

# Elettronica

Un **circuito elettronico** è fondamentalmente un **circuito integrato** (cioè integrare su un unico substrato, detto anche **chip**, una serie di componenti). Maggiore è il numero di componenti e maggiore è il numero che quel circuito riesce a fare.

Nell'elettronica moderna c'è una grande importanza nel cercare di ridurre la dimensione delle componenti, questo perché:

- Si possono inserire più componenti e fare più operazioni.
- Si riducono anche le **capacità parassite** (poiché mettendo due fili vicini, i due fili possono formare una sorta di condensatore e formare delle capacità parassite).
- Si riduce la potenza dissipata sottoforma di calore. Però da un'altra parte più sono piccoli i dispositivi, più sarà piccola la superficie esposta e quindi sarà più difficile raffreddare tale dispositivo, il quale se raggiunge una certa temperatura si fonde e si rompe (quindi la dimensione piccola è anche quella un limite).
- Si riducono i ritardi, essendo che le distanze tra i componenti sono ridotte.

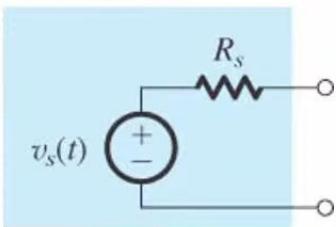
Nella costruzione di un circuito elettronico che elabora informazioni i vincoli da soddisfare sono:

- **Area di chip:** minore è l'area occupata dal chip meglio è per la costruzione del dispositivo.
- **Potenza dissipata:** minore è la potenza dissipata, meglio è per l'integrità del chip.

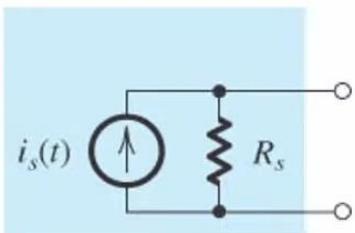
## Segnali e generatori di segnali

Un'**informazione** è un **segnale elettrico** che può essere:

- una **tensione**: è l'energia potenziale che permette il passaggio delle cariche; quindi, della corrente e si misura in volt (V). Un generatore di tensione  $v_s(t)$  graficamente si può indicare con la seguente rappresentazione di Thevenin:



- una **corrente**: che è un flusso di cariche e si misura in ampere (A). Un generatore di corrente  $i_s(t)$  graficamente si può indicare con la rappresentazione di Norton:



Per estrarre le informazioni volute da un insieme di segnali l'**osservatore** (un dispositivo) ha bisogno di **elaborare** il segnale. Per convertire un segnale fisico in segnale elettrico abbiamo bisogno di dei dispositivi chiamati **trasduttori**. Una volta elaborato il segnale elettrico deve essere trasformato in segnale fisico tramite dei **attuatori**.

I segnali che possiamo elaborare possono essere di due tipi:

- **Periodici**: un segnale che un certo periodo  $T$ , che superato tale periodo il segnale si ripete e si possono rappresentare con serie di Fourier e nel dominio della frequenza.
- **Non periodici**: un segnale che non ha una periodicità.

**NOTA:** Esiste un legame tra il dominio del tempo e quello della frequenza, più un segnale cambia velocemente, allora più sarà alta la sua frequenza e di conseguenza più sarà alta la sua banda passante; invece, più un segnale varia lentamente allora più sarà bassa la sua frequenza e quindi più sarà bassa la banda passante.

### Spettro in frequenza di un segnale

Un segnale è una funzione del tempo può essere caratterizzato e può essere caratterizzato dal suo **spettro in frequenza**. Una tale descrizione del segnale è ottenuta mediante due strumenti matematici:

- **Serie di Fourier:** permette di rappresentare segnali periodici come somma di segnali sinusoidali di differenti frequenze e ampiezze (Per questo i segnali sinusoidali sono importanti nell'analisi e nel progetto).
- **Trasformata di Fourier:** si applica in casi più generali per ottenere lo spettro in frequenza di segnali arbitrari nel tempo (non necessariamente periodici). La trasformata di Fourier restituisce lo spettro come:
  - **Funzione discreta:** nel caso di segnali periodici poiché sono costituite da un insieme discreto di frequenze (la **frequenza fondamentale**  $\omega_0$  e le sue armoniche);
  - **Funzione continua:** nel caso di segnali non periodici;

I segnali sinusoidali assumono la seguente forma:

$$v_a(t) = V_a \sin \omega t$$

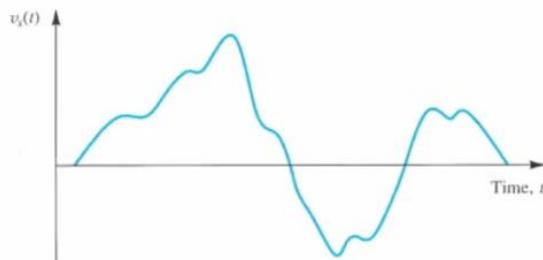
E tale segnale è caratterizzato dalle seguenti componenti:

- **Aampiezza  $V_a$ :** denota il valore di ampiezza massima del segnale;
- **Pulsazione  $\omega$ :** denota la velocità angolare in radianti al secondo;
- **Frequenza  $f$ :** denota la frequenza in Herz;
- **Periodo  $T$ :** denota il periodo in secondi;
- **Valore efficace:** è dato dal  $\frac{V_a}{\sqrt{2}}$ .

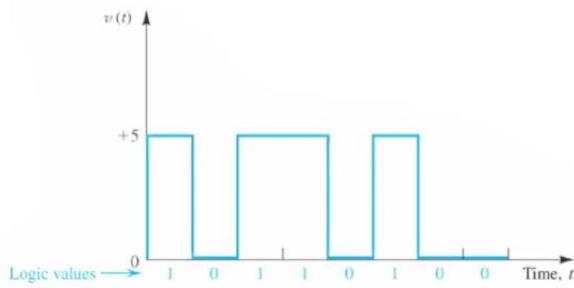
## Segnali analogici e digitali

I segnali possono essere di due tipi:

- **Segnale analogico:** è un segnale continuo nel tempo e continuo in ampiezza (cioè può assumere qualunque valore in termini di ampiezza), cioè è caratterizzato da un'ampiezza massima e minima ed è caratterizzato dalla sua componente spettrale:



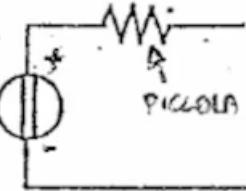
- **Segnale digitale:** è continuo nel tempo (cioè in ogni istante si trova un valore), ma è discreto in ampiezza (ovvero ci possono essere solo due valori per ampiezza):

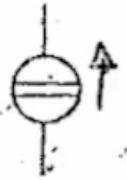
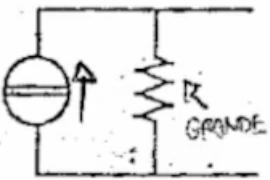
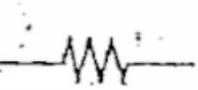
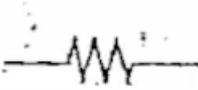


**ATTENZIONE:** Un segnale può sempre trasportare (o avere una sovrapposizione di) rumore ed il rumore non trasporta informazione utile. A ogni passo di amplificazione o elaborazione aggiunge rumore. Per il segnale analogico il rumore determina una degradazione non recuperabile dell'informazione. Per il segnale digitale la degradazione dovuta a un rumore è recuperabile (entro certi limiti).

### Cenni alla Teoria dei circuiti

Una **rete di circuiti lineare** è una rete i cui parametri elettrici in gioco è formata da **bipoli** (dispositivi con due terminali) e la relazione tra la corrente che scorre attraverso questi due elettrodi e la differenza di tensione di questi due elettrodi è una relazione lineare.

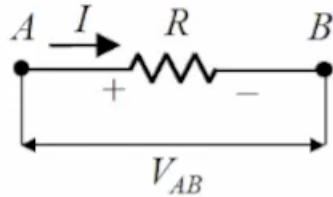
Nome bipolo	Ideale	Reale	
Generatore di tensione (indipendente)	 $v(t) = v_+ - v_-$		Dal punto di vista ideale il generatore di tensione non dipende dal carico, ma dal punto di vista reale sì, in particolare in base alla tipologia di carico possiamo misurare tensioni diverse, e modelliamo ciò con una resistenza piccola in serie.

Generatore di corrente (indipendente)	 $i(t) = \frac{dq}{dt}$		Da un punto di vista ideale il generatore di corrente non dipende dal tipo di carico, ma nella pratica si è viene modellato da una resistenza in parallelo
Resistenza	 $R$	 $R$	Ci sono due casi interessanti dove la resistenza assume i valori: - <b>Cortocircuito:</b> $R = 0$ ; - <b>Circuito aperto:</b> $R = \infty$

Vediamo ora quali sono i teoremi e le leggi che regolano le relazioni corrente tensione nei circuiti lineari.

### Legge di Ohm

$$V_{AB} = V_A - V_B = RI$$



NOTA: Il potenziale è l'energia rispetto a un riferimento (ovvero uno zero), che spesso è rappresentata dalla massa (Ground GND).

### Resistenze in serie e in parallelo

Le resistenze possono essere messe in due tipi di circuiti:

- **In serie:** in questo caso sono attraversate tutte dalla stessa corrente e la resistenza equivalente si calcola in questo modo:  

$$R_e = R_1 + \dots + R_n$$
- **In parallelo:** in questo caso sono attraversate tutte da diverse correnti ma la differenza di potenziale è lo stesso, la resistenza equivalente si calcola nel seguente modo:

$$\frac{1}{R_e} = \frac{1}{R_1} + \dots + \frac{1}{R_n}$$

## Leggi di Kirchhoff

Le leggi di Kirchhoff sono due leggi utili per la descrizione di circuiti lineari, per definire le leggi di Kirchhoff bisogna definire i concetti di:

- **Nodo:** punto nel quale incidono due o più percorsi.
- **Maglia:** è un anello chiuso formato da un numero generico di interconnessione di bipoli.

Vediamo quindi le due leggi:

- **Prima legge di Kirchhoff:**

La somma algebrica delle correnti entranti in un nodo è identicamente nulla in ogni istante di tempo, ossia la somma delle correnti entranti in un nodo è uguale alle correnti uscenti:

$$\sum_i I_i = 0$$

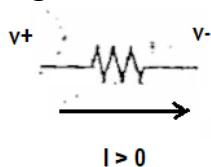
- **Seconda legge di Kirchhoff:**

La somma algebrica delle tensioni lungo qualsiasi percorso chiuso è identicamente nulla in ogni istante di tempo, ossia la somma delle forze elettromotrici presenti nella maglia devono equilibrare le varie cadute di tensione nelle resistenze costituenti i rami della maglia stessa:

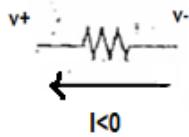
$$\sum_i f_i = \sum_j R_j I_j$$

**NOTA:** per sapere il segno che va messo nella sommatoria si seguono le seguenti regole:

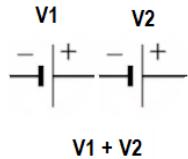
1. La corrente ha verso positivo se arriva dal potenziale positivo al potenziale negativo:



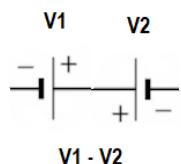
2. La corrente ha verso negativo se arriva da un potenziale:



3. Due generatori in serie si sommano se sono messi nello stesso verso:



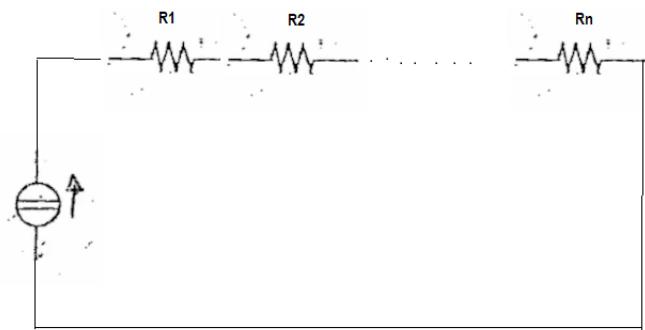
4. Due generatori si sottraggono se hanno verso opposto:



### Regola del partitore di tensione

$$V_i = \frac{R_i}{R_1 + \dots + R_n} V_o$$

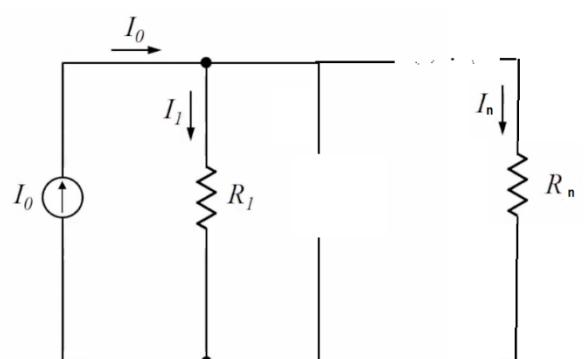
Si dimostra con la legge di Kirchhoff sulle maglie e con la legge di Ohm considerando il fatto che il circuito è attraversata dalla stessa corrente.



### Partitore di corrente

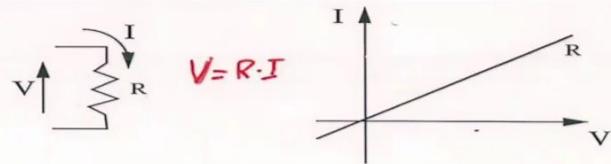
$$I_i = \frac{\frac{1}{R_i}}{\frac{1}{R_1} + \dots + \frac{1}{R_n}} I_o$$

Si dimostra con la legge di Kirchhoff sui nodi e considerando il fatto che i due nodi segnati hanno lo stesso potenziale.

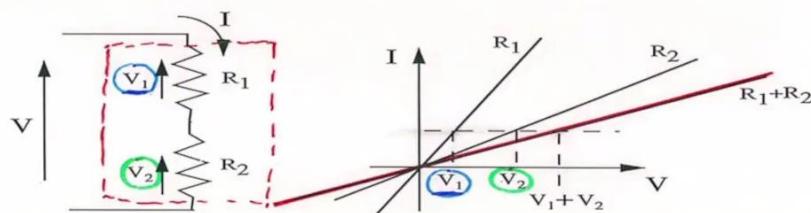


## Rappresentazione grafica I-V

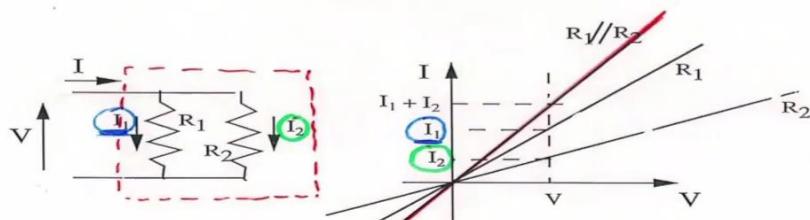
Possiamo rappresentare graficamente la legge di Ohm in un piano cartesiano rappresentato dalla corrente e dal potenziale.



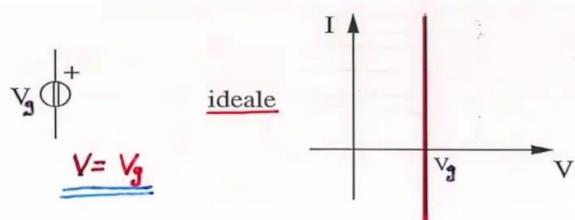
Legge di Ohm



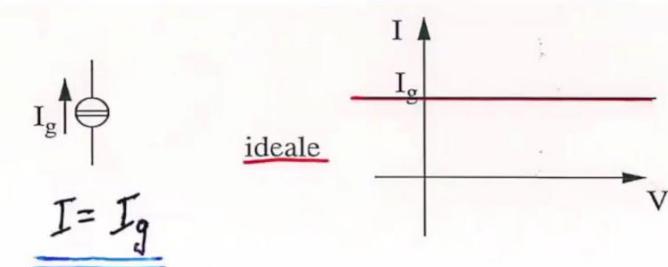
Resistenze in serie



Resistenze in parallelo



Generatore di tensione



Generatore di corrente

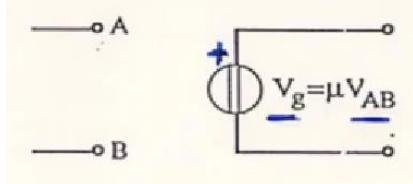
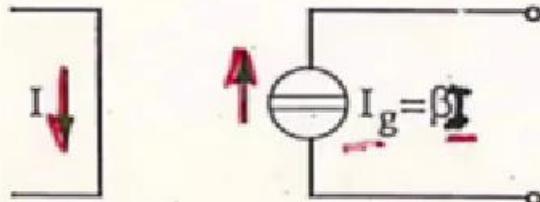
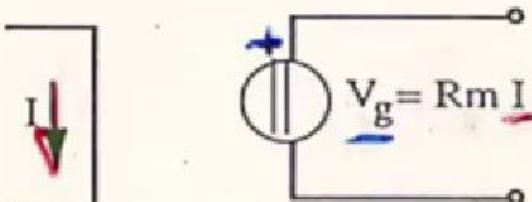
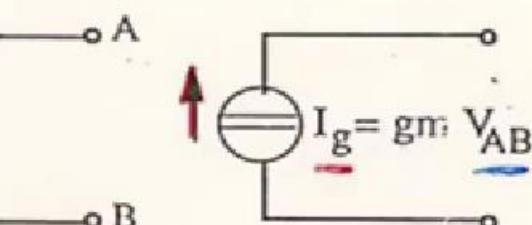
## Teorema di sovrapposizione degli effetti

Il teorema di sovrapposizione degli effetti afferma che in una rete lineare la corrente in un elemento circuitale o la tensione ai suoi capi è uguale alla somma algebrica delle correnti o delle tensioni prodotte indipendentemente da ciascun generatore.

Per calcolare l'effetto di ciascuno dei generatori, gli altri generatori indipendenti devono essere disattivati, cortocircuitando i generatori di tensione e lasciando aperti quelli di corrente. Devono tuttavia essere considerate le resistenze dei generatori disattivati.

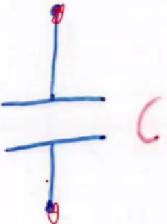
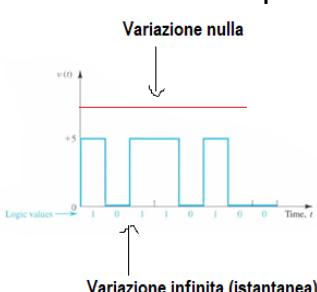
## Generatori controllati

Avevamo visto i generatori di tensione indipendenti, ovvero indipendentemente dalla situazione generano sempre lo stesso valore. Altri elementi bipoli lineari sono i **generatori di tensione e di corrente controllati** il cui valore è indipendente dal carico, ma dipende dalla condizione in cui il componente è inserito nel circuito.

<b>Generatore di tensione controllato in tensione:</b> La tensione nominale del generatore dipende dalla tensione ai capi di A e B in un ramo da qualche parte del circuito, questo significa che se cambia la tensione ai capi di A e B cambia la tensione prodotta dal generatore.	 $V_g = \mu V_{AB}$
<b>Generatore di corrente controllato in corrente:</b> Il generatore di corrente controllato dalla corrente in un ramo del circuito.	 $I_g = \beta I$
<b>Generatore di tensione controllato in corrente:</b> Un generatore di tensione che dipende dalla corrente in un ramo del circuito.	 $V_g = R_m I$
<b>Generatore di corrente controllato dalla tensione:</b> Un generatore di corrente controllato dalla tensione in un ramo del circuito.	 $I_g = g_m V_{AB}$

## Elementi reattivi

Nei circuiti reali possiamo trovare sempre dei componenti (o effetti parassiti) di tipo capacitivo e induttivo chiamati anche **elementi reattivi**. Quindi possiamo trovare dei bipoli:

<b>Capacitivo</b>		$I = C \frac{dV}{dt}$ <p>Una variazione di potenziale infinita (ovvero istantanea) significa avere una corrente infinita e quindi il condensatore si comporta come un cortocircuito. Quindi per alte frequenze abbiamo un cortocircuito. Invece per variazione nulla abbiamo corrente nulla e quindi un circuito aperto.</p> 
<b>Induttivo</b>		$V = L \frac{dI}{dt}$

## Legge di Ohm nel dominio complesso

Si può estendere la legge di Ohm nel dominio complesso, attraverso la trasformata di Laplace definendola nel seguente modo:

$$V(s) = Z(s)I(s)$$

Dove  $Z(s)$  è un numero complesso che prende il nome di **impedenza**. L'inverso della impedenza  $Y(s) = Z(s)^{-1}$  prende il nome, invece, di **ammittenza**.

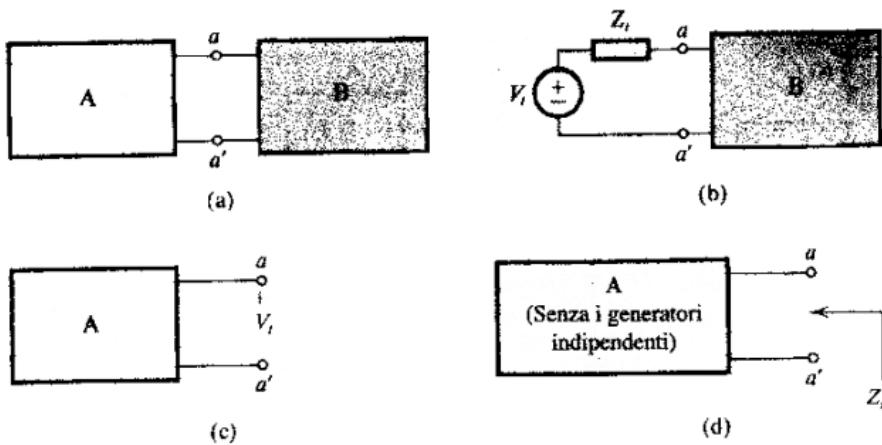
La legge di Ohm nel caso dei tre componenti nel dominio complesso assume questa forma:

- **Resistenza:**  $V(s) = R I(s)$  con  $Z(s) = R$
- **Capacità:**  $V(s) = \frac{1}{sC} I(s)$  con  $Z(s) = \frac{1}{sC}$
- **Induttanza:**  $V(s) = sL I(s)$  con  $Z(s) = sL$

### Teorema di Thevenin

Il teorema di Thevenin permette di rappresentare una parte di una qualsiasi rete elettrica (A) con un generatore di tensione  $V_t$  e con impedenza in serie  $Z_t$  (generatore reale di tensione):

- Per determinare  $V_t$  si aprono i due terminali (a e a') della rete e se ne misura (o calcola) la tensione.
- Per determinare  $Z_t$  si annullano tutti i generatori indipendenti che si trovano nella rete A (si mettono in corto circuito tutti i generatori di tensione e circuito aperto tutti i generatori di corrente) e si misura (o calcola) il valore dell'impedenza d'ingresso della rete.

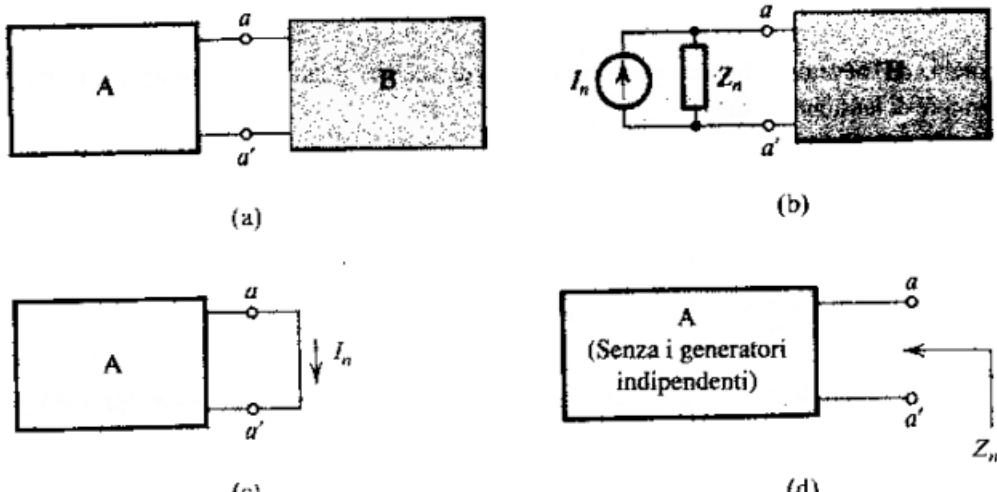


### Teorema di Norton

Il teorema di Norton permette di rappresentare una parte di una qualsiasi rete elettrica con un generatore di corrente  $I_n$  e con impedenza in parallelo  $Z_n$  (generatore reale di corrente):

- Per determinare  $I_n$  si chiudono in corto circuito i terminali della rete e se ne misura (o calcola) la corrente.

- Per determinare  $Z_n$  si annullano tutti i generatori indipendenti che si trovano nella rete A (si mettono in corto circuito tutti i generatori di tensione e in circuito aperto tutti i generatori di corrente) e si misura (o calcola) il valore dell'impedenza d'ingresso della rete.



### **Teorema dell'assorbimento dal generatore**

Durante l'analisi di una rete si trova un generatore controllato in corrente  $I_x$  tra due nodi la cui differenza di potenziale è la tensione di controllo  $V_x$ , cioè  $I_x = g_m V_x$  dove  $g_m$  p conduttanza. Possiamo sostituire questo generatore controllato con l'impedenza  $Z_x = \frac{V_x}{I_x} = \frac{1}{g_m}$  poiché la corrente assorbita da questa impedenza è uguale alla corrente fornita dal generatore controllato che abbiamo sostituito.



## Circuiti con una sola costante di tempo (STC)

I circuiti con una sola costante di tempo (STC) sono quelli che possono essere sintetizzati da un componente reattivo (induttanza o capacità) ed una resistenza. I circuiti più semplici che si possono comporre sono:

- **Resistenza-Induttanza:** tali circuiti hanno una costante di tempo  $\tau = \frac{L}{R_{eq}}$ , dove  $R_{eq}$  è la resistenza vista dal punto di vista della induttanza.
  - **Resistenza-Capacità:** tali circuiti hanno una costante di tempo  $\tau = CR_{eq}$  dove  $R_{eq}$  è la resistenza vista dal punto di vista della capacità.

Molto spesso la maggior parte dei circuiti nell'elettronica (anche quelli più complessi) si possono realizzare come combinazione di questi circuiti STC.

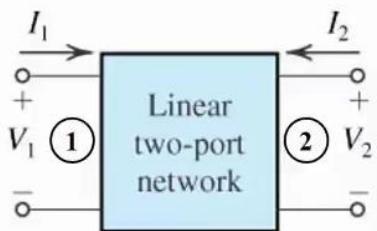
### Valutazione della costante di tempo $\tau$

Un metodo semplice per calcolare la costante di tempo di un circuito STC è quello che segue i seguenti passi:

1. **Ridurre l'eccitazione proveniente dai generatori:** vengono cortocircuitati i generatori di tensione, e lasciati a circuito aperto i generatori di corrente;
2. **Si calcola la resistenza  $R_{eq}$  dal punto di vista del componente reattivo:** quindi si calcola l'impedenza che si trova ai due terminali del componente reattivo.

### Reti a due porte

Un sistema che deve elaborare informazione (ovvero un segnale o di corrente o di tensione) si può vedere come una scatola con due morsetti dove si affacci o una differenza di potenziale o una corrente (che possiamo definire come l'ingresso della porta d'ingresso di questo sistema di elaborazione) e una volta eseguite le operazioni sul segnale in entrata, il segnale elaborato viene consegnato in uscita attraverso due morsetti sottoforma o di corrente o di tensione (porta di uscita).



Di questi quattro parametri (tensione/corrente entrata e tensione/corrente uscita),

- **Segnale corrente in entrata:** decide quale sarà la corrente in entrata nel sistema, la tensione ai capi della porta uno dipende da come è fatta la rete.
- **Segnale corrente in uscita:** se l'uscita dovrà fornire una corrente, è l'elaborazione che determina la corrente che esce, la differenza di potenziale ai capi della porta dipenderà da come è fatta la rete.
- **Segnale tensione in entrata:** decise quale sarà la tensione in entrata nel sistema, la corrente ai capi della porta uno dipende da come è fatta la rete.

- **Segnale tensione in uscita:** se l'uscita dovrà fornire una tensione, è l'elaborazione che determina la tensione che esce, la corrente alle porte finali dipenderà da come è fatta la rete.

**Nota:** Queste variabili entrata e uscita sono le variabili indipendenti del sistema, le altre variabili dipendono che dipendono dalla rete sono le variabili dipendenti del sistema. Le variabili dipendenti sono anche chiamate **funzioni di trasferimento** perché indicano la relazione tra ingresso e uscita.

In una qualsiasi rete lineare valgono le seguenti relazioni:

- **Caso in cui la tensione di entrata/uscita indipendenti:**

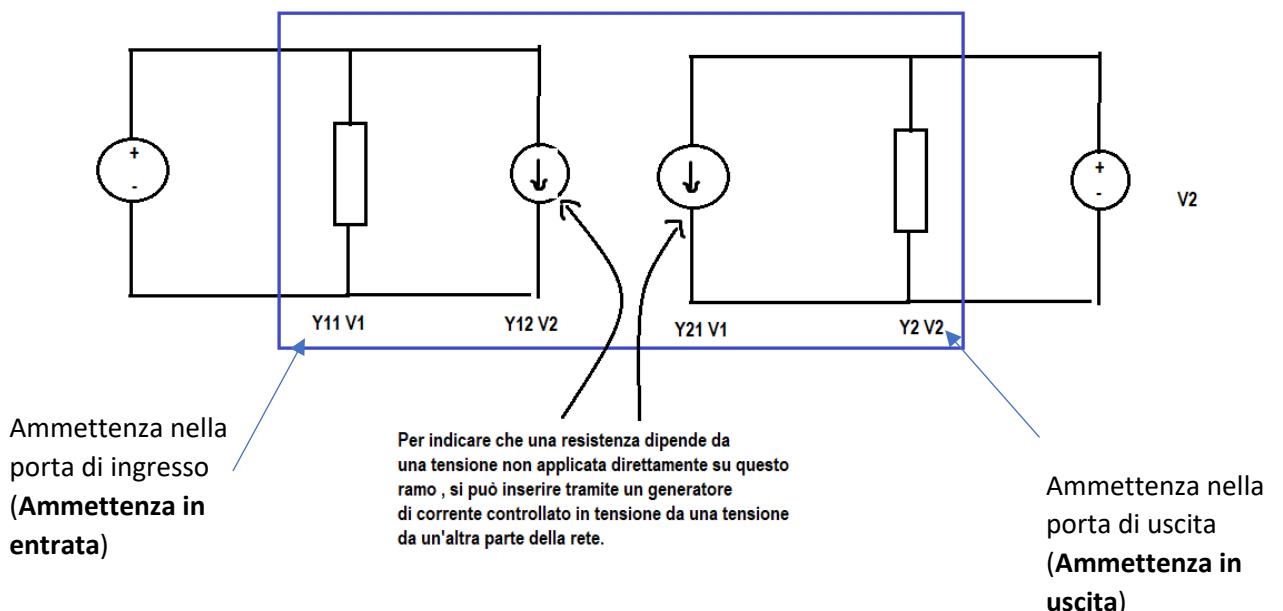
$$\begin{cases} I_1(s) = Y_{11}(s)V_1(s) + Y_{12}(s)V_2(s) \\ I_2(s) = Y_{21}(s)V_1(s) + Y_{22}(s)V_2(s) \end{cases} \text{ con } Y_{ij}(s) \text{ l'ammettenza}$$

Abbiamo le varie ammettenze che si calcolano in questo modo:

$$\begin{aligned} Y_{11}(s) &= \frac{I_1}{V_1} \Big|_{V_2=0} & Y_{12}(s) &= \frac{I_1}{V_2} \Big|_{V_1=0} \\ Y_{21}(s) &= \frac{I_2}{V_1} \Big|_{V_2=0} & Y_{22}(s) &= \frac{I_2}{V_2} \Big|_{V_1=0} \end{aligned}$$

**NOTA:** Si può calcolare l'ammettenza  $Y_{ij}$  quando cortocircuitiamo le varie tensioni diverse da j.

Possiamo rappresentare tale sistema con il seguente circuito:



- **Caso in cui la corrente di entrata/uscita indipendenti:**

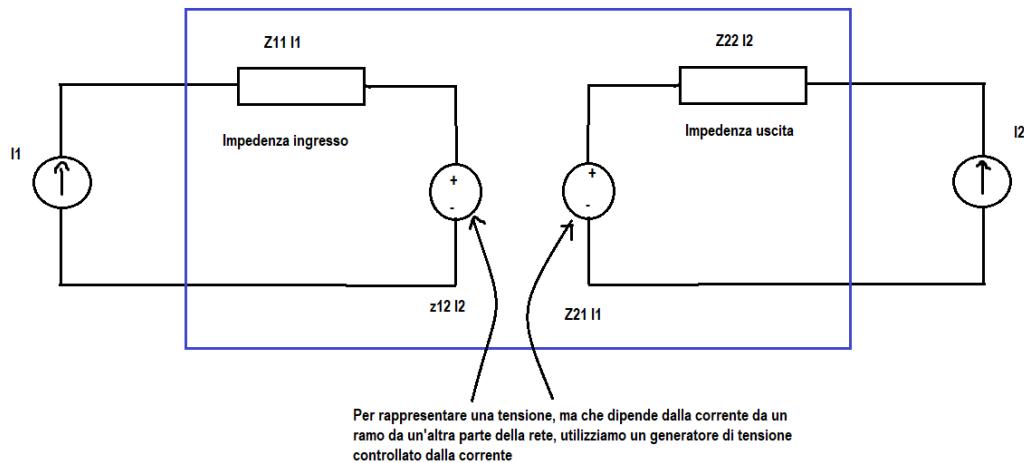
$$\begin{cases} V_1(s) = Z_{11}(s)I_1(s) + Z_{12}(S)I_2(s) \\ V_2(s) = Z_{21}(s)I_1(s) + Z_{22}(S)I_2(s) \end{cases} \text{ con } Z_{ij}(s) \text{ l'impedenza}$$

Abbiamo le varie impedenze che si calcolano come:

$$\begin{aligned} Z_{11}(s) &= \frac{V_1}{I_1} \Big|_{I_2=0} & Z_{12}(s) &= \frac{V_1}{I_2} \Big|_{I_1=0} \\ Z_{21}(s) &= \frac{V_2}{I_1} \Big|_{I_2=0} & Z_{22}(s) &= \frac{V_2}{I_2} \Big|_{I_1=0} \end{aligned}$$

**NOTA:** Si può calcolare l'impedenza  $Z_{ij}$  quando cortocircuitiamo le varie tensioni diverse da j.

Possiamo disegnare il circuito associato a questo sistema nel seguente modo:



**NOTA:** Possiamo anche avere i casi (che si dimostrano in maniera analoga) di:

- **Caso con tensione in entrata e corrente in uscita indipendenti:**

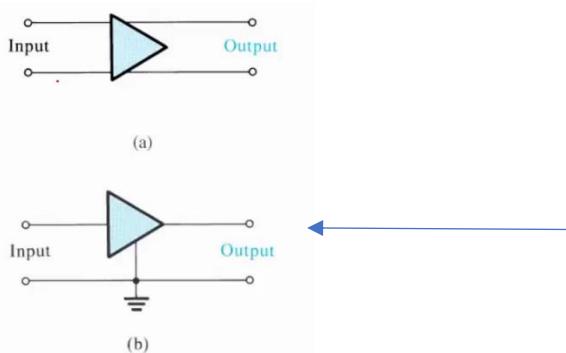
$$\begin{cases} V_1(s) = H_{11}(s)V_1(s) + H_{12}(S)I_2(s) \\ I_2(s) = H_{21}(s)V_1(s) + H_{22}(S)I_2(s) \end{cases} \text{ con } H_{ij}(s) \text{ un coefficiente lineare}$$

- **Caso con corrente in entrata e tensione in uscita indipendenti:**

$$\begin{cases} I_1(s) = G_{11}(s)I_1(s) + G_{12}(S)V_2(s) \\ V_2(s) = G_{21}(s)I_1(s) + G_{22}(S)V_2(s) \end{cases} \text{ con } G_{ij}(s) \text{ un coefficiente lineare}$$

## Amplificatori

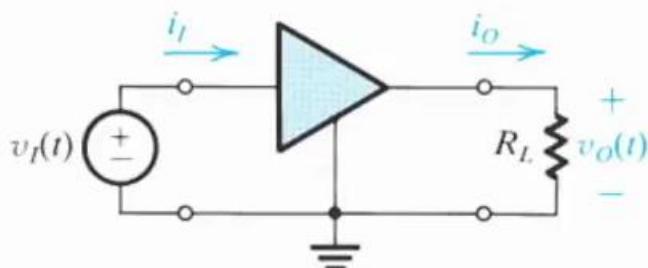
Un **amplificatore** è una rete a due porte, un sistema dove c'è una porta dalla quale entra un segnale (tale segnale viene dal sensore, ovvero da un trasduttore che trasforma un segnale fisico in segnale elettrico e dipende dal tipo di parametro fisico e dal tipo di sensore) di corrente o di tensione. Il tipo di segnale non dipende da chi costruisce l'amplificatore, ma l'ingegnere che costruisce l'amplificatore deve sapere il tipo di segnale che arriverà. Nella rete c'è una porta di uscita dove esce un segnale di tensione o corrente (che va a un trasduttore che trasforma tale segnale in un segnale fisico) e la scelta di quali tra i due utilizzare è determinata dal trasduttore. Quindi ci sono quattro elettrodi per il segnale, due per il segnale di entrata e due per il segnale di uscita.



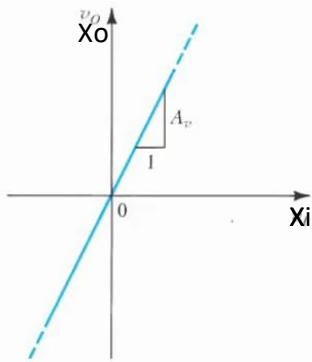
Spesso uno dei due morsetti è in comune tra l'entrata e uscita, e vengono connessi da un corto circuito e sono equipotenziali e molto spesso il potenziale comune è 0 (GND). E quindi di conseguenza abbiamo un solo morsetto per l'entrata e uno solo per l'uscita.

L'amplificatore, essendo una rete a due porte, è caratterizzato dai tre parametri della rete a due porte:

- Funzione di trasferimento;
- Impedenza in ingresso
- Impedenza di uscita



**Funzione di trasferimento:** deve essere una funzione di trasferimento lineare (ovvero dato un ingresso, la relazione con l'uscita deve essere lineare, l'uscita varia linearmente con l'ingresso, in particolare l'uscita è una funzione dello stesso tipo dell'ingresso).



Questa retta, che chiamiamo la **trans caratteristica** del circuito, è la rappresentazione grafica di una funzione di trasferimento dell'amplificatore. Tale funzione rappresenta quanto cresce l'uscita al crescere dell'entrata di un segnale X (con  $X_i$  = segnale ingresso e  $X_o$  = segnale uscita). La pendenza della retta è il guadagno dell'amplificatore:

$$A = \frac{X_o}{X_i}$$

**NOTA:** la differenza tra un tra un circuito elettronico che amplifica (amplificatore) e un circuito passivo che amplifica (trasformatore). Se prendiamo un trasformatore, esso amplifica la tensione/corrente in ingresso in una tensione/corrente in uscita. Il trasformatore però non può amplificare la potenza. Si ricorda che la potenza di un segnale è dato da

$$P = VI$$

In un circuito passivo come il trasformatore per i prodotti vale la regola:

$$P_1 = V_1 I_1 > V_2 I_2 = P_2$$

Quindi un trasformatore può amplificare la tensione ma riduce di molto la corrente, oppure può amplificare la corrente ma riduce di molto la tensione. Quindi un circuito di questo tipo non può avere un guadagno di potenza.

Un circuito elettronico (amplificatore) può avere un contemporaneamente:

- **guadagno di tensione:**

$$A_v = \frac{V_o}{V_i} \geq 1$$

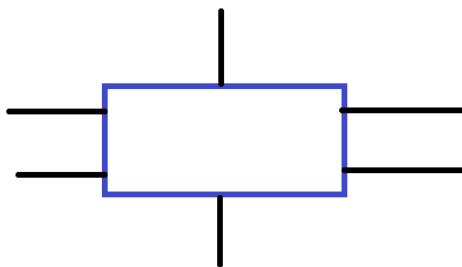
- **guadagno di corrente:**

$$A_i = \frac{i_o}{i_v} \geq 1$$

- **guadagno in potenza:**

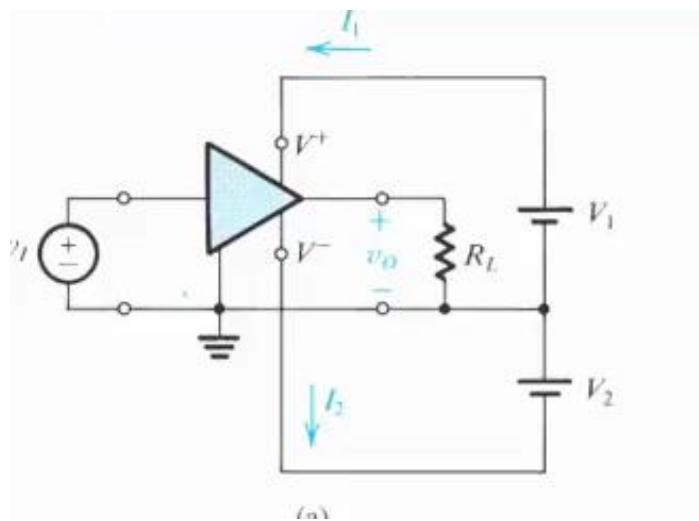
$$A_p = \frac{\text{potenza in uscita}}{\text{potenza in ingresso}} = \frac{v_o i_o}{v_i i_i} = A_v A_i \geq 1$$

Un amplificatore è un elemento attivo (un circuito attivo) che amplifica la potenza del segnale dall'ingresso all'uscita, ovviamente tale potenza non si può generare all'interno del circuito, deve essere fornita un'energia in più all'interno del circuito che deve essere trasferite nel segnale, e l'energia in più sta nel fatto che il circuito dell'amplificatore va alimentato.



