**Verde – Melhorar**

**Vermelho – Copiado (Refazer)**

**Azul - Avisos**

**1. INTRODUÇÃO**

1. **Objetivo Geral**
2. **Objetivos Específicos**
3. **Justificativa**

**2. REFERENCIAL TEÓRICO**

1. **Conceito de retorno**
2. **Conceito de risco**
3. **Modelo de Markowitz: Teoria da Seleção de Carteiras**
4. **Fronteira eficiente**

**3. METODOLOGIA**

1. **Definição da amostra e Coleta de dados**
2. **Seleção dos ativos**
3. **Índices comparativos**
4. **A função objetivo e portfólios eficientes**

**4. APRESENTAÇÃO DOS RESULTADOS**

1. **Risco e Retorno das Ações da Carteira**
2. **Otimização da Carteira**
3. **Carteira Simples**
4. **Carteira de Variância**
5. **Carteira de Máximo**
6. **Comparação entre as Carteiras**
7. **Desempenho das Carteiras**

**Resumo**

**I. Introdução**

O investimento tem um papel importante no crescimento econômico de um país. Quanto maior o valor do investimento obtido por um país, mais rapidamente ele é capaz de se desenvolver. Assim como startup usam de grandes aportes financeiros, para ter um alto crescimento em um período de tempo relativamente baixo. Um desses modelos de investimento, é a bolsa de valores, onde empresas de capital aberto negociam frações de seu capital social.

No imaginário brasileiro, tem-se a ideia de que comprar ações é algo para grandes empresários ou investidores experientes, mas pessoas comuns também podem adquirir estes papeis como um investimento, de risco controlado. E por consequência, contribuir para o desenvolvimento econômico do país.

Até 2012 segundo os dados do Banco Mundial, o Brasil possuía 198,7 milhões de pessoas, enquanto os Estados Unidos, de acordo com a mesma fonte, tinham 313,9 milhões de habitantes. Menos de 600 mil pessoas, o que representa 0,29 da população, investem na bolsa no Brasil, enquanto mais de 200 milhões, ou cerca de 65% da população norte-americana, investem no mercado acionário dos EUA. Proporcionalmente cerca de 224 vezes mais que a população brasileira.

Já em 2018, com dados mais atualizados a população do Brasil teve um aumento de cerca de 10 milhões de pessoas, segundo o Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística (IBGE, 2018), sendo que 69% da população brasileira economicamente ativa investem na caderneta de poupança, segundo a Comissão de Valores Mobiliários (CVM, 2018). Conforme o relatório de administração de 2018 da B3 (Brasil, Bolsa, Balcão), o número de investidores brasileiros na BM&FBOVESPA foi de 813 mil em 2018, isso é, apenas 0,39% da população investem em ações.

Entre a população brasileira, o investimento mais popular é a caderneta de poupança, segundo Hersen, Ferreira de Lima e Ferrera de Lima (2013). Esta, que o seu principal determinante de rendimento é a taxa de juros, este sendo fortemente influenciado pela taxa básica de juros, a Selic.

Contudo, esse investimento possui claras desvantagens como o de sua remuneração inferior até, por vezes, da própria inflação. Fernandes de Almeida e Cunha (2017), ao observar o retorno da poupança ao longo dos anos, percebeu a queda do seu rendimento, pois em 1995 o retorno real foi de 14,7% no ano e no ano de 2006 o seu maior retorno foi de 5,10%, ou seja, esse investimento deixou de ser atrativo em relação às demais alternativas existentes no mercado que possuem o mesmo nível de risco e com uma maior possibilidade de retorno, de acordo com FREITAS (2020). Logo, investir deixar seu dinheiro na poupança não é investimento, mais sim, desvalorizar seu dinheiro ao longo do tempo.

Em Duarte e Siqueira (2019), é demonstrado pela estudo divulgado em maio de 2017 pela Organização para a Cooperação e Desenvolvimento Econômico (OCDE), no qual aponta que 53% dos brasileiros ficaram abaixo do nível mínimo de conhecimentos financeiros e apenas 3% dos entrevistados atingiram a pontuação mais alta do teste. Segundo FREITAS (2020), 98% dos brasileiros entrevistados têm a vontade de investir em ações. tais números são um reflexo da ausência da falta de conhecimento da população brasileira perante a educação financeira.

Observando as barreiras culturais, econômicas e técnicas para a entrada de investidores comuns, percebe-se que há uma grande barreira inicial. Para um investidor iniciante pode ser assustador a quantidade de termos técnicos, indicadores, estratégias de análises, conhecimentos de macro e micro economia necessária para desenvolver uma capacidade analítica para gerenciar sua própria carteira de ações com conhecimento de causa.

