**Verde – Melhorar**

**Vermelho – Copiado (Refazer)**

**Azul - Avisos**

**1. INTRODUÇÃO**

1. **Objetivo Geral**
2. **Objetivos Específicos**
3. **Justificativa**

**2. REFERENCIAL TEÓRICO**

1. **Conceito de investimento**
2. **Conceito de risco e**
3. **Modelo de Markowitz: Teoria da Seleção de Carteiras**
4. **Conceito de retorno**
5. **Fronteira eficiente**

**3. METODOLOGIA**

1. **Definição da amostra e Coleta de dados**
2. **Seleção dos ativos**
3. **Índices comparativos**
4. **Cálculo dos retornos**
5. **Calculo do risco do portfólio**
6. **Calculo do Sharpe ratio**

**4. APRESENTAÇÃO DOS RESULTADOS**

1. **Risco e Retorno das Ações da Carteira**
2. **Otimização da Carteira**
3. **Carteira Simples**
4. **Carteira de Variância**
5. **Carteira de Máximo**
6. **Comparação entre as Carteiras**
7. **Desempenho das Carteiras**

**Resumo**

**I. Introdução**

O investimento tem um papel importante no crescimento econômico de um país. Quanto maior o valor do investimento obtido por um país, mais rapidamente ele é capaz de se desenvolver. Assim como startup usam de grandes aportes financeiros para ter um alto crescimento em um período de tempo relativamente baixo. Um desses modelos de investimento, é a bolsa de valores, onde empresas de capital aberto negociam frações de seu capital social.

No imaginário brasileiro, tem-se a ideia de que comprar ações é algo para grandes empresários ou grandes investidores, mas pessoas comuns também podem adquirir estes papeis e contribuir para o crescimento das empresas que contribuem no desenvolvimento do país.

Até 2012 segundo os dados do Banco Mundial, o Brasil possuía 198,7 milhões de pessoas, enquanto os Estados Unidos, de acordo com a mesma fonte, tinham 313,9 milhões de habitantes. Menos de 600 mil pessoas, o que representa 0,29 da população, investem na bolsa no Brasil, enquanto mais de 200 milhões, ou cerca de 65% da população norte-americana, investem no mercado acionário dos EUA.

“Procurar um artigo que fale sobre a diferença entre investir na poupança e no mercado de ações ao longo dos anos”

Observando as barreiras culturais, econômicas e técnicas para a entrada de investidores comuns, percebe-se que há uma grande barreira inicial. Para um investidor iniciante pode ser assustador a quantidade de termos técnicos, indicadores, estratégias de análises, conhecimentos de macro e micro economia necessária para desenvolver uma capacidade analítica para gerenciar sua própria carteira de ações com conhecimento de causa. Visto isso, se levantou a questão. E possível um modelo matemático, sem o auxílio de informações macroeconômicas, selecionar uma configuração de pesos dos ativos em determinada carteira de ações, de modo que possamos controlar os riscos que estamos dispostos a correr em troca de retorno.

Tal questão é tratada na otimização de portfólio, no qual é um tópico de pesquisa em alta, que atraiu muitos pesquisadores nas recentes décadas.

Otimização de portfólio é um desafio e multi-objetivo. Este tem recebido atenção crescente de pesquisadores, gestores de fundos e investidores pessoas físicas. A ideia principal da otimização do portfólio é determinar o peso ideal de cada ativo, maximizando seu retorno esperado e minimizar o risco simultaneamente.

Modelo de variância média (MV) de Markowitz como o início da moderna teoria de portfólio apresenta primeiro uma fórmula eficiente para manipular a relação entre a maximização do retorno esperado e minimização dos riscos. Uma vez que o modelo MV é baseado em muitas hipóteses restritas, como distribuição normal de retorno das ações, que dificilmente é estabelecido em ações reais de mercado, muitos pesquisadores tentam melhorar a adequação deste modelo de diferentes perspectivas. Esses modelos clássicos de portfólio geralmente adotam a média de histórico de retornos de ações como retorno esperado, o que pode funcionar em investimentos de longo prazo, na prática do mercado de ações.