In genere quindi un amplificatore è un circuito a due porte e che ha altri due piedini aggiuntivi per l'alimentazione dell'amplificatore

Quasi sempre l'amplificatore è alimentato in maniera duale, ovvero abbiamo un morsetto alimentato da una tensione positiva e un morsetto alimentato da una tensione negativa. In particolare abbiamo un circuito fatto in questa maniera:



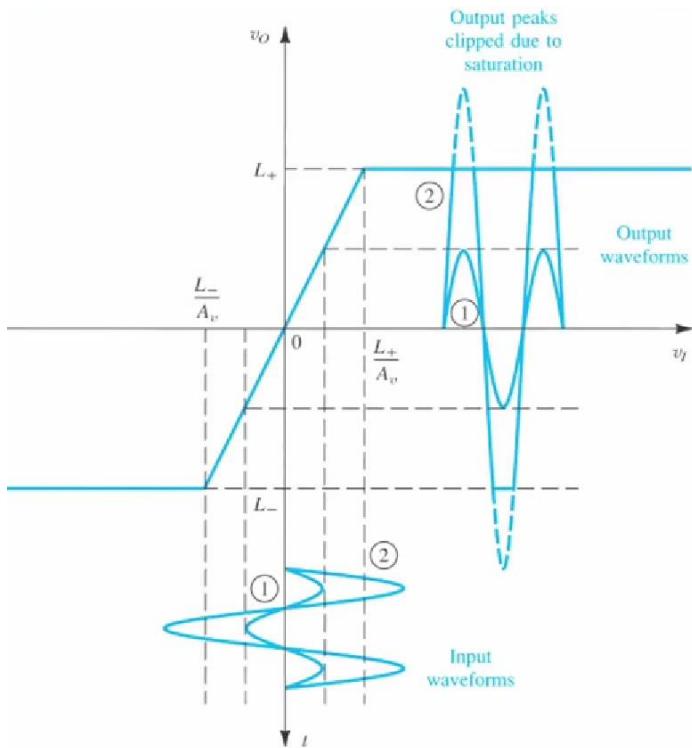
Quindi abbiamo che valgono le seguenti relazioni (per dc=tensione costante):

- **Potenza fornita all'amplificatore:**  $P_{dc} = V_1 I_1 + V_2 I_2$
- **Bilancio energetico:**  $P_{dc} + P_{segnaletico} = P_{load} + P_{diss}$

- **Efficienza amplificatore:**  $\eta = \frac{P_o}{P_{dc}}$

NOTA: La potenza del segnale è in ingresso all'amplificatore è spesso più piccola rispetto alla potenza fornita dai due generatori, per tale ragione si può trascurare nel bilancio energetico.

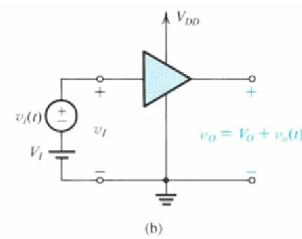
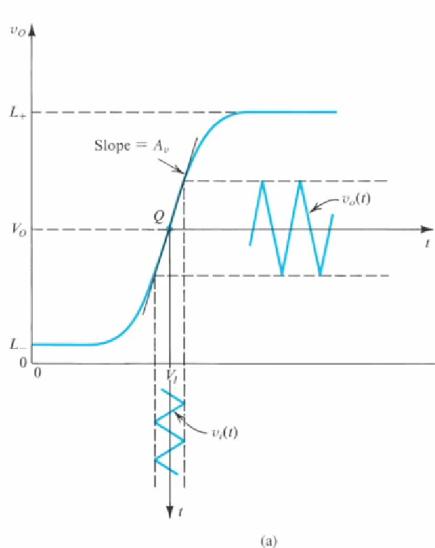
Inoltre l'amplificatore è alimentato dai due generatori dalle due tensioni in ingresso  $V_+$  e  $V_-$  che corrispondono rispettivamente alle tensioni massima e minima che possiamo trovare dentro una rete di quel tipo (ovvero l'amplificatore), poiché si può applicare sempre il principio del partitore, ma il partitore è sempre una parte della tensione, quindi qualunque nodo che vado a prendere all'interno della rete a due porte le tensioni non possono superare i  $V_+$  e  $V_-$  cioè le tensioni limitano le escursioni massima e minima delle tensioni in uscita. Quindi se questa cosa la vediamo dal punto di vista grafico:



Su questo grafico abbiamo la tensione di uscita  $V_o$  (asse y) e tensione di ingresso  $V_i$  (asse x). Sul grafico la nostra funzione di trasferimento è lineare per questo corrisponde a una retta (la retta obliqua che passa per l'origine) e la pendenza di questa retta è proprio il guadagno. Questo sistema è alimentato da due batterie  $V_+$  e  $V_-$ , queste due batterie danno un valore massimo e uno minimo delle dinamiche delle tensioni di uscita, cioè le tensioni di uscita  $L_+$  è il limite massimo e  $L_-$  è il limite minimo, una volta raggiunti tali valori non si può ne crescere e ne decrescere quindi l'amplificatore sta **saturando** (ovvero la condizione è rappresentata dalle rette orizzontali in  $L_+$  e  $L_-$ ). Da questo grafico possiamo vedere due dinamiche:

- Il segnale di uscita è limitato tra l'intervallo di ampiezza  $L+$  e  $L-$ .
- Il segnale di ingresso viene amplificato bene senza distorsioni tra l'intervallo  $L+/A_v$  e  $L-/A_v$ . (Questa cosa si può vedere dal grafico che se abbiamo un segnale che ampiezza compresa tra gli intervalli possibili il segnale viene amplificato correttamente, se invece supera gli intervalli possibili, parte del segnale viene cancellato perché si ferma alle altezze massime  $L+$  e  $L-$ ).

**ATTENZIONE:** In questo caso la funzione di trasferimento passa per l'origine, ma non è detto che passi sempre per l'origine. La forma è sempre la stessa (ovvero una retta in pendenza e due zone di saturazione), ma può non passare per l'origine come in questo caso:



$$v_i(t) = V_I + v_o(t)$$

$$v_O(t) = V_O + v_o(t)$$

$$v_o(t) = A_v v_i(t)$$

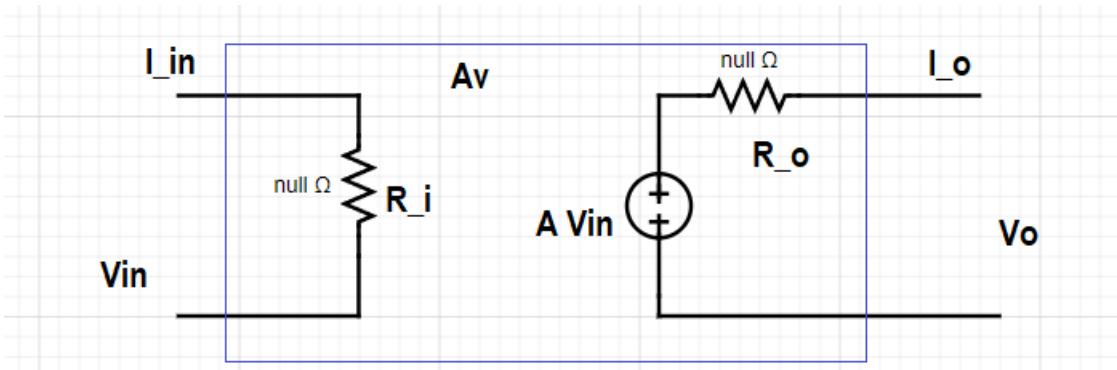
$$A_v = \frac{dv_O}{dv_I} \Big|_{\text{in } Q} \quad \text{pendenza in } Q$$

VI è un segnale che serve a centrare il punto di lavoro della funzione lineare

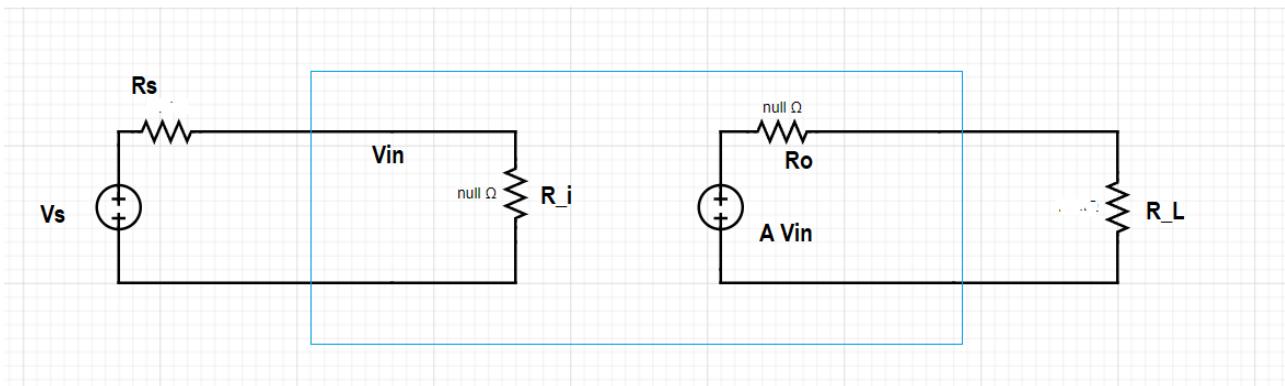
E quindi il segnale di uscita sarà centrato in  $V_O$  come risultato che abbiamo centrato il segnale con VI

Quando abbiamo costruito l'amplificatore e sappiamo dove si trova il centro della trans-caratteristica usiamo una batteria in più dentro il sistema (come nell'immagine del circuito c'è la batteria con  $V_I$ ) per **polarizzare**, ovvero per fare in modo che in assenza di segnale il punto di lavoro va al centro della dinamica. Useremo per indicare le componenti per la polarizzazione con le maiuscole ( $V_I, V_O$ ) invece i segnali effettivi in entrata con le minuscole ( $v_i(t), v_o(t)$ ).

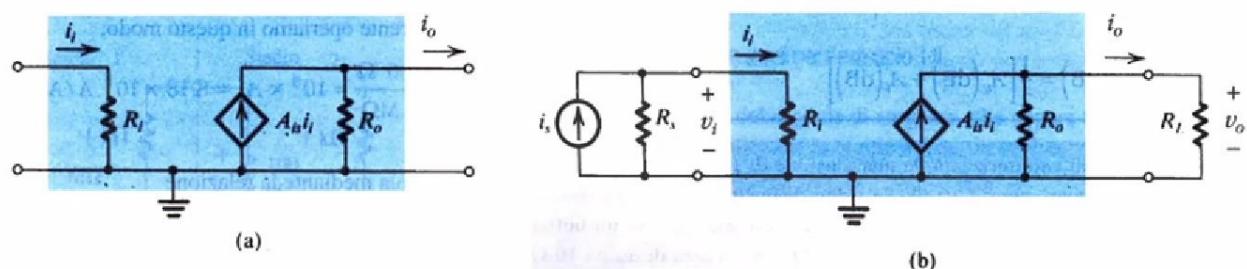
Possiamo disegnare il circuito equivalente dell'amplificatore che è una rete lineare a due porte (trascurando il generatore controllato nella porta di entrata poiché l'input non deve dipendere dall'output). Possiamo quindi disegnare la rete a due porte fatta con un impedenza d'ingresso, impedenza d'uscita e la funzione di trasferimento.



Chi progetta l'amplificatore deve fare in modo che  $R_i$  deve essere molto maggiore rispetto a un eventuale  $R_s$  (resistenza in serie di un generatore di tensione reale per generare  $V_{in} = \frac{V_s R_i}{R_i + R_s}$ ), in modo tale che per la legge del partitore di tensione  $R_s$  viene trascurata per la regola del partitore. Per quanto riguarda l'uscita, sicuramente sarà messo un carico e vogliamo che il nostro segnale amplificato vada a finire sul carico  $R_L$ . Vogliamo che la tensione che vada a finire sul carico sia indipendente dal carico stesso e anche in questo caso vale la regola del partitore di tensione ( $V_o = \frac{A_v V_{in} R_L}{R_o + R_L}$ ) quindi vogliamo mettere una resistenza  $R_o$  piccola, in modo che sia trascurabile rispetto  $R_L$  e che ci dia la tensione corretta indipendentemente dal carico.



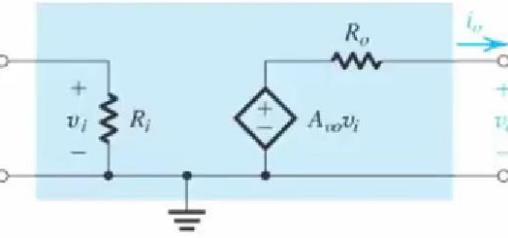
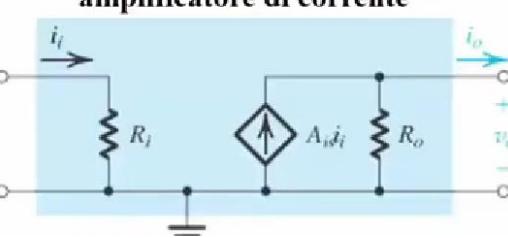
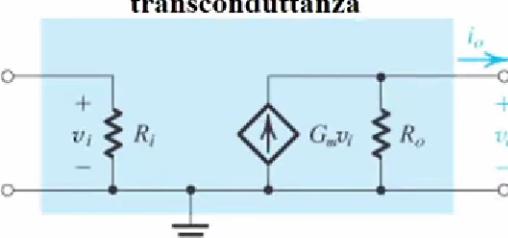
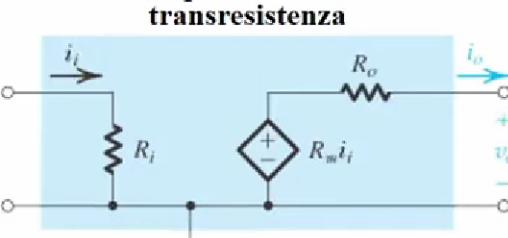
Lo stesso ragionamento si può applicare per un amplificatore di corrente:



E possiamo dimostrare in maniera analoga a sopra che vogliamo realizzare le impedanze di entrata e uscita nei seguenti modi:

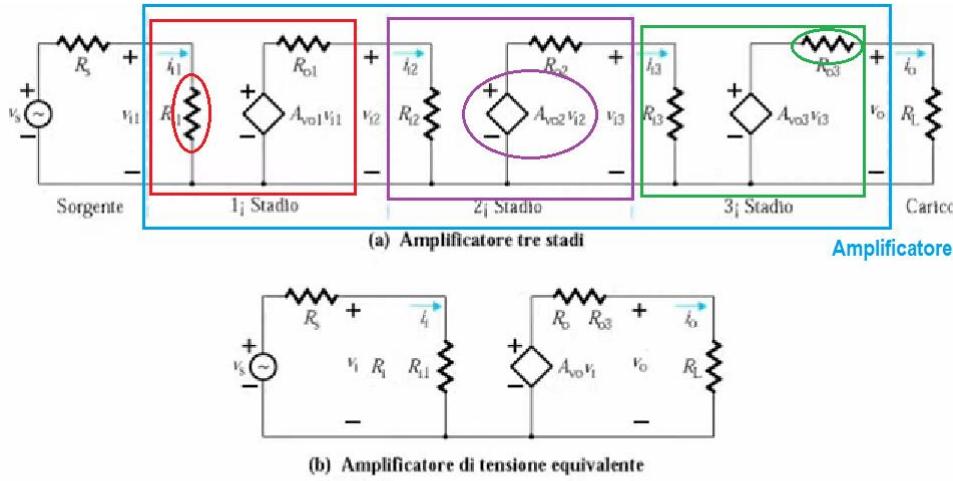
- $R_i \ll R_s$
- $R_o \gg R_L$

I quattro tipi di amplificatori che possiamo avere sono:

	parametri di guadagno	caratteristiche ideali
<b>amplificatore di tensione</b> 	guadagno di tensione a circuito aperto $A_{vo} \equiv \frac{v_o}{v_i} \Big _{i_o=0}$ (V/V)	$R_i = \infty$ $R_o = 0$
<b>amplificatore di corrente</b> 	guadagno di corrente in cortocircuito $A_{is} \equiv \frac{i_o}{i_i} \Big _{v_o=0}$ (A/A)	$R_i = 0$ $R_o = \infty$
<b>amplificatore di transconduttanza</b> 	transconduttanza in cortocircuito $G_m \equiv \frac{i_o}{v_i} \Big _{v_o=0}$ (A/V)	$R_i = \infty$ $R_o = \infty$
<b>amplificatore di transresistenza</b> 	transresistenza a circuito aperto $R_m \equiv \frac{v_o}{i_i} \Big _{i_o=0}$ (V/A)	$R_i = 0$ $R_o = 0$

Fare un sistema che soddisfi tutti e tre le condizioni (il guadagno che voglio, l'impedenza d'ingresso che mi serve, l'impedenza d'uscita che mi serve) è molto

difficile, perciò quello che si fa è che all'interno dell'amplificatore troviamo diversi stadi, diversi altri sottosistemi ognuno dei quali è una rete a due porte:



$$A_{vo} = A_{v1} A_{v2} A_{v3}$$

$$R_i = R_{i1}$$

$$R_o = R_{o3}$$

L'amplificatore è diviso in tre stadi:

- Stadio1: è quello che da la resistenza in entrata;
- Stadio2: è quello che genera l'amplificazione;
- Stadio3: è quello che da la resistenza in uscita;

Quindi i tre parametri necessari facciamo in modo che vengono dati da tre stadi diversi. Essendo che ogni stadio è ingresso o uscita dell'altro, il guadagno complessivo è dato dal prodotto dei guadagni, in particolare sappiamo che il guadagno si calcola come:

$$A_v = \frac{v_o}{v_s}$$

Quindi i guadagni dei tre stadi sono:

$$A_{v1} = \frac{v_{o1}}{v_{i1}}$$

$$A_{v2} = \frac{v_{o2}}{v_{i2}} = \frac{v_{o2}}{v_{o1}}$$

$$A_{v3} = \frac{v_{o3}}{v_{i3}} = \frac{v_{o3}}{v_{o2}}$$

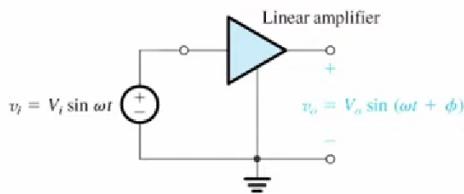
Infatti come possiamo vedere se facciamo il prodotto dei tre guadagni:

$$A_{v_o} = A_{v_1} A_{v_2} A_{v_3} = \frac{v_{o_1}}{v_{i_1}} \frac{v_{o_2}}{v_{o_1}} \frac{v_{o_3}}{v_{o_2}} = \frac{v_o}{v_i}$$

L'impedenza d'ingresso è solo l'impedenza del primo stadio, invece l'impedenza d'uscita è solo l'impedenza del terzo stadio.

### Risposta in frequenza di un amplificatore

Avere una funzione di trasferimento lineare significa che la forma d'onda di uscita è uguale a quella dell'ingresso. La forma d'onda contiene le informazioni ed è composta da delle componenti sinusoidali, fino a che frequenza possono arrivare e sappiamo che per avere un segnale periodico e non periodico le componenti in gioco arrivano fino a frequenza infinita. Avere l'uscita uguale all'ingresso come forma d'onda significa che tutte le componenti del segnale vengono amplificate nella stessa maniera.

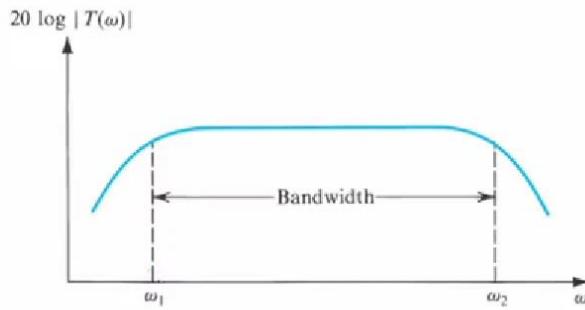


$$T(\omega) = \frac{V_o(\omega)}{V_i(\omega)} \quad \text{funzione di trasferimento dell'amplificatore}$$

$$|T(\omega)| = \frac{V_o}{V_i} \quad \text{ampiezza della funzione di trasferimento}$$

$$\angle T(\omega) = \phi \quad \text{fase della funzione di trasferimento}$$

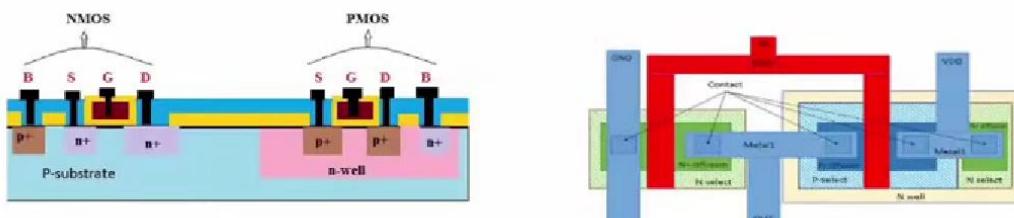
Se ci mettiamo in un caso che le ampiezze del segnale di ingresso sono all'interno del range ammesso (ovvero non lo portano in saturazione) e aumentiamo la frequenza del segnale, quello che succede è che quando la frequenza supera un certo valore il segnale di uscita ha sempre la forma amplificata ma non è più amplificata nella stessa maniera perché viene amplificato di ampiezza zero, ovvero il segnale di uscita ha un'ampiezza nulla. Questo perché il nostro amplificatore è caratterizzato da un intervallo di frequenze  $[w_1, w_2]$ , che sono l'intervallo di frequenze all'interno del quale l'amplificatore funziona e il valore del guadagno è pari a  $A_v$  in tale intervallo.



$\omega_2 - \omega_1$  larghezza di banda o banda passante dell'amplificatore

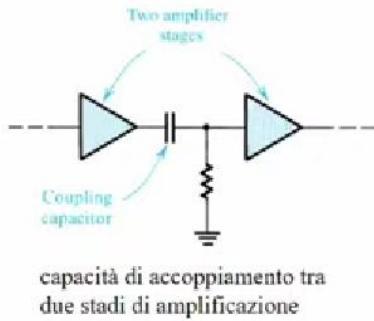
$\omega_1, \omega_2$  frequenze a 3 dB

Se il nostro segnale inizia ad avere una frequenza  $w > w_2$  (che la chiamiamo anche  $\omega_h$ , ovvero **frequenza di taglio**, che è la massima frequenza che può essere amplificata del valore nominale del guadagno) la funzione di trasferimento inizia a decrescere fino ad annullarsi completamente. La frequenza di taglio  $\omega_h$  è legata alle capacità parassite del circuito tra i diversi livelli di collegamento di un microcircuito. La frequenza di taglio infatti coincide con il valore massimo oltre il quale l'impedenza dovuta alle capacità parassite non è più trascurabile, infatti l'impedenza  $Z_c = \frac{1}{j\omega C}$ , all'aumentare delle frequenze diminuisce l'impedenza fino a diventare un cortocircuito e la frequenza di taglio è la frequenza oltre la quale il circuito inizia a diventare un cortocircuito tra i diversi livelli dei collegamenti.



Anche se il nostro segnale inizia ad avere una frequenza  $w < w_1$  la funzione di trasferimento inizia a decrescere. La frequenza  $w_1$  è un limite inferiore, ovvero una frequenza minima di funzionamento, che non è dovuta a queste capacità parassite,

poiché a basse frequenze il problema delle interconnessioni non c'è poiché le piste sono isolate da una impedenza molto alta, poiché  $Z_c = \frac{1}{j\omega C}$  per piccole frequenze l'impedenza cresce e quindi i diversi collegamenti ai diversi livelli sono isolati. Il limite inferiore è dovuto sempre a delle capacità, ma non capacità parassite, ma sono dei condensatori inseriti con criterio all'interno del circuito, che ha lo scopo da interruttore per far passare solo alcune determinate frequenze. Il limite inferiore spesso viene indicato con  $\omega_L$  (omega low).



Il condensatore per il limite inferiore viene fatto inserire tra i diversi stadi, in modo tale da polarizzare in modo indipendente i diversi stadi e non essere influenzati durante la polarizzazione di uno stadio dall'output dello stadio prima di esso, il condensatore ha lo scopo di bloccare appunto alcuni segnali (come interruttore).

### Risposta in frequenza di reti a singola costante di tempo

Possiamo studiare il comportamento di un circuito, ovvero se si comporta come:

- **Filtro passa basso:** quando fa passare frequenze basse;
- **Filtro passa alto:** quando fa passare frequenze alte;
- **Filtro passa banda:** se fa passare frequenze tra una frequenze  $w_1$  e  $w_2$ .

Tali comportamenti si possono analizzare attraverso la funzione di trasferimento e disegnando la funzione di trasferimento sui **diagrammi di Bode**.

### Circuito RC

Il circuito RC è un circuito che ha come output la tensione ai capi del bipolo del condensatore e tale circuito si comporta come passa basso. Infatti possiamo ricavare in questo modo:

$$V_o(s) = V_i(s) \frac{Z_C}{R + Z_C}$$

$$T(s) = \frac{V_o(s)}{V_i(s)} = \frac{Z_C}{R + Z_C} = \frac{1/sC}{R + 1/sC} = \frac{1}{1 + sRC}$$

$$T(j\omega) = \frac{V_o(j\omega)}{V_i(j\omega)} = \frac{1}{1 + j\omega RC} = \frac{1}{1 + j\omega\tau}$$

$$|T(j\omega)| = \frac{1}{\sqrt{1 + (\omega\tau)^2}} = \frac{1}{\sqrt{1 + (\omega/\omega_0)^2}}$$

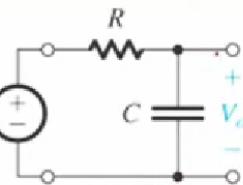
$$\angle T(j\omega) = \phi = -\arctg(\omega\tau) = -\arctg(\omega/\omega_0) \text{ con } \omega_0 = 1/RC = 1/\tau$$

Per  $\omega << \omega_0$

$$\begin{aligned} |T(j\omega)| &\approx 1 \\ 20 \log_{10} |T(j\omega)| &= 0 \\ \phi &= 0 \end{aligned}$$

Per  $\omega >> \omega_0$

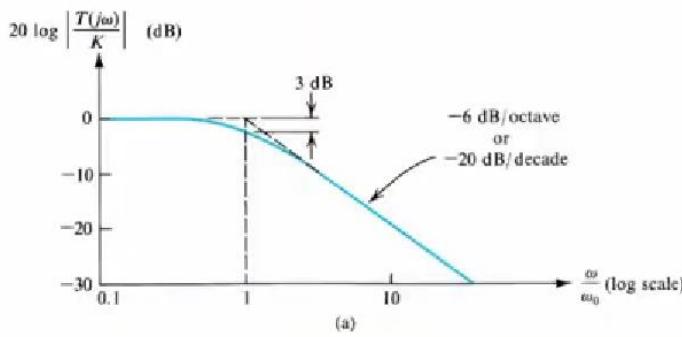
$$\begin{aligned} |T(j\omega)| &\approx \omega_0 / \omega \\ 20 \log_{10} |T(j\omega)| &= 20 \log_{10} |\omega_0 / \omega| \\ \phi &= -\pi/2 = -90^\circ \end{aligned}$$



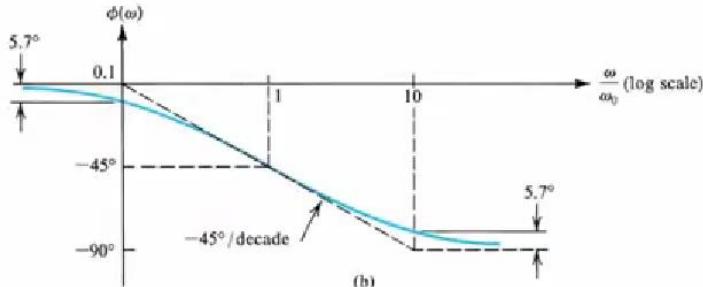
Per  $\omega = \omega_0$

$$\begin{aligned} |T(j\omega)| &= 1/\sqrt{2} \\ 20 \log_{10} |T(j\omega)| &= 20 \log_{10} |1/\sqrt{2}| = -3 \text{ dB} \\ \phi &= -\pi/4 = -45^\circ \end{aligned}$$

La funzione di trasferimento la possiamo disegnare attraverso i **diagrammi di Bode**:



(a)



(b)

Possiamo calcolare come varia la tensione in output sapendo che in ingresso riceve un ingresso a gradino:



Sappiamo che:

$$V_c = \frac{Q}{C} = \frac{\int I dt}{C}$$

Se vediamo qual è la situazione del circuito nei seguenti istanti abbiamo:

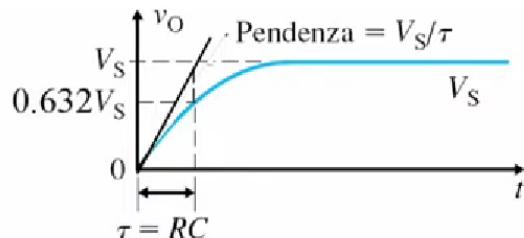
- $t = 0^+ \rightarrow V_c = 0 = V_c(t)|_{t=0^-}$  in questo istante inizia a fluire una corrente nel bipolo resistivo con intensità  $I = \frac{V_s - V_c}{R}$ . Man mano il condensatore carica diminuisce lo scorrimento di corrente perché aumenta  $V_c$  e diminuisce la velocità di carica di  $V_c$ .
- $t = \infty \rightarrow V_c = V_s$ , il processo di carica termina quando la corrente va a zero e la corrente va a zero quando la tensione sul condensatore diventa pari a  $V_s$ .

La tensione ai capi di un condensatore si può calcolare tramite il metodo asintotico:

$$V_c(t) = V_c(\infty) - [V_c(\infty) - V_c(t_0^-)]e^{-\frac{t-t_0}{\tau}}$$

$$V_c(t) = V_s - [V_s - 0]e^{-\frac{t}{\tau}}$$

In output otteniamo un segnale di questo tipo:



$$V_o(t) = V_s(1 - e^{-\frac{t}{\tau}})$$

**NOTA:** possiamo vedere che essendo che la funzione di trasferimento è un passa basso, le basse frequenze (ovvero la frequenza nulla, cioè quando la funzione è costante) le lascia passare, invece le alte frequenze (ovvero variazioni veloci, in questo caso passare da 0 a  $V_s$  in maniera istantanea, quindi velocità di cambiamento infinita e quindi alta frequenza) non le lascia passare infatti abbiamo il transitorio.

## Circuito CR

Il circuito CR è un circuito che ha come output la tensione ai capi della resistenza, in questo caso tale circuito ha un andamento da passa alto come possiamo vedere in seguito.

$$V_o(s) = V_i(s) \frac{R}{R + Z_C}$$

$$T(s) = \frac{V_o(s)}{V_i(s)} = \frac{R}{R + Z_C} = \frac{R}{R + 1/sC} = \frac{sRC}{1 + sRC}$$

$$T(j\omega) = \frac{V_o(j\omega)}{V_i(j\omega)} = \frac{j\omega RC}{1 + j\omega RC} = \frac{j\omega\tau}{1 + j\omega\tau}$$

$$|T(j\omega)| = \frac{\omega\tau}{\sqrt{1+(\omega\tau)^2}} = \frac{\omega/\omega_0}{\sqrt{1+(\omega/\omega_0)^2}}$$

$$\angle T(j\omega) = \phi = \pi/2 - \arctg(\omega\tau) = \pi/2 - \arctg(\omega/\omega_0) \quad \text{con } \omega_0 = 1/RC = 1/\tau$$

Per  $\omega \ll \omega_0$

$$|T(j\omega)| \approx \omega/\omega_0$$

$$20 \log_{10} |T(j\omega)| \approx 20 \log_{10} (\omega/\omega_0)$$

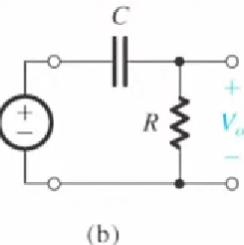
$$\phi \approx \pi/2$$

Per  $\omega > \omega_0$

$$|T(j\omega)| \approx 1$$

$$20 \log_{10} |T(j\omega)| \approx 0$$

$$\phi \approx 0$$



(b)

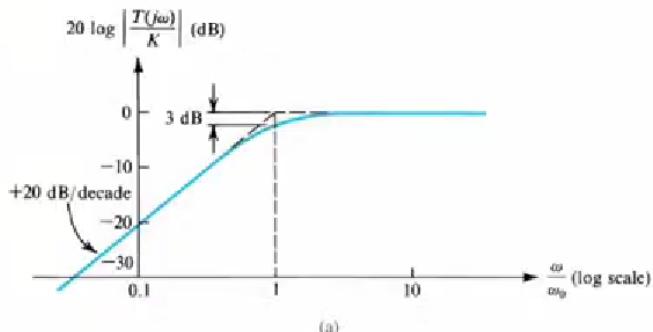
Per  $\omega = \omega_0$

$$|T(j\omega)| = 1/\sqrt{2}$$

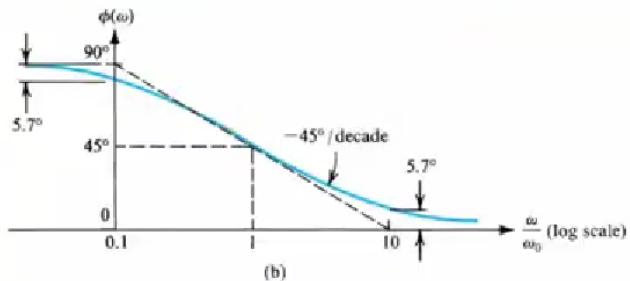
$$20 \log_{10} |T(j\omega)| = 20 \log_{10} [1/\sqrt{2}] = -3 \text{ dB}$$

$$\phi = \pi/4 = 45^\circ$$

Possiamo disegnare i diagrammi di Bode:



(a)



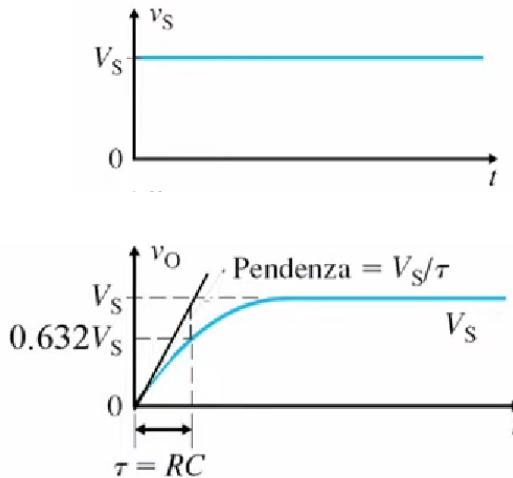
(b)

La tensione ai capi della resistenza si può calcolare direttamente sottraendo dal grafico del segnale  $V_s$  il grafico del  $V_c$  calcolato sopra, questo perché per la legge di Kirchhoff vale la regola della maglia e quindi:

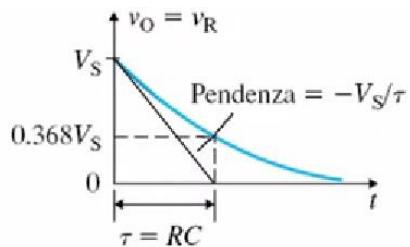
$$V_s = V_c + V_R$$

Quindi  $V_R$  in funzione delle altre grandezze è data dalla loro sottrazione:

$$V_R = V_s - V_c$$



Sottraendo i due grafici otteniamo:



$$v_O(t) = V_S e^{-t/\tau}$$

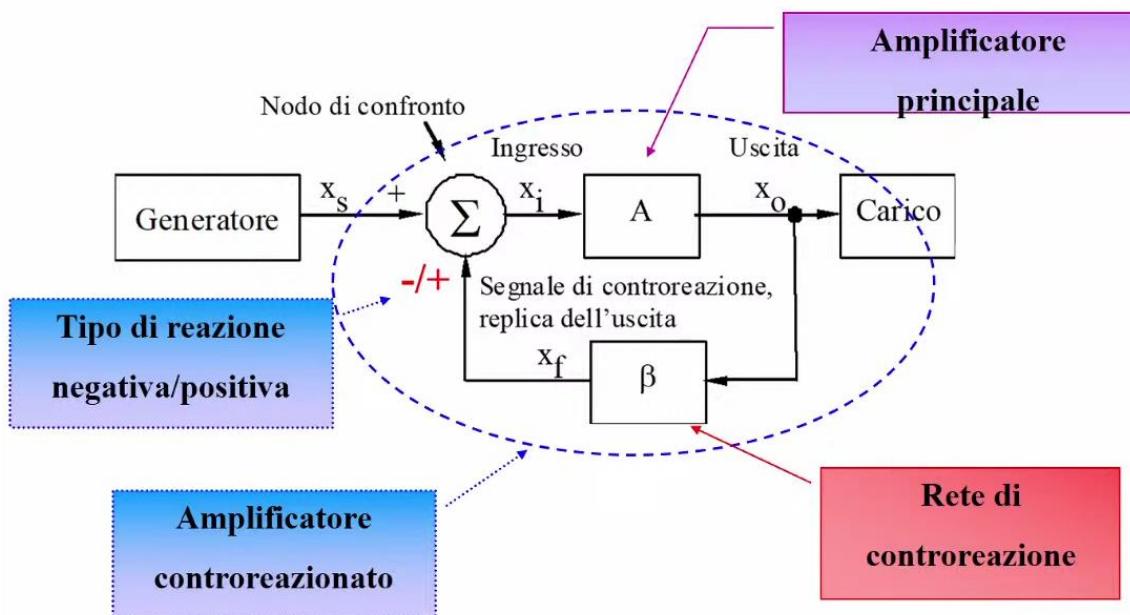
**NOTA:** In questo caso avviene l'opposto perché abbiamo un passa alto, lascia passare le alte frequenze; invece, non lascia passare le basse frequenze.

**ATTENZIONE:** Nei circuiti RC (in generale) quando si deve calcolare la costante di tempo, in realtà la formula è  $\tau = CR_{eq}$  dove  $R_{eq}$  è la resistenza vista dal condensatore. Per calcolarla basta sostituire al posto del condensatore un generatore di tensione e annullare tutte le variabili indipendenti, quindi cortocircuitando i generatori di tensione e mettendo a circuito aperto i generatori di corrente e vedere quale è la resistenza che trova la corrente.

### Controreazione

La **controreazione** è una tecnica che serve per controllare e stabilizzare un circuito. La controreazione è una tecnica che consiste nel prendere il segnale dall'uscita e rimetterlo in entrata. In base al segno del segnale che viene rimandato in ingresso si può parlare di:

- **Controreazione positiva:** se il segnale di uscita rientra con il segno positivo e che si somma all'ingresso e di conseguenza aumenta il segnale di uscita. Questo meccanismo porta a divergere il sistema e quindi è il contrario di una stabilità.
- **Controreazione negativa:** se il segnale di uscita rientra con il segno negativo e sommandosi all'ingresso, tende a diminuire l'uscita quindi a farlo convergere.



Il sistema complessivo è anche esso rappresentabile da una rete a due porte ed è formato da:

- Una rete a due porte che da l'amplificatore  $A$ ;
- Una rete a due porte che da l'amplificatore  $\beta$ ;
- Un sommatore che somma uscita e ingresso;

Matematicamente abbiamo il seguente sistema:

$$\begin{cases} x_o = Ax_i \\ x_f = \beta x_o \\ x_i = x_s - x_f \end{cases}$$

Il guadagno dell'amplificatore controreazionario risulta:

$$A_f = \frac{x_o}{x_s} = \frac{x_o}{x_i + x_f} = \frac{Ax_i}{x_i + A\beta x_i} = \frac{A}{1 + A\beta}$$

E definiamo le seguenti grandezze nel seguente modo:

- *Guadagno di anello  $A\beta$*
- *Tasso di controreazione  $1 + A\beta$*

NOTA: Se si verifica  $A\beta \gg 1$  risulta  $A_f \approx \frac{1}{\beta}$  e quindi il guadagno dell'amplificatore controreazionato è determinato quasi interamente dalla rete di controreazione.

Per vedere quanto è efficace la controreazione dal punto di vista della stabilità, ovvero significa quanto varia il guadagno nella rete controreazionata rispetto alla variazione che abbiamo nella rete ad anello aperto:

$$dA_f = d\left(\frac{A}{1+A\beta}\right) = \frac{1+A\beta-A\beta}{(1+A\beta)^2} dA = \frac{dA}{(1+A\beta)^2}$$

Dividendo tutto per  $A_f$  otteniamo:

$$\frac{dA_f}{A_f} = \frac{dA}{(1+A\beta)^2} * \frac{1+A\beta}{A} = \frac{1}{1+A\beta} * \frac{dA}{A}$$

La variazione di percentuale della funzione di trasferimento controreazionata  $A_f$  (quindi  $dA_f/A_f$ ) è uguale alla variazione percentuale del guadagno a anello aperto (quindi  $dA/A$ ), divisa per il tasso di controreazione (quindi  $1 + A\beta$ ), quindi significa che il guadagno del sistema controreazionato varia di meno rispetto a quello ad anello aperto quindi significa che è più stabile.