Visto isso, se levantou a questão. E possível um modelo relativamente simples, gerenciar de forma satisfatória um portfólio de ações, de modo que possa atender os três principais perfis de investidores, conservadores, moderados e arrojado?

Este modelo é tratado na otimização de portfólio, no qual é um tópico de pesquisa em alta, que atraiu muitos pesquisadores nas recentes décadas. Otimização de portfólio é um desafio multiobjetivo. Recebendo crescente atenção de pesquisadores, gestores de fundos e investidores pessoas físicas. A ideia principal da otimização do portfólio é determinar o peso ideal de cada ativo, aumentando seu retorno esperado e minimizar o risco tanto quanto possível.

O vencedor do Prêmio Nobel em 1990 Harry Markowitz, em seu Modelo de variância média (MV) deu início a teoria moderna de portfólio, esta apresenta a primeira fórmula eficiente para manipular a relação entre a maximização do retorno esperado e minimização dos riscos. Esta relação em um gráfico cartesiano gera uma distribuição, no qual se pode observar as melhores combinações de pesos de ativos em um portifólio. A teoria da fronteira eficiente é o diamante da moderna teoria de portfólio. A fronteira eficiente classifica as carteiras (ativos) em uma escala de retorno (eixo y) versus risco (eixo x).

A fronteira eficiente representa graficamente as carteiras que maximizam os retornos para o risco assumido. Os retornos dependem das combinações de investimentos que compõem a carteira. O desvio padrão de um título é sinônimo de risco. Idealmente, um investidor procura preencher a carteira com títulos que ofereçam retornos excepcionais, mas cujo desvio padrão combinado seja menor do que os desvios padrão do título individual. Quanto menos sincronizados os títulos (menor covariância), menor o desvio padrão. Se essa combinação de otimização do paradigma risco-retorno for bem-sucedida, esse portfólio deve se alinhar ao longo da fronteira eficiente.

Na análise de portfólio, a fronteira eficiente é um conjunto de pontos em um gráfico de risco-recompensa. Em um gráfico de risco/recompensa, há uma linha que se curva para o canto superior direito. Isso indica que, à medida que o risco aumenta, o mesmo acontece com a recompensa potencial. A curva representa "carteiras otimizadas" onde o aumento do risco produz a máxima recompensa livre. No entanto, nem todos os portfólios ou conjuntos de ativos são otimizados para oferecer os maiores retornos. Somente aqueles que estão na curva trazem a recompensa adequada dependendo do risco e, portanto, são referidos como parte da fronteira eficiente.

De acordo com a teoria de Markowitz, existe uma carteira ótima que poderia ser desenhada com um equilíbrio perfeito entre risco e retorno. A carteira ótima não inclui apenas títulos com maior potencial de retorno ou títulos com menor risco. A carteira ótima visa equilibrar os títulos com maior potencial de retorno com um nível de risco aceitável. Está ótima carteira é o que procuramos.

1. **Objetivo Geral**

Em geral, avaliar como seria o desempenho de carteiras aleatórias gerenciadas pelo modelo de otimização proposto. Analisar o resultado da otimização das carteiras, avaliando seu desempenho do seu risco/retorno comparado com a caderneta de poupança brasileira e um portifólio bruto (mesmos ativos, mas com a distribuição de pesos igual para todos).

Com o intuito de avaliar a possível aplicabilidade desses métodos para o gerenciamento de portfólios para um investidor comum, e se seus critérios de otimização do portifólio o risco e o Índice Sharpe, produziriam resultados correspondentes com sua natureza. Uma carteira otimizada para minimizar o risco, deveria ter um desempenho com uma menor variância, inclusive em períodos de crise. Já um portifólio otimizado para maximizar o Índice Sharpe teria um desempenho com um bom custo beneficio entre o retorno e o risco corrido.

1. **Justificativa**

Com um ambiente de incerteza política, elevada inflação e crise econômica, os brasileiros começam a entender a importância de poupar seus recursos financeiros para se prevenir do atual estado socioeconômico do país. A redução do consumo proveniente das elevadas taxas de desemprego fez com que muitos trabalhadores ampliassem sua poupança (COTIAS, 2017).

Dessa forma, o mercado acionário brasileiro vem crescendo, o número de investidores na bolsa de valores brasileira (Brasil, Bolsa, Balcão – B3) chegou a 736,781 mil em julho de 2018, representando um crescimento de 19,5% no ano (CAMPOS, 2018). Apesar disso, ainda cerca de 56% da população ativa (composta pelas classes A, B e C) não demonstra interesse em investir seus recursos financeiros (COTIAS, 2018), tanto na bolsa quanto na poupança, a qual é a aplicação mais comum para quem procura investimentos de baixíssimo risco.