Para aplicar a teoria moderna do portfólio, é preciso considerar que é possível formar diversas carteiras diferentes a partir das infinitas combinações possíveis de um conjunto de ativos. Nessas carteiras, a relação entre o retorno e o risco do conjunto de ativos é mais importante do que a relação entre o retorno e o risco de apenas um ativo em específico.

Melhor modelo de otimização de portfólio possui fronteira eficiente superior, que pode ajudar os investidores a obter maior retorno esperado com o mesmo nível de risco. Assim, propondo uma otimização de portfólio mais eficiente, se tornando um tema atrativo nos campos de gestão de investimentos.

Embora o índice de Sharpe tenha se tornado parte do cânone da análise financeira moderna, os resultados apresentados neste artigo sugerem que é necessária uma abordagem mais sofisticada para interpretar os índices de Sharpe, que incorpore informações sobre o estilo de investimento que gerou os retornos e o mercado ambiente no qual esses retornos foram gerados. Por exemplo, os fundos de hedge têm características de retorno muito diferentes das características dos fundos mútuos; portanto, a comparação dos índices de Sharpe entre esses dois veículos de investimento não pode ser realizada ingenuamente. À luz do recente interesse em investimentos alternativos por investidores institucionais - investidores que estão acostumados a medidas de atribuição de desempenho padronizadas, como o índice de Sharpe anualizado - há uma necessidade ainda maior de desenvolver estatísticas que sejam consistentes com o estilo de investimento de uma carteira. O exemplo empírico neste artigo ressalta a relevância prática da inferência estatística adequada para estimadores de índice de Sharpe: Ignorar o impacto da correlação serial dos retornos dos fundos de hedge pode render índices de Sharpe anualizados que são exagerados em mais de 65 por cento, índices de Sharpe subestimados no caso de retornos negativamente correlacionados em série e classificações inconsistentes entre fundos de hedge de diferentes estilos e objetivos.

1. **Objetivo Geral**

Avaliar como seria o desempenho de carteiras aleatórias gerenciadas por um modelo matemático. E se a ideia de otimizar a carteira procurando reduzir o risco realmente reduziria o risco da carteira nós períodos subsequentes, ou a otimização visando o retorno realmente aumentaria o retorno da carteira e se uma carteira otimizada pelo seu índice Sharpe teria um bom desempenho com o seu risco controlado ao longo do tempo.

1. **Objetivos Específicos**

Para as carteiras ajustadas com a minimização do risco, calcularemos sua variância, seu risco, seu comportamento das crises financeiras de 2008, 2012, 2015 e 2020. Juntamente com o retorno, para comparar com o deposito do dinheiro em uma conta poupança como é o de costume para os brasileiros médios.

Já na carteira otimizada para buscar o retorno, será se ela obteve um retorno maior do que o desempenho do principal índice brasileiro de ações S&P 500 e o principal índice dos Estados Unidos o ‘’’’dsfsdfdsfsd’’’.

1. **Justificativa**

**2 REFERENCIAL TEÓRICO**

**2.1 Conceito de risco**

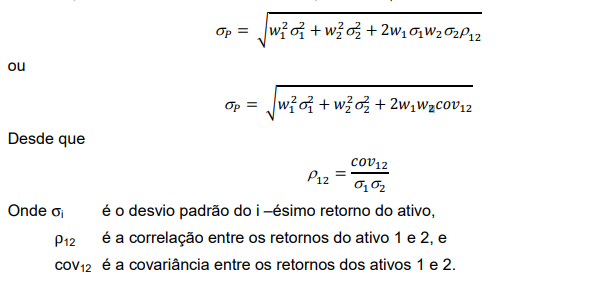
Frank Knight (1972, p.249) utiliza o termo risco para classificar a incerteza mensurável e a imensurável designa a incerteza. Para Knight a diferença prática entre as duas categorias, risco e incerteza, é que na primeira a distribuição do resultado num grupo de casos é conhecida, enquanto no caso da incerteza isso não ocorre.