Oltre ad aumentare la stabilità un circuito in controreazione aumenta l'effetto della banda passante, infatti se abbiamo una funzione del tipo:

$$A(s) = \frac{A_M}{1 + \frac{s}{\omega_h}}$$

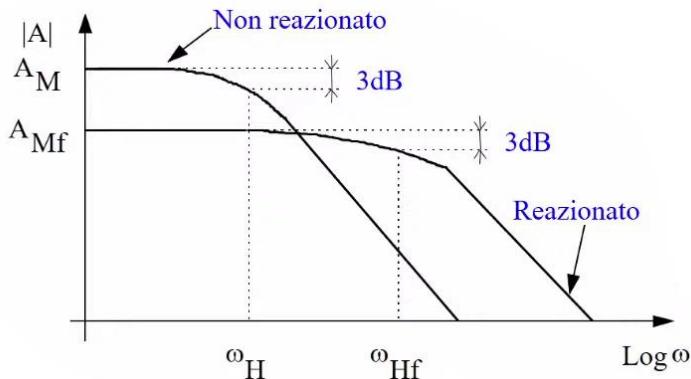
Dove con  $\omega_h$  abbiamo la frequenza di taglio, ovvero la banda passante. Con ci circuito controreazionato abbiamo:

$$\begin{aligned} A_f(s) &= A(s) \cdot \frac{1}{1+\beta A(s)} = \frac{A_M}{1+s/\omega_H} \cdot \frac{1}{1+\beta \frac{A_M}{1+s/\omega_H}} = \frac{A_M}{(1+s/\omega_H)} \cdot \frac{(1+s/\omega_H)}{1+s/\omega_H + \beta A_M} = \frac{A_M}{1+\beta A_M + s/\omega_H} = \\ &= \frac{A_M}{1+\beta A_M} \cdot \frac{1}{1+\frac{s}{\omega_H(1+\beta A_M)}} \end{aligned}$$

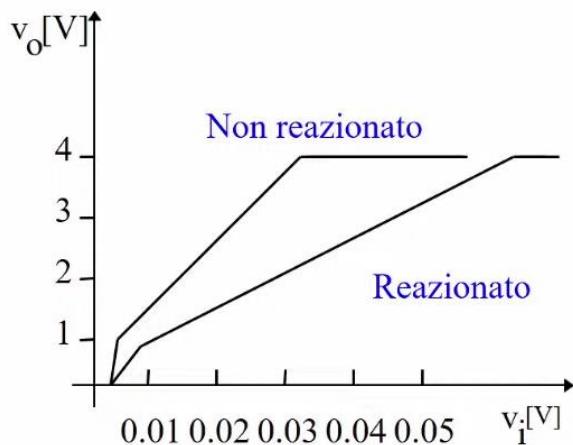
Quindi la nuova frequenza di taglio diventa:

$$\omega_{hf} = \omega_h(1 + \beta A)$$

La funzione del diagramma di Bode diventa così:



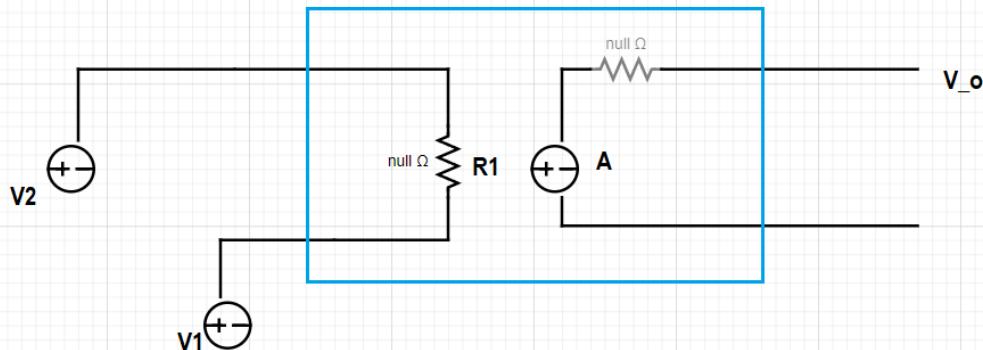
Il circuito reazionato inoltre permette di linearizzare notevolmente la transcaratteristica del circuito (ovvero la funzione di trasferimento) riducendo notevolmente la distorsione non lineare, questo perché il guadagno si riduce grazie al tasso di contoreazione (perché  $A_f = \frac{A}{1+A\beta}$ ) e allora la funzione di trasferimento nuova avrà sempre la stessa forma, ma una pendenza più inclinata verso basso:



## Amplificatori Operazionali

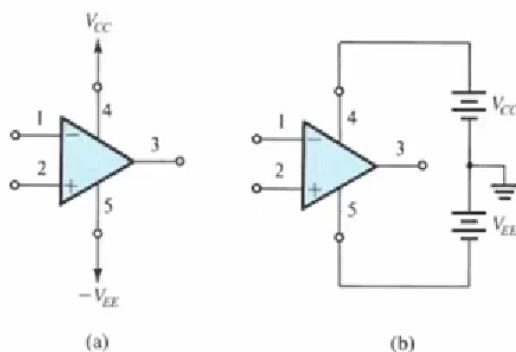
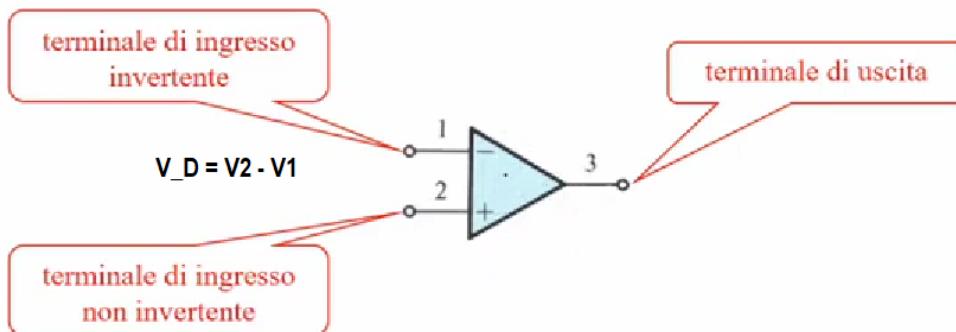
L'**amplificatore operazionale** è una particolare amplificatore e quindi è una rete a due porte. Tale rete a due porte prende come ingresso la differenza di due tensioni come tensione d'ingresso, quindi  $V_{in} = V_2 - V_1$ , per questo la tensione d'ingresso è spesso presa come **tensione differenziale**  $V_D$ . L'amplificatore operazionale può essere usato come amplificatore differenziale, amplifica la differenza di due tensioni.

$$V_{in} = V_2 - V_1$$



Il simbolo dell'amplificatore operazionale viene ripreso dall'amplificatore (quindi il triangolo) e in oltre i due piedini in ingresso vengono indicati con i segni '+' e '−', in particolare abbiamo:

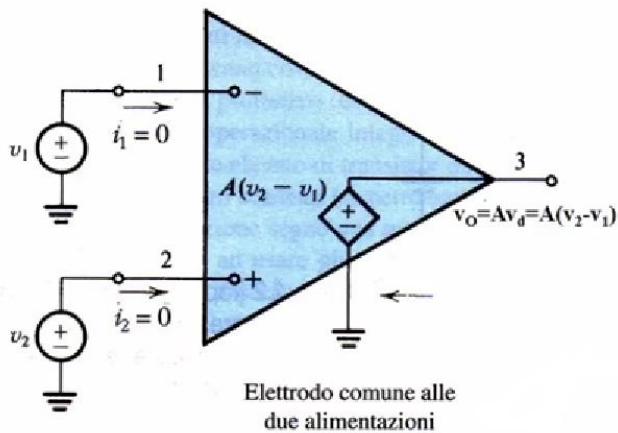
- **Piedino invertente (-):** è la tensione che viene sottratta, quindi con il segno negativo;
- **Piedino non invertente (+):** la tensione con il segno positivo a cui viene sottratta la tensione;



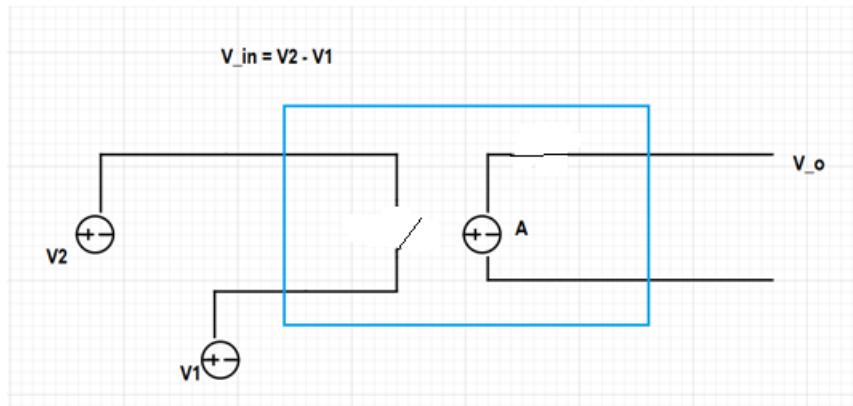
Si ricorda che questo è un amplificatore e quindi per amplificare deve prendere della potenza, e tale potenza viene presa da due batterie come mostrato in figura.

L'amplificatore operazionale ha delle caratteristiche riguardanti le impedanze d'ingresso e uscita:

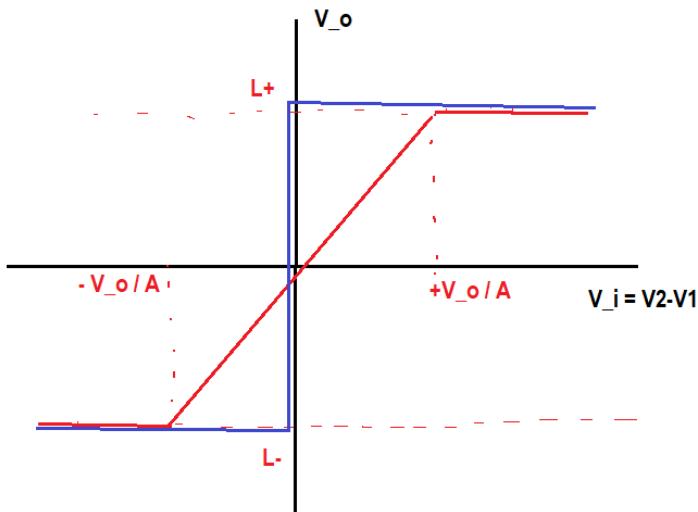
- La resistenza d'ingresso è molto alta ( $R_i = \infty$ );
- La resistenza d'uscita è molto piccola ( $R_o = 0$ );
- Il guadagno di un generatore è molto alto e costante e indipendente da f ( $A = A_0 = \infty$ );
- La corrente d'ingresso è nulla ( $i_i = 0$ );



**NOTA:** Essendo che la resistenza d'ingresso è molto alta, si può immaginare che si può parlare di circuito aperto, quindi non scorre corrente come corrente d'ingresso, invece la resistenza d'uscita essendo molto bassa si può considerare come un cortocircuito (questo significa che la tensione in uscita è sempre uguale al generatore di tensione controllato, qualunque sia il carico attaccato, cioè rende l'uscita del generatore di tensione controllato, un generatore di tensione ideale).



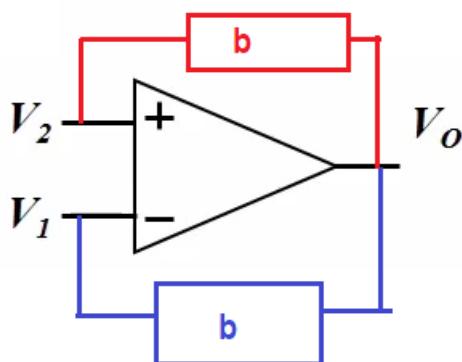
La trans-caratteristica dell'operazionale ha la seguente forma (quella in blu è quella dell'operazionale e quella in rosso è quella di un amplificatore generico):



Si può notare che se l'ingresso  $V_i$  si trova fuori dall'intervallo  $[-\frac{V_o}{A}, +\frac{V_o}{A}]$  il segnale arriva distorto in uscita e l'amplificatore non sta amplificando l'uscita. Se andiamo a disegnare la transcaratteristica della funzione avrà un guadagno infinito, quindi la pendenza delle retta centrata nell'origine sarà verticale (il grafico in blu). Un circuito di questo tipo (quello dell'amplificatore operazionale) non può mai funzionare come amplificatore perché il segnale risulterà sempre distorto. L'utilizzo di tale circuito è utile come comparatore, in particolare abbiamo:

- $V_- = V_+$  : allora il punto di lavoro si trova nell'origine perché  $V_0 = 0$  e l'amplificatore sta nella sua zona di funzionamento lineare;
- $V_- > V_+$  : l'amplificatore satura in negativo  $V_0 < 0$ ;
- $V_- < V_+$  : l'amplificatore satura in positivo  $V_0 > 0$  ;

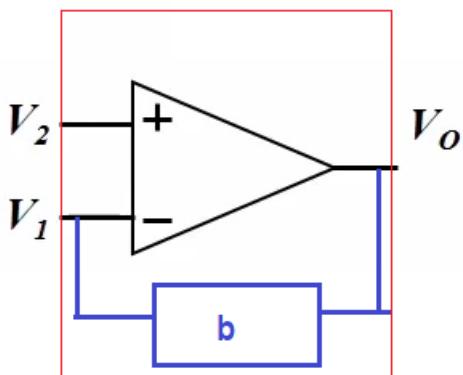
La dinamica di ingresso del comparatore, per poter utilizzare l'amplificatore operazionale bisogna ridurre il guadagno e per questo c'è bisogno di una contoreazione, perché come avevamo visto la contoreazione negativa riduce il guadagno. Se non si aggiunge una contoreazione l'amplificatore operazionale non può funzionare come amplificatore.



Nel caso di amplificatore con controreazione abbiamo i seguenti casi:

- **Controreazione negativa:** fa diminuire  $V_{in}$ , perché aumenta il morsetto negativo ( $V_1$ ). Applicare una controreazione negativa fa sì che si può utilizzare questo circuito come elemento lineare.
- **Controreazione positiva:** fa aumentare  $V_{in}$ , perché aumenta il morsetto positivo ( $V_2$ ). Applicare la controreazione positiva fa sì che l'amplificatore si può utilizzare per creare un circuito non lineare, ovvero un oscillatore o **multivibratore** (qualcosa che oscilla tra i due livelli di saturazione).

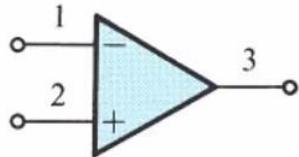
Abbiamo visto che se vogliamo utilizzare l'amplificatore come circuito integrato lineare bisogna utilizzare una controreazione negativa, però tale circuito non cambia, ovvero non è che se applichiamo una controreazione negativa o positiva cambiamo le caratteristiche di quel circuito, il nostro circuito è sempre un amplificatore con guadagno infinito. La controreazione genera una nuova rete a due porte che vede un guadagno ridotto e quindi aumentiamo la dinamica di ingresso, ovvero possiamo inserire un segnale a questo nuovo circuito e lui verrà amplificato linearmente.



Però l'amplificatore non sta cambiando, quello che stiamo facendo è fare in modo di far lavorare il segnale nel tratto verticale della trans-caratteristica dell'amplificatore operazionale (quindi nel punto di lavoro) e quindi abbiamo  $V_{in} = V_2 - V_1 = 0$  e quindi  $V_2 = V_1$ . I due morsetti dell'amplificatore lineare se e solo se l'amplificatore lavora nella sua zona di funzionamento lineare in questo caso il potenziale dei due morsetti sono uguali (quindi sono in corto circuito). Però in realtà non sono in corto circuito perché come abbiamo detto la resistenza tra i due morsetti è infinita ( $R_i = \infty$ ) e quindi sono allo stesso potenziale, ma tra di loro non passa corrente ( $i = 0$ ) e per indicare tale cosa diciamo che i due morsetti sono in **corto circuito virtuale**.

## Configurazioni fondamentali dei circuiti con AO

Vediamo come funziona un circuito che utilizza l'amplificatore operazionale come elemento lineare (cioè con una contoreazione negativa).

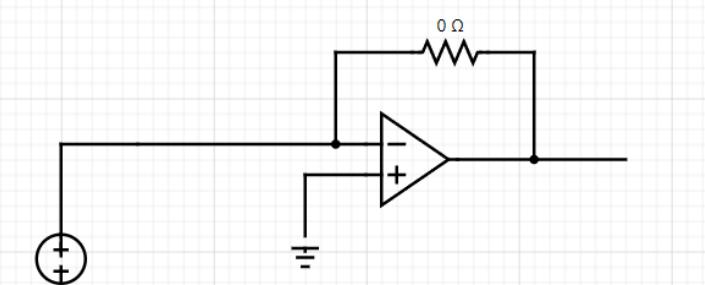


Il circuito ha due ingressi con la  $V_{in} = V_2 - V_1$  e l'uscita è  $V_o = AV_d = A(V_2 - V_1)$ , e come abbiamo visto l'ingresso è una differenza di potenziale e in base ai valori che assumono i due potenziali possiamo avere:

- **Configurazione invertente:** nel caso in cui abbiamo il morsetto non invertente connesso a massa ( $V_2 = 0$ ) e quindi abbiamo l'output che è uguale a  $V_o = -AV_1$ , ovvero  $V_o$  è in opposizione di fase con la tensione di ingresso (per tale motivo il morsetto negativo viene chiamato "invertente").
- **Configurazione non invertente:** nel caso in cui il morsetto invertente è connesso a massa ( $V_1 = 0$ ) e quindi abbiamo l'output che è uguale a  $V_o = AV_2$ , ovvero  $V_o$  è in fase con la tensione di ingresso (per tale motivo il morsetto positivo si chiama non invertente).
- **Configurazione differenziale:** nel caso in cui sia il morsetto non invertente e sia quello invertente non sono connessi a massa ( $V_1 \neq 0$  e  $V_2 \neq 0$ ) e quindi l'output è dato da  $V_o = A(V_2 - V_1)$ .

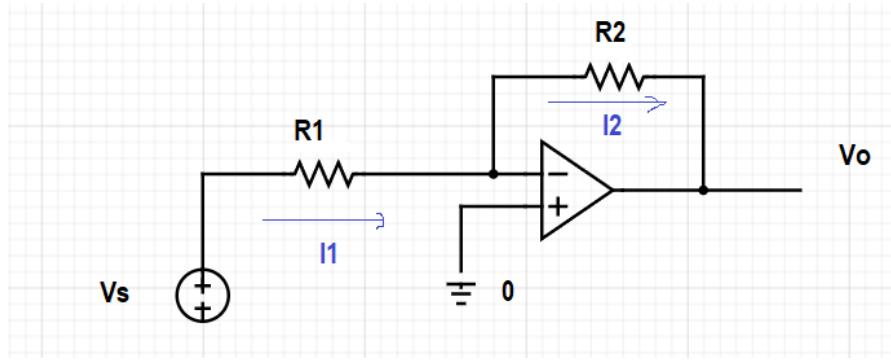
### Configurazione invertente

Se prendiamo una configurazione in contoreazione in questo modo:



Se  $V_s \neq 0$  l'amplificatore non lavora nel range di lavoro e quindi diventa saturo (quindi non potrà mai essere in corto circuito). Quindi non è sufficiente solo la

controreazione per impostare che l'operazionale lavori nel suo range di lavoro. Quello che va fatto è che il suo potenziale non sia fissato dall'ingresso, ma che possa avere lo stesso potenziale dell'altro ingresso e l'unico modo per farlo è non connetterlo a un generatore ideale di tensione, ma da un generatore di tensione reale (quindi con una resistenza  $R_1$ ).



In questo caso vale  $V^- = V_s - I_1 R_1$  dalla legge di Kirchhoff sulle maglie. Vediamo quanto vale la tensione di uscita (cerchiamo una tensione che connette il potenziale d'uscita a massa, ovvero a zero per formare una maglia)

$$V_0 - 0 = -I_2 R_2$$

Il segno negativo è dato dal fatto che la corrente va in verso opposto rispetto al potenziale (ovvero la corrente va dal potenziale più basso a quello più alto). Per conoscere il potenziale ci serve conoscere la corrente  $I_2$  che si ottiene attraverso la legge di Kirchhoff:

$$I_1 = I_2 + I_{AO} \text{ con } I_{AO} = 0$$

$$I_1 = I_2$$

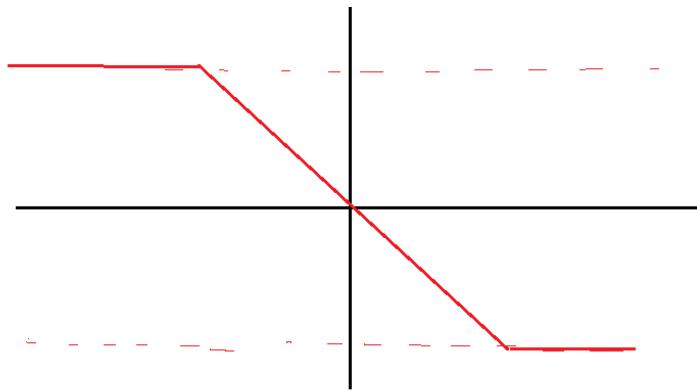
Quindi otteniamo:

$$V_0 = -R_2 I_1 \text{ con } I_1 = \frac{V_s - 0}{R_s}$$

Quindi otteniamo alla fine:

$$V_0 = -\frac{R_2}{R_1} V_s \text{ con il guadagno } A_{vf} = -\frac{R_2}{R_1}$$

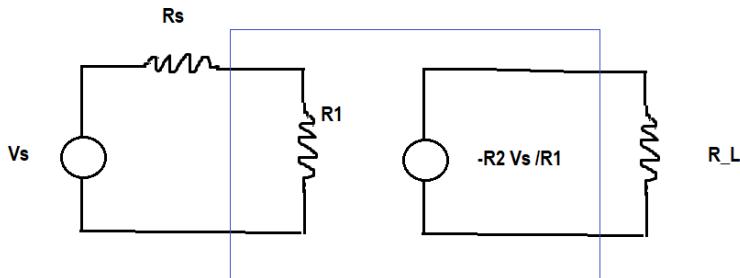
La trans-caratteristica ha una forma simile:



Per calcolarci o l'impedenza d'ingresso e l'impedenza d'uscita:

- $R_{inf} = R_1$  si calcola mettendo una batteria all'ingresso e mettendo a zero tutti i generatori indipendenti in uscita.
- $R_{of} = 0$  si calcola mettendo in uscita una batteria e mettendo a zero tutti i generatori indipendenti in entrata.

Se vorremo disegnare un circuito equivalente avremo una situazione del genere:



Se questo amplificatore è connesso a un generatore ideale con resistenza  $R_s$ , allora un segnale di tensione dovrebbe vedere in ingresso un'impedenza molto elevata perché vogliamo che l'amplificatore sia indipendente dalla resistenza del generatore ( $V_{in} = \frac{R_1}{R_1+R_s} V_s$ ), in particolare vogliamo che  $V_s = V_{in}$  e per questo  $R_1 \gg R_s$ . Però se aumenta  $R_1$  diminuisce il guadagno per questo deve aumentare anche  $R_2$  per mantenere un guadagno alto. Questo significa che questa configurazione è poco adatta per amplificare segnale di tensione, ma è più adatto per un segnale di corrente. A questo punto qualunque sia  $I_{in}$  è sempre uguale a  $I_s$  e quindi in uscita da un valore proporzionale a  $I_s$ . Per quanto riguarda l'uscita vogliamo che sia indipendente dal carico  $R_L$  e poiché  $R_o = 0$ , la tensione d'uscita è indipendente dal carico e si comporta come un generatore di tensione ideale.

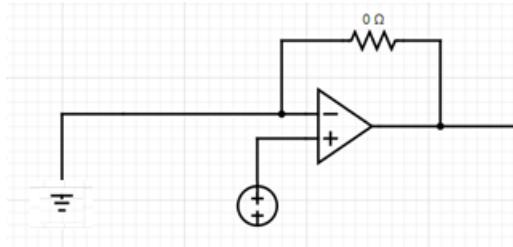
L'applicazione principale della configurazione invertente è quando:

- Segnale  $X_i = I_{in}$
- Segnale  $X_o = V_o$

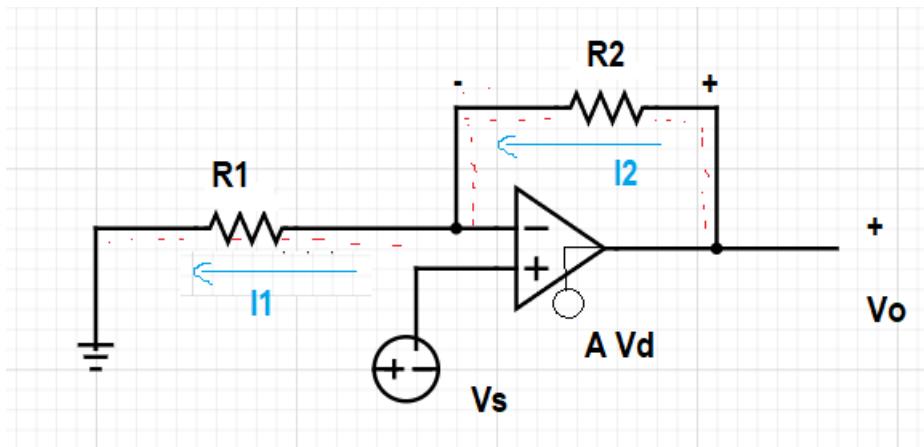
NOTA: Questo circuito può essere usato per creare un generatore di corrente ideale che passa la corrente a  $R_2$ , poiché la corrente che scorre su  $R_2$  è indipendente da  $R_2$  stessa.

### Configurazione non invertente

Anche in questo caso se avessimo uno schema di questo tipo:

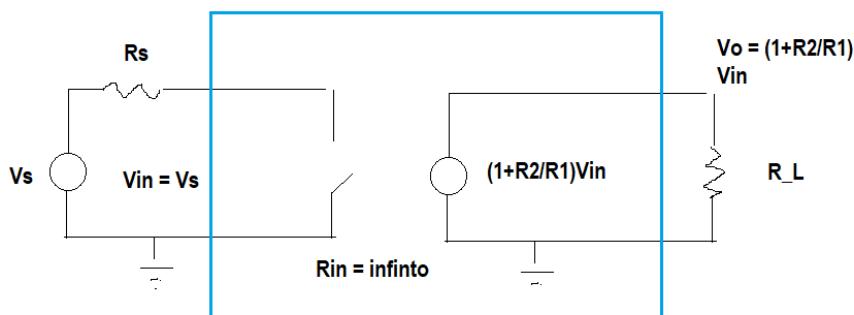


Il potenziale al morsetto positivo è  $V_{in}$ , ovvero è dato dal generatore di tensione, invece una connessione diretta dell'altro morsetto a massa stiamo imponendo una condizione di 0V sul morsetto negativo. Quindi a meno che il generatore non genera un potenziale di 0V stiamo forzando l'operazionale ad andare in saturazione quindi anche qui bisogna fare in modo che il morsetto negativo possa assumere lo stesso potenziale del morsetto positivo, quindi inseriamo una resistenza.



Possiamo vedere questo circuito di nuovo come un amplificatore modellizzato da una rete a due porte. E quindi ci studiamo quanto vale l'impedenza d'ingresso, l'impedenza d'uscita e la funzione di trasferimento. L'ipotesi iniziale è sempre che l'amplificatore lavora nella zona di linearità e quindi  $V^+ = V^-$ . Per calcolare  $V_o$  consideriamo la maglia che attraversa  $R_2$  e quindi  $V_o = R_2 I_2 + V_{in}$  e dato che attraverso l'amplificatore non scorre corrente abbiamo che  $I_2 = I_1 = \frac{V_{in}}{R_1}$  e quindi

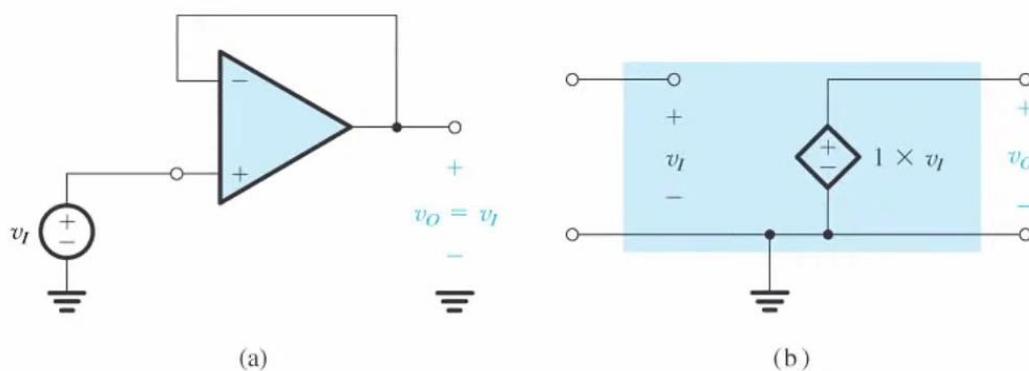
$V_o = \frac{R_2 V_{in}}{R_1} + V_{in}$  e quindi il guadano è dato da  $A_f = \frac{V_o}{V_{in}} = (1 + \frac{R_2}{R_1})$ . Per calcolarci l'impedenza d'ingresso mettiamo una batteria all'ingresso e togliamo quelle in uscita. Vediamo quanto vale la corrente che esce dal generatore di tensione, ma essendo che la tensione entra direttamente nell'operazionale ed essendo che c'è una resistenza infinita allora la corrente di ingresso  $I_{in} = 0$  e quindi  $R_{in} = \infty$ . La resistenza di uscita si calcola mettendo a zero tutte le variabili indipendenti d'ingresso e mettendo una batteria in uscita. Dall'uscita ci sono due percorsi in parallelo: uno con la resistenza  $R_2$  e un altro con la resistenza all'interno dell'operazionale che è zero e quindi la corrente entra tutta nell'operazionale e la resistenza è  $R_o = 0$ . Quindi possiamo considerare questo amplificatore come una rete a due porte con il seguente schema:



Questo amplificatore può essere usato come amplificatore di tensione (ma non può essere utilizzato come amplificatore di corrente, perché se consideriamo un generatore ideale di corrente, corrente non entra nell'amplificatore ma passa per la resistenza del generatore di corrente (che è in parallelo)).

### Buffer (o inseguitore di tensione)

Una delle applicazioni della configurazione non invertente è proprio come **stadio separatore di impedenze**.



Se prendiamo una configurazione invertente e imponiamo  $R_1 = \infty$  (quindi mettiamo un circuito aperto) e  $R_2 = 0$  (quindi mettiamo un cortocircuito) otteniamo quello che viene chiamato **buffer** (o **inseguitore**).

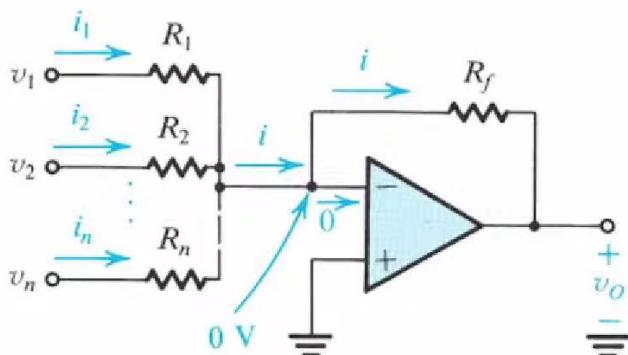
Possiamo notare che nel caso ideale abbiamo:

- $A_f = 1 + \frac{0}{\infty} = 1$
- $R_{in} = \infty$
- $R_o = 0$

Avere un guadagno unitario significa che la tensione che abbiamo in ingresso ce la ritroviamo in uscita (ovvero  $V_o = 1 * V_{in}$ )

### Sommatore pesato invertente

La struttura del sommatore pesato ci permette di fare la somma algebrica di segnali. È un amplificatore contro reazionato negativamente (ovviamente per poter lavorare nel ipotesi lineare) con una resistenza di feedback  $R_f$ . Ci sono n generatori di tensioni contemporaneamente connessi al circuito.



Poiché stiamo nell'ipotesi di operazionale lineare si può applicare il principio della sovrapposizione degli effetti.

$$v_o = IR_f \text{ e ogni ramo ha una corrente } I_i = \frac{v_i}{R_i}$$

Poiché prendiamo  $v_o$  sempre positivo ma la corrente va in verso opposto abbiamo:

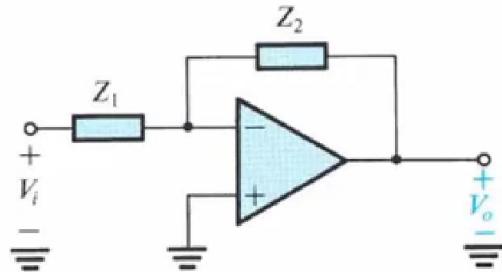
$$v_o|_{v_i \neq 0} = -\frac{v_i}{R_1} R_f$$

In fine possiamo dimostrare che la tensione di uscita è pari a:

$$v_o = -\left(\frac{R_f}{R_1} v_1 + \cdots + \frac{R_f}{R_n} v_n\right)$$

## Configurazione invertente con impedenze generiche

Possiamo generalizzare la configurazione invertente con al posto delle resistenze una qualsiasi impedenza.



Si può fare un calcolo analogo a quello che abbiamo visto sopra per trovare la funzione di trasferimento:

$$V_o = -V_{Z_2} = Z_2 I_2$$

Ma la corrente \$I\_2\$ sarà esattamente la stessa di \$I\_1\$ che è pari a \$I\_1 = V\_i/Z\_1\$ e quindi possiamo ricavare:

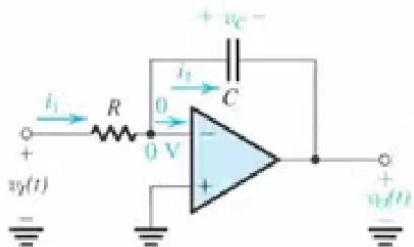
$$V_o = -\frac{Z_2}{Z_1} V_i$$

E quindi la funzione di trasferimento sarà data da:

$$\frac{V_o}{V_i} = -\frac{Z_2}{Z_1}$$

## Integratore di Miller

Un'applicazione di tale circuito è il cosiddetto **integratore di Miller (ideale)**, che prende come impedenze \$Z1 = R\$ (resistenza) e \$Z2 = C\$ (condensatore).



Possiamo ricavarci la tensione in uscita nel seguente modo:

$$V_c = \frac{Q}{C} = \frac{\int I(t)dt}{C} \quad \text{con } I(t) = \frac{V_i(t)}{R}$$

$$V_o = -V_c = \frac{\int V_i(t) dt}{\frac{R}{C}} = \frac{1}{RC} \int V_i(t) dt$$

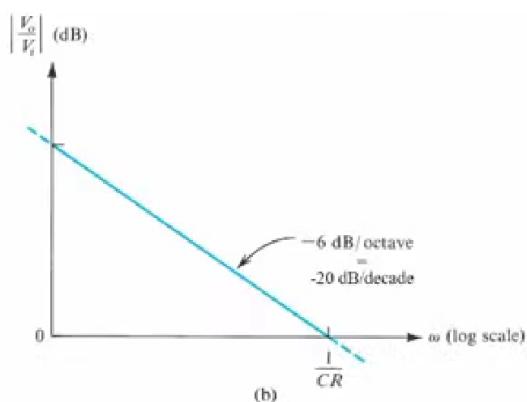
Quindi in uscita abbiamo un **integratore** del segnale di entrata:

$$V_o = \frac{1}{RC} \int V_i(t) dt$$

Il guadagno (la funzione di trasferimento) del circuito è dato da:

$$A_v = -\frac{Z_2}{Z_1} = -\frac{\frac{1}{j\omega C}}{R} = -\frac{1}{j\omega RC}$$

Tale funzione è un filtro passa basso, le basse frequenze ( $\omega \rightarrow 0$ ) vengono lasciate passare e le alte frequenze si annullano ( $\omega \rightarrow \infty$ ). Dato che la frequenza di taglio è data da  $\omega_h = \frac{1}{\tau}$ , e abbiamo che  $\tau = CR_{eq}$ , allora abbiamo dal punto di vista del condensatore  $R_{eq} = \frac{V_x}{I_x}$  e dato che la corrente che scorre per R è nulla perché non c'è differenza di potenziale (l'amplificatore operazionale ha potenziale 0v e l'altro morsetto sta messo a massa) e quindi  $R_{eq} = \frac{V_x}{0} = \infty$ . Quindi la frequenza di taglio  $\omega_h = 0$  (che nella scala logaritmica non viene mai raggiunta) e quindi dal punto di taglio scende di una pendenza di -20 db per decade. Se grafichiamo tale funzione di trasferimento nel dominio della frequenza otteniamo:



Possiamo vedere il comportamento di questo circuito ha un problema quando il **segnale ingresso costante nel tempo** ( $\omega \rightarrow 0$ ): L'impedenza del condensatore  $Z_c = \frac{1}{j\omega C} \rightarrow \infty$ , quindi il condensatore si comporta come un circuito aperto. Essendo che il condensatore si trova sul ramo di contoreazione, quando il condensatore si comporta come circuito aperto significa togliere il ramo di contoreazione e se

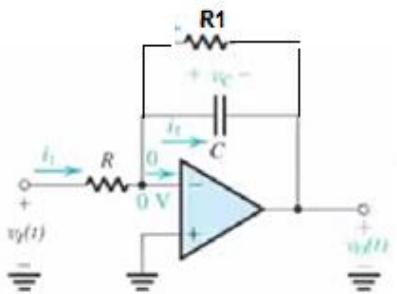
l'amplificatore operazionale non è più controreazionato significa che è saturo. Infatti se l'ingresso è costante nel tempo quello che succede è:

$$V_i = \text{cost}$$

$$V_o = -\frac{1}{RC} \int V_i dt = -\frac{V_i}{RC} \int dt = -\frac{V_i t}{RC}$$

Significa che la tensione di uscita cresce/decresce linearmente nel tempo. Avevamo già visto che questo circuito si comporta come generatore di corrente ideale per il carico Z2 (Zc in questo caso). La corrente su quel carico è indipendente dal carico e quindi il flusso di cariche continua ad arrivare indipendentemente da quante cariche ci sono già sul condensatore. Il condensatore comincia a caricarsi linearmente nel tempo perché non cambia la velocità con cui si sta caricando e il condensatore smette di caricarsi o quando la corrente torna a zero oppure quando il condensatore si rompe.

Quindi un problema dell'integratore di Miller è che una qualunque componente costante lo manda in saturazione e per risolvere tale problema bisogna fare in modo che l'amplificatore non ha una frequenza di taglio  $\omega_h = 0$  e quindi bisogna dare una costante di tempo finita a questo circuito e per fare ciò va messa una resistenza in parallelo al condensatore e in questo caso otteniamo l'**integratore di Miller (reale)**.



In questo caso la funzione di trasferimento per  $\omega \rightarrow 0$  vale

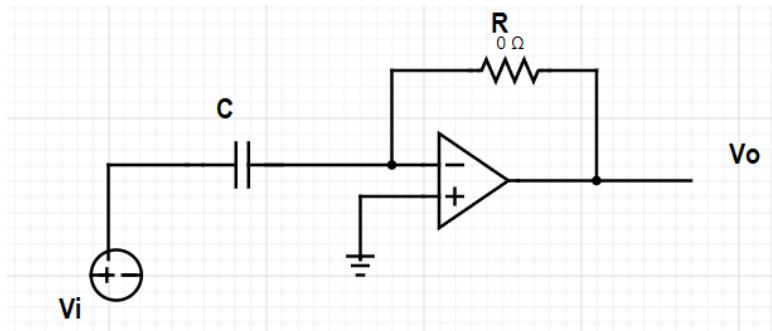
$$A_v|_{\omega=0} = -\frac{R_1}{R}$$

Ora la costante di tempo è data da  $\tau = CR_{eq} = CR_1$  e quindi la frequenza di taglio è data da  $\omega_h = \frac{1}{\tau} = \frac{1}{CR_1}$ . L'integratore di Miller reale si comporta :

- integratore ideale solo nella parte  $\omega > \omega_h$ , ovvero nella parte di -20 db per decade.
- amplificatore di  $-\frac{R_1}{R}$  nella parte  $\omega < \omega_h$ .

## Derivatore

Un'altra applicazione del circuito invertente generalizzato è quello di poter creare un circuito che ha una funzione da **derivatore**. Basta fare  $Z_2 = R$  e  $Z_1 = \frac{1}{j\omega C}$ . Vediamo quello che viene noto con il nome di **derivatore (ideale)**.



La corrente di uscita è uguale alla stessa corrente del condensatore:

$$I_c = C \frac{dV_i(t)}{dt} \text{ e quindi la tensione di uscita è uguale a}$$

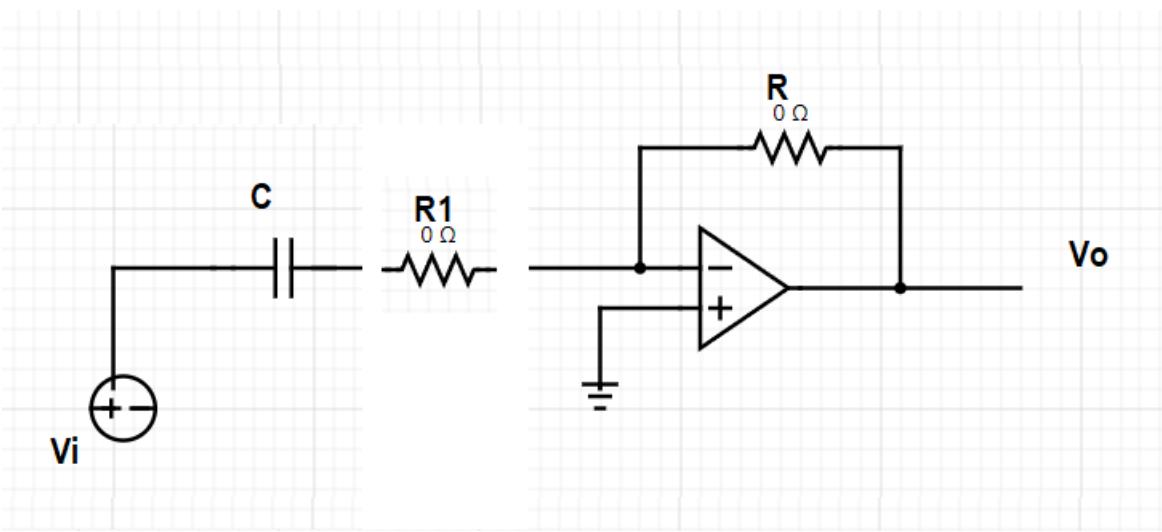
$$V_o = -CR \frac{dV_i(t)}{dt}$$

E quindi in uscita abbiamo il segnale derivato in ingresso.

Dal punto di vista di ragionamento del diagramma di Bode vediamo che tipo di filtro è, mettendoci in condizioni limite:

- $\omega \rightarrow 0$ : abbiamo che  $Z_c = \frac{1}{j\omega C} \rightarrow \infty$  e quindi al posto del condensatore c'è un circuito aperto e non passa più corrente e quindi la funzione di trasferimento è nulla.
- $\omega \rightarrow \infty$ : abbiamo che  $Z_c \rightarrow 0$  e quindi al posto del condensatore c'è un corto circuito e quindi la funzione di trasferimento tende a infinito.

Quindi il circuito non lascia passare le basse frequenze ma solo quelle alte e quindi funziona da un filtro passa alto. Il punto di taglio di tale diagramma è dato da  $\omega_h = 1/\tau$ , con  $\tau = CR_{eq}$  con  $R_{eq} = 0$  e quindi  $\omega_h \rightarrow \infty$ . Questa cosa è un problema perché qualunque segnale di ingresso troppo elevato annulla la dinamica in ingresso e manda in saturazione l'amplificatore. Quindi se la frequenza del segnale è troppo alta manda in saturazione il segnale. Questo significa che amplifica molto rumore di sottofondo a frequenze elevate. Per risolvere questo problema viene fatto un **derivatore (reale)** bisogna introdurre una frequenza di taglio finita e non infinita e per fare ciò introduciamo una resistenza in serie al condensatore.



Quindi in questo caso il guadagno è dato da:

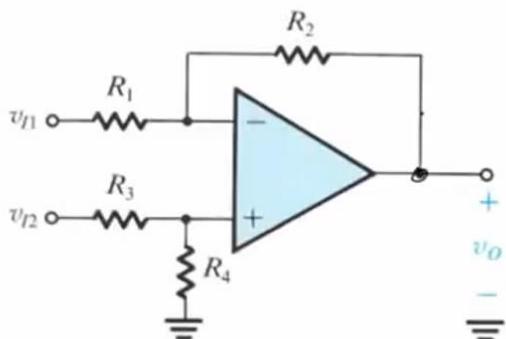
$$A_v|_{\omega \rightarrow \infty} = -\frac{R}{R_1}$$

La costante di tempo è data da  $\tau = CR_{eq} = CR_1$  e quindi la frequenza di taglio non è più infinito ma è finito  $\omega_h = \frac{1}{CR_1}$ .

**NOTA:** Questo amplificatore viene anche chiamato come **amplificatore di rumore** perché il segnale di ingresso non è mai puro c'è sempre un rumore, un disturbo ed il rumore normalmente è ad alta frequenza (molto maggiore rispetto al segnale).

### Amplificatore differenziale

Nelle applicazioni lineari dell'amplificatore operazionale c'è sempre una controreazione negativa (altrimenti la dinamica di ingresso è sempre nulla). Vediamo l'applicazione dell'amplificatore differenziale. Un **amplificatore differenziale** è un amplificatore la cui uscita è la differenza tra due segnali che contemporaneamente arrivano in ingresso.



La tensione di uscita sarà dato dal prodotto del guadagno del amplificatore differenziale  $A_d$  per la differenza dei segnali, ma è anche funzione del valore medio dei due segnali e il guadagno  $A_{cm}$  (common mode) che rappresenta il guadagno di modo comune ovvero di quanto il valore medio si presenta in uscita e quindi sarà data dalla seguente legge:

$$V_o = A_d(V_2 - V_1) + \frac{A_{cm}(V_1 + V_2)}{2}$$

Un amplificatore differenziale ideale deve amplificare soltanto la differenza dei due segnali in entrata e quindi  $A_{cm}$  dovrebbe essere nullo ( $A_{cm} = 0$ ). Un parametro che definisce quanto sia ideale un amplificatore è il **Common Mode Rejection Report CMRR** che è dato dal seguente rapporto:

$$CMRR = \frac{A_d}{A_{cm}}$$

Un amplificatore operazionale ideale ha tale rapporto che tende a infinito ( $CMRR \rightarrow \infty$ ).