A causa para essa falta de interesse advém dos investidores não possuírem um conhecimento básico sobre o mercado financeiro (MENDES; FERREIRA, 2012), deixando que o receio de obter algum prejuízo com um investimento se torne uma barreira cada vez maior. Como afirma Markowitz (1952) os investidores são avessos ao risco, por isso ao escolher carteiras de mesmo retorno optariam pela que possui o menor risco. Um investimento é considerado viável quando seu retorno consegue satisfazer a expectativa do investidor (GASPAR; SANTOS; RODRIGUES, 2014), dessa forma o estudo sobre o desempenho da carteira ótima é relevante para servir de direcionamento para investidores que buscam empregar seus recursos financeiros de forma viável, com aplicações adequadas as suas expectativas de retorno e risco.

Em um processo de investimento é possível identificar algumas fases, como a definição do método de investimento e análise dos ativos, a constituição da carteira e a, última fase, revisão e avaliação do desempenho da mesma. Sendo a última etapa responsável por 17 identificar certas fraquezas no procedimento realizado, permitindo que seja possível agir em conformidade e iniciar novamente o processo (CORREIA; NEVES, 2013).

A avaliação de desempenho envolve particular importância para os investidores, para os gestores, para as entidades reguladoras e de supervisão do mercado financeiro e para os acadêmicos (CORREIA; NEVES, 2013). Os investidores atuais e potenciais, pois a análise de desempenho é um ciclo, que auxilia na tomada de decisão e permite identificar possíveis fraquezas nos investimentos, fazendo com que os investidores possam agir em conformidade e iniciar o processo de seleção novamente.

Para os gestores, principalmente quando os retornos estão relacionados à performance alcançada pelo investimento. Para as entidades reguladoras e de supervisão do mercado financeiro, especialmente as interessadas nas atividades dos fundos de investimento na aplicação de poupanças. Para os acadêmicos, que estudam a hipótese da eficiência dos mercados, já que se os ativos sistematicamente forem superiores que o mercado, então é possível que o mercado não seja eficiente.

**2 REFERENCIAL TEÓRICO**

**2.4 Retorno**

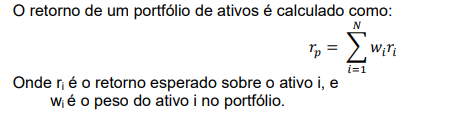
O retorno de um investimento pode se referir a um ativo individual ou a uma carteira de ativos. O primeiro ocorre quando o investidor opta por aplicar seu dinheiro em um único ativo, já o segundo acontece quando o mesmo aplica seu capital em diversos ativos, normalmente de segmentos diferentes de mercado, gerando a composição de uma carteira de ativos mais diversificada.

O retorno total de uma ação de acordo com Ross, Westerfield e Jaffe (1995), é dado pela soma dos dividendos pago pela ação no período de apuração (Dividendo yield) somado ao ganho de capital da ação, que equivale à variação do preço da ação entre o início e o final do período de apuração. Contudo por motivos de simplificação na hora de consegui os valores de dividendo das ações ao decorrer do período de tempo analisado, não usaremos este conceito.

A formula usada para calcular o retorno de um portfólio, usa o retorno médio de cada ação no período de tempo especificado, vezes a proporção desta determinada ação dentro da carteira de ações. A formula do retorno médio de cada ação fica da seguinte maneira:

**Retorno médio da ação = [(Valor - t) – (Valor - 1)] / t**

O retorno esperado de uma carteira é definido por Markowitz (1952) como a soma ponderada dos retornos dos ativos individuais que a compõem. Dessa forma, quanto maior o rendimento do ativo e de sua proporção na composição da carteira, maior será o retorno da mesma (Equação 1):

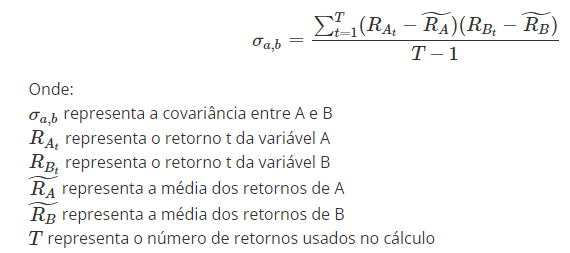


**2.1 Conceito de risco**

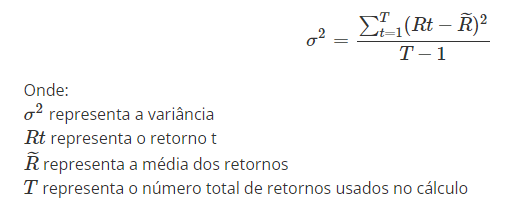
Frank Knight (1972, p.249) utiliza o termo risco para classificar a incerteza mensurável e a imensurável designa a incerteza. Para Knight a diferença prática entre as duas categorias, risco e incerteza, é que na primeira a distribuição do resultado num grupo de casos é conhecida, enquanto no caso da incerteza isso não ocorre.

