**Текущий список вопросов к экзамену**

**по математическому анализу**

**за второй семестр (2025)**

1. Теорема Римана об интегрируемости непрерывной на отрезке функции.

2.Определение функции, непрерывной на отрезке. Верно ли, что в граничных точках отрезка функция может иметь лишь устранимый разрыв или разрыв второго рода? Объясните.

3. Следствие из теоремы Римана об интегрируемости на отрезке функции, имеющей лишь устранимые разрывы.

4. Следствие из теоремы Римана об интегрируемости на отрезке функции, имеющей лишь устранимые разрывы и конечное число разрывов первого рода.

5. Объясните, почему функция, имеющая на отрезке бесконечные разрывы второго рода, не интегрируема по Риману на этом отрезке.

6. Объясните, почему функция не интегрируема по Риману на бесконечном отрезке --- луче.

7. Дайте определение несобственного интеграла первого рода.

8. Дайте определение несобственного интеграла второго рода.

9. Признак сравнения для несобственных интегралов.

10. Признак сравнения для несобственных интегралов в предельной форме.

11. Признак Дирихле для несобственных интегралов.

12. Признак Абеля для несобственных интегралов.

13. Признак абсолютной сходимости для несобственных интегралов.

14. Формула «По частям» для несобственных интегралов.

15. Замена переменной в несобственных интегралах.

16. Что такое сходящийся (расходящийся) несобственный интеграл? Примеры.

17. Несобственные интегралы I и II родов от x^a. Когда сходятся? Когда расходятся?

18. Главное значение несобственного интеграла первого рода.

19. Главное значение несобственного интеграла второго рода.

20. Теорема о равенстве несобственного интеграла и его главного значения.

21. Пример расходящегося несобственного интеграла, главное значение которого сходится.

22. Предел функции многих переменных по Коши.

23. Теорема о представлении функции многих переменных, имеющей предел в точке, в виде суммы константы и бесконечно малой.

24. Теорема об арифметических действиях со сходящимися функциями.

25. Компакт: определение, примеры.

26. Ограниченное множество.

27. Открытые и замкнутые множества.

28. Непрерывная в области функция.

29. Первая теорема Больцано-Коши (о достижимости нуля).

30. Лемма Бореля.

31. Пример функции многих переменных.

32. Вторая теорема Больцано-Коши (о достижимости любого промежуточного значения)

33. Теорема Больцано-Вейерштрасса о выделении сходящейся подпоследовательности точек в пространстве многих переменных.

34. Теорема о сохранении знака для функции многих переменных.

35. Первая теорема Вейерштрасса об ограниченности на компакте.

36. Вторая теорема Вейерштрасса о достижимости верхней и нижней граней.

37. Теорема Кантора о равномерной непрерывности для функций многих переменных.

38. Пример функции, не имеющей предела в точке, для которой в этой точке есть предел при достижимости по любой прямой.

39. Пример функции, имеющей в точке общий предел, но не имеющей ни одного из двух повторных пределов.

40. Определение частной производной.

41. Определение дифференцируемой функции многих переменных.

42. Дифференциал (полный) для функции многих переменных.

42.5. Свойства дифференциала. Дифференциал суммы, разности, произведения, частного.

42.55. Выражение полного дифференциала через частные производные.

42. 555. Различие между d прямым и d круглым. Пример функции, для которой существуют оба вида производных (частная и полная), не равные друг другу.

43. Первое необходимое условие дифференцируемости функции многих переменных --- через частные производные.

44. Связь между непрерывностью и дифференцируемостью для функции многих переменных.

44.5. Пример функции двух переменных, имеющей обе частных производных, но при этом разрывной --- так что не дифференцируемой.

45. Достаточное условие дифференцируемости для функции многих переменных.

46. Теорема Ролля для функции многих переменных.

47. Дифференциалы высших порядков для для функции многих переменных.

48. Оператор Гамильтона. Выражение для дифференциала высшего порядка через оператор Гамильтона.

49. Производная сложной функции многих переменных.

50. Частные производные высших порядков для функции многих переменных.

51. Смешанные производные.

52. Теорема о равенстве смешанных производных.

53. Приращение функции по обеим переменным. Независимость результата от порядка приращения.

54. Параметр «тетта» в теореме Лагранжа. Выражение промежуточного аргумента через крайние с помощью тетта.

55. Запись формулы Тейлора через дифференциалы высших порядков.