Stiamo sempre nell'ipotesi che stiamo utilizzando l'amplificatore operazionale come elemento lineare e quindi non sia mai saturo, e in tale situazione vale il principio di nodo virtuale. Quando stiamo nell'ipotesi di linearità vale il principio di sovrapposizione degli effetti e quindi abbiamo che:

$$V_o|_{v_1=0} = V_{i_1} \left( -\frac{R_2}{R_1} \right)$$

$$V_o|_{v_2=0} = V_{i_2} \left( \frac{R_4}{R_3 + R_4} \right) \left( 1 + \frac{R_2}{R_1} \right)$$

Quindi il segnale totale sarà dato da:

$$V_o = -\frac{R_2}{R_1} v_1 + \frac{1 + \frac{R_2}{R_1}}{1 + \frac{R_3}{R_4}} v_2$$

Ora cerchiamo di vedere se c'è qualche modo in cui l'amplificatore operazionale dipende solamente dalla differenza, ovvero quando i due segnali di ingresso sono uguali l'uscita è zero:

$$v_2 = v_1 \rightarrow V_o = 0$$

Tale condizione avviene nella seguente condizione:

$$0 = \left( -\frac{R_2}{R_1} + \frac{1 + \frac{R_2}{R_1}}{1 + \frac{R_3}{R_4}} \right) v$$

Quindi questo amplificatore dipende solo dalla differenza dei due segnali nel caso della seguente condizione:

$$-\frac{R_2}{R_1} + \frac{1 + \frac{R_2}{R_1}}{1 + \frac{R_3}{R_4}} = 0$$

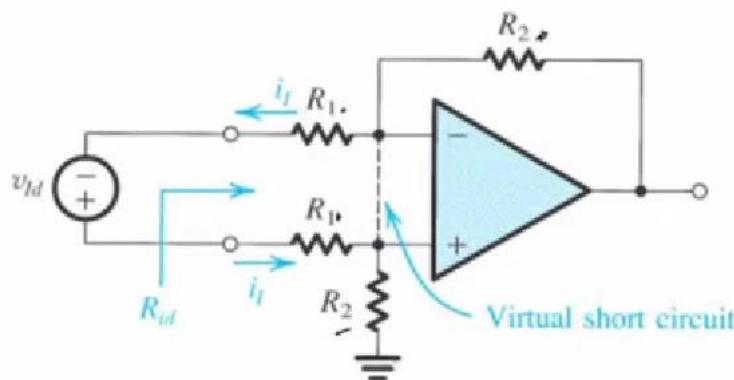
E svolgendo i calcoli otteniamo che quella condizione è vera nel caso in cui  $\frac{R_2}{R_1} = \frac{R_4}{R_3}$  e otteniamo quindi che:

$$V_o = \frac{R_2}{R_1} (v_2 - v_1)$$

Quindi abbiamo che l'amplificatore differenziale è un vero e proprio amplificatore di tensione, perché è un amplificatore che ha uscita solo l'amplificazione dei due segnali ingressi.

Per capire se questo è un amplificatore differenziale ideale di tensione calcoliamo la resistenza d'ingresso e uscita nel caso particolare che abbiamo visto  $\frac{R_2}{R_1} = \frac{R_4}{R_3}$ , quindi quando  $R_4 = R_2$  e  $R_3 = R_1$ . Un amplificatore ideale deve avere:

- $R_{in} \rightarrow \infty$
- $R_{out} \rightarrow 0$



Per calcolarsi l'impedenza di ingresso vediamo l'impedenza vista guardando dentro i due morsetti dei segnali in entrata:

$$R_i = \frac{V_x}{I_x}$$

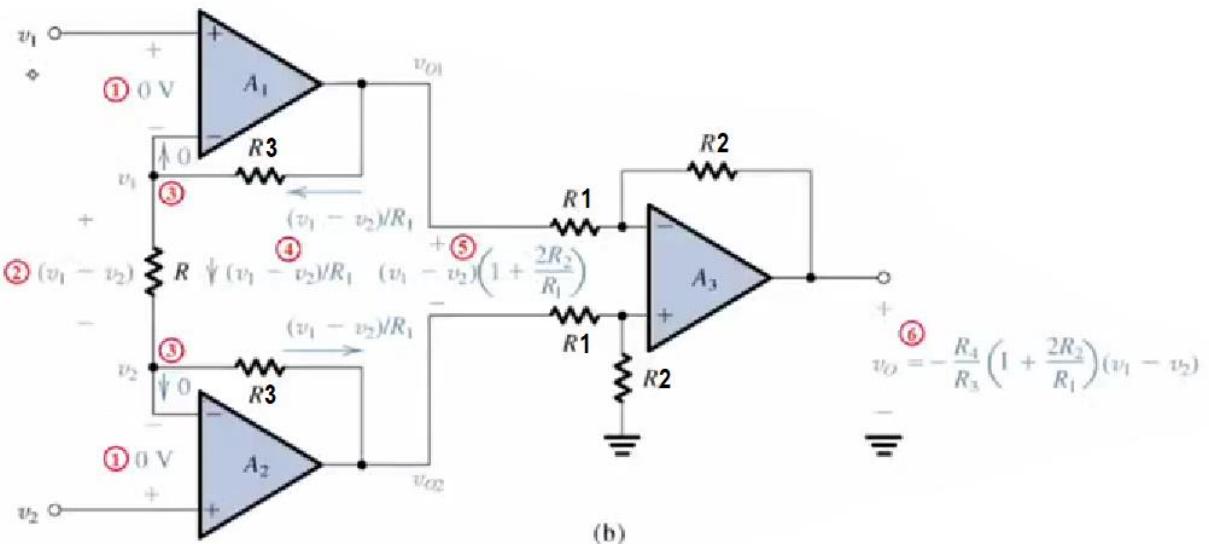
Abbiamo che  $V_x$  è dato per la legge di Kirchhoff dalla somma lungo la maglia data dalla somma del primo tratto dal primo tratto quindi  $I_x R_1$  e poi il tratto nell'amplificatore che è 0 e il tratto finale che è dato da  $I_x R_1$ :

$$V_x = I_x R_1 + 0 + I_x R_1$$

Quindi otteniamo che

$$R_i = \frac{V_x}{I_x} = 2R_1$$

Quindi non tende a infinito la resistenza in ingresso e quindi dobbiamo trovare un modo per far tendere tale impedenza d'ingresso a infinito. Possiamo provare attraverso i buffer per dare a tale amplificatore un comportamento ideale.



L'inserimento di questi due buffer fa sì che qualunque siano le resistenze interne si annullano le partizioni di ingresso e l'uscita è sempre uguale a  $V_o = \frac{R_2}{R_1}(v_2 - v_1)$ .

Il fatto che ci devono essere due resistenze uguali è molto limitativo perché se serve cambiarle, variarle in modo uguale è difficile e se non sono uguali si perde l'idealità non appena si sbilanciano un po'. Quindi bisogna fare in modo che il guadagno diventi funzione di una sola resistenza e non di due resistenze. Per fare ciò utilizziamo i due buffer di tensione in ingresso e invece di utilizzarli come buffer gli utilizziamo in configurazione non invertente.

$$I = \frac{v_1 - v_2}{R} = I_3$$

La tensione che entra nell'amplificatore operazionale principale ( $V_1 - V_2$ ) è dato da:

$$V_1 - V_2 = IR_3 + IR + IR_3 = I(R + 2R_3) = \frac{(v_1 - v_2)(R + 2R_3)}{R}$$

Quindi il valore di output finale è dato da:

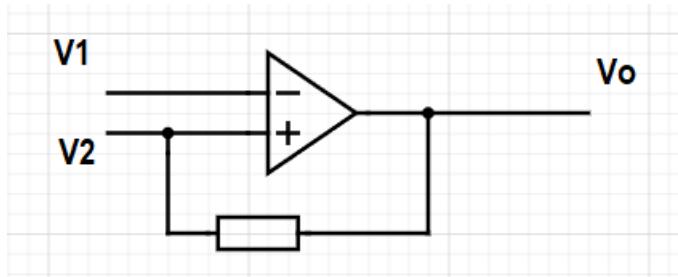
$$V_o = \frac{R_2}{R_1}(V_1 - V_2) = \frac{R_2}{R_1}\left(1 + \frac{2R_3}{R}\right)(v_1 - v_2)$$

In questo nuovo amplificatore possiamo modificare il guadagno con una sola resistenza, cioè R.

## Multivibratori

Vediamo un applicazione non lineare dei amplificatori operazionali, ovvero quella dei multivibratori , un **multivibratore** è un amplificatore senza una contoreazione negativa e quindi qualunque ingresso diamo all'amplificatore, manda l'amplificatore in saturazione. L'applicazione che vediamo usa un amplificatore nella contoreazione positiva, ovvero la tensione di uscita viene portata tramite una contoreazione al morsetto non invertente.

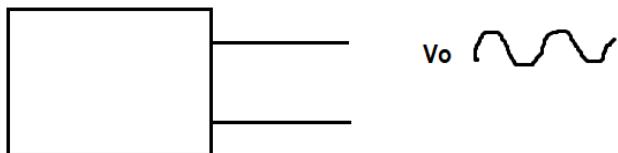
La tensione di ingresso sarà data  $V_i = V_2 - V_1$



Se  $V_o$  cresce allora cresce anche  $V_i$  poiché cresce  $V_2$ , quindi il sistema diverge è l'amplificatore va in saturazione positiva o negativa a seconda della prima variazione che ha provocato la saturazione. Quindi l'amplificatore è sicuramente saturo e se è saturo significa che l'uscita è indipendente dall'ingresso. Questo amplificatore ci permette:

- Vedere se l'entrata è positiva o negativa (ovvero se  $V_i > 0$  o se  $V_i < 0$ );

Una contoreazione positiva rende un sistema instabile. Uno dei sistemi più instabili che vengono usati sono gli oscillatori. Gli **oscillatori** sono un sistema instabile che non ha un ingresso ( $V_i = 0$ ) , ma ha solo come uscita l'oscillazione specifica di quel sistema e l'uscita è indipendente dall'ingresso.

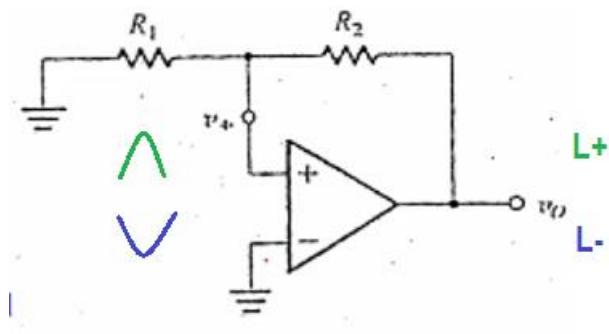


Quindi l'applicazione dei amplificatori in controreazione positiva è per sistemi instabili e quindi per generatori di forme d'onda (oscillatori) e la struttura base di questi sistemi possono essere a seconda di come sono connessi:

- **Sistemi bistabili:** a due stati stabili e quindi due possibili opzioni dell'uscita (ovvero la saturazione negativa o la saturazione positiva).
- **Sistemi astabili:** non esiste nessuno stato stabile, ma l'uscita oscilla tra i due livelli di saturazione.
- **Sistemi monostabili:** ha un solo possibile di uscita, una sola tipologia di saturazione

### Sistema bistabile

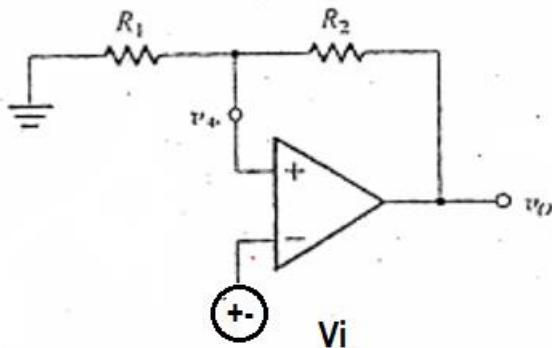
Un sistema bistabile ha la seguente struttura di base:



Come si può vedere non ci sono ingressi, un ingresso è portato a massa direttamente, mentre l'altro ingresso attraverso  $R_1$  è portato a massa pure lui. Questo è un sistema che va sicuramente in saturazione (in realtà c'è una possibile situazione di equilibrio, però tale equilibrio è molto instabile). In base all'impulso che viene dato in ingresso si determina la saturazione se è positiva o negativa.

Una volta che si trova in uno stato non si muove (nemmeno con un rumore), se vogliamo fargli cambiare stato bisogna intervenire inserire una tensione che fa cambiare segno alla tensione differenziale in ingresso in modo da ottenere lo stato opposto.

## Trigger di Schmitt invertente



ATTENZIONE: non confondere questo circuito con quello a controreazione negativa.

Ora disegniamo l'andamento della funzione in uscita in funzione della funzione di ingresso, ovvero la trans-caratteristica. Facciamo i seguenti studi:

**La tensione in ingresso parte da  $-\infty$**

- $V_{in} = -\infty \rightarrow$  Sappiamo che per la regola del partitore vale la seguente relazione:

$$V^- = V_{in} = -\infty$$

$$V_D = V^+ - V^- = \begin{cases} < 0 \rightarrow V_o = L^- \\ > 0 \rightarrow V_o = L^+ \end{cases}$$

$$V_D = V^+ - (-\infty) \rightarrow +\infty \text{ quindi } V_o = L^+$$

Per la regola del partitore vale la seguente relazione:

$$V^+ = \frac{R_1}{R_1 + R_2} V_o = \frac{R_1}{R_1 + R_2} L^+$$

La tensione rimane in questo modo fino a un valore  $V_{TH}$  (TH = threshold).

- $V_{in} = V_{TH} \rightarrow$  In questo punto otteniamo che:

$$V_D = V^+ - V^- = 0$$

Quando la tensione in ingresso supera tale tensione cambia di segno.

- $V_{in} > V_{TH} \rightarrow$  Quando la tensione in ingresso supera il valore threshold, abbiamo detto che cambia di segno quindi:

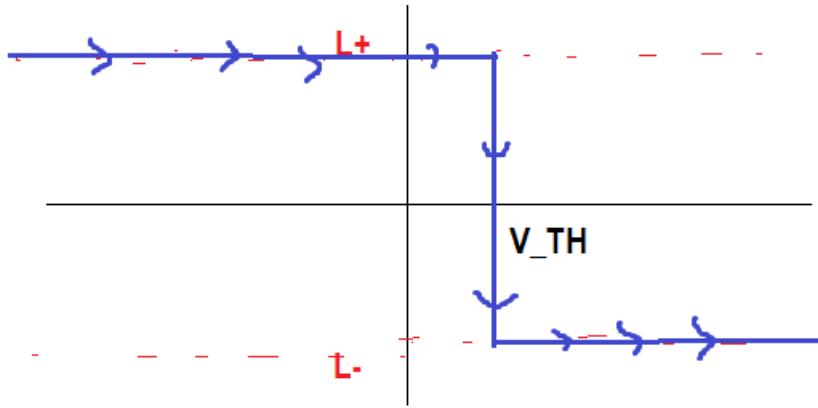
$$V_D = V^+ - V^- < 0$$

Quindi otteniamo che essendo che la tensione differenziale è negativa allora

$$V_o = L^- :$$

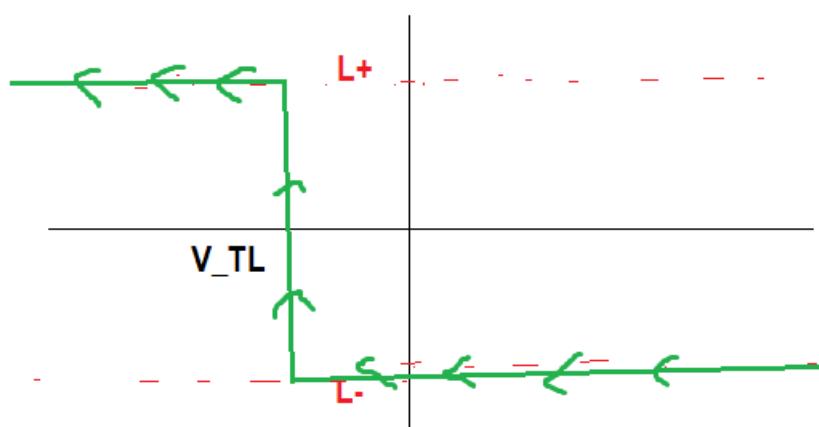
$$V^+ = \frac{R_1}{R_1 + R_2} V_o = \frac{R_1}{R_1 + R_2} L^-$$

Quindi con questo ragionamento partendo da  $-\infty$ , con questo ragionamento otteniamo una trans-caratteristica di questo tipo:

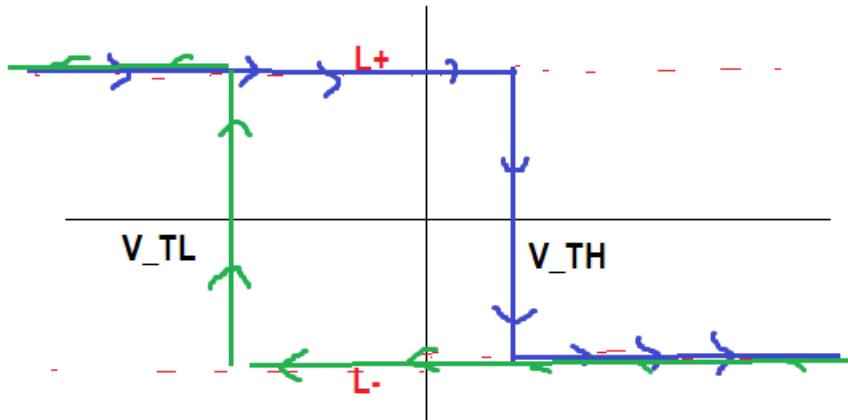


**La tensione in ingresso parte da  $+\infty$**

- $V_{in} = +\infty \rightarrow$  Allora la tensione differenziale sarà data da una tensione:  
 $V_D = V^+ - V^- = V^+ - (+\infty) = -\infty$  e quindi la tensione di uscita è  $V_o = L^-$ .  
 La tensione inizia a decrescere fino a quando non raggiunge un valore  $V_{TL}$ .
- $V_{in} = V_{TL} \rightarrow$  In questo caso la tensione differenziale è pari a zero:  
 $V_D = V^+ - V^- = 0$ .
- $V_{in} < V_{TL} \rightarrow$  In questo caso la tensione differenziale cambia il segno e diventa positiva e quindi  $V_o = L^+$  e continua così a decrescere della tensione fino a  $-\infty$ .



**NOTA:** il percorso decrescente non segue il percorso crescente. Infatti, la transcaratteristica ha un **isteresi**.

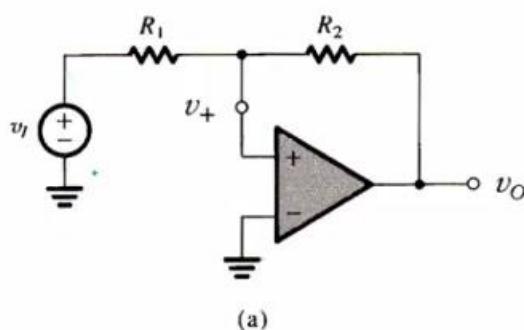


Un'applicazione di questo dispositivo è quello di cella di memoria, perché tale sistema tiene traccia di quello che succede e si può scrivere in memoria tramite dei impulsi positivi (il valore in uscita poi è  $L+$ ) e tramite dei impulsi negativi (il valore in uscita è  $L-$ ) i deversi bit e per leggerli basta leggere la tensione di uscita. Questo dispositivo è conosciuto anche come **trigger di Schmitt invertente**.

### Trigger di Schmitt non invertente

Un'altra variante è quello di mettere l'ingresso che determina il segno della saturazione dell'uscita è quello di posizionare l'ingresso in corrispondenza della resistenza  $R_1$  e il morsetto invertente è a massa. L'uscita è sicuramente satura perché determinata dalla controreazione positiva (non invertente).

**ATTENZIONE:** quando l'operazionale è saturo non sta guadagnando, la funzione di trasferimento si annulla (l'uscita è sempre  $L+$  o  $L-$  indipendentemente dall'entrata) e quindi non vale il principio di cortocircuito virtuale. Quando non vale il corto circuito virtuale  $v^+$  e  $v^-$  non coincidono (quindi in questo caso  $v^- = 0$  perché a massa allora non significa che  $v^+$  vale zero, ce lo dobbiamo calcolare).



Ci dobbiamo calcolare  $v^+$ . Consideriamo le correnti che passano per  $R_1$  e  $R_2$  è la stessa, quindi la corrente  $I_1 = I_2$ . Per trovare la  $v^+$  utilizziamo la sovra-posizione degli effetti:

- $v_i \neq 0, v_o = 0 \rightarrow$  Vediamo gli effetti dovuti a  $v^+$  solo a causa di  $v_i$ :

$$v^+ = v_i \frac{R_2}{R_1 + R_2}$$

- $v_o \neq 0, v_i = 0 \rightarrow$  Vediamo gli effetti dovuti a  $v^+$  solo a causa di  $v_o$ :

$$v^+ = v_o \frac{R_1}{R_1 + R_2}$$

Quindi la tensione di  $v^+$  è data dalla seguente formula:

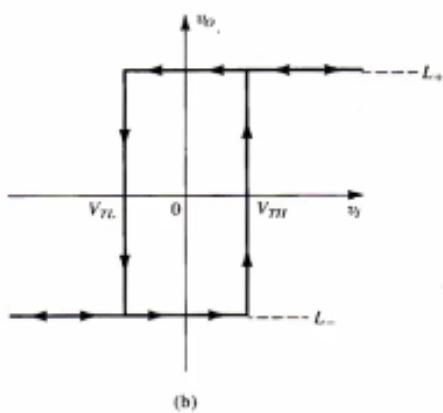
$$v^+ = v_i \frac{R_2}{R_1 + R_2} + v_o \frac{R_1}{R_1 + R_2}$$

La tensione differenziale sarà data da:

$$v_d = v^+ - v^- = v^+$$

Quindi abbiamo i seguenti comportamenti:

- $v_{in} = +\infty \rightarrow v^+ = +\infty \rightarrow v_d > 0 \rightarrow v_o = L^+$
- $v_{in} = -\infty \rightarrow v^+ = -\infty \rightarrow v_d < 0 \rightarrow v_o = L^-$



Possiamo calcolare il  $V_{TL}$  e il  $V_{TH}$  imponendo  $v^+ = 0$  e otteniamo:

$$v^+ = v_{TL} \frac{R_2}{R_1 + R_2} + \frac{R_1}{R_1 + R_2} L^+ = 0$$

$$v^+ = v_{TH} \frac{R_2}{R_1 + R_2} + \frac{R_1}{R_1 + R_2} L^- = 0$$

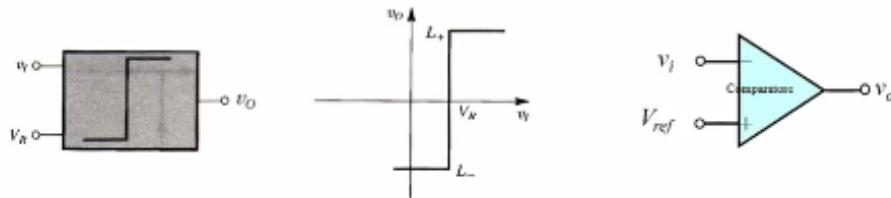
Quindi otteniamo le seguenti formule:

$$V_{TL} = -\frac{R_1}{R_2} L^+ \quad e \quad V_{TH} = -\frac{R_1}{R_2} L^-$$

Anche in questo caso un'applicazione di tale dispositivo può essere quella di cella di memoria.

### Applicazione: Comparatore

Un'applicazione dell'amplificatore operazionale non lineare è quello di comparatore. Già un operazionale ad anello aperto si comporta in questo modo:

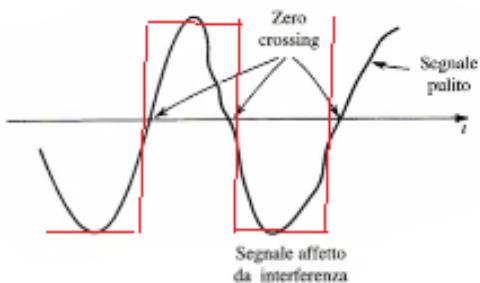


Abbiamo una tensione di riferimento  $v_{ref}$  l'operazionale ci restituisce  $L^+$  o  $L^-$  rispetto alla tensione di riferimento e ci indica se  $v_i$  è maggiore o minore rispetto alla tensione di riferimento.

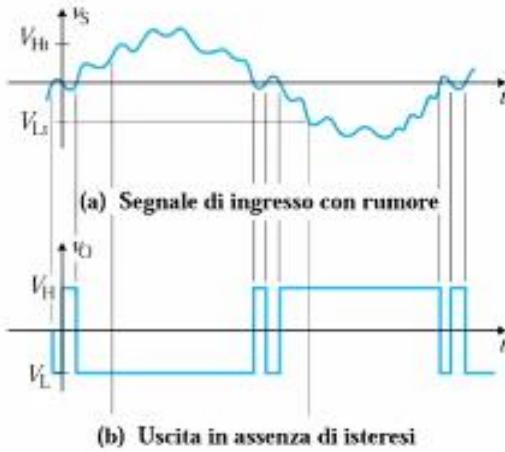
Una applicazione di un sistema che compara un valore di tensione a un riferimento è per esempio quando prendiamo come valore di riferimento zero (ovvero a massa  $v_{ref} = 0$ ) e quindi abbiamo che

$$v_o = \begin{cases} L^+ & \text{se } v_i > 0 \\ L^- & \text{se } v_i < 0 \end{cases}$$

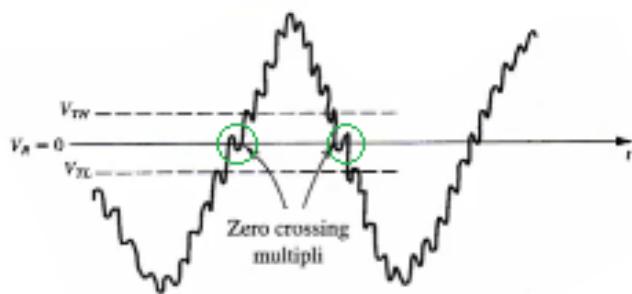
E quindi se in ingresso abbiamo una onda sinusoidale otteniamo un segnale in uscita così (quello in rosso):



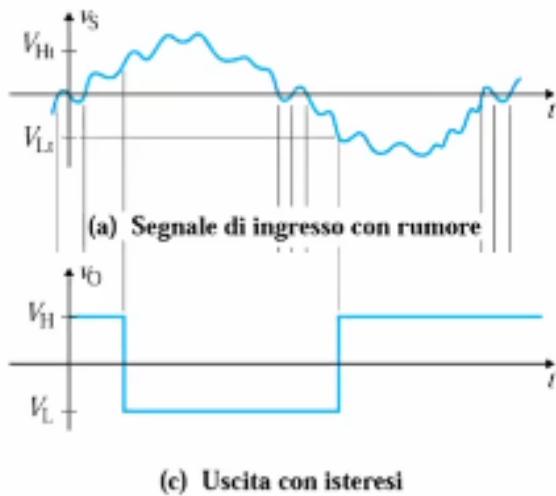
Però se il segnale ha una serie di rumori abbiamo questi errori, ovvero mostra che il segnale ha avuto delle transazioni che in realtà non ci sono state, ovvero che ha passato più volte per zero di quanto effettivamente passa:



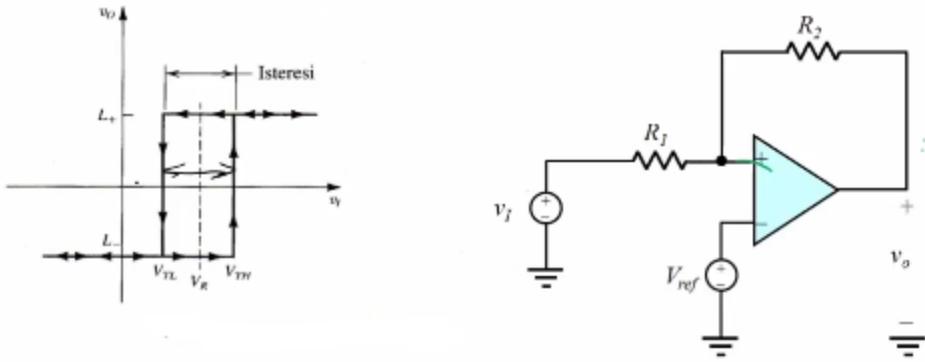
Realizzando un comparatore con un isteresi dà dei risultati più affidabili perché per rumori piccoli compresi tra l'isteresi il comparatore non se ne accorge di tali transazioni e quindi gli ignora tali rumori (ignora i rumori quelli cerchiati in verde perché sono compresi tra l'isteresi ovvero tra  $V_{TH}$  e  $V_{TL}$ ).



Quindi un segnale dato un segnale in ingresso quello di uscita con isteresi sarà di questo tipo:

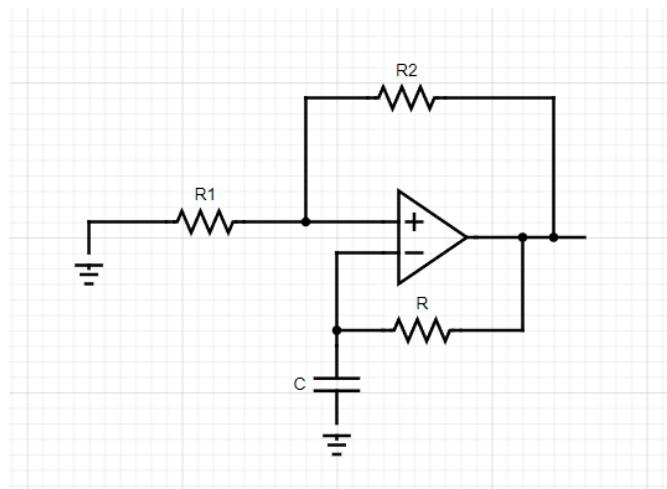


Quindi un comparatore con isteresi avrà la seguente forma:



### Multivibratore astabile: generatore d'onda quadra

Il trigger di Schmitt è alla base di un generatore di onda quadra.



In questo caso all'inizio avremo una situazione di questo tipo:

- Il morsetto positivo avrà un potenziale di questo tipo:

$$v^+ = v_o \left( \frac{R_1}{R_1 + R_2} \right) = v_o \beta$$

- Il morsetto negativo avrà un potenziale che si evolve in questo modo all'inizio, ovvero cresce in maniera asintotica:

$$v^- = v_c(t) = v_c(\infty) - [v_c(\infty) - v_c(0^-)] e^{-\frac{t}{\tau}} = L^+ - [L^+ - 0] e^{-\frac{t}{RC}}$$

La situazione successivamente si evolve in questo modo:

- Il morsetto positivo avrà sempre un potenziale di questo tipo:

$$v^+ = v_o \left( \frac{R_1}{R_1 + R_2} \right) = v_o \beta$$

- Il morsetto negativo crescerà fino a che non ha un valore superiore a quello positivo, in quel caso la funzione inizia a decrescere in maniera asintotica in questo modo:

$$v^- = v_c(t) = v_c(\infty) - [v_c(\infty) - v_c(t_0^-)]e^{-\frac{t-t_0}{\tau}} = L^- - [L^- - \beta L^+]e^{-\frac{t-t_0}{RC}}$$

Successivamente avviene un terzo caso, ovvero la situazione si evolve in questa maniera:

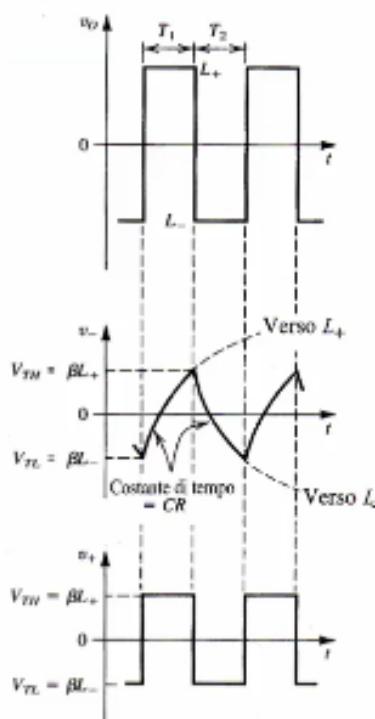
- Il morsetto positivo avrà sempre un potenziale di questo tipo:

$$v^+ = v_o \left( \frac{R_1}{R_1 + R_2} \right) = v_o \beta$$

- Il morsetto negativo decrescerà fino a che non ha un valore inferiore a quello positivo, in quel caso la funzione inizia a crescere in maniera asintotica in questo modo:

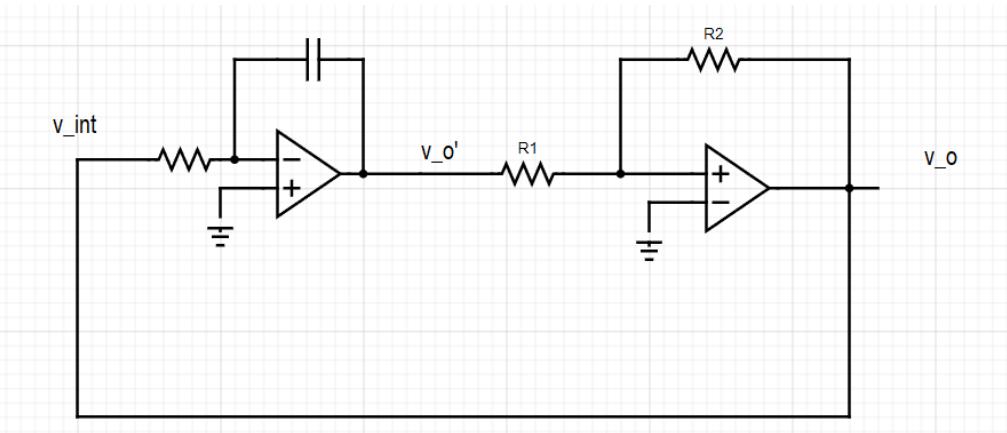
$$v^- = v_c(t) = v_c(\infty) - [v_c(\infty) - v_c(t_0^-)]e^{-\frac{t-t_0}{\tau}} = L^+ - [L^+ - \beta L^-]e^{-\frac{t-t_0}{RC}}$$

Graficamente le funzioni  $v_o$ ,  $v^+$ ,  $v^-$  sono rappresentate nel seguente modo:



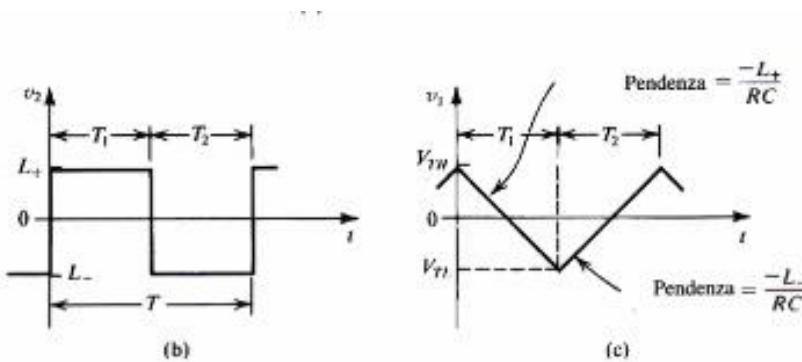
Quindi abbiamo ottenuto un sistema instabile, in particolare un oscillatore e tramite la costante di tempo (in particolare tramite C e R) si può determinare il periodo e la frequenza della forma d'onda, perché determina il tempo per passare da  $L^+$  a  $L^-$  e viceversa. Possiamo notare che il grafico di  $v^-$  assomiglia a una forma d'onda triangolare.

Un modo per rendere tali cambiamenti invece che esponenziali lineari, si può fare attraverso un integratore lineare (poiché nell'integratore il condensatore si carica linearmente e non esponenzialmente).



Per vedere come funziona questo circuito facciamo l'ipotesi che la tensione di uscita è uguale a  $L^+$  ( $v_o = L^+$ ). Dato che l'ingresso dell'integratore è pari all'uscita del circuito, quindi l'ingresso dell'integratore sarà pari a  $v_{int} = L^+$ . Abbiamo che la tensione di uscita dell'integratore (è una funzione decrescente) è data da:

- All'inizio la tensione  $v_o$  decresce perché sarà data da  $v'_o = -L^+ \frac{1}{RC} t$
- Poi arriverà a un punto dove raggiunge il  $v_{TL}$  e la tensione differenziale cambia di segno e quindi la corrente inizia a crescere perché sarà data da  $v_o = L^- \frac{1}{RC} t$ .
- Continua a crescere finché non raggiunge il valore  $v_{TH}$  e il processo si ripete generando una onda triangolare.



Anche in questo caso la frequenza di questa forma d'onda sarà data dalla costante di tempo e quindi dalle costanti R e C, che ne determinano la pendenza dell'onda triangolare e dunque la frequenza e il periodo.

## Convertitori A/D e D/A

Un'altra applicazione dell'amplificatore operazionale è quello di convertitore analogico/digitale e digitale/analogico.

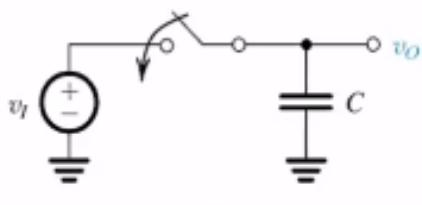
La **conversione Analogico/Digitale (A/D)** e **Digitale/Analogico (D/A)** fornisce il legame tra il modo delle grandezze fisiche (analogiche) e quello del calcolo e manipolazione dei dati (digitale).



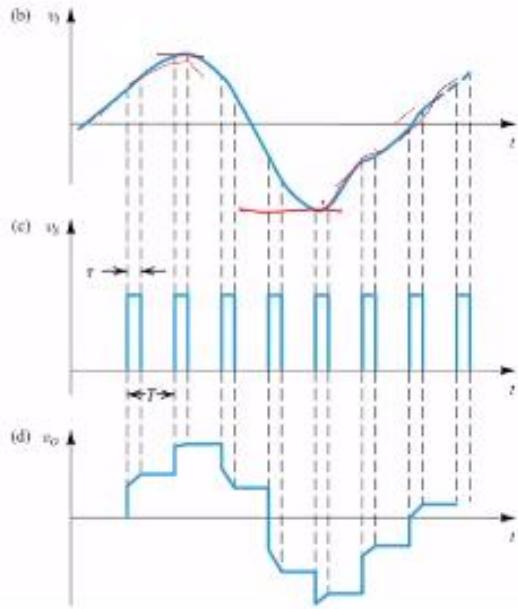
**FIGURA 9.37** I convertitori A/D e D/A come blocchi funzionali.

## Campionamento del segnale

La conversione Analogico/Digitale avviene attraverso il campionamento del segnale, ovvero bisogna misurare a certi intervalli di tempo qual è il livello del segnale. Il segnale in ingresso viene fatto passare attraverso un sistema di campionamento del segnale (interruttore) e mantenimento del segnale (condensatore). Un circuito sample and hold può essere il seguente:



1. Abbiamo un interruttore (un sistema elettronico) comandato da un trigger e nel momento in cui si chiude l'interruttore, il condensatore vede il segnale analogico d'ingresso per un breve periodo che è la durata di campionamento ( $\tau$ ) in ogni periodo di clock (T).
2. L'interruttore poi si apre e quindi la tensione, che ha raggiunto nel momento di carica, non ha nessun percorso di scarica e rimane memorizzata ai capi del condensatore.
3. Si richiude l'interruttore e il condensatore rivede il segnale in ingresso e la tensione ai capi del condensatore segue la tensione in ingresso e quando si riapre l'interruttore in tutto questo periodo il condensatore rimane con la stessa tensione e così via il ciclo si ripete.



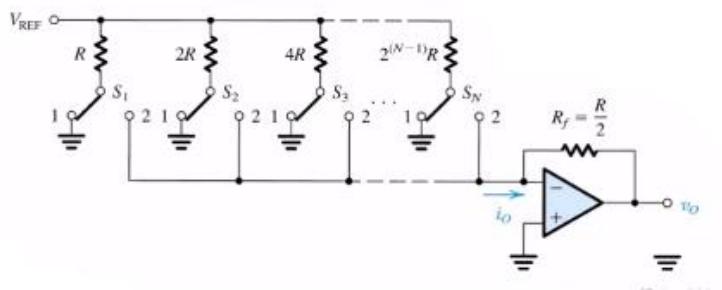
Per avere un segnale campionato più fedele bisogna fare i campionamenti con una frequenza più grande.

### Conversione Digitale/Analogica

Vediamo una struttura in un sistema di conversione digitale/analogica. Quindi si parte da una parola digitale, ovvero un insieme di bit, dal più significativo al meno significativo. Una parola digitale dove il bit più significativo ha un peso  $1/2$ , il secondo  $1/4$  e così via e quindi sarà fatta nel seguente modo:

$$D = \frac{b_1}{2^1} + \frac{b_2}{2^2} + \dots + \frac{b_N}{2^N}$$

Il dispositivo sarà fatto da un amplificatore operazionale contro-reazionato negativamente:



Abbiamo che la tensione di uscita per la dinamica dell'operazionale sarà dato da:

$$v_o = -i_o R_f$$

Il sistema è fatto da  $N$  rami resistivi (dove  $N$  sono il numero di bit della parola binaria) e ogni resistenza è via via maggiore. Tutte le resistenze sono connesse a una tensione di riferimento  $V_{REF}$  che rappresenta l'ampiezza massima del segnale. Tutte le resistenze sono connesse alla tensione di riferimento tramite un nodo (uno switch) e a ogni resistenza è collegato un trigger. L'operazionale è controreazionato negativamente è quindi vale il principio di nodo virtuale e quindi  $v^+ = 0$  perché  $v^- = 0$  essendo collegato a massa. Essendo tutte le resistenze collegate in parallelo otteniamo che:

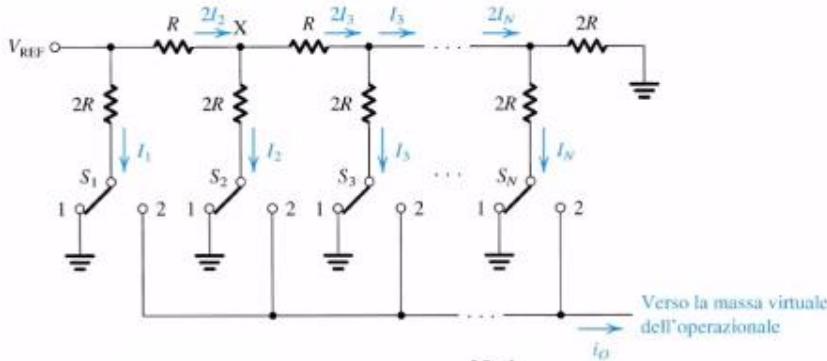
$$i_o = \frac{V_{REF}}{R} b_1 + \frac{V_{REF}}{2R} b_2 + \dots + \frac{V_{REF}}{2^{N-1}R} b_N$$

Quindi alla fine la tensione di uscita sarà data da:

$$v_o = - \left( \frac{V_{REF}}{R} b_1 + \frac{V_{REF}}{2R} b_2 + \dots + \frac{V_{REF}}{2^{N-1}R} b_N \right) R_f = -V_{REF} D$$

Uno dei problemi è che la precisione con cui riusciamo a trasformare queste parole in segnale dipende dal rapporto di queste resistenze. Quindi uno dei problemi è quello che bisogna a un certo punto utilizzare delle resistenze elevate. Infatti questo tipo di convertitore con questa struttura viene chiamato un convertitore **a scala**, poiché le resistenze crescono con un valore  $2^i$  in base al bit.