Afirma-se em Cavalcante (2016), que o risco pode ser definido como uma medida de incerteza associada aos retornos esperados de investimentos. Um gestor financeiro tenta extrair dessas unidades de risco compensações de retorno.

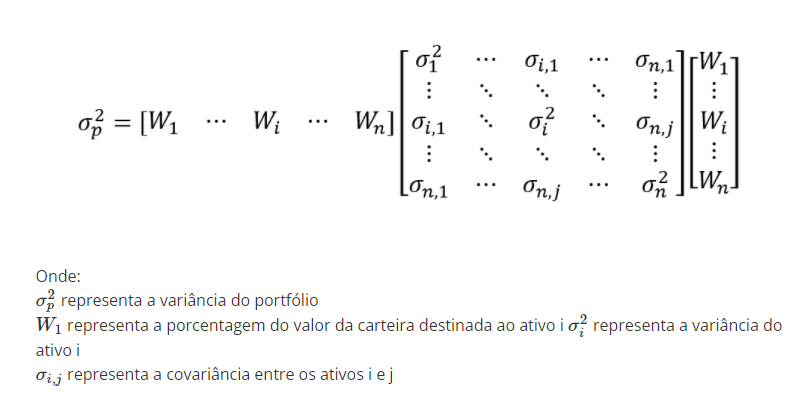
Para calcular o risco de um portfólio utilizando o modelo proposto por Markowitz em 1952, primeiro devemos calcular a covariância entre todos os ativos. Lembrando que as formulas dos retornos utilizados aqui já foi explorado no tópico anterior. Usando a formula a baixo podemos calcular a covariância:



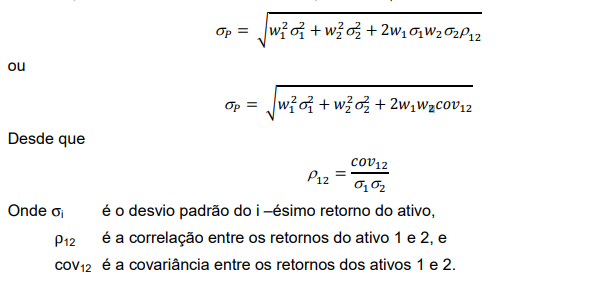
Posteriormente devemos calcular o risco individual de cada ativo no portfólio. Utilizando a seguinte equação:



A variância do portfólio é um tanto mais complexa de calcular, nela é preciso levar em consideração que o retorno dos ativos tem um certo grau de correlação, apenas multiplicar o peso dos ativos pelas suas volatilidades, assim como é feito com o retorno, traria um resultado maior que o real, pois não seria levado em conta o poder de diminuição do risco que a diversificação oferece. Para fazer o cálculo do risco do portfólio primeiro é feito a multiplicação do vetor de pesos pela matriz de covariância, obtendo assim um vetor, e então outra multiplicação do vetor de pesos transposto pelo vetor resultante. Pela formula apresenta abaixo:



Para ajudar na compreensão, demostraremos um exemplo para um portifólio de 2 ativos, seu risco é dado por:



Podemos usar essa métrica para quantificar o risco que um conjunto de ativos. Levando em consideração sua correlação e a chance de movimentos do mercado impactar ao mesmo tempo negativamente mais de um ativo.