Em Cavalcante (2016), afirma-se que o risco pode ser definido como uma medida de incerteza associada aos retornos esperados de investimentos. A missão do administrador financeiro é definir uma compensação adequada para uma alternativa mais arriscada.

O economista americano Harry Markowitz publicou o “Portfolio selection” no Journal of Finance. No texto, ele divulgou um novo modelo matemático, baseado no princípio da existência de vários riscos e retornos. Assim, ele sugere que a concentração de investimentos seja reduzida de uma única carteira e passe a ser redistribuída.

O retorno de um investimento pode se referir a um ativo individual ou a uma carteira de ativos. O primeiro ocorre quando o investidor opta por aplicar seu dinheiro em um único ativo, já o segundo acontece quando o mesmo aplica seu capital em diversos ativos, normalmente de segmentos diferentes de mercado, gerando a composição de uma carteira de ativos. Por meio da diversificação, este risco pode ser eliminado da carteira, uma vez que as perdas de alguns ativos serão compensadas pelos ganhos de outros ativos, reduzindo portando o risco total da carteira de investimento

O risco do portfólio é calculado usando o risco dos ativos individuais (medidos pelo desvio padrão), os pesos dos ativos no portfólio, e, ou a correlação entre os ativos ou a covariância dos retornos dos ativos. Para um portfólio de dois ativos, o risco do portfólio, σp, é:



Podemos usar essa métrica para quantificar o risco que um conjunto de investimentos em um grupo de ações. Levando em consideração sua correlação e a chance de movimentos do mercado impactar ao mesmo tempo negativamente mais de um ativo.

**2.4 Retorno**

Segundo Ross, Westerfield e Jaffe (1995,p.186), o retorno total de uma ação é dado pela soma dos dividendo pago pela ação no período de apuração (Dividendo yield) somado ao ganho de capital da ação, que equivale à variação do preço da ação entre o início e o final do período de apuração.

Existem três formulações possíveis de taxa de retorno, são elas:

retorno efetivo;

retorno exigido;

retorno previsto.

O retorno efetivo serve como medida de avaliação do desempenho de um investimento, aferido a posteriori. O retorno previsto serve como medida exante do desempenho de um investimento; é a sua taxa implícita ou interna de retorno, aquela que iguala o valor do investimento do seu preço ou custo.

A taxa de retorno exigida é a que permite determinar o valor de um investimento. De facto, o valor de um investimento é o equivalente atual dos seus cash-flows futuros, sendo estes convertidos em equivalente atual (ou atualizados) justamente à taxa de retorno exigida. Assenta na ideia de que qualquer investimento deve proporcionar uma taxa de retorno igual a uma taxa sem risco acrescida de um prémio de risco função do grau de incerteza que afeta os cash-flows futuros do investimento.

A taxa de retorno prevista é função do preço (ou custo) do investimento e do fluxo de cash-flows futuros atribuíveis ao investimento. Sendo incertos estes cash-flows, resulta que a taxa de retorno prevista é também incerta, apresentando-se mesmo como uma variável aleatória. Aqui reside o seu risco, que terá que ser medido, para ser tido em conta na estimação dos prémios de risco a incluir nas taxas de retorno exigidas.

Para fins de simplificação, o cálculo do retorno será feito apenas contabilizando o valor posterior do ativo.

* Retorno do portifólio

O retorno esperado de uma carteira é definido por Markowitz (1952) como a soma ponderada dos retornos esperados dos ativos individuais que a compõem. Dessa forma, quanto maior o rendimento do ativo e de sua proporção na composição da carteira, maior será o retorno da mesma (Equação 1):

A formula usada para calcular o retorno de um portfólio, usa o retorno médio de cada ação no período de tempo especificado, vezes a proporção desta determinada ação dentro da carteira de ações. Ficando assim:

**Retorno da carteira = ∑Retorno médio \* % do Ativo**

Sendo a formula do retorno médio a seguinte:

**Retorno médio da ação = (Valor-t – Valor-1)/t**

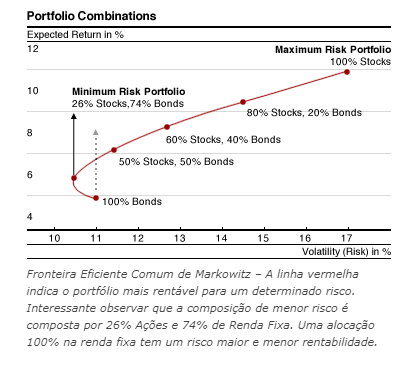
**3.1 Fronteira eficiente**

**Fronteira eficiente da Teoria de Markowitz e a relação entre risco e retorno**

A relação entre risco e retorno e correlação de ativos baseia-se no termo Fronteira Eficiente, da Teoria de Markowitz. O economista avaliou que todo investimento tem seu risco e consequentemente o seu retorno. Assim, o importante é não centrar as ações em riscos individuais, mas analisá-las em coletivo.

A Fronteira Eficiente pode ser representada como um gráfico em curva, que mostra as combinações possíveis de risco e retorno no investimento.

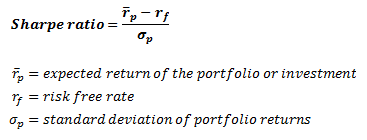
Markowitz demonstrou o poder da diversificação dos investimentos entre ativos de baixa correlação entre si. Ele demonstrou, para a surpresa de muitos, que um portfólio composto de 26% de ações e 74% de renda fixa possui risco menor do que um portfólio 100% renda fixa.



<https://www.amazon.com.br/All-About-Asset-Allocation-Second/dp/0071700781>

**2.4 Indice de Shape**

O Modelo de Índice Único ou Modelo Diagonal de William Sharpe (1966) é uma forma mais simplificada de seleção de portfólio, pois considera que os ativos não estão correlacionados entre si, trata-se de analisar uma carteira em relação a um índice representado pela média do mercado (PEROTTI JUNIOR; PAYÉS, 2015). O Índice de Sharpe, como é conhecido popularmente, tem como base de cálculo o desvio-padrão da carteira, ou seja, trabalha tanto com o risco sistemático como o não-sistemático de um portfólio, já que acredita que o desempenho de uma carteira pode sofrer alguma penalização caso haja uma diversificação ineficiente (GASPAR; SANTOS; RODRIGUES, 2014). O Índice de Sharpe (ISh) mede o retorno extra (ou prêmio pelo risco) para cada unidade de risco global assumido pelo investidor, Equação 8 (GASPAR; SANTOS; RODRIGUES, 2014).



O ISh é calculado pelo quociente entre a rentabilidade média em excesso da carteira e o desvio-padrão dos retornos da mesma (CORREIA; NEVES, 2013). Permite que o investidor obtenha informações que o auxilie na escolha de fundos ou carteiras que proporcionem maior nível de desempenho, ou melhor dizendo, que gere maior retorno por unidade de risco global (GASPAR; SANTOS; RODRIGUES, 2014). Sendo assim, é possível saber se uma carteira tem desempenho superior a outra quanto maior o valor do índice se apresentar, pois informa se a rentabilidade do portfólio é compatível com o risco do mesmo (OTTO; SÉLLOS; ARAÚJO, 2017).

O Índice de Sharpe se baseia na Linha de Mercado de Capitais (Capital Market Line – CML), sendo válido na avaliação de carteiras pouco diversificadas, em que quanto maior o seu valor, melhor é o desempenho da mesma. Costumeiramente, comparam os valores do índice entre investimentos com características semelhantes ou com uma carteira padrão, exemplo, carteira BOVESPA (CORREIA; NEVES, 2013).

O Índice de Sharpe se apresenta de forma mais assertiva quando utilizado para medir o desempenho passado de uma carteira, pois é possível que a mesma apresente um risco não sistemático considerável devido a uma ineficiente diversificação (OTTO; SÉLLOS; ARAÚJO, 2017).