Un metodo alternativo è quello di utilizzare sempre una struttura a scala, ma che utilizza solo due resistenze  $R$  e  $2R$ .



Spostandoci da sinistra verso destra (in alto a sinistra del circuito) quello che vede un nodo sono due resistenze in parallelo e quindi il nodo vede  $R_{eq} = \frac{2R}{2} = R$  e quindi in serie con un'altra resistenza  $R$ , il nodo successivo a sinistra di quello prima

vede sempre due resistenze in parallelo di valore  $2R$  e quindi quella equivalente sarà  $R_{eq2} = R$ .

Quindi una corrente che entra in quel circuito (partendo dal nodo in alto a sinistra) vede la resistenza  $R$ , ovvero:

$$I = \frac{V_{REF}}{R}$$

Quindi otteniamo che al primo nodo la corrente si divide in esattamente due parti uguali perché vede resistenze uguali in entrambi i rami, nel secondo ramo si divide anche in quel caso in due parti uguali, e così via ... ottenendo:

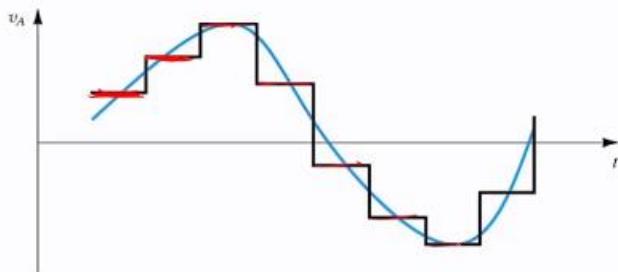
$$I_1 = 2I_2 = 4I_3 = \dots = 2^{N-1}I_N$$

$$I_1 = \frac{V_{REF}}{R}, I_2 = \frac{I_1}{2}, \dots, I_N = \frac{I_1}{2^{N-1}}$$

Quindi alla fine abbiamo che la corrente in uscita è data da

$$i_o = \frac{V_{REF}}{R} D$$

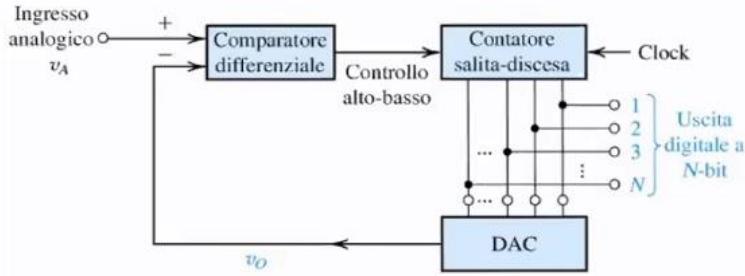
In uscita quindi avremo una funzione di questo tipo dove il numero di livelli è legato al numero di bit:



L'uscita del convertitore D/A può essere filtrata con un circuito passa-basso (circuito passa basso lo abbiamo visto all'inizio con i circuito RC) per “addolcire” i gradini per ottenere la forma d'onda mostrata in blu.

## Conversione Analogico/Digitale

Un convertitore analogico/digitale a inseguimento che ha come ingresso una tensione analogica  $v_A$  e ha una struttura (a blocchi) come segue:



I vari componenti sono:

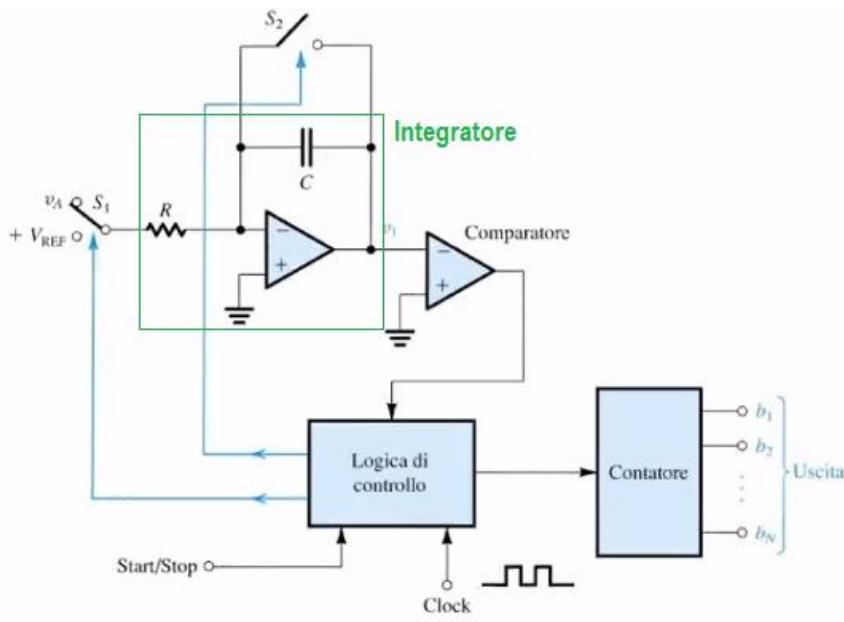
- **Convertitore digitale/analogico (DAC)**: che ha una struttura a scala come vista prima;
- **Comparatore differenziale**: è realizzato attraverso un amplificatore operazionale senza contoreazione (quindi è sicuramente saturo e restituisce solo  $L^+$  o  $L^-$  ).
- **Contatore salita-discesa**: è un sistema digitale che in funzione del clock che arriva (del sincronismo che sta entrando).

Vediamo come funziona il Contatore salita-discesa:

- Se l'uscita è una parola con tutti zeri (000...00), il convertitore DAC avrà uscita zero e nel comparatore entrerà un segnale di 0V (ovvero la tensione di riferimento è pari a zero) e se ingresso analogico sarà maggiore di zero e quindi il comparatore restituisce  $L^+$ , il contatore incrementa di 1 (uscita sarà 00...01 che diventa la nuova tensione di riferimento). Se l'ingresso è di nuovo superiore e quindi il comparatore restituisce di nuovo  $L^+$  c'è di nuovo un incremento (e l'uscita sarà 00...010 e diventa la nuova tensione di riferimento). Il sistema si ferma quando la tensione di riferimento è maggiore di  $v_A$  e in tale caso il comparatore restituisce un valore  $L^-$  e inizia un decremento dei bit da parte del contatore.
- Se l'uscita è una certa parola  $v_A'$  e che quindi assume il valore della tensione di riferimento abbiamo che:
  - Se  $v_A > v_A'$  viene restituito un valore  $L^+$  e quindi il contatore va nel verso giùsto;
  - Se  $v_A < v_A'$  viene restituito un valore  $L^-$  e quindi il contatore va al contrario (inizia a decrementare il segnale di partenza).

È chiaro che essendo che gli istanti di campionamento devono essere molto vicini (quindi con clock alti) la situazione di partenza è la condizione precedente perché sarà molto prossima alla condizione d'inizio successiva.

Un altro schema per un convertitore può essere il seguente:



È formato da un integratore ideale (quindi l'uscita dell'integratore sarà lineare, ovvero avrà una rampa unitaria) e l'uscita dell'integratore è l'entrata di un comparatore creato con un amplificatore operazionale non contro reazionato (quindi sicuramente saturo e quindi la sua uscita sarà o L+ o L-), che confronta l'uscita rispetto a massa. L'uscita del comparatore sta controllando un sistema che a da trigger e da sincronismo.

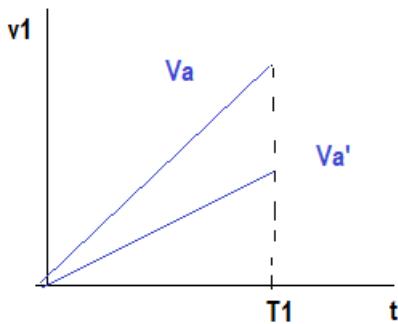
La conversione del segnale è fatta a due fasi:

- **Fase0 (Fase di cancellazione):** La fase iniziale è quella di partire dalla tensione di uscita dell'integratore nulla (0V). La tensione di uscita è data dalla tensione su condensatore cambiata di segno ( $V_1 = V_o = -V_C$ ) e quindi bisogna mandare a zero la tensione del condensatore nelle condizioni iniziali (e per fare questo bisogna scaricare il condensatore che si fa chiudendo l'interruttore  $S_2$  che genera una maglia chiusa e scarica il condensatore). Una volta scarico si riapre l'interruttore  $S_2$ . Alla fine di questa fase la tensione di uscita dell'integratore è nulla.
- **Fase1:** Applichiamo ora una tensione  $v_A$  che è la tensione che bisogna convertire. Ipotizziamo per adesso che la tensione  $v_A < 0$ . Se diamo in ingresso all'integratore una tensione negativa, allora la tensione  $v_1 = \frac{v_A}{RC} t$  quindi l'uscita cresce linearmente nel tempo e la velocità di crescita è determinata dal prodotto  $RC$ . Essendo che la tensione in uscita è positiva il comparatore ha un'entrata di una tensione positiva e quindi restituisce un valore L+. A questo punto possiamo controllare il tempo e se fissiamo un

tempo  $T_1$ , la tensione di picco sarà data da  $v_1 = \frac{v_A}{RC} T_1$ . Il tempo lo possiamo controllare con i clock (ad es dopo un certo numero di clock).

- L'uscita abbiamo visto che dipende da  $RC$ , ma la velocità di crescita della funzione dipende anche da  $v_A$ , infatti in base a tale valore abbiamo diverse velocità di crescita. Infatti abbiamo che la velocità di crescita sarà data da:

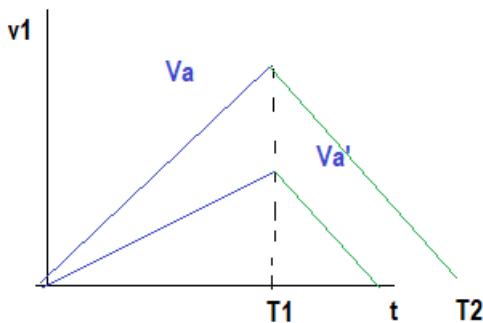
$$\frac{V_{PEAK}}{T_1} = \frac{v_A}{RC}$$



NOTA: nella prima fase stiamo caricando un condensatore con una tensione  $v_A$  che è quella che devo riconoscere (incognita), e quello che conosciamo in questa fase è  $T_1$  perché lo determiniamo noi e quindi in questa fase l'unica incongnita è la relazione di  $V_{PEAK}$  e  $v_A$ .

- **Fase2:** Nella seconda fase l'interruttore viene portato verso una tensione di riferimento  $V_{REF}$  positiva. Adesso l'integratore ha un tensione positiva in ingresso che fa cambiare segno alla corrente e quindi all'uscita avrà una pendenza che lo manda a zero. In questa fase c'è una descrescita della tensione in uscita con una pendenza  $\frac{V_{REF}}{RC}$  e questa pendenza è la stessa qualunque sia il valore raggiunto nella fase 1. Definiamo  $T_2$  il tempo che partendo dal valore di picco va a zero (ci accorgiamo che la tensione è andata zero perché il comparatore avrà confrontato con il valore zero e restituirà un valore L-). Nel momento in cui va a livello meno il dispositivo di **logica di controllo** determina quanti sono stati gli impulsi che ha contato passando dall'istante  $T_1$  all'istante  $T_2$ . Abbiamo che

$$\frac{V_{PEAK}}{T_2} = \frac{V_{REF}}{RC}$$



NOTA: in questa fase la velocità di discesa la conosciamo, il  $V_{PEAK}$  è quella raggiunta precedentemente e quello che andiamo a calcolare è il tempo  $T_2$ .

La tensione di picco  $V_{PEAK}$  dipende da  $v_A$  e lo possiamo calcolare come:

$$T_2 = T_1 \frac{v_A}{V_{REF}}$$

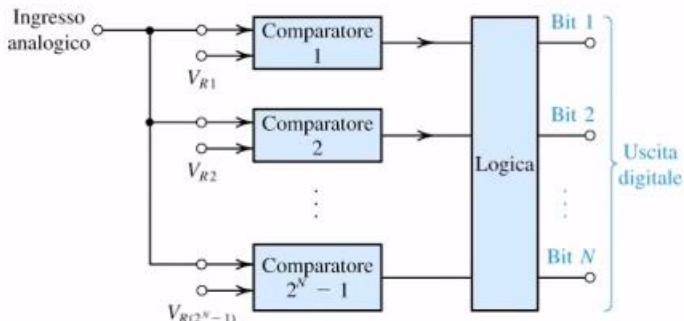
Se  $T_1$  e  $T_2$  gli definiamo come numero di cicli possiamo scrivere:

$$n = n_{REF} \left( \frac{v_A}{V_{REF}} \right)$$

Dove  $n_{REF}$  sono il numero di cicli di riferimento scelto da noi e  $n$  quello che bisogna vedere. Quindi questo ha trasformato la parola  $v_A$  in un conteggio di clock, quindi il numero di clock è la parola binaria che definisce la tensione  $v_A$ .

NOTA: più è corto  $T_1$  e meno possono variare le varie  $v_A$  nel grafico quindi l'errore potrebbe essere più grande. Quindi bisogna scegliere un  $T_1$  abbastanza lungo, ma questo aumenterebbe il tempo.

Un modo per velocizzare al massimo il tempo è quello di fare la misura parallela:



Utilizziamo tanti comparatori (operazionali non contro reazionati e quindi avrà uscita L+ o L- in base a una tensione di riferimento). Abbiamo  $2^N - 1$  comparatori

che danno l'informazione se il segnale analogico che sta entrando è maggiore dei vari riferimenti. Se conosciamo la dinamica del segnale analogico possiamo dire che

- $V_{R_1} = \frac{V_M}{2}$
- $V_{R_2} = \frac{V_M}{4}$
- ...

Questo dispositivo è molto veloce ma è molto difficile da realizzare poiché al crescere della dimensione dei numero di bit, servono un numero elevati di dispositivi.

## Diodi

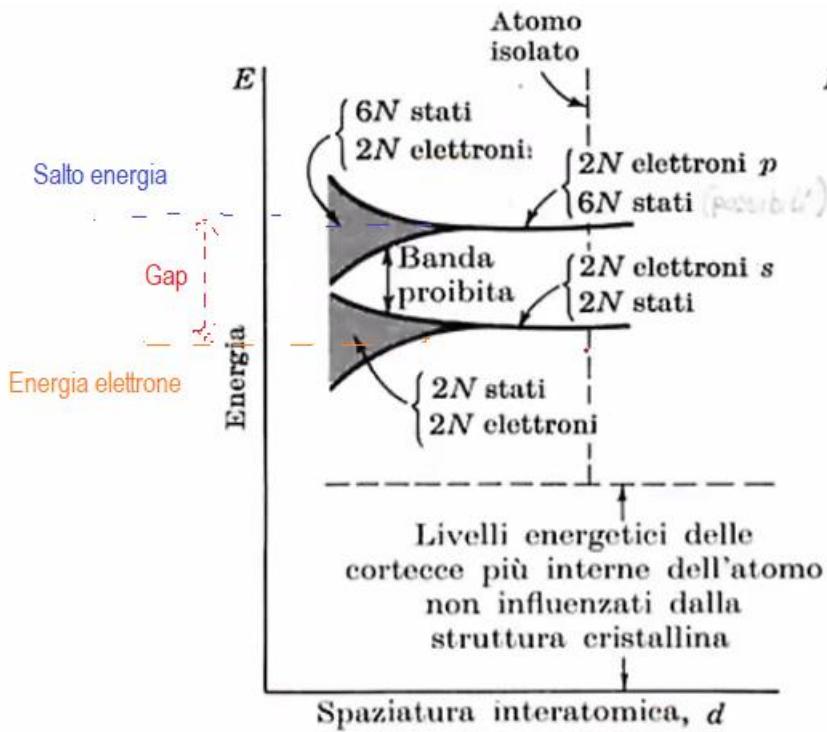
### Materiali per l'elettronica

I materiali per applicazioni elettriche si caratterizzano dal punto di vista della loro conducibilità (la facilità con cui un materiale fa scorrere corrente).

	Resistività $\rho$ ( $\Omega\text{-cm}$ )
Metalli	$\rho < 10^{-3}$
Semiconduttori	$10^{-3} < \rho < 10^5$
Isolanti	$\rho > 10^5$

Il materiale base per la realizzazione di circuiti elettronici sono i semiconduttori (nella maggior parte dei casi Silicio, Germanio, Arseniuro di Gallio). Per le applicazioni elettroniche serve un Silicio puro e morfologicamente composto come un cristallo puro. I materiali sono composti da atomi che sono di per sé neutri, ma alcuni elettroni possono staccarsi da un atomo formando così uno ione (ione positivo) e la facilità con il quale tale elettrone si riesce a staccare dall'atomo definisce se un materiale è conduttore o isolante.

Si definisce **energia di ionizzazione** l'energia necessaria per staccare un elettrone dal proprio atomo, infatti possiamo dividere i vari metalli, isolanti e semiconduttori in base all'energia di ionizzazione. Questa definizione è quella che definisce la **GEP energetica di un materiale**.



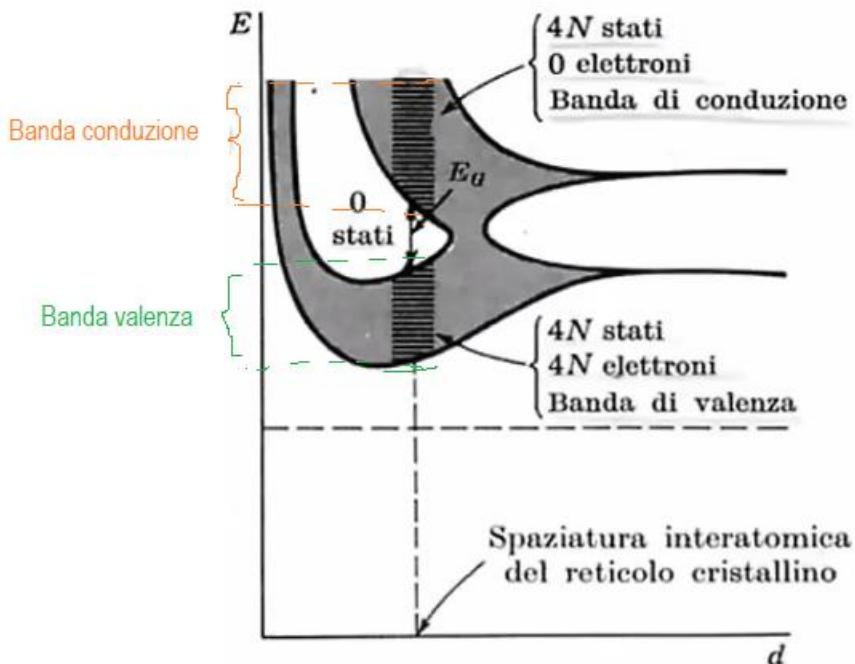
Se si dà abbastanza energia l'elettrone lascia l'atomo, ma se viene data dell'energia compresa nella **banda proibita** l'elettrone si allontana dall'atomo ma non lo lascia e non appena l'energia finisce ritorna nella posizione di partenza (infatti chiamiamo banda proibita perché non troviamo elettroni in questa zone).

Quindi un materiale è definito da questi due livelli energetici:

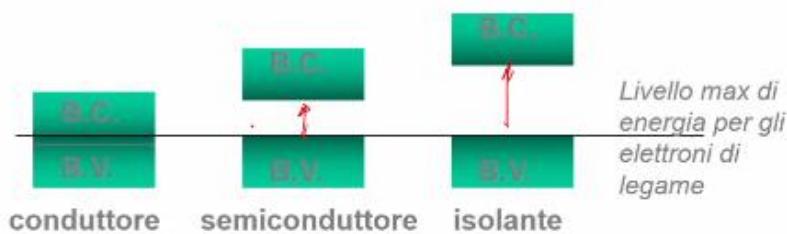
- **Energia di valenza  $E_v$ :** il livello dell'elettrone legato all'atomo;
- **Energia di conduzione  $E_c$ :** il livello di elettrone libero dal legame di atomo;
- **GAP (banda proibita):** la distanza energetica tra le due energie ed è caratteristica del tipo di materiale

Questi livelli energetici precisi nel singolo atomo quando un atomo è in una struttura di un reticolo cristallino diventano delle bande (degli intervalli) e quindi abbiamo:

- **Bandi di valenza**
- **Bandi di conduzione**
- **GAP:** la distanza tra queste due bande è caratteristica del materiale;



Tanto più elevata è la distanza tra le due bande tanto più un materiale diventa un semiconduttore e isolante. Perché se la distanza è piccola significa che serve poca energia per staccare l'elettrone e quindi otteniamo un conduttore.

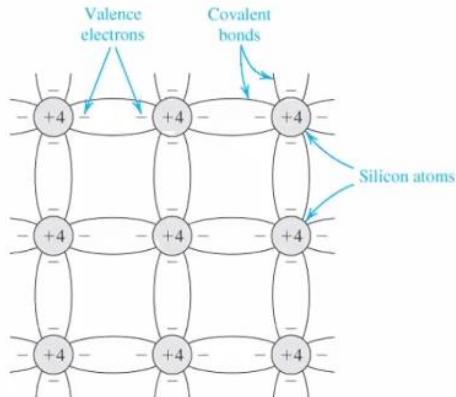


## Silicio intrinseco

Il silicio è l'elemento base per la costruzione di un circuito elettronico. È un materiale che deve essere puro. I passaggi di purificazione del silicio sono:

1. Estrazione del silicio dalla sabbia;
2. Purificazione del silicio, in particolare deve avere impurezze al di sotto di  $10^{10}$  impurezze per ogni atomo di silicio.
3. Una fase in cui viene fatta assumere al silicio una forma cristalina, ovvero ogni atomo di silicio deve avere una posizione fissa di un materiale ed è possibile riconoscere una struttura elementare che si ripete nello spazio. La struttura è fatta tra legami di atomi di silicio. Una caratteristica di un atomo è la valenza ovvero quanti elettroni può mettere a disposizione per fare legami chimici con

altri atomi e il silicio ha valenza quattro e può fare quattro legami (legami covalenti). Un legame covalente è quando due elettroni dei due atomi di silicio vengono usati per creare un legame tra i due atomi e gli elettroni sono vincolati in quella precisa struttura del cristallo.



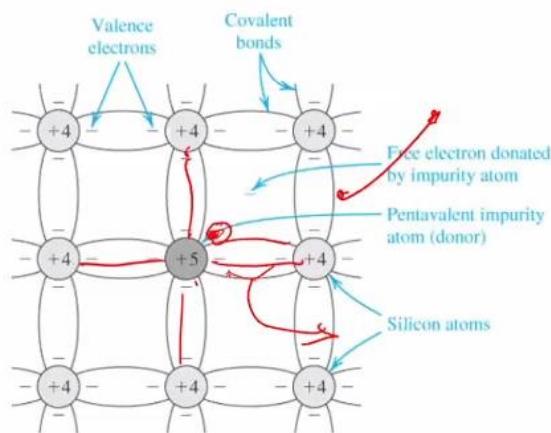
cristallo di silicio intrinseco a 0K

Questo materiale funziona come un isolante a meno che non diamo energia per far staccare qualche elettrone e diventa una carica negativa libera di muoversi. Per staccare questo elettrone è necessaria un'energia di 1 electronVolt. Quando si libera un elettrone a qualche legame manca un elettrone e un atomo avrà una carica positiva. Però tutto il materiale complessivamente è neutro perché ha tanti elettroni liberi di muoversi e un numero di ioni positivi uguali in numero fissi e non liberi di muoversi. A temperatura ambiente la concentrazione degli elettroni è pari a

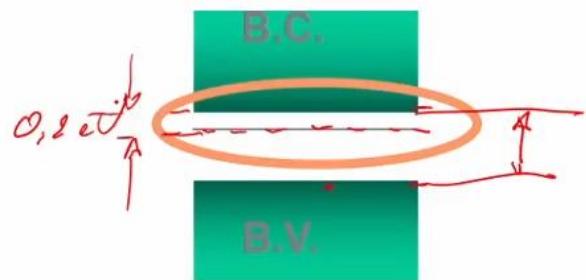
$$n_i \cong 1.5 * 10^{10} \text{ portatori/cm}^3$$

Cioè abbiamo  $10^{10}$  atomi che hanno perso un elettrone.

Il silicio è un semiconduttore che però è molto più vicino all'isolante, però si può utilizzare una tecnologia nel silicio per controllare la quantità di cariche libere e quindi controllarne la conducibilità elettrica. Questo è un processo che introduce nella struttura del silicio delle impurezze (degli atomi che non sono silicio) e la tecnica è quella del **drogaggio del materiale**. Il silicio abbiamo visto che ha valenza quattro e che gli utilizza per legarsi con quattro atomi di silicio, ma se inseriamo un atomo con valenza 5 (es: atomo di fosforo). Tale atomo di fosforo ha 5 atomi di cui 4 gli usa per legarsi con 4 atomi di silicio e il quinto elettrone che è quello più lontano dal nucleo ed è debole dal punto di vista energetico ed è sufficiente dare un'energia non molto elevata per staccarlo dall'atomo (0.2 electronVolt).



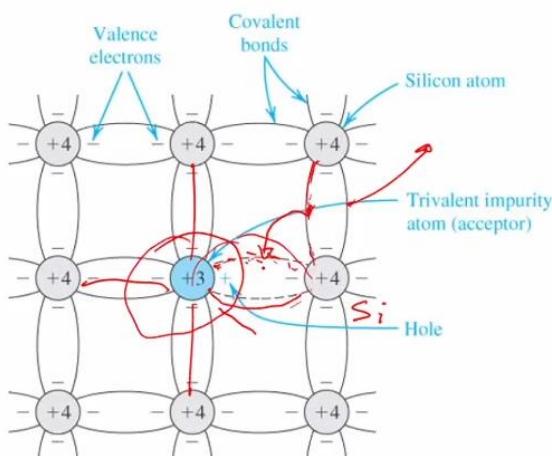
cristallo di silicio drogato con elemento pentavalente (di tipo n)



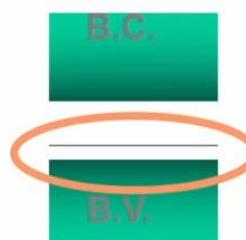
**Tipo-n**

Questo metodo di introdurre un atomo pentavalente crea un materiale conduttivo. Questo tipo di droggaggio si chiama **drogaggio n-type** perché per creare un conduttore sfrutta lo spostamento delle cariche negative ovvero gli elettroni per eccesso di elettroni.

Se invece di un atomo pentavalente viene inserito un atomo trivale (es: atomo di boro), tale atomo ha tre elettroni disponibili per fare legami con i vicini e sostituisce un atomo di silicio nel cristallo e completa il legame con tre atomi di silicio vicini e quello che non può completare c'è un legame che non viene formato e attrae elettroni da altri legami e per attrarre elettroni da questi legami serve 0.2 eV.



cristallo di silicio drogato con elemento trivale (di tipo p)



**Tipo-p**

Ora l'elettrone è andato a saturare tale legame e il boro diventa una carica negativa. Dopo questo spostamento la posizione da dove è arrivato l'elettrone ci sarà una mancanza di legame che fungerà da attrattore per altri elettroni. Questo tipo di droggaggio viene chiamato **drogaggio p-type** in cui si muovono gli elettroni per mancanza di un elettrone.

## Corrente di drift

Per far scorrere le cariche (create tramite il drogaggio) bisogna dare un'eccitazione esterna e il modo più semplice per attivare il movimento di cariche è attraverso un campo elettrico. La possibilità di creare una corrente è legata alla presenza di un campo elettrico. Se c'è un campo elettrico nasce una corrente in un materiale conduttivo che è quella legata al campo elettrico e che la chiamiamo **corrente di drift**. Tale corrente in qualche maniera è rispetta una simile legge di Ohm. La corrente  $J_{n/p}$  che scorre sulla superficie di un materiale sarà proporzionale a quanto è conduttivo quel materiale e al campo elettrico (potenziale che sta iniescando il movimento).

$$J_n = q\mu_n n E = \sigma E \quad [\text{A/cm}^2]$$

$$J_p = q\mu_p p E = \sigma E \quad [\text{A/cm}^2]$$

Dove:

$\mu_n$  la mobilità degli elettroni, e  $\mu_p$  la mobilità delle lacune;

$n$  e  $p$  numero di elettroni e lacune per  $\text{cm}^3$  rispettivamente;

$E$  il campo elettrico applicato in  $\text{V/cm}$ ;

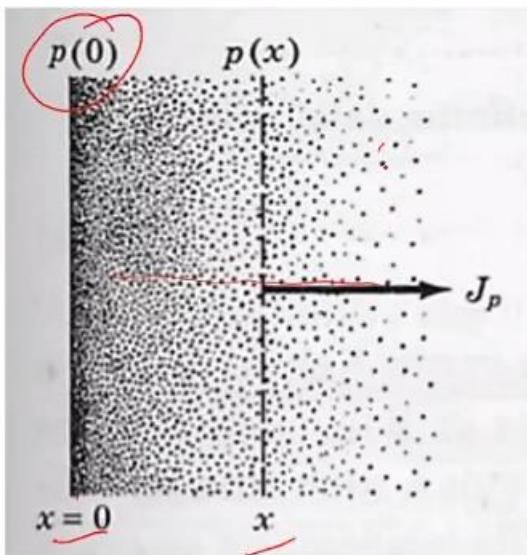
$q$  la carica dell'elettrone =  $|1.6 \times 10^{-19}| \text{ C}$

$\sigma$  la conducibilità del materiale

NOTA: è molto più facile far scorrere una corrente nel n-type che nel p-type, perché per far spostare un elettrone nel secondo caso prima si deve creare una lacuna e poi spostare l'elettrone, mentre le n-type si libera un elettrone e quel elettrone è completamente libero di muoversi per questo vale  $\mu_p < \mu_n$  (in particolare vale  $\mu_n \approx 3\mu_p$ ).

## Corrente di diffusione

Un altro modo per attivare lo spostamento di cariche è quello attraverso la diffusione. Se si crea un materiale dove c'è una **differenza della concentrazione o per attivazione** (ovvero arriva l'energia solo su un pezzetto del materiale) si crea una zona di materiale dove le cariche libere sono in concentrazione maggiore rispetto a un'altra zona. Quando esiste un gradiente di concentrazione (ovvero una differenza di concentrazione) tra due zone dello stesso materiale (come si può vedere all'aumentare di  $x$  diminuisce la concentrazione e se  $p(x)$  è la concentrazione di cariche abbiamo  $p(0) > p(x)$ ).



Il sistema tende all'equilibrio (essendo che quando c'è questa differenza non c'è equilibrio di cariche) e le cariche tendono a uniformarsi e il movimento di queste cariche tende a uniformarsi. Anche in questo caso ci saranno due tipi di correnti a secondo si parli di p-type o n-type.

$$J_n = qD_n dn/dx \text{ [A/cm}^2\text{]}$$

$$J_p = -qD_p dp/dx \text{ [A/cm}^2\text{]}$$

I coefficienti I coefficienti D, m sono legati tra di loro dalle relazioni di Einstein:

$k$  è la costante di Boltzmann  
 $T$  la temperatura assoluta in kelvin.

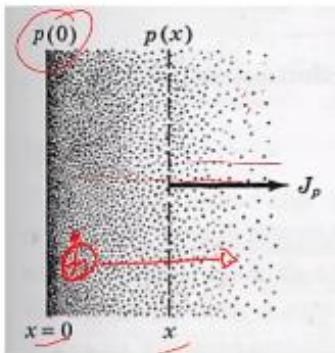
$$D_p = \frac{kT}{q} \mu_p = V_T \mu_p$$

$$D_n = \frac{kT}{q} \mu_n = V_T \mu_n$$

La corrente è sicuramente proporzionale al motivo per cui c'è una concentrazione, ovvero il gradiente della concentrazione ( $\frac{dn}{dx}$  o  $\frac{dp}{dx}$ ) e maggiore è la differenza e più velocemente si sposteranno le cariche, invece q indica il numero di cariche. I coefficienti di diffusione D indicano sia quanto velocemente si muovono l'eccesso di carica rispetto alla lacuna e sia è un indicatore della viscosità del materiale. Il coefficiente di diffusione come si può vedere è legato alla mobilità ( $\mu$ ) e alla diffusione termica ( $V_T$ ) (inoltre vale  $V_T|_{T=300K} \cong 25 \text{ mV}$ ).

NOTA: Nel  $J_p$  la formula è preceduta da un segno meno poiché le lacune che sono a sinistra è una concentrazione di carica positiva che si sta spostando da sinistra verso destra ed è proporzionale a  $dp/dx$  che è negativo (che sarebbe  $p(x)-p(0)$  e ha segno opposto al verso delle lacune) , ma in realtà la corrente si

muove verso il la direzione a bassa concentrazione e per questo è dovuto il segno meno.



### Corrente totale

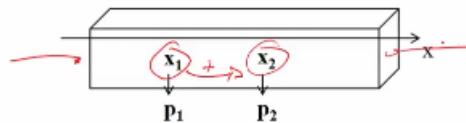
In un materiale dove abbiamo sia un campo elettrico e sia concentrazione del materiale abbiamo entrambe le componenti.

$$J_p = q\mu_p p E - qD_p dp/dx$$

$$J_n = q\mu_n n E + qD_n dn/dx$$

### Potenziale di contatto

Vediamo cosa succede quando ci troviamo una barretta di materiale in cui esiste una differente concentrazione in  $x_1$  rispetto a  $x_2$ . Se c'è un gradiente di concentrazione ci sarà una corrente di diffusione. Però noi sappiamo che c'è corrente se c'è un circuito chiuso e in assenza di circuito chiuso non c'è corrente. Quindi se in una barretta c'è una differenza di concentrazione quindi c'è una corrente di diffusione , però non essendoci il circuito chiuso allora la corrente dovrebbe essere zero. Per bilanciare il tutto si viene a generare anche una corrente di drift che si oppone alla corrente di diffusione rendendo la somma totale zero.



$$J_p = q\mu_p p E - qD_p dp/dx$$

In assenza di eccitazioni (quindi in assenza di un circuito chiuso con differenza di potenziale) vale che:

$$J_p = 0 \quad \text{e quindi vale} \quad q\mu_p pE = q\mu_p V_T dp/dx$$

Quindi dentro la barretta nasce un campo elettrico che tende a formare una corrente di drift che si oppone alla corrente di diffusione perché solo in questo modo la corrente totale va a zero e tale campo elettrico vale:

$$q\mu_p pE = qD_p dp/dx \rightarrow pE = V_T dp/dx$$

Quindi il campo elettrico vale

$$E = \frac{V_T}{p} \frac{dp}{dx} = - \frac{dV}{dx}$$

Dove  $dV$  è la differenza di potenziale ai capi delle due zone  $x_1$  e  $x_2$ . E se risolviamo l'equazione differenziale sopra possiamo scrivere

$$dV = V_2 - V_1 = V_0 = V_T \ln p_1/p_2$$

Questo è quello che si definisce **potenziale di contatto** ovvero il potenziale che nasce tra due zone con differente concentrazione di cariche libere.

Analogamente la corrente totale di elettroni vale

$$V_2 - V_1 = V_0 = V_T \ln n_2/n_1$$

### Struttura semplificata di un diodo a giunzione pn

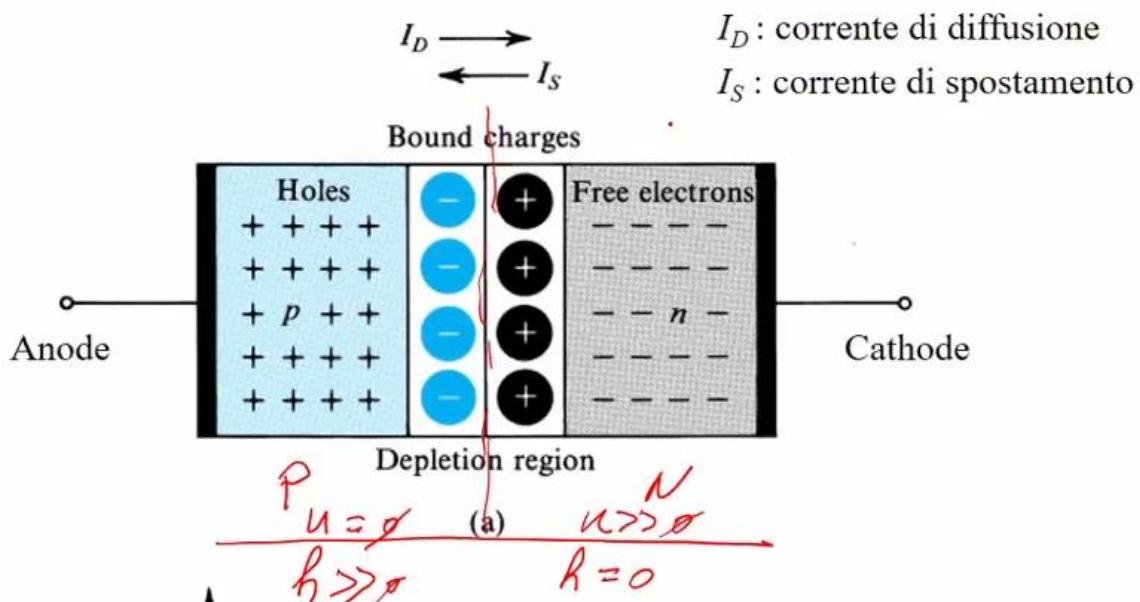
#### Condizione circuito aperto

La concentrazione di una carica libera attraversa un meccanismo di tecnologia che dipende dalla concentrazione di atomi trivalenti o pentavalenti che viene inserito nel materiale e il controllo definisce quanto sarà la concentrazione di cariche libere alla fine. Inoltre si può realizzare un materiale di silicio con due zone:

- **Zona N:** una parte del materiale viene coperta da uno schermo e solla parte scoperta vengono sparati atomi di fosforo e poi viene fatto il drogaggio (ovvero vengono fatti sostituire ad alcuni atomi di silicio) e viene creato la zona di tipo N. In questa zona ci sono tanti elettroni. Quindi abbiamo:
  - Elettroni  $n \gg 0$
  - Lacune  $h = 0$ .
- **Zona P:** l'altra zona viene coperta (la zona N) e vengono sparati atomi di boro e il materiale viene drogato e viene creata una zona tipo P. Qui ci saranno più lacune. Quindi abbiamo:

- Elettroni  $n=0$
- Lacune  $h >> 0$

Tale struttura viene chiamata **giunzione pn**. Quindi abbiamo due zone una con lacune e un'altra con cariche libere e c'è un gradiente di concentrazione di cariche libere e quindi gli elettroni che sono nella zona libera e sono liberi (cioè in questa zona ci sono tanti elettroni liberi) si muovono e vanno nella zona P. Le lacune (holes) si muovono e vanno nel verso opposto questo perché c'è una differente concentrazione. Questo processo innesca un meccanismo che all'interfaccia P nasce una carica fissa negativa perché gli atomi di boro hanno perso la lacuna e sono diventati una carica negativa fissa vicino la zona n. E stessa cosa per la zona n che c'era un elettrone che rendeva neutro quella zona che ora si è spostato nella zona p e quindi c'è una carica positiva.

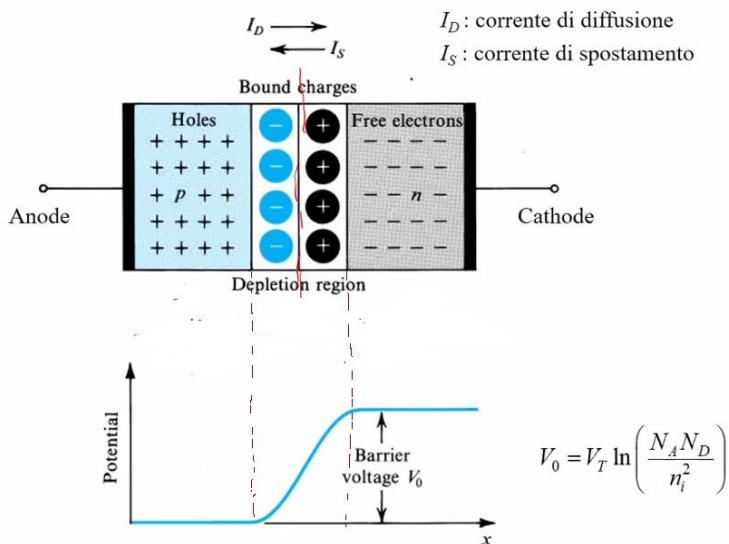


Ai capi della zona creata al centro è dove nasce il potenziale di contatto visto precedentemente. Il sistema va in equilibrio quando la corrente dovuta alla presenza di questo campo elettrico ovvero la forza che tende a far tornare indietro gli elettroni nella zona n e le lacune nella zona p è uguale alla gradiente di concentrazione che gli ha fatti spostare e quando i due meccanismi si equilibrano la corrente totale è zero. Tra la zona p e n si crea una zona detta **zona di carica spaziale** e in questa zona ci sono solo cariche fisse e in questa zona non ci sono cariche libere, ma solo cariche fisse. E se per qualche motivo un elettrone nasce in quella zona esso andrà nella zona p.

Il campo elettrico si viene a creare solo nella zona di giunzione. E come abbiamo detto in tale zona non ci possono essere delle cariche elettriche (è libero dalle cariche elettriche), perché se ci fossero delle cariche elettriche il campo elettrico le

sposterebbe e se ne andrebbe verso il polo positivo se fosse un elettrone. Quindi all'interno di questa zona cade la barriera di contatto (ovvero il potenziale di contatto) che si genera a causa di due zone a concentrazione diversa e il potenziale di contatto  $V_0$  è proporzionale alla differenza di concentrazione, in particolare la concentrazione delle lacune è data dalla concentrazione degli accettori (atomi di boro)  $N_A$  e la concentrazione degli elettroni è data dalla concentrazione degli elettroni (atomi di fosforo)  $N_D$ . Il potenziale nella zona centrale che si genera è

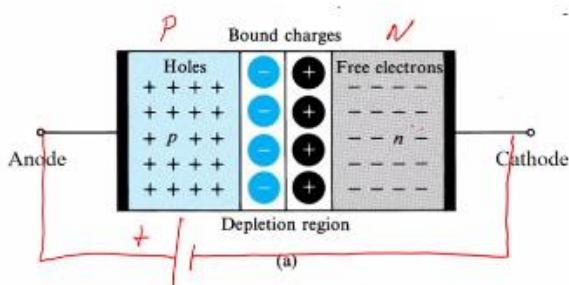
$$V_0 = V_T \ln \left( \frac{N_A N_D}{n_i^2} \right)$$



NOTA: un'altra definizione della zona in mezzo è la **zona di svuotamento della giunzione** poiché è una zona svuotata dalle cariche libere di muoversi e ci sono solo cariche fisse.

### Condizione circuito chiuso

Nel caso in cui applichiamo una differenza di potenziale a questa situazione di equilibrio, in particolare diamo una tensione positiva sull'**anodo** (ovvero la zona p) e una tensione negativa sul **catodo** (ovvero la zona n).