**3.1 Fronteira eficiente**

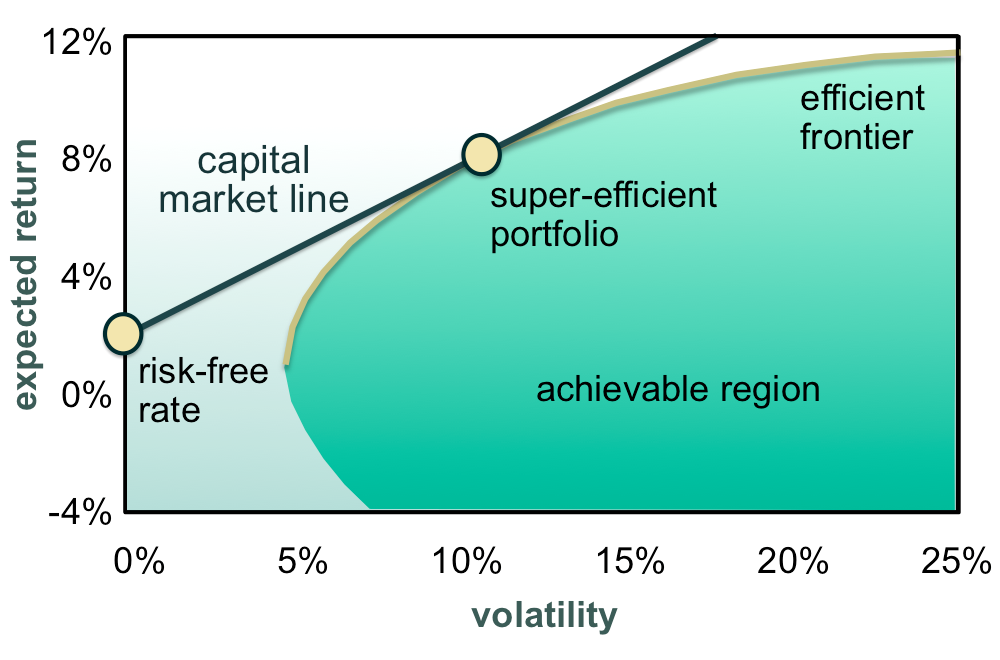
**Fronteira eficiente da Teoria de Markowitz e a relação entre risco e retorno**

**Markowitz (1952)**, que utilizou a variância dos retornos como medida de risco, foi um dos pioneiros ao propor uma metodologia quantitativa para construção de portfólio. Sua obra, juntamente com a de **Sharpe (1964)** e **Linner (1956)**, gerou discussões e publicações que formaram a moderna teoria dos portfólios.

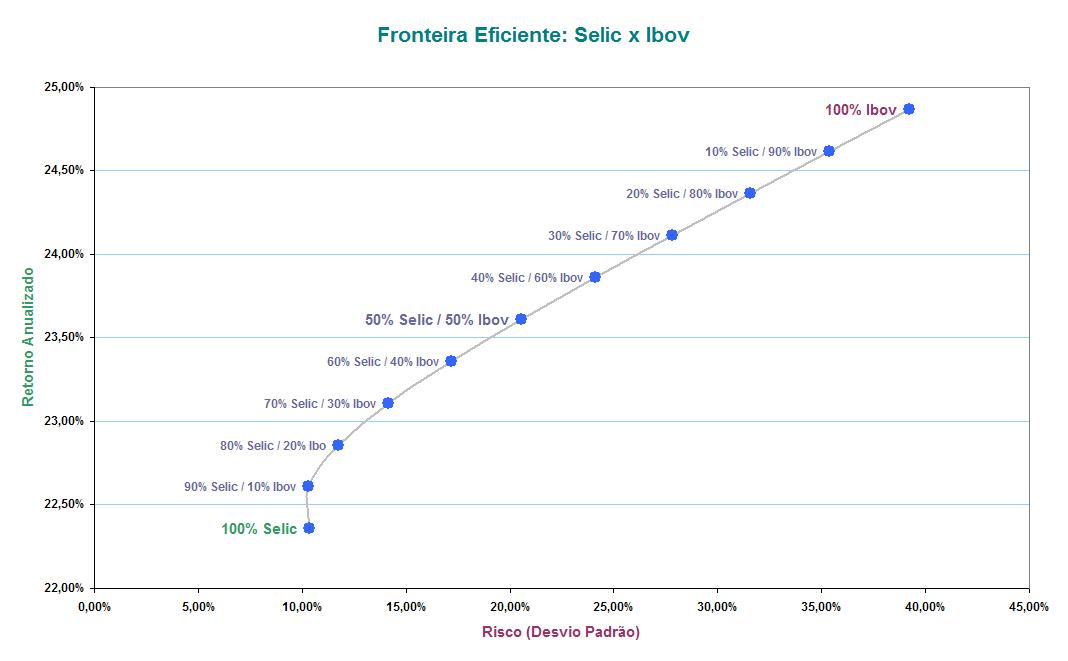
A Fronteira Eficiente abordada na Teoria do economista Markowitz avaliou que todo investimento tem seu risco e consequentemente o seu retorno. Assim, o importante é não avaliar as ações individualmente, mas analisá-las em coletivo.

Markowitz demonstrou o poder da diversificação dos investimentos entre ativos de baixa correlação entre si. Ele demonstrou, para a surpresa de muitos, que um portfólio composto de 26% de ações e 74% de renda fixa possui risco menor do que um portfólio 100% renda fixa.