**3 METODOLOGIA**

Esta pesquisa se caracteriza como descritiva-exploratória de abordagem quantitativa, com natureza aplicada, tendo os dados obtidos por meio de levantamento bibliográfico. Sendo assim, o trabalho visa expor as características da situação através do emprego de instrumentos estatísticos, tanto na coleta de dados como no seu tratamento (ALMEIDA; SILVA; RIBEIRO, 2010) Nesta pesquisa, o método de pesquisa descritiva-exploratória está dividido em cinco etapas: Definição da Amostra e Coleta de Dados, Seleção dos Ativos e Processamento de Dados. Essas etapas serão explicadas abaixo.

**3.1 Definição da Amostra e Coleta de Dados**

O Índice Ibovespa é o indicador de desempenho médio, que tem como objetivo representar os ativos de maior negociabilidade e representatividade do mercado acionário brasileiro (PERROTI JUNIOR; PAYÉS, 2015). Dessa forma, para esta pesquisa, foram coletados os valores mensais do fechamento ajustado dos ativos de todas as empresas que compõem o Índice Ibovespa (IBOV) da Brasil, Bolsa, Balcão (B3), durante o período de 31/12/2013 a 31/12/2018. Outro dado utilizado na pesquisa foi a taxa livre de risco, que neste caso foi definida pela taxa Selic, enquanto a taxa de mercado foi obtida pelo retorno médio mensal da carteira Ibovespa (IBOV), sendo composta por 61 empresas (representada no Quadro 1 no Apêndice).

Os dados foram coletados na base de dados Economatica, que trabalha com fontes primárias de informações oficiais, sendo utilizado por milhares de analistas em inúmeras instituições, a ferramenta permite uma análise de balanços, mercado de ações, fundos de investimentos e títulos públicos, sempre prezando pela grande abrangência de dados e a alta confiabilidade (ECONOMATICA, 2015).

**3.2 Seleção dos Ativos**

A partir da coleta de dados das cotações de fechamento ajustado aos proventos das 61 empresas escolhida, foi constatado que alguns ativos não apresentavam cotação para todo o período analisado nesta pesquisa. Então tais ativos foram substituídos dos portifólios criados, pois a substituição dos valores faltantes por 0 ou pela primeira ocorrência do seu valor de fechamento, poderia alterar a confiabilidade dos cálculos de risco e de retorno. As carteiras completas criadas para os testes podem ser observadas no Quadro 2 no Apêndice.

**3.3 Processamento de Dados**

Com a exclusão das empresas que não possuíam todos os dados desejados, foi possível elaborar uma planilha no Software Microsoft Excel para calcular a variação mensal de cada ativo, ou seja, o retorno contínuo dos ativos de janeiro de 2014 a dezembro de 2018, por meio da fórmula do logaritmo natural. O retorno contínuo foi aplicado nas cotações das ações selecionadas para compor a amostra e nas cotações da carteira IBOV. Em seguida, calculou-se, no Microsoft Excel, o retorno médio de todos os ativos por meio da função MÉDIA, bem como o desvio-padrão e a variância dos ativos com o auxílio das funções DESVPAD.P e VAR.P (os resultados estão apresentados no Quadro 3 no Apêndice). Também a partir do retorno, foi possível verificar o beta (β) dos ativos utilizando a função INCLINAÇÃO(retornos da ação; retornos do Ibovespa), verificando a volatilidade entre um ativo e o mercado (Quadro 4 no Apêndice apresenta os resultados). Em seguida, foi necessário encontrar a covariância entre todos os pares de ativos. Utilizando o Microsoft Excel, com o auxílio da ferramenta Análise de Dados (localizada na aba Dados), é possível selecionar a tabela com os retornos dos ativos e calcular a matriz de covariância automaticamente. Como a matriz não vem completa foi preciso preenche-la. Sabendo que a diagonal principal são as variâncias e as demais são as covariâncias, o preenchimento da matriz pode se dar de duas formas. A primeira, selecionando a coluna de covariâncias e clicando no recurso Colar Especial função TRANSPOR. A segunda, selecionando as células nas quais deseja que os dados apareçam e digitando a fórmula TRANSPOR(seleciona a coluna com as covariâncias) e depois pressiona, simultaneamente, o comando “Ctrl + Shift + Enter”. Neste cálculo, só se levou em conta os retornos dos ativos, assim tanto a Selic quanto o IBOV não participaram da matriz (passo a passo descrito nas Figuras 5 a 10 no Apêndice). Depois de realizar todos os cálculos descritos, pode-se iniciar o processo de otimização da carteira pelo método de Markowitz. A primeira carteira foi composta por 59 ativos, tendo cada um a mesma porcentagem (ou peso) de investimento, de 1,69%, em que a 33 soma corresponde ao total investido no portfólio (100%), por causa dessa característica esta carteira pode ser denominada como “Carteira Simples” (PEROTTI JUNIOR; PAYÉS, 2015), já que não apresenta nenhum critério racional de diversificação (No Quadro 5 no Apêndice é apresentada a Carteira Simples). Para esta carteira foi calculado o risco, o retorno e o beta. Com a definição da porcentagem inicial de investimento, foi possível calcular o retorno, desvio-padrão e beta da carteira, utilizando o Microsoft Excel, por meio das funções a seguir:

• Retorno da carteira (R): MATRIZ.MULT (TRANSPOR (pesos); retornos dos ativos), e depois pressiona, simultaneamente, o comando “Ctrl + Shift + Enter”;

• Desvio-padrão da carteira (θ): RAIZ(MATRIZ.MULT(MATRIZ.MULT (TRANSPOR(pesos);matriz de covariância);pesos), e depois pressiona, simultaneamente, o comando “Ctrl + Shift + Enter”;

• Beta da carteira (β): SOMA(beta do ativo \* peso do investimento no ativo). A função Solver do Microsoft Excel foi utilizada para seleção da carteira ótima, pois busca a melhor solução para determinado problema a partir de uma função objetivo, variáveis e restrições, capaz de encontrar os pontos ideais (máximo e mínimo) do resultado desejado. Nesta pesquisa, o objetivo é a minimização do risco (desvio-padrão) e maximização do retorno da carteira, sendo assim, foi possível definir as células variáveis e as restrições ou critérios para seleção da carteira a ser analisada.

A segunda carteira teve como função objetivo a célula do desvio-padrão, tendo como objetivo sua minimização. Como células variáveis foram definidas as que continham a porcentagem (peso) de investimento em cada ativo. Enquanto que as restrições foram estabelecidas três: as porcentagens (pesos) de investimento tinham que ser maiores ou iguais a zero, a soma das porcentagens de investimento deve ser igual a 100% e o retorno da carteira teria que ser maior ou igual ao retorno do mercado (IBOV), como pode ser observado na Figura 11. Essa carteira pode ser denominada como “Carteira de Variância Mínima”, expressão utilizada por Markowitz para carteiras de menor risco possível (PEROTTI JUNIOR; PAYÉS, 2015). Tendo realizado este procedimento, ao executar o Solver, foram definidos os valores de desvio-padrão, beta e retorno da carteira de tal maneira que, para o retorno instituído, se encontrou o menor risco possível para carteira.

4 ANÁLISE DOS RESULTADOS

4.1 Risco e Retorno das Ações da Carteira Ibovespa

Por meio dos dados históricos das cotações de todas as empresas que compõem o Índice Ibovespa, durante o período de quatro anos, foi possível calcular o retorno médio, desvio padrão e beta dos ativos, possibilitando a identificação das ações mais rentáveis e mais arriscadas da carteira.

Como é possível verificar na Tabela 1, a ação MGLU3 possui a maior rentabilidade do período, de 5,41% a.m. Apesar de ter o maior retorno, a mesma possui um risco de 20,26%, ocupando a quarta posição no ranking do desvio-padrão (ver Quadro 3 no Apêndice), ou seja, o investidor que visa ter o melhor retorno dentre os ativos da carteira BOVESPA terá que enfrentar um alto risco para alcançar esse objetivo. Enquanto isso as ações CVCB3 e SANB11 possuem o mesmo retorno, tendo, respectivamente, 9,33% e 9,37% de risco. Partindo do princípio de que se um investidor estiver diante de dois investimentos que oferece o mesmo retorno, porém com riscos diferentes, ele escolherá o menos arriscado, assim a melhor opção é o ativo CVCB3, que apresenta o menor risco.