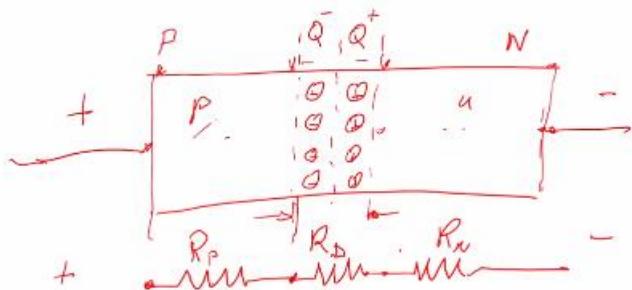


In questo caso essendoci una serie di lacune che vorrebbero spostarsi nella zona n e viceversa gli elettroni vorrebbero spostarsi nella zona p e non possono in una situazione di equilibrio, inserendo un campo elettrico (una differenza di potenziale) le forziamo e ora possono spostarsi.

Se vogliamo fare un circuito che cerca di modellizzare il comportamento elettrico di questa struttura possiamo dire:

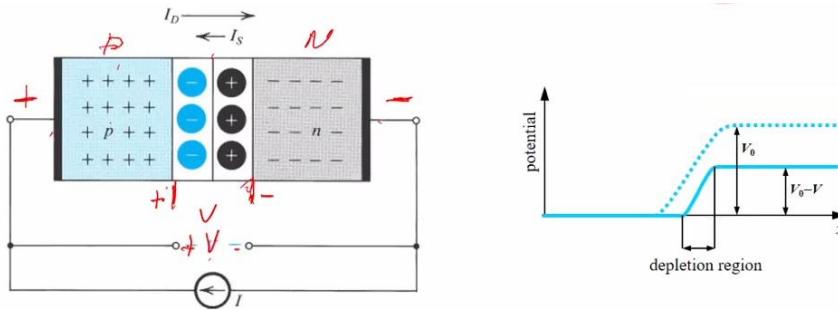
- Zona p: ci sono tante lacune (quindi cariche libere) e quindi è un conduttore e quindi è poco resistivo (è un pezzo di materiale a bassa resistenza)  $R_p$ .
- Zona n: ci sono tanti elettroni (quindi cariche libere) e quindi è un conduttore e un pezzo di materiale a bassa resistenza  $R_n$ ;
- Zona di svuotamento: non ci sono cariche libere quindi è un pezzo di materiale ad alta resistenza  $R_d$ ;

Quindi possiamo modellare questa struttura come tre resistenze in serie ciascuna associata alle tre zone:

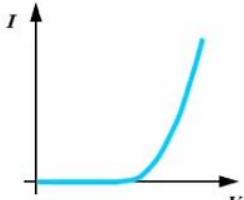
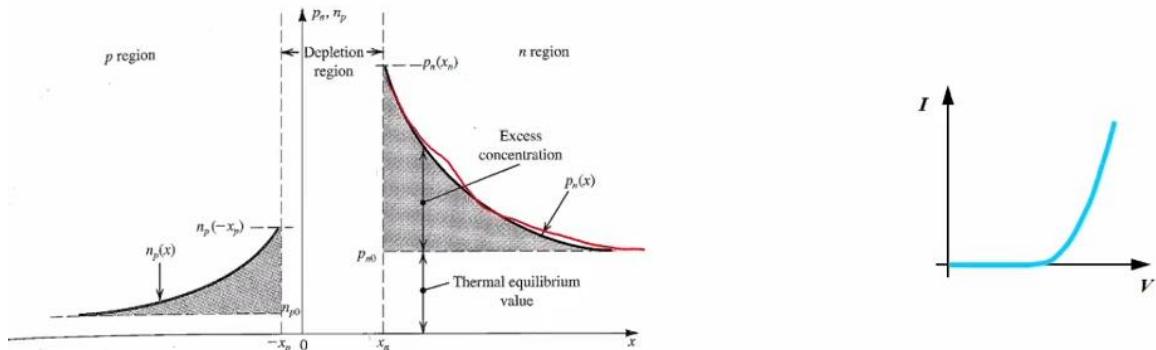


Con  $R_d \gg R_n, R_p$  e quindi le due resistenze delle due zone p e n sono quasi trascurabili e se applichiamo una differenza di potenziale  $V_1$  possiamo dire che ce la ritroviamo tutta ai capi della resistenza  $R_d$  essendo che le altre sono approssimabili a zero (quindi è come se quella differenza di potenziale fosse applicata direttamente alla zona di giunzione). Quindi questa tensione esterna si sta sommando o sottraendo al campo elettrico a contatto:

- **Giuonzione pn in polarizzazione diretta:** spinge le lacune che prima non potevano passare a passare, cioè sta riducendo la barriera che devono superare le cariche libere per attraversare la zona di attraversamento. La zona vuota tende ad aumentare le proprie dimensioni perché la zona svuotata tende ad avvicinare gli elettroni verso l'elettrodo.



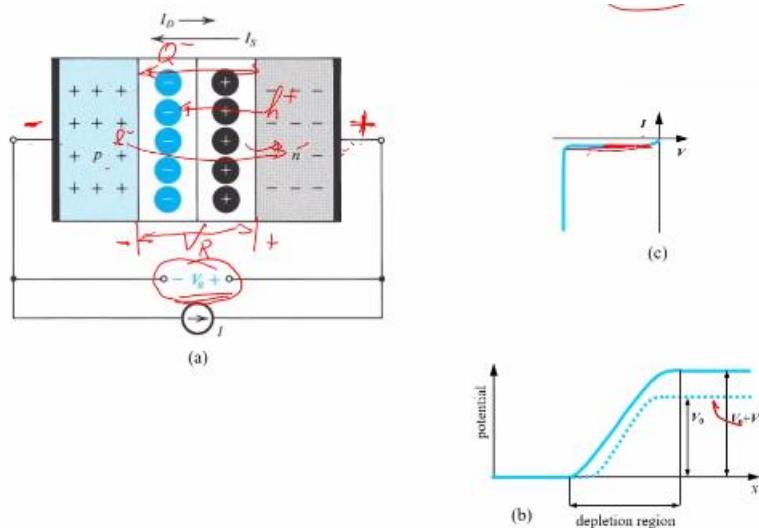
Quando applichiamo una polarizzazione diretta il campo elettrico di contatto  $V_0$  si riduce  $V$  e otteniamo  $V_0 - V$  e quindi diventa più facile il percorso di diffusione. Una carica positiva che si è sposta nella zona N (una lacuna entra dove ci sono molti elettroni ) quello che avviene è la **ricombinazione**, ovvero gli elettroni va a riempire la lacuna. La concentrazione delle lacune che entrano nella zona n decresce esponenzialmente perché ci sono gli elettroni che le saturano (le ricombina) e diventano neutre. Ogni volta che un elettrone scompare perché ricombina con la lacuna, bisogna rifornire tali elettroni che sono riforniti dal generatore di tensione. Questo significa che più è alta la tensione diretta applicata alla giunzione maggiore sarà la corrente che scorre.



La caratteristica corrente-tensione del bipolo è disegnata a lato, è possibile vedere che all'aumentare della tensione la corrente cresce esponenzialmente. Quindi per piccole variazioni di tensione ci sta grande variazione di corrente, quindi è facile far scorrere corrente in un diodo in diretta.

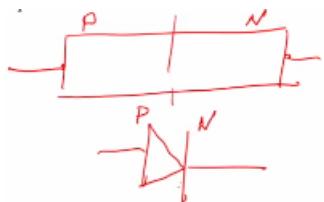
- **Giunzione pn in polarizzazione inversa:** Se applichiamo alla tensione un tensione inversa, ovvero all'anodo mettiamo il lato negativo e invece al catodo mettiamo il lato positivo del generatore. La tensione per analogo ragionamento di prima cade ai capi della zona svuotata. La zona svuotata aumenta di dimensione perché la zona n tende ad avvicinare gli elettroni verso l'elettrodo, e per avere una corrente dovremo avere degli elettroni nella zona p che riescono a passare, ma nella zona p non ci sono elettroni (ci sono lacune, la concentrazione di elettroni è zero) e più aumenta la tensione applicata e più aumenta la tensione della zona svuotata (ovvero maggiore è

l'effetto del campo elettrico). Il campo elettrico dovrebbe attirare elettroni da p a n, ma gli elettroni non ci sono e stessa cosa per le lacune, il campo elettrico dovrebbe attirare una lacuna dalla zona n alla zona p, ma nella zona n non ci sono lacune quindi la corrente non passa.

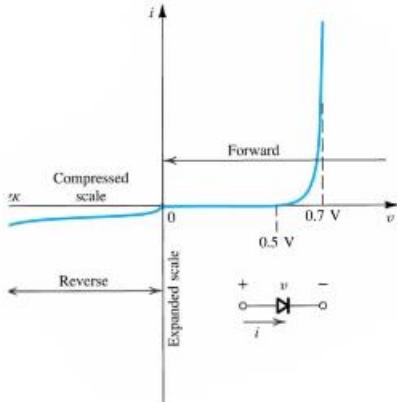


## Diodo reale

La giunzione pn ha le caratteristiche di un bipolo elettrico ed è quello che chiamiamo **diodo**. Per indicare un diodo si utilizza il seguente simbolo



Abbiamo visto che la corrente nella polarizzazione inversa non ci sono perché nella zona n non ci sono lacune e nella zona p non ci sono elettroni. Nella realtà nella zona p a temperatura ambiente qualche atomo di silicio perde il suo elettrone anche nella zona n qualche atomo di silicio perde il suo elettrone creando delle lacune. Questa corrente che dovrebbe essere zero in realtà  $I_S$  corrente di sturazione del diodo è dell'ordine  $[10^{-6}, 10^{-15}]$



Il comportamento di questa struttura pn è un comportamento a valvola di corrente ed è dettata dalla **relazione di Shockley**:

$$i_D = I_S(e^{\frac{v_D}{nV_T}} - 1)$$

La relazione corrente-tensione del diodo è una relazione esponenziale con i seguenti parametri:

- $i_D$ : corrente nel diodo
- $I_S$ : corrente inversa di saturazione
- $v_D$ : tensione applicata
- $n$ : coefficiente di emissione o fattore di idealità (va da 1 a 2, noi lo consideriamo 1)
- $V_T = kT/q$ : tensione termica
- $k$ : costante di Boltzmann
- $T$ : temperatura assoluta di kelvin
- $q$ : valore assoluto della carica

L'andamento esponenziale in diretta fa sì che piccole variazioni di corrente creano piccole variazioni di cadute di potenziale. Nel grafico sopra la corrente inizia a crescere rispetto alla corrente di saturazione per tensioni che vanno dallo 0.5V a 0.7V. La tensione in mezzo 0.6V è quella che definiamo la **tensione di soglia della giunzione pn**  $V_\gamma$ , poiché:

- Se  $v < V_\gamma$ : la corrente è molto bassa;
- Se  $v > V_\gamma$ : la corrente è molto alta (e va quasi in verticale).

Questo fa sì che la differenza di potenziale che diamo ai capi del diodo non può essere troppo diversa da  $V_\gamma$  perché brucerebbe il diodo essendo che passerebbe una corrente troppo elevata e la potenza non si riuscirebbe a dissipare. Nel datasheet del diodo viene indicata la potenza massima su cui può lavorare.

Se osserviamo il caso in cui  $i_D \gg I_S$  otteniamo che

$$\text{per } i_D \gg I_S \Rightarrow i_D \approx I_S e^{v_D/nV_T}$$

$$v_D = nV_T \ln \frac{i_D}{I_S}$$

espressione in forma logaritmica di  $v_D$

$$\text{per } v_D = V_{D1} \Rightarrow I_{D1} \approx I_S e^{V_{D1}/nV_T}$$

$$\begin{aligned} V_T &= 25 \text{ mV} \\ T &= 300 \text{ K} \\ n &= 1 \end{aligned}$$

$$\text{per } v_D = V_{D2} \Rightarrow I_{D2} \approx I_S e^{V_{D2}/nV_T}$$

$$\frac{I_{D2}}{I_{D1}} \approx e^{(V_{D2}-V_{D1})/nV_T}$$



variando la corrente nel diodo di una decade (cioè di un fattore 10) la tensione ai capi del diodo cambia solo di  $2.3nV_T$

$$V_{D2} - V_{D1} = nV_T \ln \frac{I_{D2}}{I_{D1}}$$

$$V_{D2} - V_{D1} = 2.3 nV_T \log \frac{I_{D2}}{I_{D1}}$$

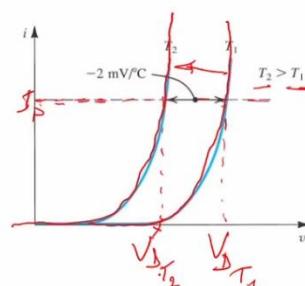
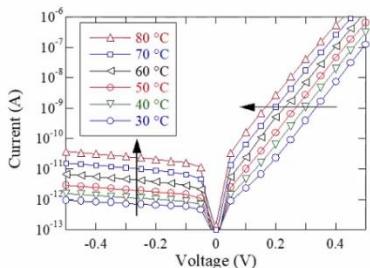
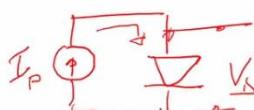
Le tensioni  $V_{D1}$  e  $V_{D2}$  sono due diverse tensioni che vengono messe ai capi del diodo e a ciascuna è associata una corrente. Questo dice che se varia la corrente di 10 volte (di una decade), la variazione delle due differenze di potenziale è di circa  $2.3nV_T$  (quindi varia di pochissimo). Quindi la giunzione può essere utilizzato come un bipolo che fissa la tensione qualunque sia il carico.

## Effetto temperatura

Un diodo ha diverse applicazioni, una di queste è utilizzare il diodo come un sensore di temperatura. Il diodo può essere utilizzato per trasformare una variazione di temperatura in una variazione di tensione, perché la corrente inversa  $I_S$ , quella che entra nella relazione di Shockley dipende dalla temperatura e anche  $V_T$  la tensione termica varia con la temperatura

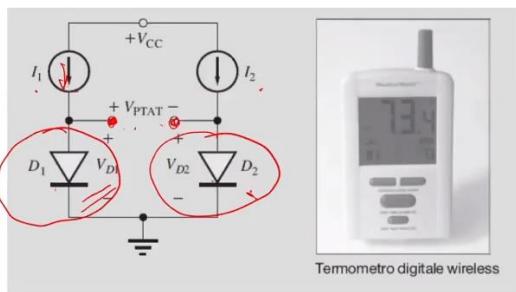
$$i_D = I_S (e^{v_D/V_T} - 1) \quad (\text{per } n=1)$$

$$v_D = V_T \ln \left( \frac{i_D}{I_S} + 1 \right) = \frac{kT}{q} \ln \left( \frac{i_D}{I_S} + 1 \right) \approx \frac{kT}{q} \ln \left( \frac{i_D}{I_S} \right)$$

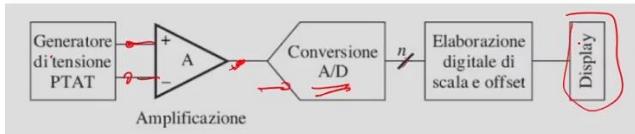


Come si può vedere la caratteristica della giunzione (grafico a destra) al variare della temperatura. Se aumentiamo la temperatura la giunzione trasla verso valori più bassi. Quindi se facciamo scorrere una certa corrente fissa  $I$  al diodo, la differenza di potenziale ai capi del diodo dipenderà dalla temperatura e in base alla temperatura restituirà un valore di tensione diverso. Quindi si può utilizzare tale dispositivo come termometro.

Un'applicazione è il termometro digitale che è formato da due diodi, a cui vengono fatti scorrere due correnti diverse alla stessa temperatura e poi viene fatta misurare la differenza di potenziale  $V_{PTAT}$  che viene amplificata con un amplificatore e dall'amplificatore esce una tensione che è proporzionale alla differenza di potenziale e che è proporzionale alla temperatura e a sua volta viene fatta la conversione analogico digitale e così via



$$V_{PTAT} = V_{D1} - V_{D2} = V_T \ln\left(\frac{I_{D1}}{I_S}\right) - V_T \ln\left(\frac{I_{D2}}{I_S}\right) = V_T \ln\left(\frac{I_{D1}}{I_{D2}}\right) = \frac{kT}{q} \ln\left(\frac{I_{D1}}{I_{D2}}\right)$$

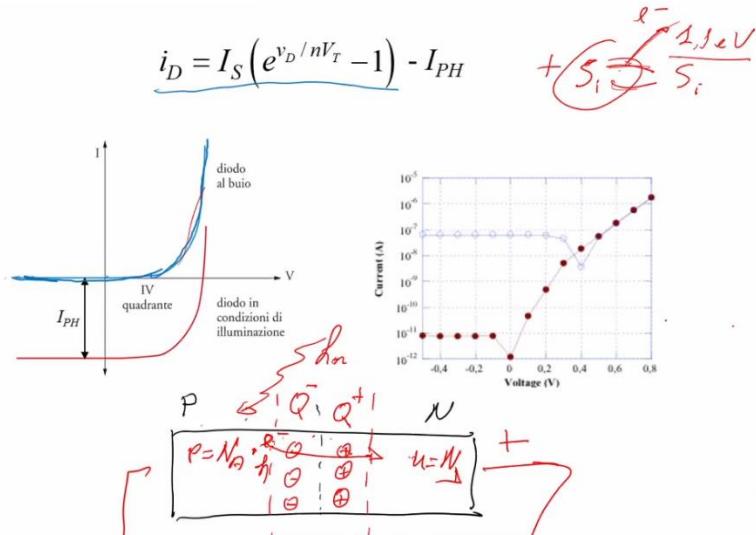


**NOTA:** in questo caso quando un diodo viene utilizzato come termometro (quindi nel grafico ci troviamo nel primo quadrante) il prodotto corrente tensione, ovvero la potenza  $P = IV > 0$  e quindi il dispositivo emette energia.

### **Effetto luce**

La giunzione pn ha una caratteristica che è quella disegnata in blu. Abbiamo visto che se abbiamo due atomi di silicio sono legati tra di loro da un legame covalente (da due elettroni) e per staccare un elettrone da questo legame serve 1,1 eV. Se arriva un'energia maggiore di 1,1 eV si libera un elettrone e tale energia può essere data anche attraverso un fotone (la luce) e quindi stacca un elettrone e genera una lacuna e un elettrone libero. Se questo avviene molto vicino alla zona svuotata e nella zona p, viene attratto dal campo elettrico della zona svuotata e va dall'altra parte e quindi si genera una corrente (anche se ci troviamo nel caso di polarizzazione inversa). Tale corrente è tanto maggiore quanto è maggiore

l'intensità della luce (ovvero la quantità di fotoni che arriva sulla superficie del diodo).

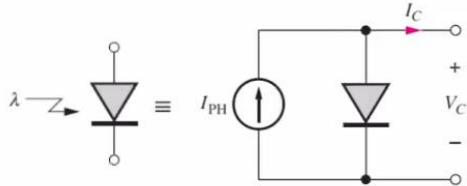


Quindi la corrente del diodo è data dalla corrente generata dalla relazione di Shockley più quella corrente foto-generata  $I_{PH}$  e quindi si somma o si sottrae la corrente della luce emessa e la caratteristica viene traslata in basso (quella in rosso). La corrente foto generata è proporzionale alla potenza della luce incidente  $P$  e alla sensibilità  $\sigma$  quanto quella luce è stata assorbita

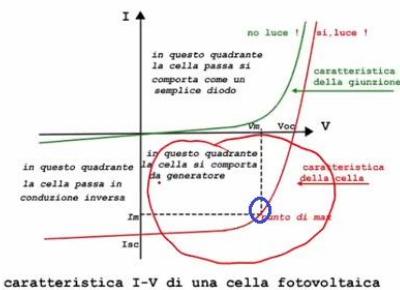
$$I_{PH} = \sigma P$$

In polarizzazione inversa dato che la corrente è zero, questo dispositivo diventa un sensore di luce (un photosensore).

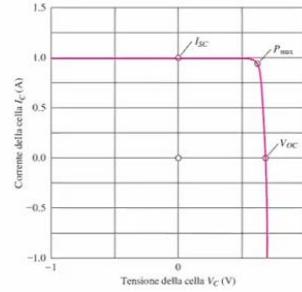
NOTA: quando utilizziamo il dispositivo come photo sensore (quindi nel grafico ci troviamo nel quarto quadrante) il prodotto corrente potenza, ovvero la potenza  $P = IV < 0$  ovvero la potenza viene assorbita, e questo dispositivo diventa una cella solare.



Modello di diodo in presenza di radiazione assorbita utilizzato come cella solare



caratteristica I-V di una cella fotovoltaica

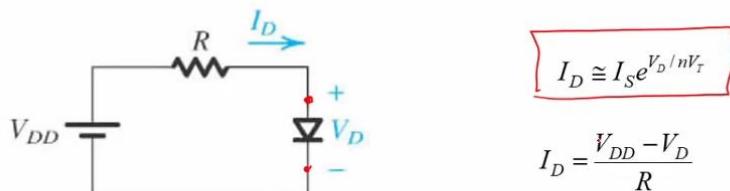


Caratteristica di una cella solare

Nel quarto quadrante nel punto cerchiato in blu abbiamo la potenza massima assorbita e quindi lavora come una cella solare (con polarizzazione diretta).

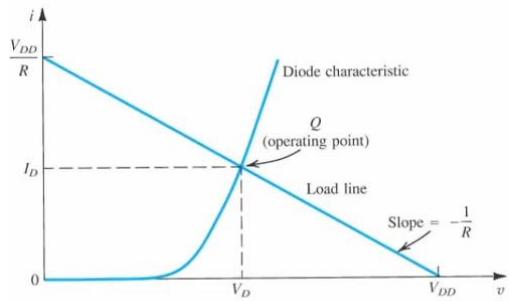
### Analisi grafica di circuiti con diodi

Il diodo è un dispositivo (un bipolo) e la relazione tra la corrente che scorre e la tensione applicata non è lineare, ma è esponenziale quando è in diretta e corrente 0 quando è in inversa.



$$I_D \cong I_S e^{V_D / nV_T}$$

$$I_D = \frac{V_{DD} - V_D}{R}$$



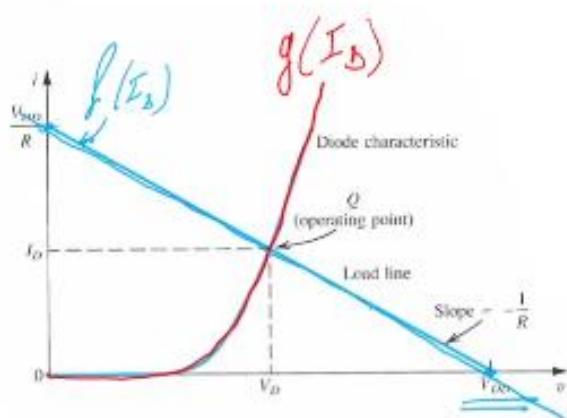
In una maglia semplice abbiamo una tensione di alimentazione  $V_{DD}$ , un diodo sul quale cade una tensione  $V_D$  e una resistenza R. Quello che vogliamo trovare è la

condizione di lavoro di questa maglia, ovvero trovare la tensione ai capi del diodo e calcolare la corrente della maglia (che essendo solo una scorre uguale in tutte le componenti). Applichiamo l'equazione alla maglia:

$$V_{DD} - I_D R - V_D = 0$$

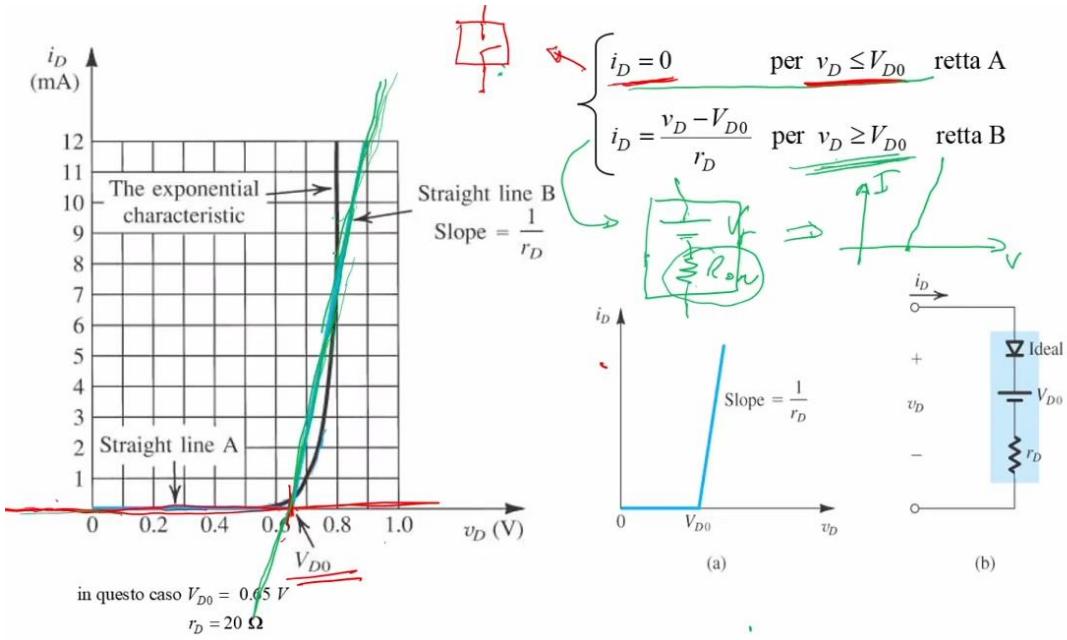
Risolvere analiticamente questa equazione è un po' complicato e un modo è attraverso l'analisi grafica:

$$f(I_D) = V_{DD} - I_D R = V_D = g(I_D)$$

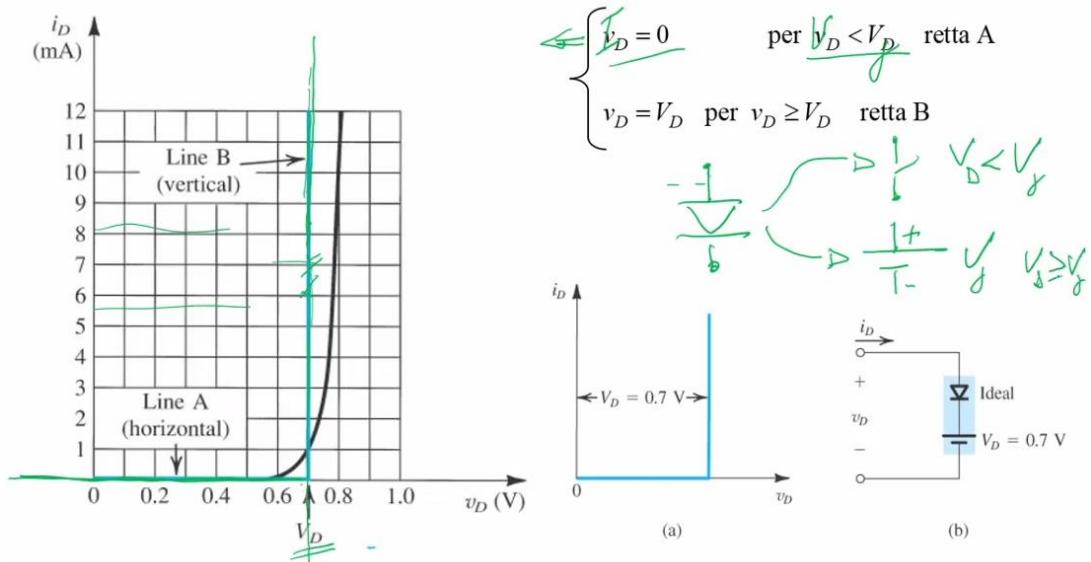


Il grafico  $f(I_D)$  incontra l'asse delle tensioni in  $V_{DD}$  poiché parte da lì e incontra l'asse delle correnti in  $\frac{V_{DD}}{R}$  ed tale curva è chiamata la **retta di carico del sistema** (cioè quello che vede il diodo ai suoi capi). Questo è un modo per risolvere graficamente tale equazione e l'incrocio dei due grafici è la soluzione dell'equazione e tale punto coincide con  $(V_D, I_D)$ .

Un altro modo per risolvere l'equazione è quella di approssimare il grafico a una relazione lineare, ma è molto difficile trovare una relazione lineare che si avvicini. Possiamo però utilizzare il metodo a tratti (a stati) per rappresentare il comportamento del diodo e dire:

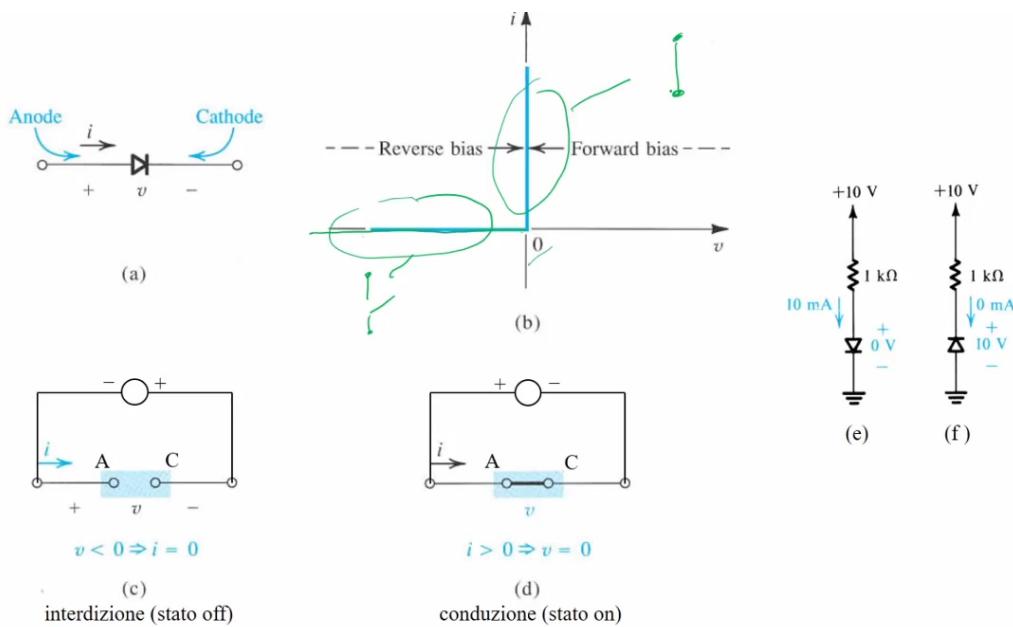


Il primo tratto si approssima a un circuito aperto e il secondo tratto si approssima a un generatore con una resistenza in serie. Questa caratteristica si può approssimare ancora di più con una retta orizzontale (perché il diodo conduce molto bene quando è in polarizzazione positiva e la crescita della corrente è esponenziale). Questa approssimazione deriva anche dal fatto di quello che abbiamo detto che il diodo si comporta come stabilizzatore di tensione (che non sale la tensione ai capi).



Un'ulteriore approssimazione ancora più pesante è  $V_D = 0.7V \ll v$ , ovvero il  $V_D$  è un valore molto più basso delle grandezze in gioco e quindi approssimiamo il  $V_D \approx 0$ . In questo caso parliamo di un **diodo ideale** e che ha il comportamento:

- Se  $v < 0$ : abbiamo un circuito aperto;
- Se  $v \geq 0$ : abbiamo un cortocircuito;

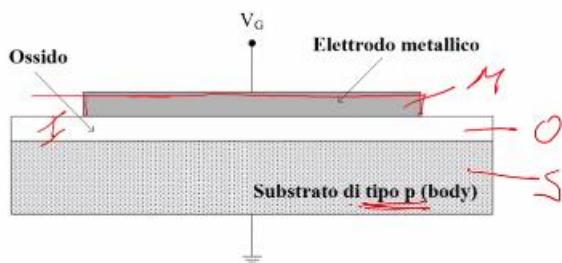


Il modo di operare del diodo è di valvola di corrente perfetta. Però nell'usare questa approssimazione va vista sempre la condizione di quale comportamento il diodo deve assumere e quindi si calcola la tensione ai capi del diodo e si utilizza il comportamento più idoneo.

## Transistor ad Effetto di Campo Metallo-Ossido-Semiconduttore (MOSFET)

Il **MOS** sta per Metallo-Ossido-Semiconduttore poiché la struttura è realizzata attraverso:

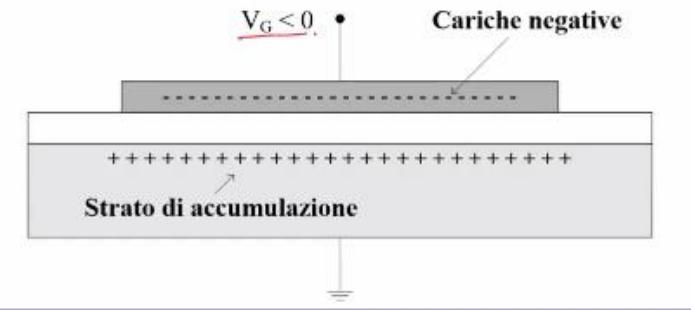
- Un substrato di silicio (il corpo o il body del dispositivo) drogato di tipo p, ovvero sono stati inseriti degli atomi di boro (accettori) (S).
- Uno strato sottile di ossido di silicio (O).
- Un film metallico(M).



Il dispositivo ha due elettrodi ed ha la struttura molto simile a quella di un condensatore.

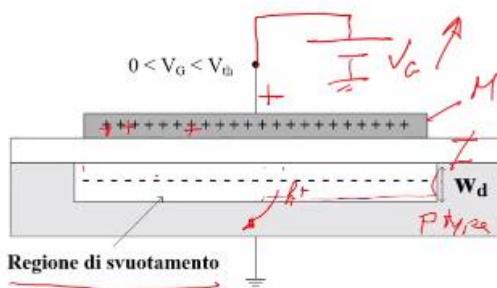
Se applichiamo una tensione sull'elettrodo metallico (che ha una resistenza bassa essendo un conduttore) avremo che su tutto l'elettrodo avremo il potenziale applicato (l'elettrodo è equipotenziale). Questo si comporta come si comporta un condensatore, perché sui due piani avremo cariche uguali ma di segno opposto.

- Se la tensione applicata sull'elettrodo è negativa ( $V_G < 0$ ) le cariche negative si accumulano sull'elettrodo metallico e attira attraverso l'isolante attira cariche di segno opposto nell'interfaccia con l'ossido.



Il silicio è di tipo p e quindi cariche libere positive ci sono.

- Se la tensione applicata sull'elettrodo è positiva ( $V_G > 0$ ) le cariche positive si distribuiscono sull'elettrodo e il campo elettrico attraverso l'ossido attira cariche negative (o allontana cariche positive che si trovavano nel tipo p). Quindi le cariche positive che si trovavano nel tipo p si allontanano dall'interfaccia. Quindi ora l'interfaccia diventa una zona dove diminuisce la concentrazione di cariche libere e si genera una **zona di svuotamento** dentro il semiconduttore.

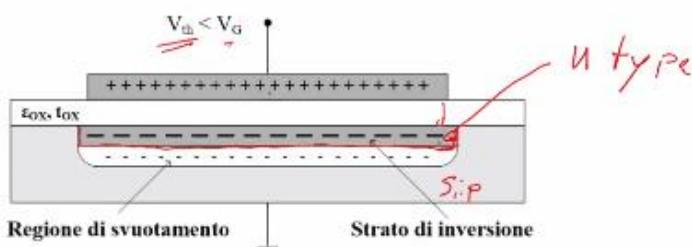


Se la tensione aumenta allora aumenta anche la quantità di cariche positive e il campo magnetico aumenta e i pochissimi elettroni liberi che si trovano in p (che in teoria il materiale di silicio ha solo lacune, ma tali elettroni si generano per generazione termica si creano delle lacune tra legami silicio-silicio). All'aumentare della tensione sul metallo inizialmente si allontanano le lacune poi il campo elettrico è tale da attirare delle cariche elettriche negative del silicio nell'interfaccia con l'ossido. Quindi se la tensione sul metallo  $V_G$  è maggiore di una certa tensione definita come la tensione di soglia  $V_{th}$  ( $V_G >$

$V_{th}$ ) nel silicio al di sotto dell'ossido si genera uno strato sottile in cui gli elettroni diventano maggioritari rispetto alle lacune.

Quindi all'aumentare della tensione quello che succede:

1. Inizia ad allontanare le lacune e quindi la concentrazione delle lacune diminuisce.
2. Se la tensione supera quella di limite iniziano a diventare maggioritari gli elettroni rispetto alla concentrazione delle lacune e lo strato di elettroni che si forma diventa n-type. Tale strato è chiamato **strato di inversione** perché si inverte il tipo di conduttore (inizialmente conduttore di tipo p e adesso tipo n).



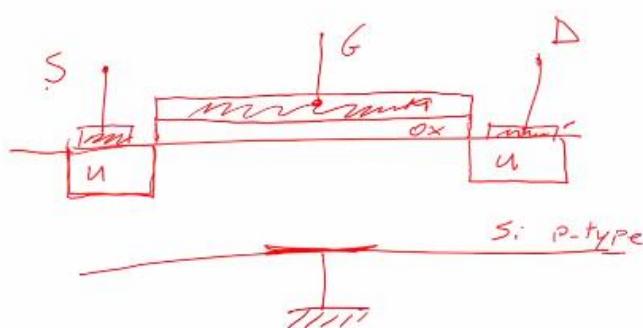
Questa è la struttura di base del quale funziona un transistor di tipo MOSFET (transistor ad effetto di campo metallo-ossido -semiconduttore).

### Struttura fisica e funzionamento di un NMOS ad arricchimento

La struttura è fatta con:

- Un semiconduttore di tipo p (body) che è messo a massa;
- Uno strato di ossido
- Due zone (o isole) di tipo n accanto allo strato di ossido
- Un elettrodo sopra lo strato di ossido (**elettrodo di gate**) e due elettrodi (**elettrodo drain e source**) ciascuno sopra lo strato di tipo n.

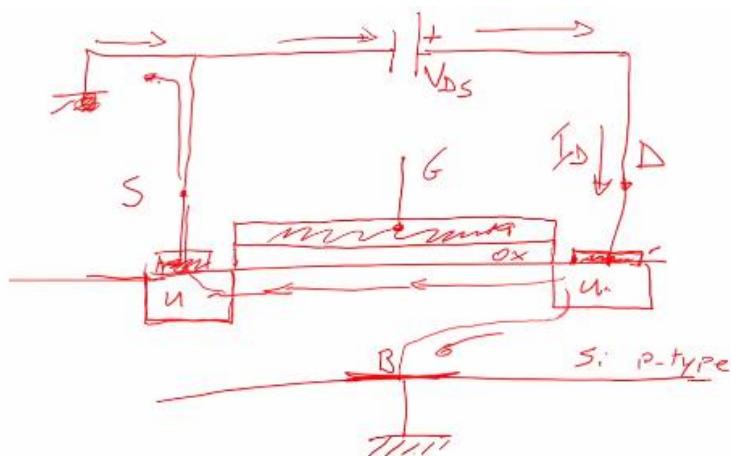
Il dispositivo che viene fuori è a tre terminali.



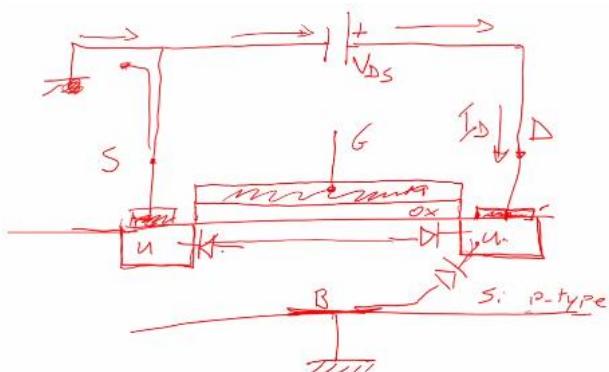
Per spiegare il funzionamento di tale dispositivo consideriamo che il source è messo a massa e applichiamo una differenza di potenziale tra il drain e il source  $V_{DS}$  (positiva sul drain rispetto al drain che è a massa) e la corrente è quella che viene chiamata **corrente di drain  $I_D$**  perché è quella che entra nel drain.

Sappiamo che per far scorrere corrente bisogna trovare un percorso chiuso e la maglia parte da 0V (il potenziale di massa sopra a sinistra) arriva ed entra nel drain e per poter riuscire a scorrere la corrente la corrente deve trovare un percorso a massa. Ci sono due possibili percorsi:

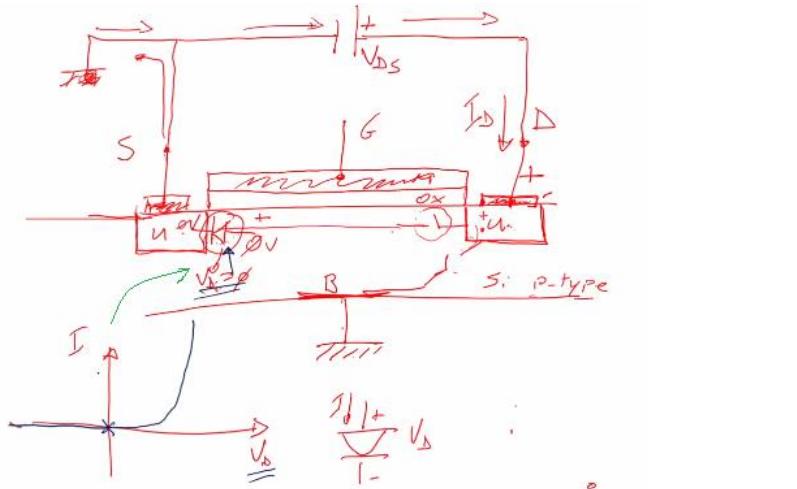
- Arrivare da n e arrivare al substrato, ovvero scorrere a massa attraverso il body del transistor;
- Arrivare da n e riuscire a raggiungere il pozzo del source e attraverso esso ritornare a massa.



Pero se vediamo che tra l'isola del drain e il substrato c'è una giunzione pn (un diodo) e stessa cosa per il pozzo verso n. Quindi i due pozzi (o isole) sono connesse attraverso due giunzioni pn.

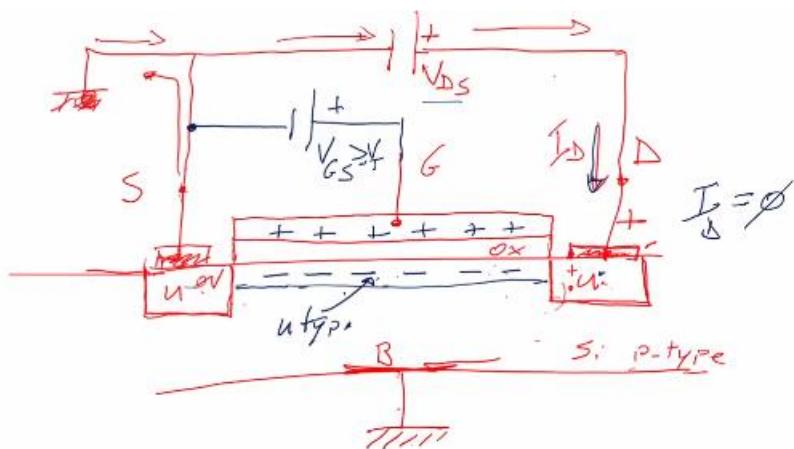


I due diodi a destra data la loro posizione si comportano come un circuito aperto, invece il diodo a sinistra ha ai capi una tensione 0V nella parte n e 0V nella parte p e quindi ai capi del diodo a sinistra c'è una tensione  $V_D = 0$  e quindi la corrente che passa è zero.