A Fronteira Eficiente pode ser representada como um gráfico em curva, que mostra as combinações possíveis de risco e retorno no investimento.



Para título de exemplo uma simulação da Fronteira eficiente, com um portifólio contendo apenas a Selic e a Ibov.



Fonte: <https://www.thestreet.com/personal-finance/education/what-is-the-sharpe-ratio-15070876>

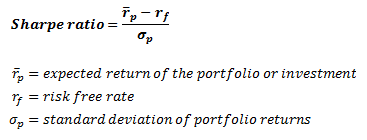
Segundo (Henrique Carvalho) Especialista em alocação de ativo, a alocação de 90% Selic e 10% Ibov é mais eficiente do que 100% Selic. Devido ao ganho de menos de 1% de retorno por cerca de mais 5% de risco, na opção uni ativo.

**2.4 Indice de Shape**

O índice de Sharpe foi desenvolvido pelo economista americano e ganhador do Nobel William F. Sharpe. Esse índice ajuda os investidores a entender os retornos ajustados ao risco de seus investimentos, ou seja, o retorno de seus investimentos comparado ao risco assumido para obter esses retornos. O índice Sharpe é frequentemente usado para comparar os retornos ajustados ao risco de vários investimentos, como ações, fundos mútuos , ETFs e carteiras de investimento.

O Modelo de Índice Único ou Modelo Diagonal, na sua concepção inicial é uma forma mais rudimentar de seleção de ativos, por considera que os ativos não estão correlacionados entre si. O Índice de Sharpe, como é conhecido popularmente, tem como base de cálculo o desvio-padrão da carteira, ou seja, trabalha tanto com o risco sistemático como o não-sistemático de um portfólio. Como levantado por (GASPAR; SANTOS; RODRIGUES, 2014) o desempenho de uma carteira pode sofrer penalizações caso haja uma diversificação ineficiente. O Índice de Sharpe (IS) mede o retorno para cada unidade de risco global assumido pelo gestor.

Tal modelo é apresentado na equação abaixo:



O IS é calculado pelo quociente entre o retorno esperado do investimento e o desvio-padrão dos retornos da mesma (CORREIA; NEVES, 2013). O índice Sharpe usa o desvio padrão do investimento para ajudar a medir seu retorno ajustado ao risco.

Permitindo que o investidor obtenha informações que o auxilie na escolha de fundos ou carteiras que proporcionem maior nível de desempenho ou que gere maior retorno por unidade de risco. Sendo assim, é possível saber se uma carteira tem um custo benefício superior a outra quanto maior o valor do IS. Mas claro, essa conclusão apenas pode ser tirada na retrospectiva, pois o IS nem qualquer outro modelo consegue prever o futuro do mercado de forma exata.

Uma das limitações do índice de Sharpe é que ele assume que os investimentos medidos têm distribuição normal de retornos. Isso não é sempre o caso. Por exemplo, muitos tipos de fundos alternativos exibem padrões de retorno que não se encaixam em uma dispersão normal.

**3 METODOLOGIA**

Esta pesquisa se caracteriza como explicativa-exploratória de abordagem quantitativa, com natureza aplicada, tendo os dados obtidos por meio de requerimento em API’s. Sendo assim, o trabalho visa expor as características da situação através do emprego de instrumentos analíticos. Nesta pesquisa, o método de pesquisa explicativa-exploratória está dividido em cinco etapas:

1. Definição da Amostra e Coleta de Dados
2. Definição do Período
3. Definição das expectativas para os modelos
4. Simulações no Dashboard e captação dos resultados
5. Conclusão sobre a aplicabilidade deste modelo

**3.1 Definição da Amostra e Coleta de Dados**

O Índice Ibovespa é o indicador de desempenho médio, que tem como objetivo representar os ativos de maior negociabilidade e representatividade do mercado acionário brasileiro (PERROTI JUNIOR; PAYÉS, 2015). Dessa forma, para esta pesquisa, foram coletados os valores mensais do fechamento ajustado dos ativos de todas as empresas que compõem o Índice Ibovespa (IBOV) da Brasil, Bolsa, Balcão (B3), durante o período de 31/12/2013 a 31/12/2020. Outro dado utilizado na pesquisa foi a taxa livre de risco, que neste caso foi definida pela taxa Selic, enquanto a taxa de mercado foi obtida pelo retorno médio mensal da carteira Ibovespa (IBOV).

