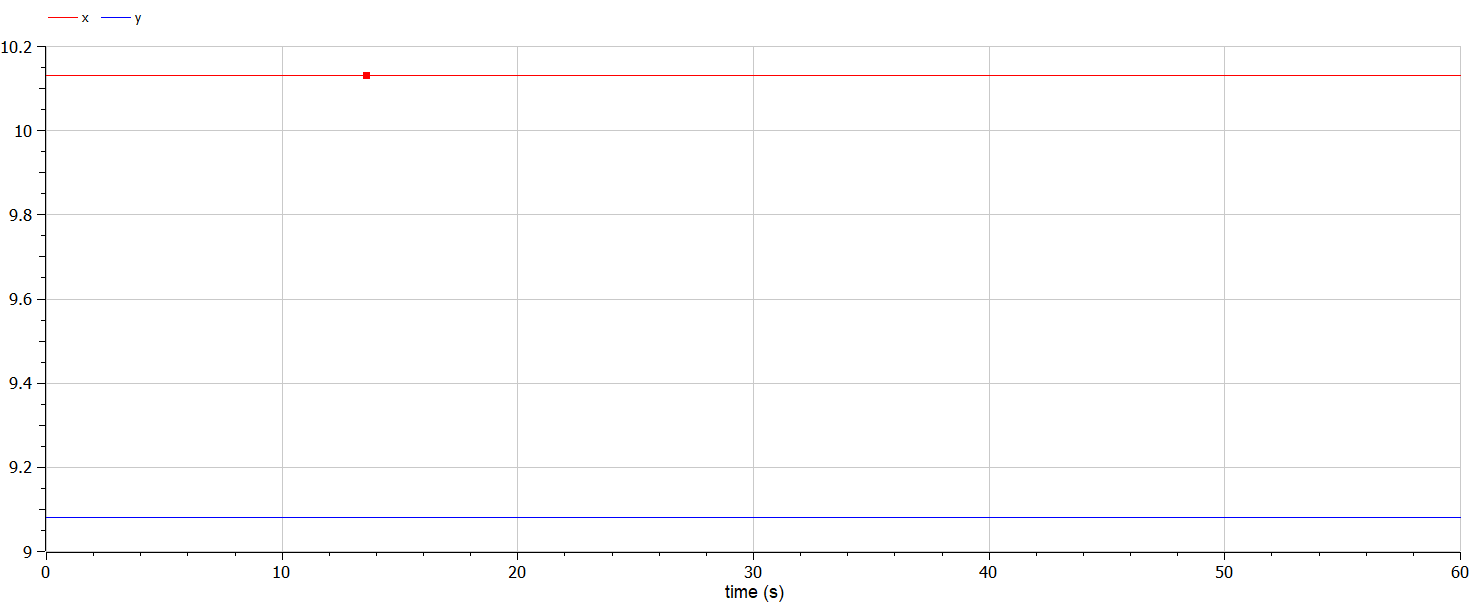


График численности жертв и хищников от времени на языке Modelica



Стационарное состояние на языке Modelica

# Выводы

В итоге проделанной работы была изучена модель хищник-жертва, и мы построили график зависимости численности хищников от численности жертв, а также графики изменения численности хищников и численности жертв на языках Julia и OpenModelica.

# Список литературы

[1] Документация по Julia: https://docs.julialang.org/en/v1/

[2] Документация по OpenModelica: https://openmodelica.org/

[3] Решение дифференциальных уравнений: https://www.wolframalpha.com/

[4] Модель Лотки—Вольтерры: https://math-it.petrsu.ru/users/semenova/MathECO/Lections/Lotka\_Volterra.pdf