Quindi poiché i due diodi si comportano come circuiti aperti e i due percorsi a massa sono aperti allora la corrente di drain è pari a zero ( $I_D = 0$ ).

Se collegiamo il gate a una tensione di gate  $V_{GS} > 0$ , ovvero un potenziale positivo sul gate. Il principio di funzionamento è simile al condensatore descritto prima con la struttura MOS. All'aumento della tensione si genera nel semiconduttore una zona di svuotamento e quando la tensione di gate supera una tensione di soglia, allora la concentrazione di elettroni nell'interfaccia con l'ossido supera le lacune e si genera uno strato di inversione (ovvero di tipo n).



Quando si genera questo strato che si può vedere equivalentemente a una resistenza  $R_{eq}$  che diminuisce al crescere del canale (ovvero al crescere del campo elettrico). La resistenza equivalente sarà una funzione di  $V_{GS}$  in particolare

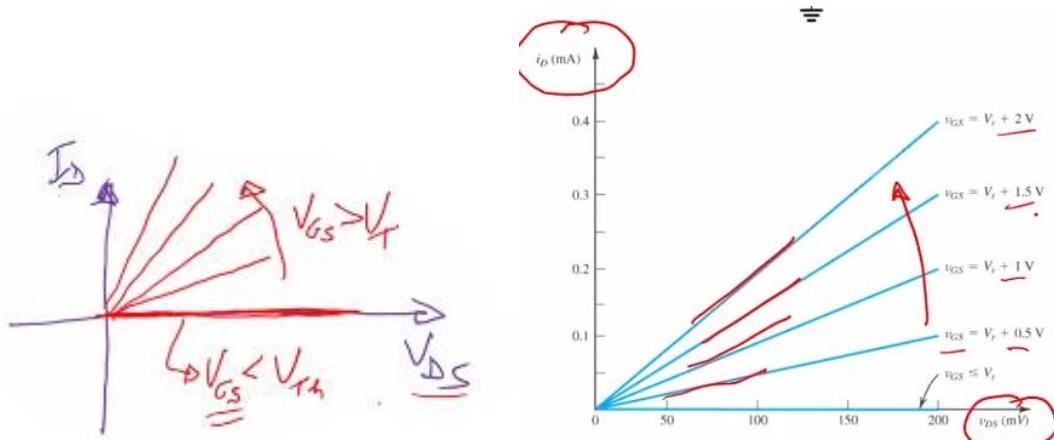
$$R_{eq} = \begin{cases} \infty & se V_{GS} < V_{th} \\ f(V_{GS}) & se V_{GS} > V_{th} \end{cases}$$

Inoltre  $f(V_{GS})$  è una funzione decrescente al crescere di  $V_{GS}$ , ovvero la resistenza decresce al crescere della tensione sul gate.



A questo punto può scorrere una corrente, perché entra una corrente di drain e entra nel canale e arriva all'isola del source e se ne va a massa.

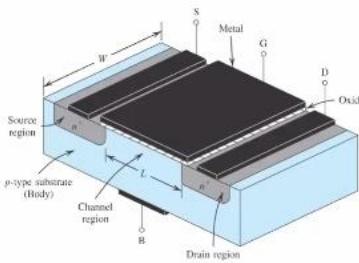
Tracciamo il grafico dell'andamento della corrente di drain in funzione della funzione applicata:



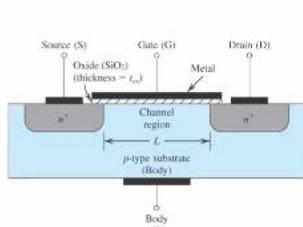
NOTA: la corrente di gate è sempre pari a zero perché c'è un isolante (ovvero perché c'è l'ossido).

NOTA: Lo schema del transistor cmq presenta sempre il condensatore e quindi avrà un impedenza che non lascia passare le frequenze alte e introduce un tipo di comportamento passa basso.

MOSFET (Metal Oxide Semiconductor Field Effect Transistor):  
transistor ad effetto di campo metallo-ossido-semiconduttore



MOSFET ad arricchimento a canale  $n$



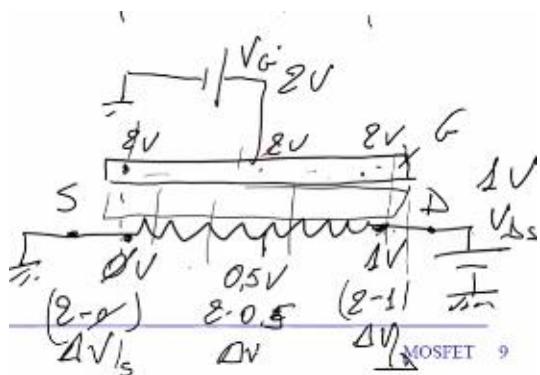
MOSFET ad arricchimento a canale  $n$  (sezione)

$0.1\mu m \leq L \leq 3\mu m$

$0.2\mu m \leq W \leq 100\mu m$

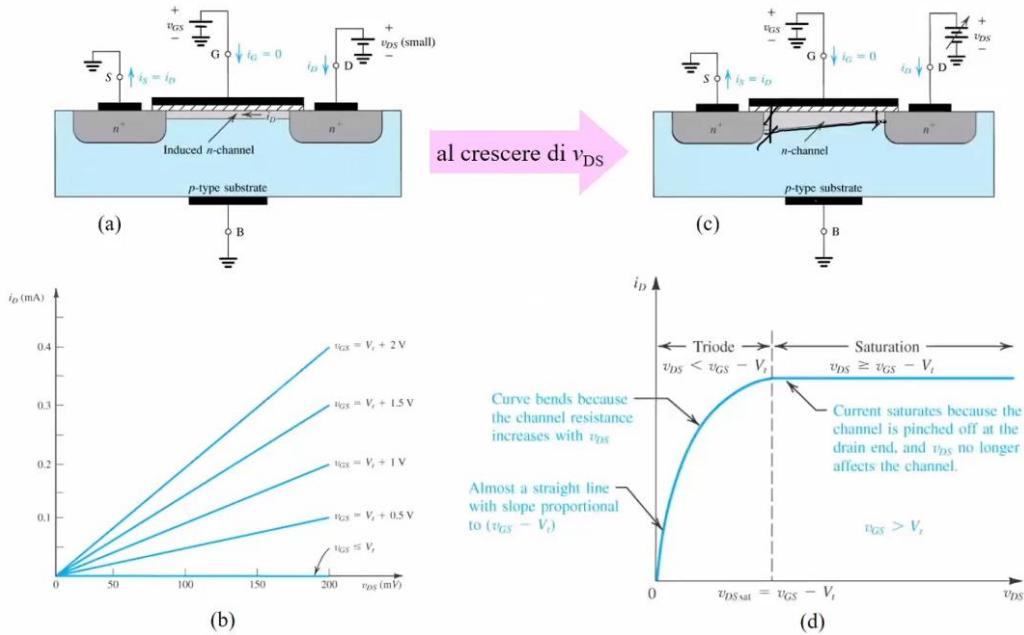
Con la dimensione L indichiamo il limite tecnologico della distanza tra le due isole e un altro vincolo che abbiamo è dato dallo spessore dell'ossido , poiché è limitato dalla capacità di fare strati sottili senza imperfezioni (ovvero senza buchi).

Abbiamo visto che la tensione di drain  $V_{DS}$  è applicata alla resistenza equivalente che rappresenta il canale che dipende dalle dimensioni del canale e che dipendono dalla  $V_{GS}$ . Se andiamo a vedere la tensione a diverse zone di questo canale ci saranno diverse tensioni (non è equipotenziale). La tensione sarà massima sul drain ed sarà zero sul source e il canale acquista tutti i valori che vanno da dal valore massimo a zero. Invece il gate è equipotenziale e se andiamo a vedere la differenza di potenziale tra il gate e il canale che si forma non è uniforme.

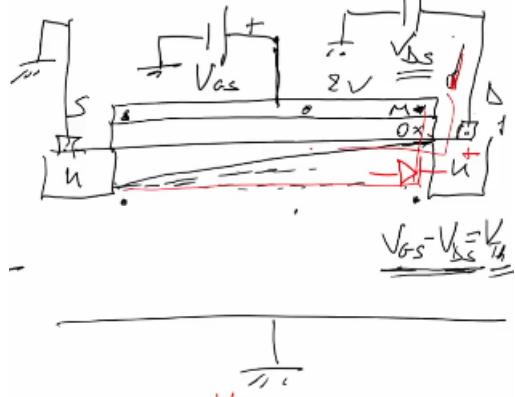


Essendo che le dimensioni del canale dipendono dalla differenza di ptenziale, la differenza di potenziale vicino al source è maggiore rispetto a quella che si forma vicino al drain, quindi il canale sarà maggiore vicino al source rispetto a quello vicino al gate, ovvero vicino al gate si forma una sorta di strozzatura.

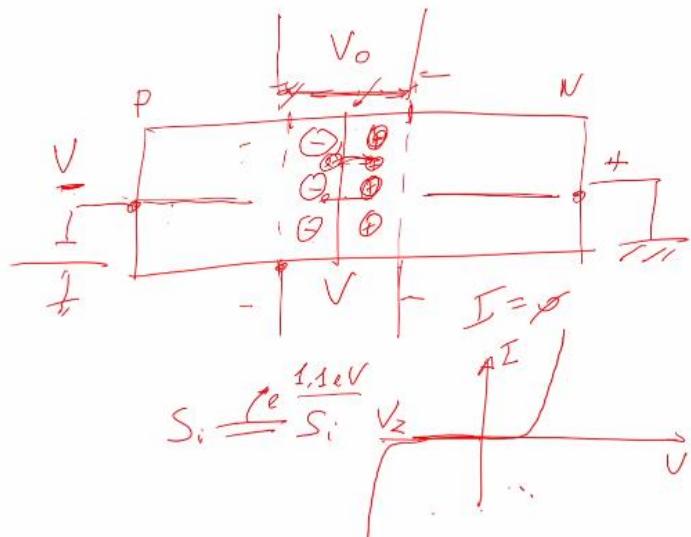
Finché la tensione  $V_{DS}$  è molto piccola questa strozzatura è trascurabile e quindi valgono le caratteristiche di prima di canale resistive. Se però a parità di tensione di gate inizia a crescere la tensione di drain inizia a formarsi quella strozzatura che rende non più uniforme la differenza tra gate e silicio.



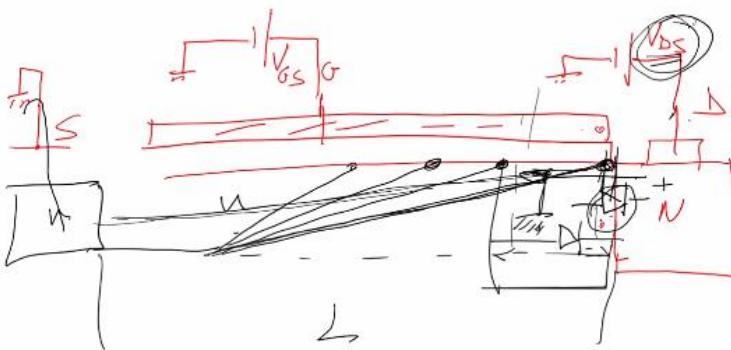
La strozzatura massima abbiamo detto che si ottiene sul drain che ha potenziale  $V_{DS}$ . Quando la differenza di potenziale tra il gate e il drain è uguale alla tensione limite (tensione di trash hold), il campo elettrico non è più sufficiente a formare lo strato a inversione. Il campo elettrico è maggiore nel source e inizia a assottigliarsi fino a che sparisce completamente nel drain ovvero nel punto in cui vale  $V_{GS} - V_{DS} = V_{th}$ .



E quindi nasce di nuovo la presenza del diodo polarizzato in inversa e non scorre più corrente e quindi di conseguenza il canale diventa equipotenziale (ovvero sparisce lo strato di inversione). In realtà se si genera un campo elettrico necessariamente grande quando il diodo sta in inversa, da dell'energia agli elettroni che stanno nella zona di svuotamento e si liberano e si genera un effetto valanga perché gli elettroni che si liberano urtano altri elettroni e si genera un plasma di portatori. Quindi la corrente dopo la tensione  $V_Z$  il dispositivo va in break down e fa passare corrente.

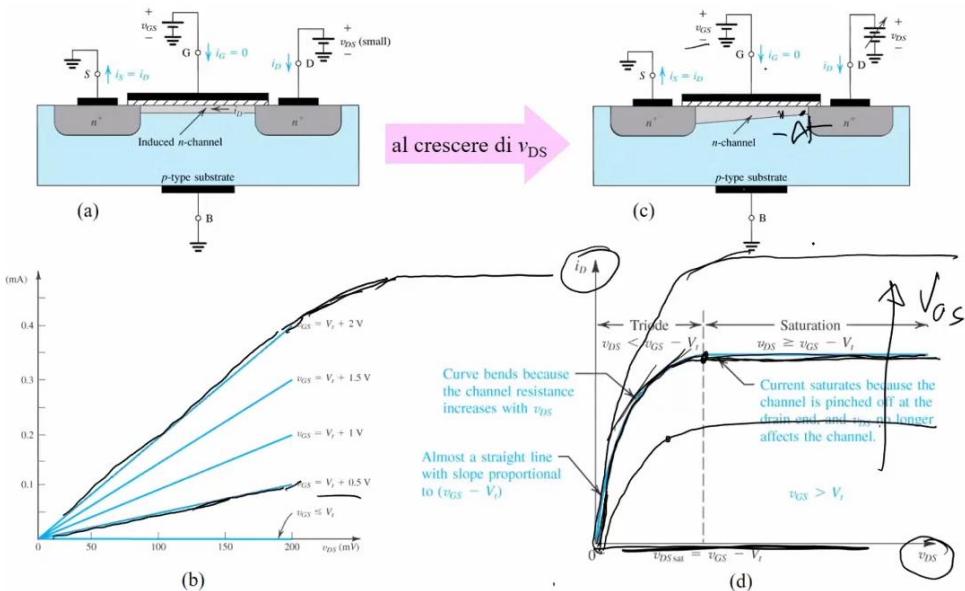


Questa corrente quindi scorre quando il diodo è in inversa e quando c'è un campo elettrico sufficiente per generare il meccanismo della valanga. Quindi all'aumentare di un campo elettrico di drain la strozzatura si avvicina sempre di più al source. Se aumenta il campo elettrico aumenta la zona svuotata. Il campo elettrico rimane lo stesso e quindi significa che l'effetto che fa scorrere la corrente è lo stesso la corrente nella giunzione è costante.



Se la tensione di drain aumenta la zona in cui la differenza di potenziale è uguale al potenziale di soglia si sta avvicinando. C'è una zona maggiore in cui non è presente il canale. Il campo elettrico che deve supportare la giunzione che si forma è sempre lo stesso. Quel campo elettrico è enorme ed innesca il meccanismo della valanga e quindi fa scorrere corrente. Se aumenta la tensione di drain aumenta la zona svuotata. Quindi sta contemporaneamente aumentando la dimensione ma anche la tensione. Il campo elettrico rimane lo stesso e significa che l'effetto che fa scorrere la corrente nella giunzione è lo stesso e quindi la corrente rimane costante.

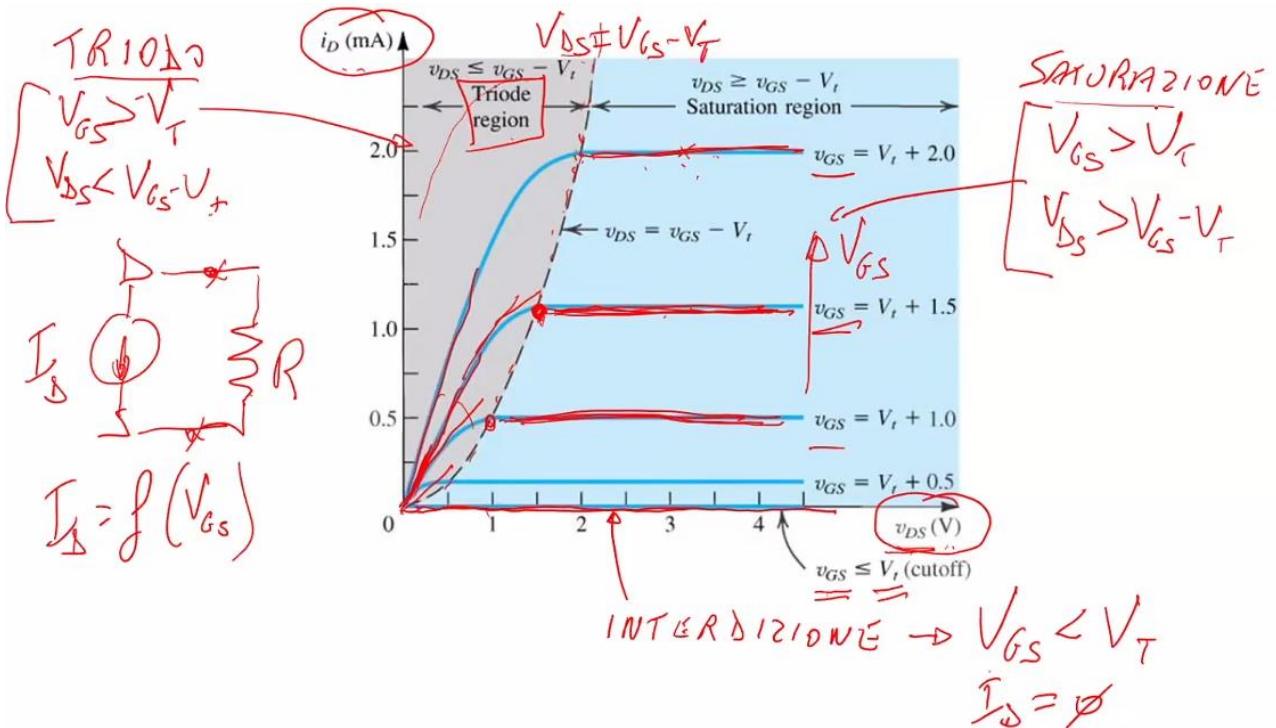
Quindi l'andamento della corrente è inizialmente lineare per basse tensioni di gate poi inizia a diminuire a causa della strozzatura e poi diventa costante.



La corrente massima dipende dalla tensione di gate  $V_{GS}$ .

Il grafico del dispositivo si può dividere in tre zone:

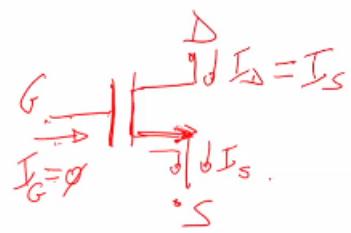
- **Zona interdizione (cut-off):** dove non può scorrere corrente perché  $V_{GS} \leq V_{th}$  e in questa zona quindi la corrente di drain è uguale a zero  $I_D = 0$ .
- Quando si crea un canale il transistor va in **conduzione**, ovvero può scorrere corrente tra drain e source. Qui possiamo vedere due diversi comportamenti del dispositivo:
  - **Zona di triodo:** dove la Zona in cui abbiamo una pendenza controllata dalla  $V_{GS}$ .
  - Zona in cui abbiamo correnti costanti e la corrente tra il dipolo drain source, è indipendente dalla differenza di potenziale tra drain e source e quindi si comporta come un generatore di corrente. Solo che questa corrente è una funzione che dipende da  $V_{GS}$  ovvero la corrente di drain è data da  $I_D = f(V_{GS})$ .



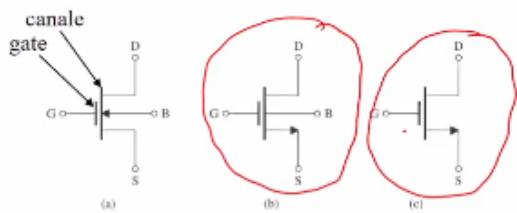
Il transistor MOS come abbiamo visto è un dispositivo a tre terminali e inoltre tale dispositivo si può rappresentare nei circuiti con il seguente simbolo.



Va specificato che essendo che l'ossido è un isolante la corrente di gate è sempre pari a zero ( $I_G = 0$ ). Però bisogna tenere in considerazione che funziona come un condensatore e quindi l'impedenza che ha la corrente di gate è  $Z_C = 1/j\omega C$  e quindi per  $\omega$  bassi l'impedenza è altissima e quindi non passa corrente. , a per frequenze alte non vale più l'effetto del transistor. Quindi per frequenze basse (i casi che consideriamo noi) la corrente di drain è pari alla corrente di source ( $I_S = I_D$ ).



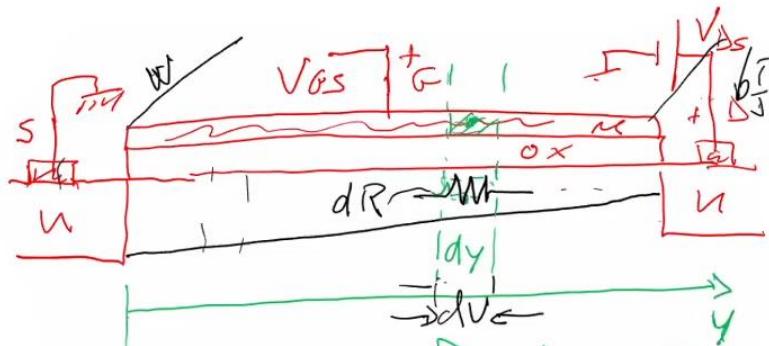
I simboli che vengono usati sono quindi i seguenti (in alcuni casi si indica anche il body). Invece la freccia uscente o dal source o dal drain indica la direzione della corrente che in questo transistor deve entrare dal drain e uscire dal source.



NOTA: Il transistor non deve essere in grado di trasmettere corrente dalle due isole al substrato, il substrato deve essere isolato elettricamente e questo può avvenire soltanto quando le zone e il substrato sono in inversa.

### Calcolo della corrente di Drain

Per calcolare la corrente di Drain prendiamo una sezione del transistor che corrisponde a un condensatore.



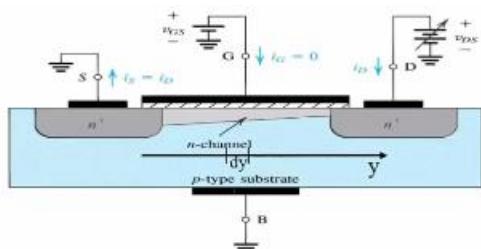
$$V_c = \frac{Q}{C} \quad Q(y) = C_{ox} \left[ (V_{GS} - V_T) - V(y) \right]$$

$$dR = \frac{dy}{W \mu_n Q(y)}$$

$$dV(y) = I_D \cdot dR = I_D \cdot \frac{dy}{W \mu_n C_{ox} \left[ (V_{GS} - V_T) - V(y) \right]}$$

NOTA: Cox = capacità ossidante

Riscritto dalle slide



$$Q_c(y) = Cox \cdot [(V_{GS} - V_T) - V(y)]$$

Carica per unità di area

$\frac{E_{ox}}{t_{ox}}$  = capacità per unità di area

$$dR = \frac{dy}{W \mu_n Q_c(y)}$$

$$\frac{dV_{Gy}}{V_{DS}} = \frac{I_D dy}{W \mu_n Q_{Cox}}$$

$$\int I_D dy = \int W \mu_n C_{ox} [V_{GS} - V_T - V_{Gy}] dy$$

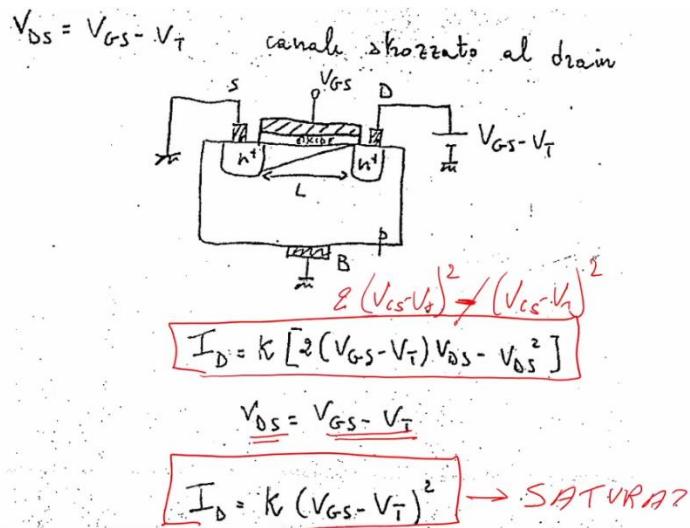
$$I_D = \frac{1}{2} \mu_n C_{ox} \frac{W}{L} \left[ 2(V_{GS} - V_T) V_{DS} - V_{DS}^2 \right] \Big|_0^{V_{DS}}$$

$$I_D = k [2(V_{GS} - V_T) V_{DS} - V_{DS}^2]$$

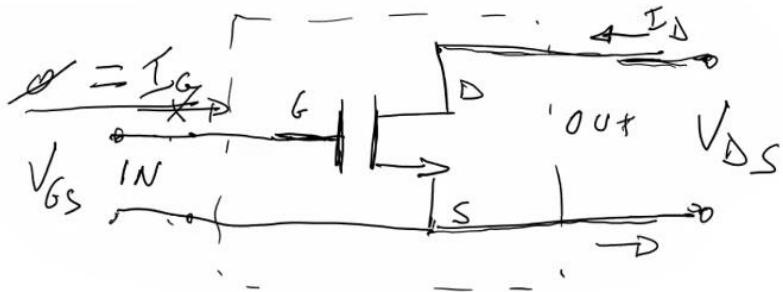
$$k = \frac{1}{2} \mu_n C_{ox} \frac{W}{L}$$

Alla fine il parametro K dipende dalle grandezze del transistor (W e L), dalla capacità dell'ossido Cox e dalla facilità di come gli elettronni si muovono (dalla mobilità degli elettronni  $\mu_n$ ).

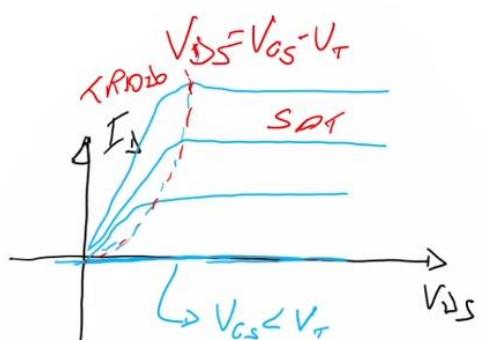
Per calcolarci il valore della corrente in saturazione basta che ricordiamo che dopo il  $V_{DS} = V_{GS} - V_T$  la corrente rimane sempre costante ed avendo trovato la relazione che descrive la corrente in zona di triodo basta alla formula ricavata imporre la condizione  $V_{DS} = V_{GS} - V_T$  e ricaviamo il seguente valore:



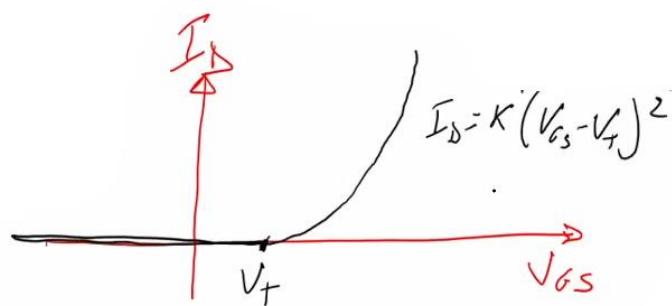
Possiamo rappresentare tale dispositivo come una rete a due porte e poi rappresentarlo con un circuito analogo attraverso le caratteristiche di ingresso e quelle di uscita.



Abbiamo visto che la relazione tra la corrente di drain e la tensione di drain è data dal seguente grafico

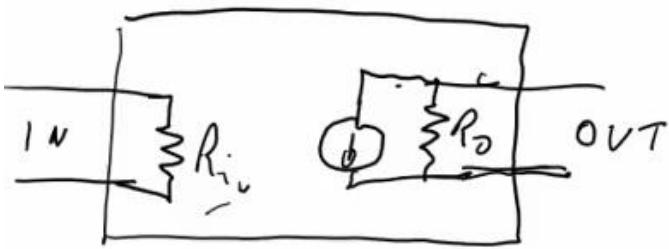


Quello che ci manca ora è la funzione di trasferimento, ovvero quale è l'uscita in funzione dei parametri di ingresso:



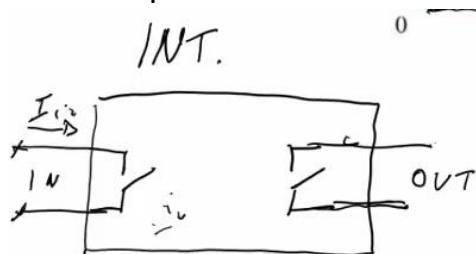
Questo sopra è la nostra rete a due porte e la possiamo caratterizzare con i seguenti parametri i quali dobbiamo trovare:

- $R_{in}$  resistenza in ingresso
- $A$  : funzione di trasferimento
- $R_o$ : resistenza di uscita

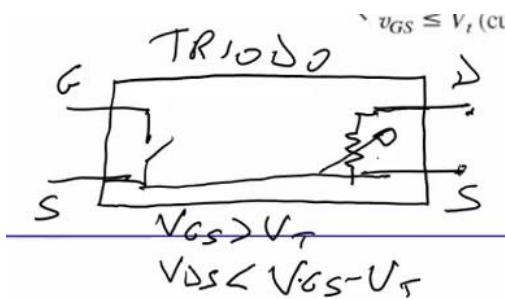


Le curve che legano i parametri  $I_D$  alla tensione  $V_{GS}$  bisogna considerare il funzionamento nei vari stati del funzionamento del circuito:

- Condizione di interdizione: ovvero quando  $V_{GS} < V_T$  e quindi significa che  $I_D = 0$  qualunque sia la tensione applicata e quindi rappresentiamo con un circuito aperto.



- Condizione di zona di triodo: ovvero quando  $V_{GS} > V_T$  e  $V_{DS} < V_{GS} - V_T$ , qualunque sia la tensione di ingresso l'ossidante non lascia passare la corrente e quindi l'impedenza di ingresso è sempre un circuito aperto. Per quanto riguarda i parametri di uscita noi ci troviamo in zona di triodo e le caratteristiche sono quelle di una resistenza e la corrente che scorre tra i due morsetti è data dalla legge di Ohm e abbiamo una resistenza equivalente che varia in funzione della tensione  $V_{GS}$  ( $R_{eq} = f(V_{GS})$ ).

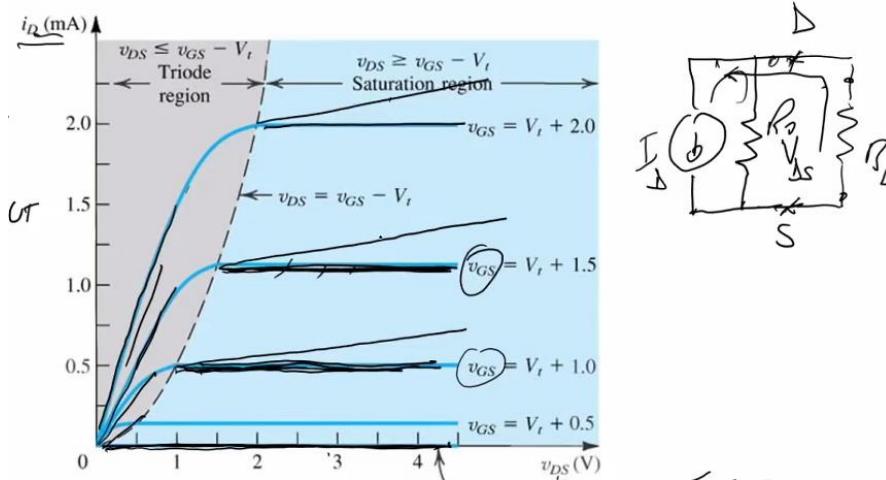


- Condizione di zona di saturazione: Qualunque sia la tensione applicata ai morsetti di ingresso la corrente è sempre zero e quindi abbiamo un circuito aperto e inoltre abbiamo una corrente indipendente dalla  $V_{DS}$  e quindi abbiamo un generatore di corrente controllato dalla tensione  $V_{GS}$ .

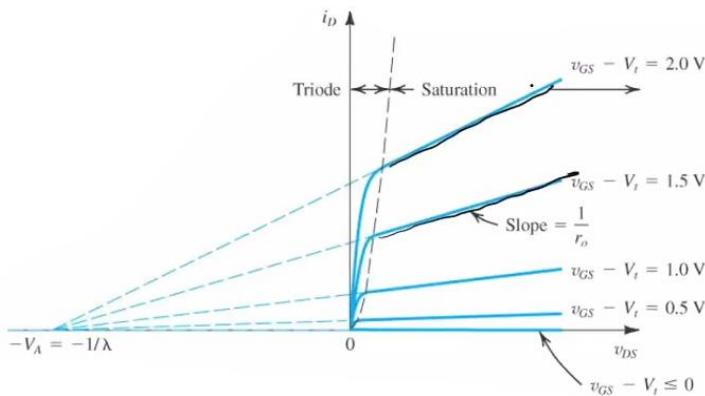
off SAT



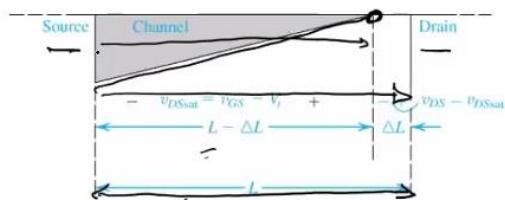
Disegniamo il generatore di corrente perché la corrente idealmente è indipendente dal carico ai capi di D e S e questo si può vedere graficamente dal fatto che le linee sono orizzontali nel grafico. Però una non idealità di un generatore di corrente sta nella presenza di una resistenza in parallelo e in questo caso la corrente non è così indipendente dalla tensione perché parte di questa tensione scorre anche nella resistenza interna. Questo si può vedere dal fatto che linee nel MOSFET ideale non sono proprio orizzontali, ma sono inclinate.



In particolare le caratteristiche hanno una pendenza e convergono al valore  $-V_A$  (**tensione di Early**). Se considero  $V_A = \infty$  il transistor ha un comportamento ideale e ha le linee orizzontali.



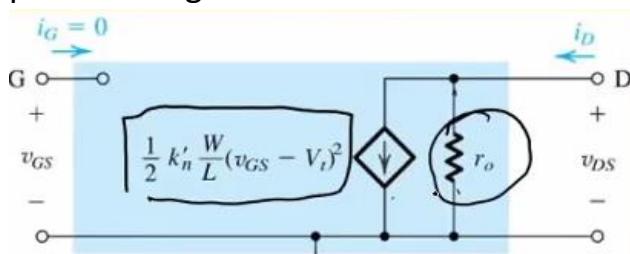
Questa imperfezione è dovuta al fatto che il K dipende dalla L (lunghezza del canale effettiva), ma all'aumentare della tensione la struttura si ristinge quindi la L (lunghezza del canale effettiva) diminuisce ed essendo che L è al denominatore la corrente di conseguenza cresce.



$$I_D = K(V_{GS} - V_t)^2$$

$$K = \frac{1}{2} C_{ox} \mu_n$$

Tale imperfezione la mettiamo nel circuito equivalente come una resistenza in parallelo al generatore di corrente.



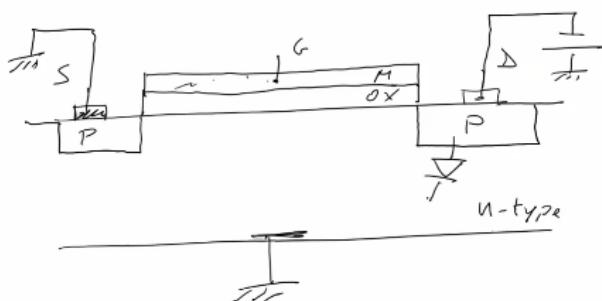
Però noi consideriamo solo il caso di transistor ideale.

### Struttura fisica e funzionamento di un PMOS ad aricchimento

Il principio di funzionamento è analogo se noi al posto di utilizzare un substrato di tipo p, utilizziamo un substrato di tipo N, ma sempre utilizzando la struttura MOS. Quindi avremo le seguenti zone:

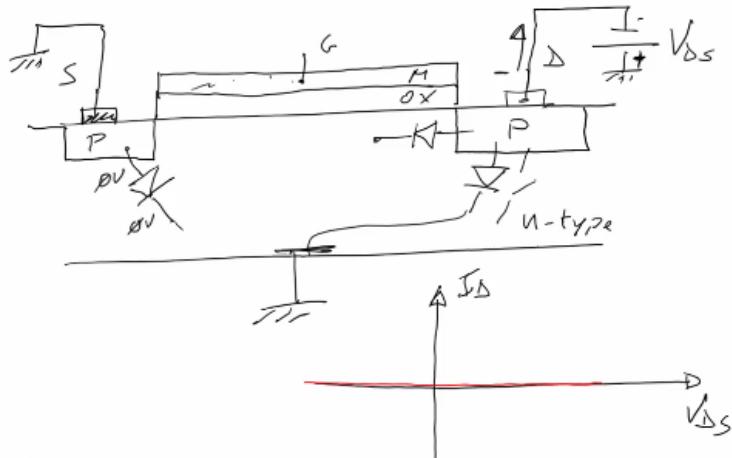
- Un elettrodo gate;
- Due elettrodi source e drain su due isole;
- Due isole P;
- Un ossidante (isolante)

Tra il P e N c'è sempre un diodo



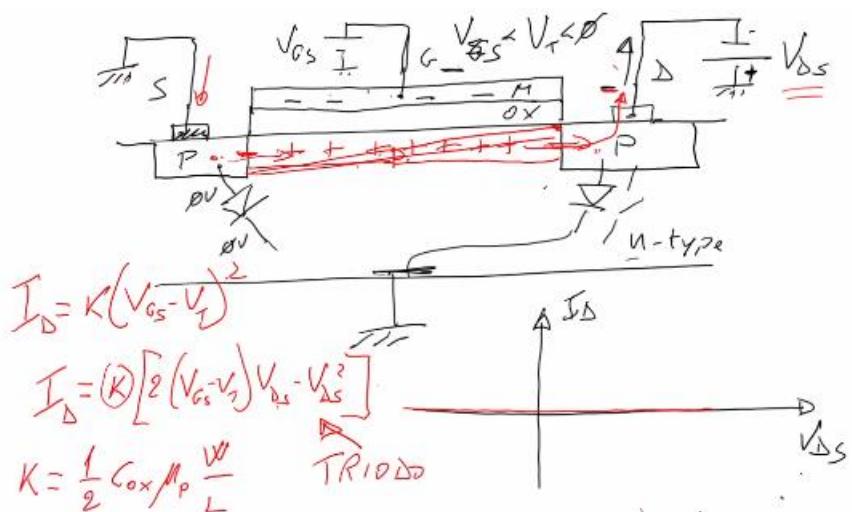
La giunzione PN deve essere in inversa altrimenti il dispositivo parla con il substrato. Quindi su P bisogna applicare una tensione negativa  $V_{DS} < 0$  (ovvero come se

dicesimo che la tensione  $V_{SD} > 0$  e quindi la corrente è uscente dal drain e non entrante). In queste condizioni essendo che la corrente sul drain è in inversa e inoltre sul source c'è un diodo dove ai capi la il potenziale è di 0V allora la  $I_D = 0$ .

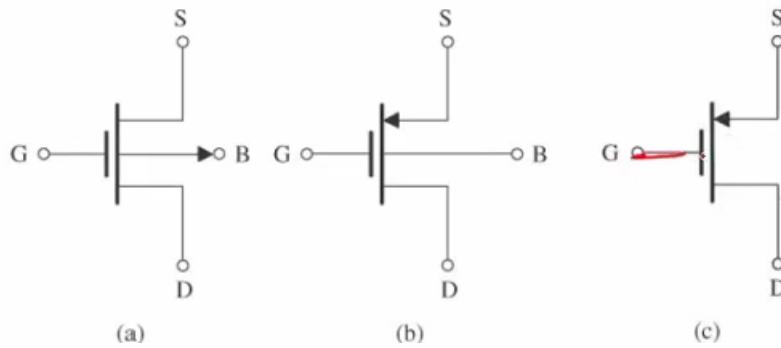


Se sul gate applichiamo una tensione positiva, sul gate si accumulano cariche positive e nel semiconduttore all'interfaccia cariche negative e quindi sul interfaccia il materiale diventa ancora più N e quindi si accentua l'effetto del diodo in inversa. Se invece applichiamo una tensione negativa ( $V_{GS} < 0$ ) il numero degli elettroni sull'interfaccia inizia a diminuire perché vengono allontanati dall'interfaccia e contemporaneamente aumentano il numero delle lacune. Se  $V_{GS} < V_T < 0$ , ovvero se la tensione di gate è minore di un valore di soglia negativo si genera lo strato di inversione (quindi diventa materiale di tipo p).

Valgono quindi le considerazioni fatti prima ma con le tensioni invertite



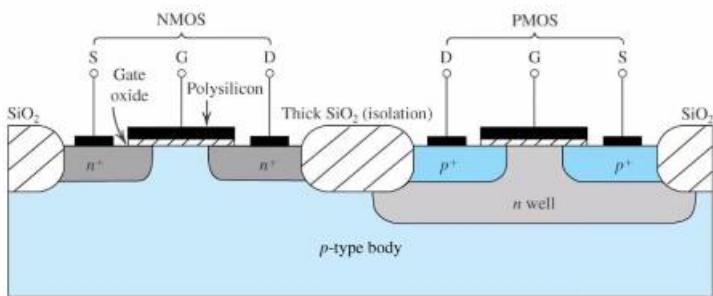
In questo caso il simbolo usato è il seguente:



## Tecnologia MOS complementare (CMOS)

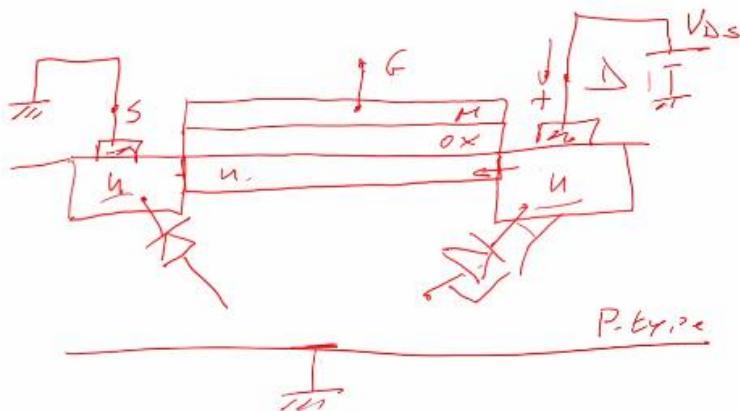
Quando dobbiamo costruire i transistor PMOS e NMOS sullo stesso substrato otteniamo quello che si definisce tecnologia CMOS (MOS complementare). In questo caso:

1. Si parte da un p-type;
2. Si costruisce un n-type sparando atomi di fosforo che prima bilanciano gli atomi di boro e poi gli sovrastano e questa zona sarà la base del MOS di tipo n;
3. Poi viene fatto inserire uno strato di ossido sopra;
4. Vengono aggiunti i metalli per i gate
5. Poi per l'NMOS vengono impiantate le zone di tipo N con atomi di fosforo, e invece per PMOS vengono create le zone P



## NMOS a svuotamento

Un altro tipo di transistor sempre basato sulla tecnologia MOSFET è un transistor che parte dalla stessa struttura dell'altro transistor, ma prima di creare la struttura di tipo MOS si crea sul semiconduttore p type un canale di tipo n. Dopo di che si continua il processo di fabbricazione.