Os dados foram coletados na base de dados Econométrica, que trabalha com fontes primárias de informações oficiais, sendo utilizado por milhares de analistas em inúmeras instituições, a ferramenta permite uma análise de balanços, mercado de ações, fundos de investimentos e títulos públicos, sempre prezando pela grande abrangência de dados e a alta confiabilidade (ECONOMATICA, 2015).

**3.2 Seleção dos Ativos**

A partir da coleta de dados das cotações de fechamento ajustado aos proventos das empresas escolhida, foi constatado que alguns ativos não apresentavam cotação para todo o período analisado nesta pesquisa. Então tais ativos foram substituídos dos portifólios, pois a substituição dos valores faltantes por 0 ou pela primeira ocorrência do seu valor de fechamento, poderia alterar a confiabilidade dos cálculos de risco e de retorno. As carteiras completas criadas para os testes podem ser observadas no Quadro 2 no Apêndice.

**3.3 Definição do Período**

**3.3 Processamento de Dados**

Para cada simulação realizada definimos um período de tempo para no qual seus valores vão ser usados para os cálculos de covariância, risco, retorno e Sharpe Ratio.

Uma frequência de atualização dos cálculos e consequentemente dos pesos de cada ativo dentro do portfólio.

**3.3 Definição dos modelos de otimização**

**3.4 Critérios de Avaliação**

**3.3 Teste de Hipóteses**

Depois de calculados os índices de desempenho, de retorno ajustado ao rico, foram testadas as hipóteses que presente estudo deseja avaliar de acordo com as metodologias descritas a seguir:

Para testar a primeira hipótese que analisa se a otimização do risco levou a criação de portfólios com um menor risco e mais estável em períodos de alta volatilidade do mercado global como nas crises de 2008, 2012 e 2020.

Com a exclusão das empresas que não possuíam todos os dados desejados, foi possível elaborar uma planilha no Software Microsoft Excel para calcular a variação mensal de cada ativo, ou seja, o retorno contínuo dos ativos de janeiro de 2014 a dezembro de 2018, por meio da fórmula do logaritmo natural. O retorno contínuo foi aplicado nas cotações das ações selecionadas para compor a amostra e nas cotações da carteira IBOV. Em seguida, calculou-se, no Microsoft Excel, o retorno médio de todos os ativos por meio da função MÉDIA, bem como o desvio-padrão e a variância dos ativos com o auxílio das funções DESVPAD.P e VAR.P (os resultados estão apresentados no Quadro 3 no Apêndice). Também a partir do retorno, foi possível verificar o beta (β) dos ativos utilizando a função INCLINAÇÃO(retornos da ação; retornos do Ibovespa), verificando a volatilidade entre um ativo e o mercado (Quadro 4 no Apêndice apresenta os resultados). Em seguida, foi necessário encontrar a covariância entre todos os pares de ativos. Utilizando o Microsoft Excel, com o auxílio da ferramenta Análise de Dados (localizada na aba Dados), é possível selecionar a tabela com os retornos dos ativos e calcular a matriz de covariância automaticamente. Como a matriz não vem completa foi preciso preenche-la. Sabendo que a diagonal principal são as variâncias e as demais são as covariâncias, o preenchimento da matriz pode se dar de duas formas. A primeira, selecionando a coluna de covariâncias e clicando no recurso Colar Especial função TRANSPOR. A segunda, selecionando as células nas quais deseja que os dados apareçam e digitando a fórmula TRANSPOR(seleciona a coluna com as covariâncias) e depois pressiona, simultaneamente, o comando “Ctrl + Shift + Enter”. Neste cálculo, só se levou em conta os retornos dos ativos, assim tanto a Selic quanto o IBOV não participaram da matriz (passo a passo descrito nas Figuras 5 a 10 no Apêndice). Depois de realizar todos os cálculos descritos, pode-se iniciar o processo de otimização da carteira pelo método de Markowitz. A primeira carteira foi composta por 59 ativos, tendo cada um a mesma porcentagem (ou peso) de investimento, de 1,69%, em que a 33 soma corresponde ao total investido no portfólio (100%), por causa dessa característica esta carteira pode ser denominada como “Carteira Simples” (PEROTTI JUNIOR; PAYÉS, 2015), já que não apresenta nenhum critério racional de diversificação (No Quadro 5 no Apêndice é apresentada a Carteira Simples). Para esta carteira foi calculado o risco, o retorno e o beta. Com a definição da porcentagem inicial de investimento, foi possível calcular o retorno, desvio-padrão e beta da carteira, utilizando o Microsoft Excel, por meio das funções a seguir:

• Retorno da carteira (R): MATRIZ.MULT (TRANSPOR (pesos); retornos dos ativos), e depois pressiona, simultaneamente, o comando “Ctrl + Shift + Enter”;