56. Градиент функции многих переменных. Определить, сосчитать, свойства.

57. Производная по направлению. Определение, вычисление, примеры.

58. Экстремум функции многих переменных: определить.

59. Необходимое условие экстремума для функции многих переменных.

60. Достаточное условие экстремума для функции многих переменных.

61. Критерий Сильвестра.

62. Однородные функции. Определение, примеры.

63. Формула Эйлера для однородных функций. Вывести. Примеры.

64. Определение неявной функции многих переменных. Примеры.

65. Частная производная неявной функции. Формула, объяснение.

66. Условный экстремум для функции многих переменных. Определение, примеры.

67. Поиск условного экстремума функции многих переменных с помощью функции Лагранжа. Множители Лагранжа.

68. Понятие площади и объема. Мера Жордана.

69. Кратный интеграл: определение через предел интегральных сумм.

70. Теорема об интегрируемости функции многих переменных при нулевой мере точек ее разрыва.

71. Свойства кратных интегралов.

72. Теорема о сведении кратного интеграла к повторному.

73. Якобиан системы функций.

74. Теорема о замене переменных в кратном интеграле.

75. Полярная замена.

76. Цилиндрическая замена.

77. Сферическая замена.

78. Площадь поверхности фигуры: формула через кратный интеграл.

79. Вычисление площади поверхности, примеры.

80. Понятие кривой линии на плоскости и в пространстве. Гладкие кривые.

81. Определение длины кривой через супремум и ломаные.

82. Вычисление дифференциала длины дуги.

83. Вычисление длины дуги через интеграл.

84. Криволинейные интегралы 1 и 2 родов.

85. Сведение криволинейных интегралов к интегралу Римана.

86. Что такое циркуляция?

87. Что такое криволинейный интеграл?

88. Формула Остроградского-Грина. Определение, пример.

89. Независимость интеграла второго рода по плоской кривой от пути интегрирования. Интегралы от полных дифференциалов на плоскости.

90. Теорема о равенстве циркуляции нулю, на плоскости.

91. Независимость интеграла второго рода по пространственной кривой от пути интегрирования. Интегралы от полных дифференциалов, в пространстве.

92. Теорема о равенстве циркуляции нулю, в пространстве.

93. Ротор и дивергенция. Формулы и примеры.

94. Формула Стокса.

95. Поток ротора через замкнутую поверхность. Доказательство равенства нулю через формулу Стокса.

96. Дивергенция ротора=? Ротор дивергенции =?

97. Формула Остроградского-Гаусса.

98. Поток ротора через замкнутую поверхность. Доказательство равенства нулю через формулу Остроградского-Гаусса.

99. Ряды. Частичная сумма. Общий член ряда.

100. Что такое сумма ряда? Сформулировать определение через предел.

101. Необходимый признак сходимости ряда через предел его слагаемых.

102. Необходимый признак сходимости ряда через свойство последовательности частичных сумм.

103. Что такое гармонический ряд?

104. Доказать расходимость (а, может, сходимость) гармонического ряда.

105. Для каких рядов ограниченность частичных сумм является критерием их сходимости? Доказать через теорему Вейерштрасса.

106. Признак сравнения рядов через сравнение общих членов.

107. Предельный признак сравнения рядов.

108. Сравнение рядов через сравнение частных соседних элементов.

109. Сравнение рядов через сравнение частных в предельной форме.

110. Признак Даламбера.

111. Радикальный признак Коши.

112. Интегральный признак Коши.

113. Признак абсолютной сходимости.

114. Абсолютно и условно сходящиеся ряды.

115. Меняется ли сумма ряда при перестановке слагаемых? Теорема Римана о перестановке слагаемых.

116. Знакочередующиеся и знакопеременные ряды. Примеры.

117. Признак Лейбница. Примеры.

118. Монотонные последовательности. Определение. Примеры. Проверка на монотонность.

119. Признак Дирихле для рядов. Примеры.

120. Признак Абеля для рядов. Примеры.

121. Функциональные ряды. Степенные ряды. Центр ряда. Интервал сходимости. Радиус.

122. Теорема Коши-Адамара.

123. Теорема Абеля о степенных рядах.

124. Ряд Тейлора. Примеры.

125. Ряд Фурье.

126. Множество функций как линейное пространство. Базис в пространстве функций.

127. Скалярное произведение в пространстве функций. Ортогональность тригонометрического базиса.