• Desvio-padrão da carteira (θ): RAIZ(MATRIZ.MULT(MATRIZ.MULT (TRANSPOR(pesos);matriz de covariância);pesos), e depois pressiona, simultaneamente, o comando “Ctrl + Shift + Enter”;

• Beta da carteira (β): SOMA(beta do ativo \* peso do investimento no ativo). A função Solver do Microsoft Excel foi utilizada para seleção da carteira ótima, pois busca a melhor solução para determinado problema a partir de uma função objetivo, variáveis e restrições, capaz de encontrar os pontos ideais (máximo e mínimo) do resultado desejado. Nesta pesquisa, o objetivo é a minimização do risco (desvio-padrão) e maximização do retorno da carteira, sendo assim, foi possível definir as células variáveis e as restrições ou critérios para seleção da carteira a ser analisada.

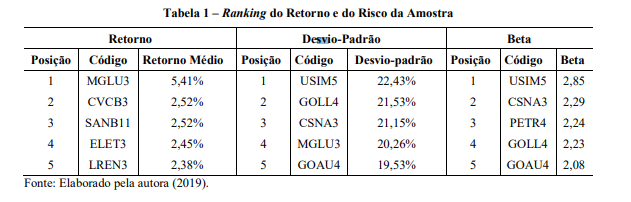
A segunda carteira teve como função objetivo a célula do desvio-padrão, tendo como objetivo sua minimização. Como células variáveis foram definidas as que continham a porcentagem (peso) de investimento em cada ativo. Enquanto que as restrições foram estabelecidas três: as porcentagens (pesos) de investimento tinham que ser maiores ou iguais a zero, a soma das porcentagens de investimento deve ser igual a 100% e o retorno da carteira teria que ser maior ou igual ao retorno do mercado (IBOV), como pode ser observado na Figura 11. Essa carteira pode ser denominada como “Carteira de Variância Mínima”, expressão utilizada por Markowitz para carteiras de menor risco possível (PEROTTI JUNIOR; PAYÉS, 2015). Tendo realizado este procedimento, ao executar o Solver, foram definidos os valores de desvio-padrão, beta e retorno da carteira de tal maneira que, para o retorno instituído, se encontrou o menor risco possível para carteira.

**4 ANÁLISE DOS RESULTADOS**

4.1 Risco e Retorno das Ações da Carteira Ibovespa

Por meio dos dados históricos das cotações de todas as empresas que compõem o Índice Ibovespa, durante o período de quatro anos, foi possível calcular o retorno médio, desvio padrão e beta dos ativos, possibilitando a identificação das ações mais rentáveis e mais arriscadas da carteira.

Como é possível verificar na Tabela 1, a ação MGLU3 possui a maior rentabilidade do período, de 5,41% a.m. Apesar de ter o maior retorno, a mesma possui um risco de 20,26%, ocupando a quarta posição no ranking do desvio-padrão (ver Quadro 3 no Apêndice), ou seja, o investidor que visa ter o melhor retorno dentre os ativos da carteira BOVESPA terá que enfrentar um alto risco para alcançar esse objetivo. Enquanto isso as ações CVCB3 e SANB11 possuem o mesmo retorno, tendo, respectivamente, 9,33% e 9,37% de risco. Partindo do princípio de que se um investidor estiver diante de dois investimentos que oferece o mesmo retorno, porém com riscos diferentes, ele escolherá o menos arriscado, assim a melhor opção é o ativo CVCB3, que apresenta o menor risco.



**Referencias:**

FREITAS, Mariane Silva; MURAMATU, Eduardo Shinji; SANTOS, Fernando Almeida. ESTUDO SOBRE OS MOTIVOS DOS BRASILEIROS NÃO INVESTIREM COM HABITUALIDADE NA BOLSA DE VALORES. **Augusto Guzzo Revista Acadêmica**, v. 1, n. 24, p. 59-70, 2020.)

Ross, Westerfield e Jaffe (1995,p.186)

<https://hcinvestimentos.com/2009/08/14/harry-markowitz-fronteira-eficiente/>

(CORREIA; NEVES, 2013)

[**https://www.debit.com.br/tabelas/tabela-completa.php?indice=poupanca**](https://www.debit.com.br/tabelas/tabela-completa.php?indice=poupanca)

[**https://blog.magnetis.com.br/rendimento-da-poupanca-hoje-e-ruim/**](https://blog.magnetis.com.br/rendimento-da-poupanca-hoje-e-ruim/)

**https://blog.toroinvestimentos.com.br/quanto-rende-20-mil-reais-na-poupanca-saiba-onde-investir**