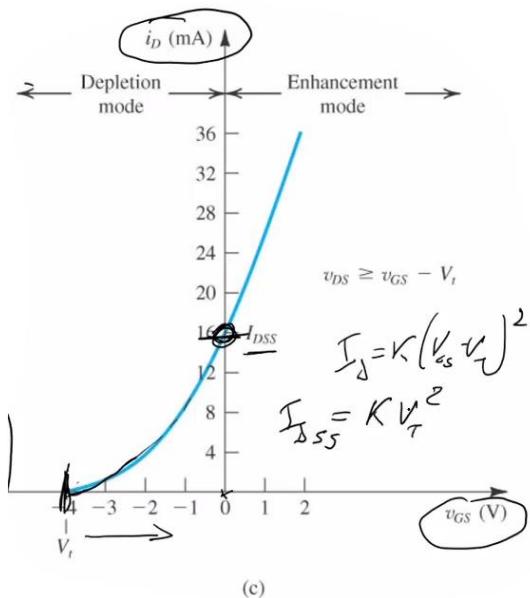


In questo caso abbiamo già un canale e se diamo una tensione sul drain positiva, anche senza tensione sul drain la corrente può scorrere liberamente sul canale mentre a causa dell'effetto di diodo in inversa non scorre con il body.

Se diamo una tensione sul gate:

- Se tale tensione è positiva accumula cariche positive sul gate e negative sul canale che quindi diventa molto più conducibile e quindi amplifica la corrente;
- Se la tensione è negativa accumula cariche negative sull'elettrodo e il campo elettrico allontana gli elettroni e quindi il canale diventa meno conduttivo e quindi sparisce il canale e non scorre corrente.

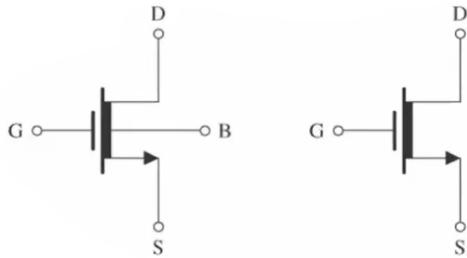
La corrente in base alla tensione quindi avrà il seguente andamento:



La relazione tra tensione e corrente è sempre quadratica. Ma da notare che anche a una tensione nulla sul gate scorre corrente (tale corrente è chiamata **corrente di cortocircuito**).

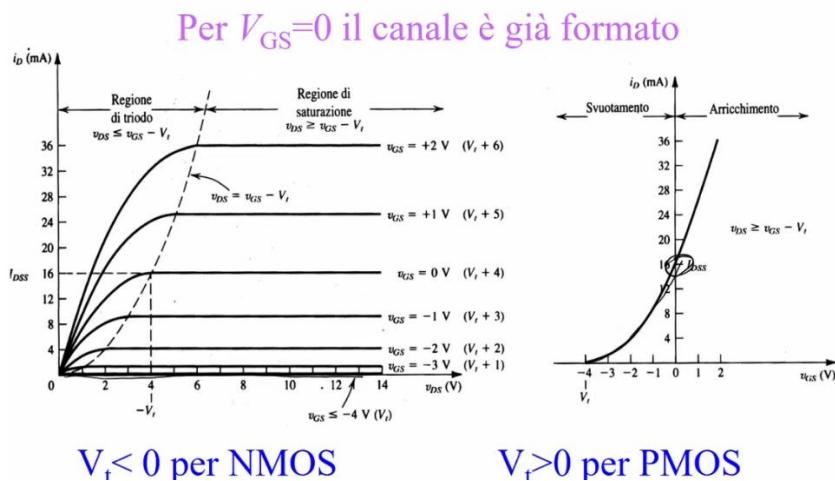
NOTA: si chiama a svuotamento perché la tensione sul gate può svuotare il canale che avevamo inizialmente connesso.

Il simbolo usato per il transistor a svuotamento è dato da:



Le caratteristiche NMOS a svuotamento ha caratteristiche simili a quelle dei transistor ad arricchimento, ovvero ha:

- Zona di interdizione
- Zona di triodo
- Zona di saturazione

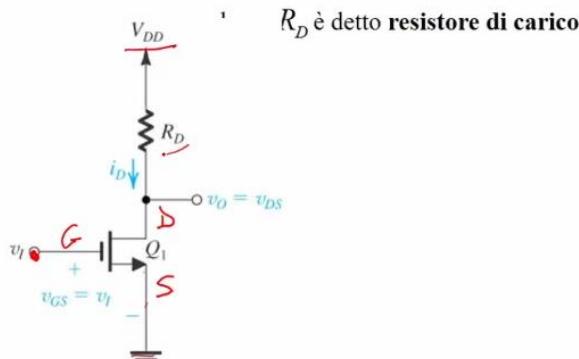


In conclusione i transistor a effetto campo sono:

MOSFET	A canale n NMOS	A canale p PMOS
Ad arricchimento (enhancement-type)		
A svuotamento (depletion-type)		

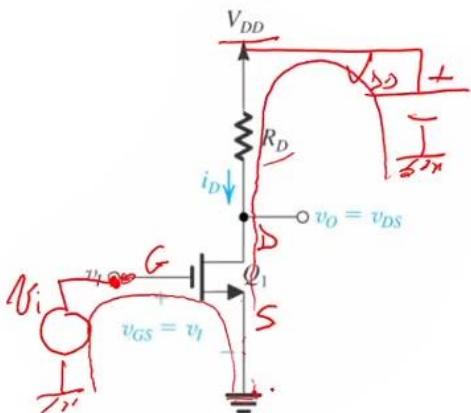
## Polarizzazione del transistor

La struttura base del circuito per creare un amplificatore è con il circuito NMOS.



Circuito a source comune (CS)

Il drain è connesso alla tensione  $V_{DD}$  attraverso una resistenza di carico del circuito. Per risolvere questo circuito notiamo che ci sono due maglie chiuse.



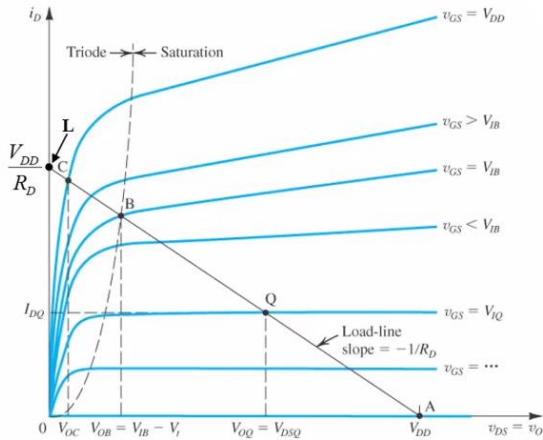
Quindi le due equazioni delle due maglie sono:

$$V_i = V_{GS}$$

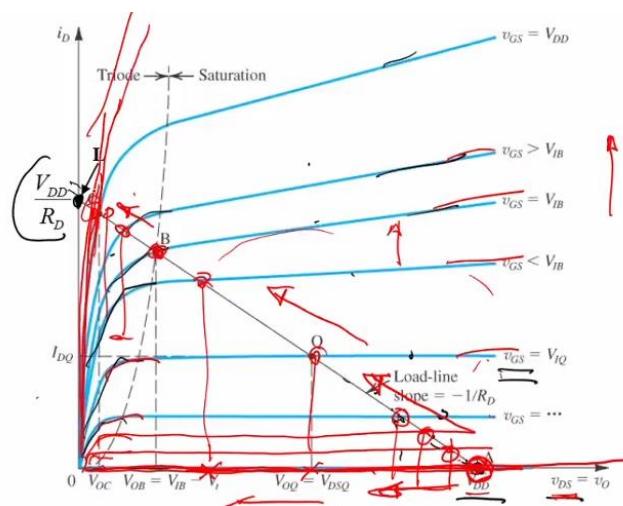
$$V_{DD} - I_D R_D - V_{DS} = 0$$

Possiamo risolvere la seconda equazione in maniera grafica (ovvero vedere se i grafici hanno punti in comune)

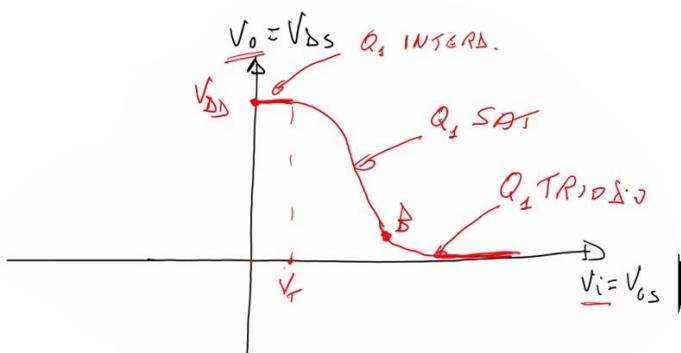
$$f(I_D) = V_{DD} - I_D R_D = V_{DS} = g(I_{DS})$$



La transcaratteristica del circuito (tra tensione di uscita  $V_o = V_{DS}$  e la tensione di ingresso  $V_i = V_{GS}$ ). Per disegnare la transcaratteristica vediamo quanto valgono le tensioni  $V_{DS}$  al variare di  $V_{GS}$  questo attraverso il grafico sopra vedendo nei punti di intersezione con la retta quanto vale la  $V_{DS}$ .



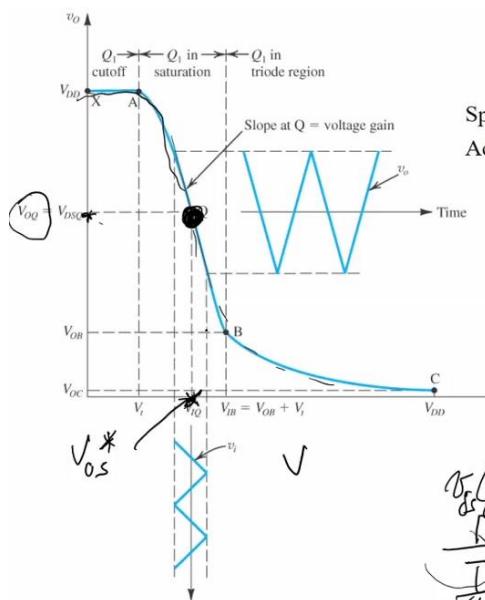
- Per  $V_{GS} < V_T$  : ci troviamo nella zona di inter. E quindi  $V_{DS} = V_{DD}$
- Poi all'aumentare di  $V_{GS}$  andiamo nella zona di saturazione
- Poi alla fine entriamo nella zona di triodo



NOTA: questo grafico assomiglia alla transcaratteristica di un amplificatore. Nel caso di un amplificatore abbiamo che la dinamica è fissata tra due tensioni  $L^+$  e  $L^-$  e anche in questo caso la dinamica è fissata tra  $V_{DD}$  e 0 e possiamo dire che  $L^+ = V_{DD}$  e  $L^- = 0$ . L'amplificatore costruito con il MOS è in saturazione quando il transistor MOS lavora o in intradizione o in triodo, quando il circuito diventa un amplificatore il transistor lavora nella fase di saturazione.

A questo punto abbiamo visto che la transcaratteristica del circuito lavora come un amplificatore:

Se vogliamo utilizzare tale circuito come amplificatore dobbiamo fare in modo che il punto di lavoro vada a finire nel punto segnato in assenza di segnali. Per fare ciò bisogna polarizzare il circuito. Al segnale di ingresso bisogna sommare una componente costante  $V_{GS}^*$  che allinei il segnale al centro della dinamica nel punto segnato.

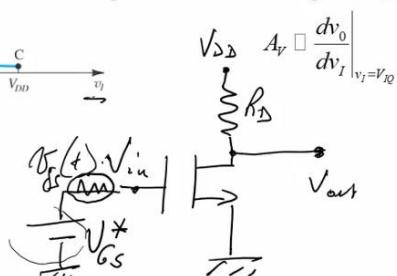


#### Funzionamento come interruttore

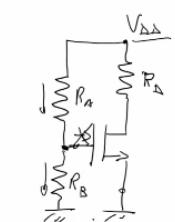
Spento se il punto di lavoro è su XA ( $v_i < V_J \Rightarrow v_o = V_{DD}$ )  
Accesso se il punto di lavoro è in C ( $v_i = V_{DD} \Rightarrow v_o = V_{OC} \approx 0$ )

#### Funzionamento come amplificatore

il punto di lavoro si sceglie in Q (zona lineare)

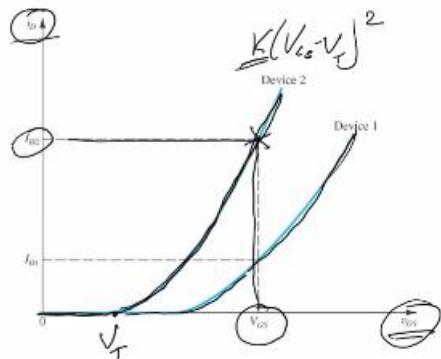


Un modo per polarizzare può essere inserendo una batteria al segnale di ingresso come nel disegno di sopra, oppure si può collegare alla  $V_{DD}$  e sfruttare un partitore di tensione

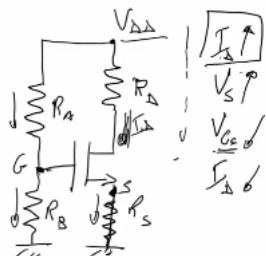


$$V_{GS} = V_{DD} \cdot \frac{R_B}{R_A + R_B}$$

Il punto di polarizzazione ottimo si determina guardando le specifiche del transistor (il datasheet). Potrebbe, però che due transistor nominalmente uguali non diano risultati uguali (legati al fatto che la W o L che dovrebbero essere uguali, non sono proprio uguali o dipendenti dal tipo di temperatura).

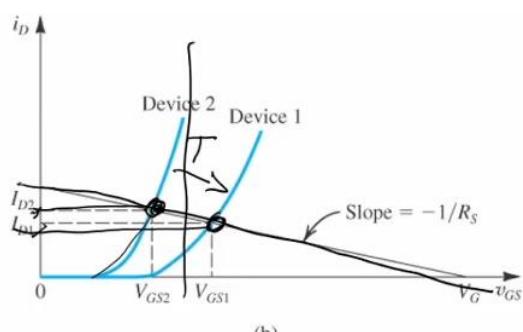
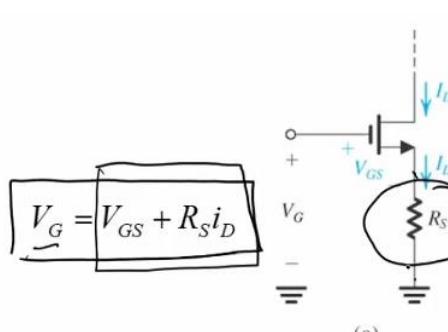


Se vogliamo aumentare la stabilità ovvero che il punto di polarizzazione sia lo stesso si può utilizzare la controreazione negativa. Per applicare una controreazione negativa inseriamo una resistenza  $R_S$  tra il source e massa.

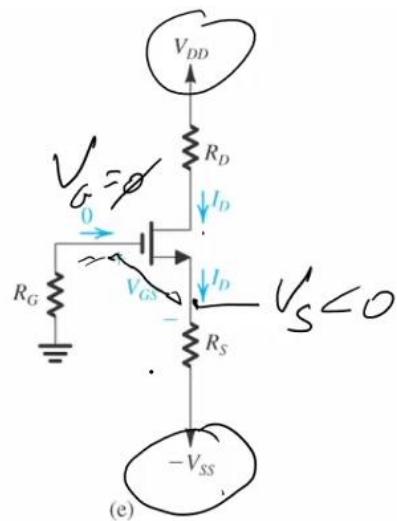


$$V_{GS} = V_G - V_S = V_{DS} \frac{R_B}{R_B + R_S} - I_D R_S$$

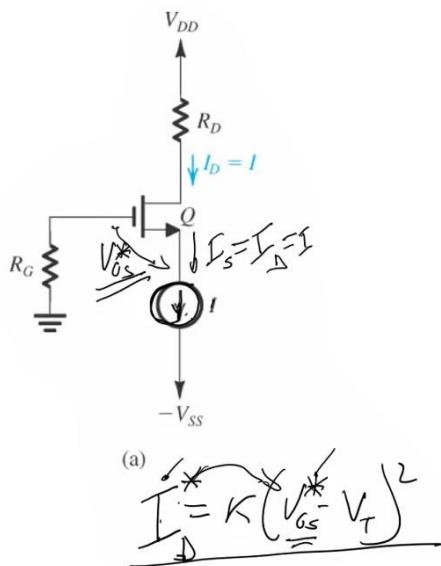
Se aumenta la tensione di drain aumenta la  $V_S$  essendo che dipende dalla corrente di drain, ma aumentando la  $V_S$  diminuisce la  $V_{GS}$  e quindi diminuisce la tensione e quindi diminuisce la tensione di drain. Come si può vedere che il punto di lavoro si muove molto di meno rispetto a quando abbiamo mantenuto costante la  $V_{GS}$  nel grafico di sopra:



Un altro modo per polarizzare. Essendo che la dinamica è compresa tra  $V_{DD}$  e 0, se vogliamo aumentare la dinamica bisogna aumentare la distanza tra le alimentazioni e per creare una dinamica  $V_{DD}$  e  $-V_{DD}$  utilizziamo due alimentazioni (un'altra sul source). Il gate è connesso a massa attraverso una resistenza. Il fatto che il di avere una tensione di alimentazione negativa permette al source di avere una tensione minore di zero  $V_S < 0$  e quindi una tensione  $V_G - V_S > 0$  e quindi se abbastanza alta ovvero maggiore del valore di soglia il transistor può andare in conduzione.

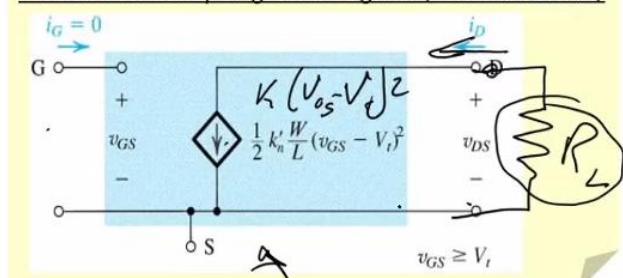


Un altro modo per polarizzare il circuito è quello di utilizzare un generatore di corrente poiché essendo che la corrente di drain e la tensione di gate sono legati tra di loro dalla relazione  $I_D = K(V_{GS}^* - V_T)^2$ . Quindi fissando  $I_D$  otteniamo una  $V_{GS}^*$ .

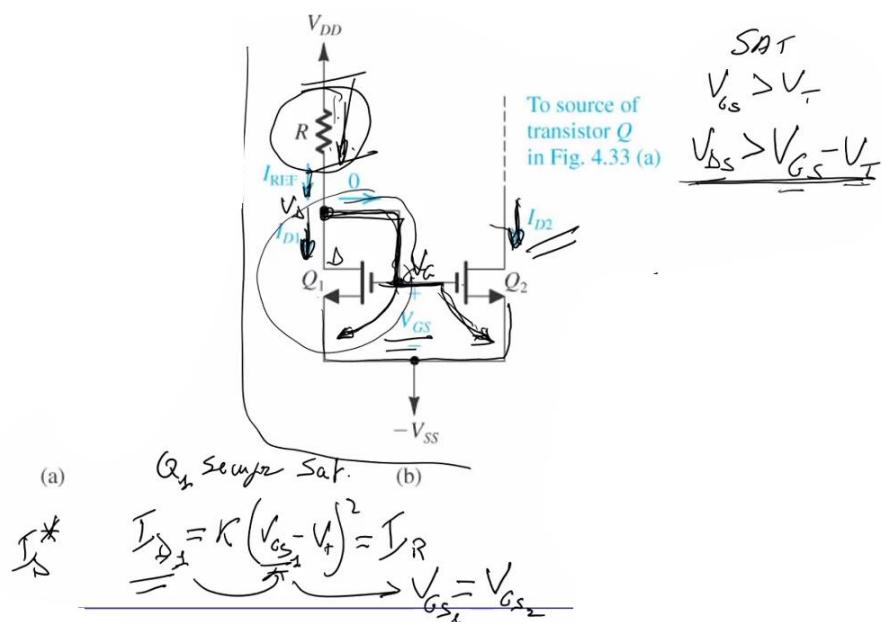


Un modo per costruire un generatore di corrente è quello di utilizzare il mosfet. Perché se facciamo lavorare il mosfet in saturazione, la corrente sarà indipendente dal carico.

### Modello NMOS per grandi segnali (in saturazione)



Un modo per fare questa cosa si può fare attraverso un così detto **sistema a specchio di corrente**. Hanno connessi i gate (quindi hanno i  $V_{GS}$  uguali) e i source (quindi hanno i  $V_{SS}$  uguali). Un Transistor ha il drain controcircuitato con il gate. Quindi un generatore di corrente assumerà la seguente forma



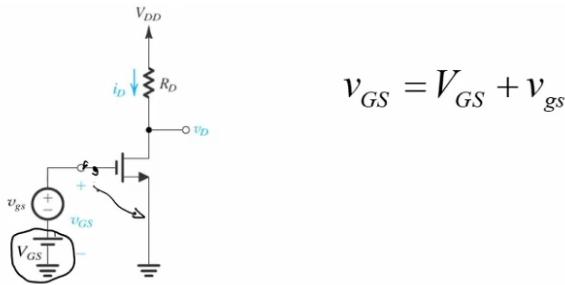
Questo sopra è il generatore di corrente che va aggiunto al circuito di partenza.

### Utilizzo MOSFET come amplificatore

Come abbiamo visto il MOSFET si può utilizzare come amplificatore e per poterlo utilizzare come amplificatore va polarizzato quindi il segnale in ingresso al transistor sarà sempre somma di due segnali:

- Il segnale da amplificare  $V_{GS}$
- Il segnale costante per polarizzare  $v_{gs}$

La loro somma per convenzione la indichiamo con  $v_{GS} = V_{GS} + v_{gs}$ .



$$v_{GS} = V_{GS} + v_{gs}$$

Vogliamo che segnale in uscita sia amplificato in ampiezza e non distorta come forma. Questo significa che l'uscita deve seguire linearmente le componenti dell'ingresso.

Ma il problema è che per come funziona questo transistor, l'uscita non è lineare e non può essere utilizzato come amplificatore lineare, perché la corrente è data da

$$I_D = K(V_{GS} + V_T)^2$$

La corrente si può scrivere come

$$i_D = I_D + i_d$$

$$i_D = k(V_{GS} + v_{gs} - V_T)^2$$

Condizione di piccoli segnali:

$$\begin{aligned} i_D &= I_D + i_d && \text{condizione per piccoli segnali} \\ v_{GS} &= V_{GS} + v_{gs} \\ I_D &= K(V_{GS} - V_T)^2 \\ i_D &= K(V_{GS} + v_{gs} - V_T)^2 = K[(V_{GS} - V_T) + v_{gs}]^2 \\ i_D &= K[(V_{GS} - V_T)^2 + 2(V_{GS} - V_T)v_{gs} + v_{gs}^2] \\ i_D &= I_D + i_d \\ v_{gs} &\ll 2(V_{GS} - V_T) \end{aligned}$$

La componente  $v_{gs}^2$  è la componente di distorsione che è trascurabile quando è molto minore rispetto a quel valore (condizione per piccolo segnale) ovvero

$$v_{gs} \ll 2(V_{GS} - V_T)$$

La corrente abbiamo visto che è formata da due componenti

$$i_D = I_D + i_d$$

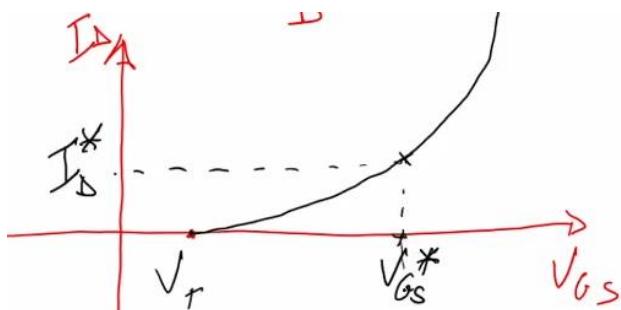
In particolare:

$$I_D = K(V_{GS} - V_T)^2$$

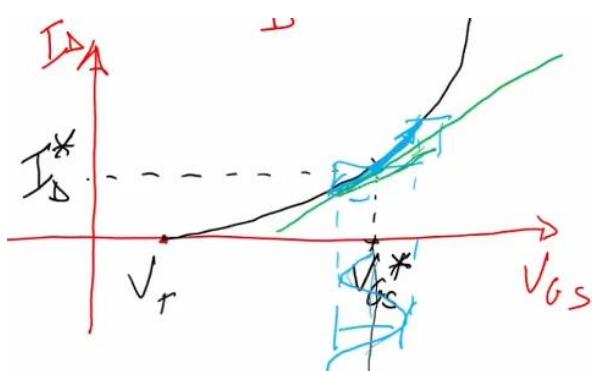
$$i_d = 2(V_{GS} - V_T)v_{gs} = g_m v_{gs}$$

La componente di segnale è funzione lineare del segnale in ingresso attraverso la transconduttanza  $g_m = 2(V_{GS} - V_T)v_{gs}$ . Quindi se ci troviamo nella situazione di piccolo segnale possiamo legare la corrente di drain alla tensione di segnale attraverso un legame lineare.

Quando polarizziamo un transistor otteniamo che fissata una tensione  $V_{GS}^*$  di polarizzazione otteniamo una corrente  $I_D^*$ .



Quando entra il segnale la transcaratteristica non è lineare quindi subisce una distorsione, ma se il segnale è piccolo, si può approssimare la transcaratteristica alla tangente della parabola.



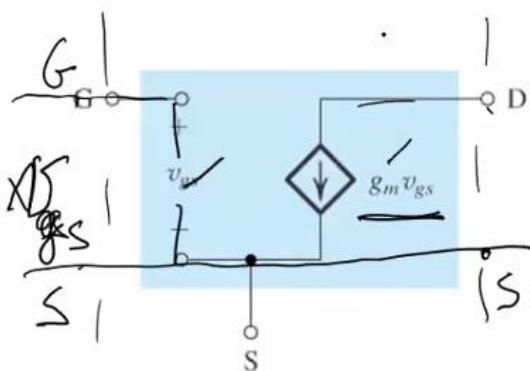
NOTA: per cadere nella condizione di piccolo segnale dobbiamo avere una  $g_m$  grande e per aumentare il suo valore ci sono due modi:

- Aumentare la  $V_{GS}$  ma in questo modo il grafico tende ad andare nella zona di triodo e il transistor non funziona come amplificatore in quel caso (quindi abbiamo un limite sull'aumento della  $V_{GS}$ )

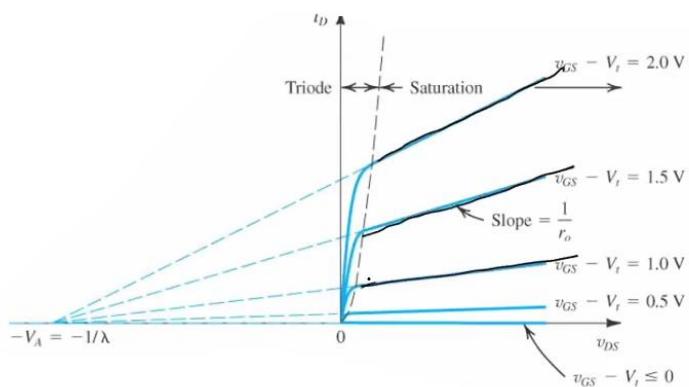
- Aumentare i  $K = \frac{1}{2} \mu_n C_{ox} \frac{W}{L}$  e per aumentare il suo valore possiamo o aumentare il Cox, ma in questo modo aumentiamo la caratteristica del circuito in passa basso, quindi funziona meno ad alte frequenze. Per aumentare il K conviene lavorare sul rapporto  $W/L$ , ma L è il limite tecnologico in termini sulla distanza tra le due isole e aumentare W significa fare dei chip più grandi, perché aumentiamo la dimensione.

Quindi vanno fatte sempre una serie di compromessi.

Quindi il circuito elettrico del transistor per piccoli segnali si può rappresentare come una rete a due porte in questo modo:

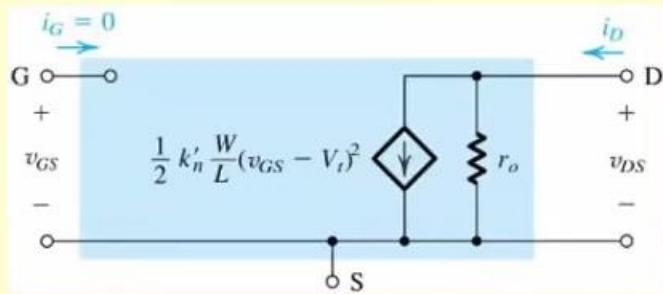


Questo per quanto riguarda un transisitor ideale, ma abbiamo visto che nella condizione reale in zona di saturazione le curve non sono orizzontali ma sono oblique perché la corrente varia un po' l'intensità



Questa non idealità in un circuito equivale a mettiamo come una resistenza in parallelo.

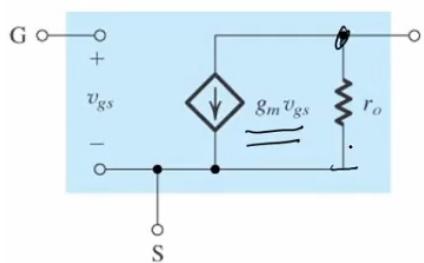
### Modello per grandi segnali



$$\text{dove: } r_0 \cong \frac{1}{\lambda I_D} = \frac{V_A}{I_D}$$

valori tipici di  $r_0$  sono compresi tra 10 e 1000 kΩ

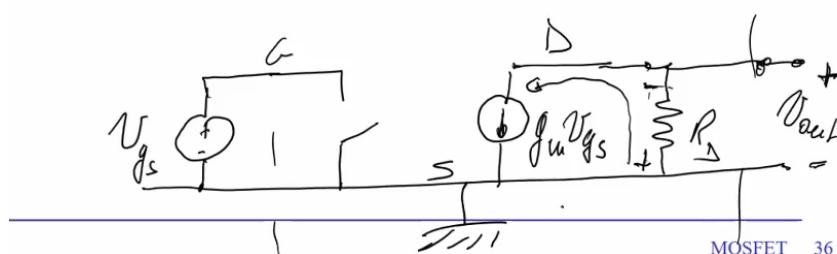
Quindi se il transistor non è ideale c'è la rete parallela del generatore e otteniamo la rete a due porte equivalente al circuito con la seguente forma:



La resistenza di uscita, data dalla relazione:

$$r_0 \cong \frac{|V_A|}{I_D}$$

- è inversamente proporzionale alla corrente di polarizzazione  $I_D$
- è proporzionale alla tensione di Early  $V_A$

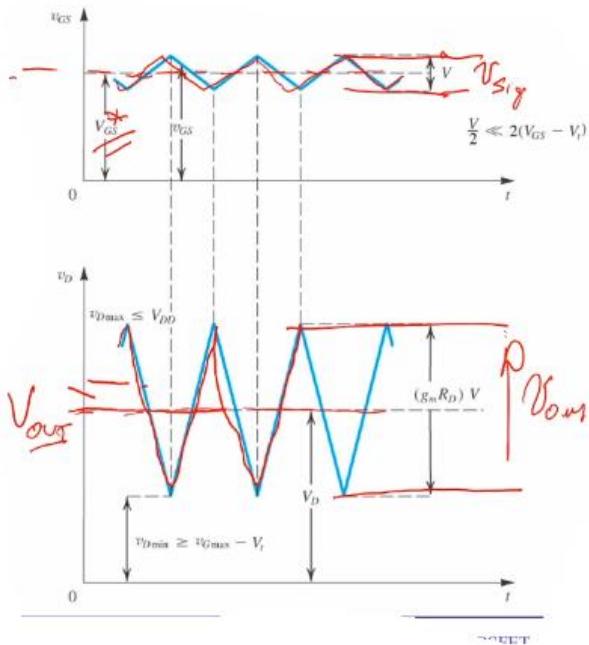


Il guadagno del circuito sarà dato dà

$$A_v = \frac{v_{out}}{v_{gs}} = \frac{-g_m v_{gs} R_D}{v_{gs}} = -g_m R_D \text{ con } g_m = 2k(V_{GS}^* - V_T)$$

NOTA: per calcolare la transconduttanza  $g_m$  va studiato il circuito dal punto di vista della continua per calcolare la polarizzazione ovvero  $V_{GS}^*$  annulando tutti i generatori non continui di segnale.

NOTA: il segno meno è dovuto dal fatto che (abbiamo – attaccato al + e viceversa).

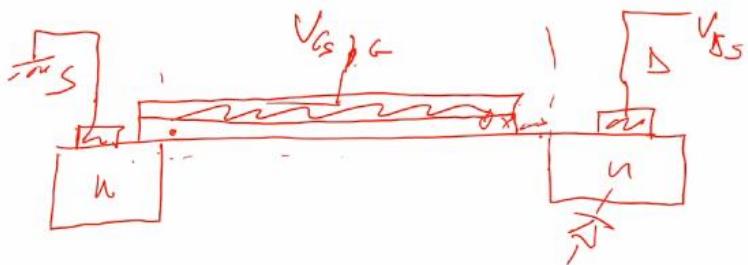


Per aumentare quindi il guadagno bisogna:

- Aumentare  $g_m$  quindi dipende dalle dimensioni del dispositivo e trovare una serie di compromessi;
- Aumentare la resistenza di drain  $R_D$  però aumentare la resistenza di drain abbiamo che  $V_{DS} = V_{DD} - I_D R_D > V_{CS} - V_T$  e se aumentiamo la resistenza di drain ci avviciniamo alla zona di triodo.

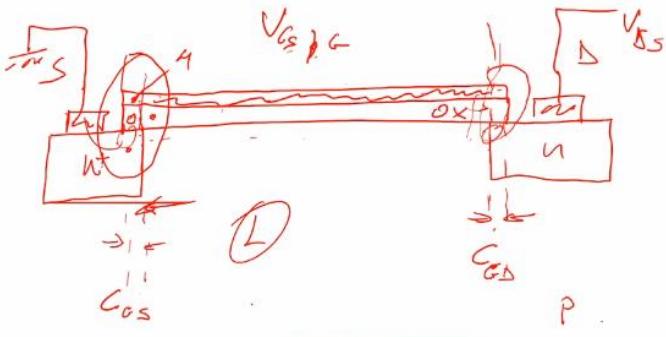
### Modelli MOSFET per piccoli segnali e alte frequenze

Spesso durante la costruzione del transistor possono capitare degli errori sulla costruzione dei transistor (a causa delle tolleranze di processo). In particolare la zona dove c'è l'ossido potrebbe spostarsi verso una delle due isole, ovvero è disallineata rispetto alla distanza.



In tale caso questo transistor non funziona perché manca l'effetto campo che controlla il processo di controllo di corrente.

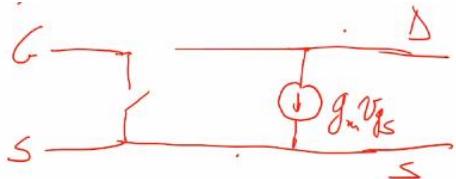
Per tale motivo la zona dell'ossido spesso viene fatta leggermente più larga in questa maniera:



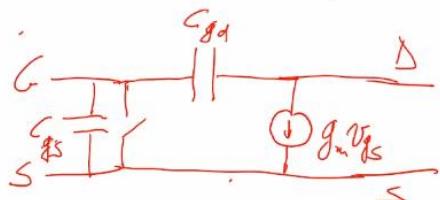
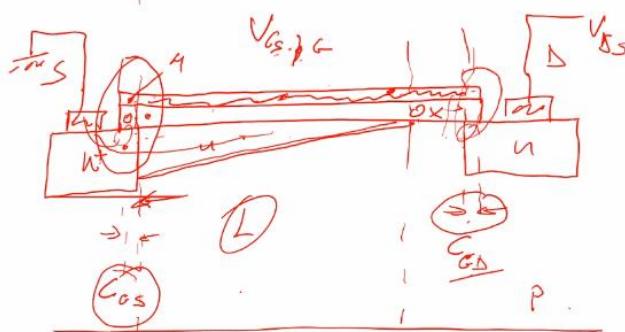
Come si vede la struttura si va a sovrapporre sulle sue isole e le zone di sovrapposizione si viene a formare un condensatore (una capacità di sovrapposizione). Quindi ci sono la presenza di due condensatori tra gate-source  $C_{GS}$  e gate-drain  $C_{GD}$ .

Quando c'è un canale, tale canale non fa altro che aumentare le capacità del condensatore che si viene a formare  $C_{GS} + C_L$  (con  $C_L$  la capacità che si viene a formare tra gate e la zona p) e poi abbiamo la capacità  $C_{GD}$ .

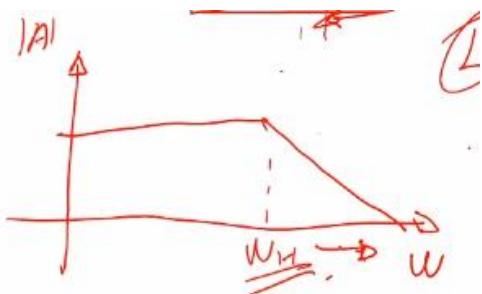
Quindi quando utilizziamo le alte frequenze dobbiamo tenere in considerazione queste capacità e quindi il circuito che avevamo prima per i piccoli segnali



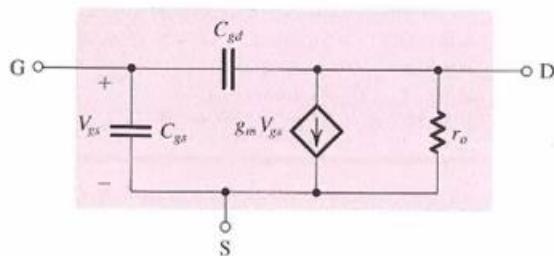
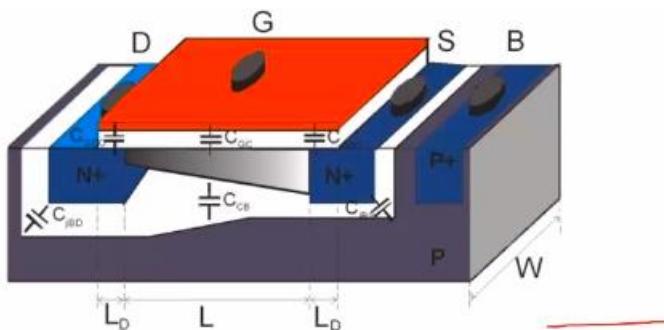
diventa ...



Queste capacità sono quelle che determinano il comportamento in w come un comportamento passa basso con una frequenza di tagli Wh.

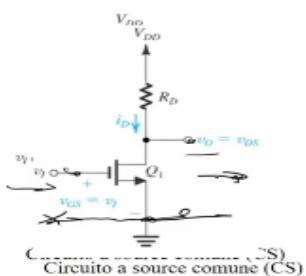


Quindi il circuito per grandi segnali sarà

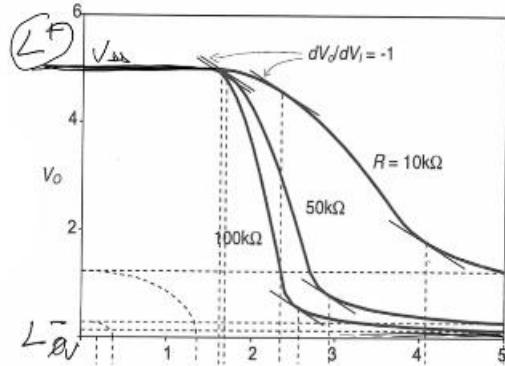


## Dispositivi di carico in tecnologia NMOS

Abbiamo visto che i nostri circuiti amplificatori utilizzano il transistor MOS nel quale il segnale che deve essere amplificato entra nel gate del transistor e l'uscita è presa sul drain verso massa del source.

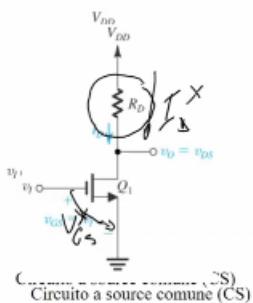


Abbiamo visto che il transistor non ha una funzione lineare (è quadratico) e per piccoli segnali si comporta linearmente con funzione di trasferimento  $A_V = \frac{V_o}{V_i} = -g_m R_D$ . La transcaratteristica è simile a quella di un amplificatore.

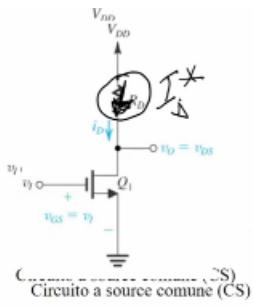


All'aumentare della resistenza di Drain la pendenza diventa sempre più ripida. Per aumentare il guadagno abbiamo visto che dobbiamo giocare sui due parametri, ma questo, come abbiamo visto è legato a delle problematiche. Uno dei problemi è legato al fatto che deve essere implementato in un circuito integrato e quindi deve occupare una piccola area che dipende da  $g_m$ .

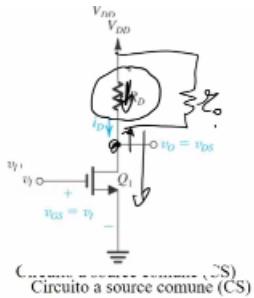
Quindi bisogna trovare un'alternativa e tale alternativa deriva dal fatto che la resistenza  $R_D$  serve a polarizzare il transistor (la polarizzazione significa fissare una tensione  $V_G^*$  che determina una corrente  $I_D^*$ ).



Bisogna trovare un metodo che dal punto di vista di segnale faccia vedere una resistenza più elevata possibile (perché è quella che determina il guadagno), ma dal punto di vista della polarizzazione questa resistenza deve essere bassa. L'altra alternativa è invece di mettere questa resistenza che è un carico passivo (un carico che ha sempre lo stesso valore qualunque sia la condizione del circuito in cui lavora), l'alternativa è quella di mettere al posto della resistenza un qualcosa che funziona come un generatore di corrente, e questa corrente è quella che poi polarizzerà la condizione del transistor, ovvero il transistor lo polarizziamo con il generatore di corrente.

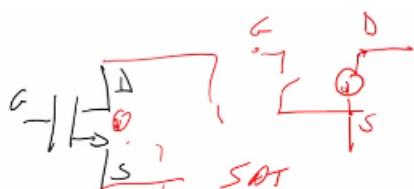


Il generatore di corrente per quanto riguarda le variazioni si comporta come un circuito aperto, quindi il generatore di corrente risolve il problema della polarizzazione e contemporaneamente il drain vede un generatore di corrente infinito (perché lo stiamo annullando per il teo di Tevenin). Quindi un circuito di questo tipo avrà un guadagno infinito se è un generatore ideale, altrimenti vedrà una resistenza  $r_0$  se il generatore è reale.

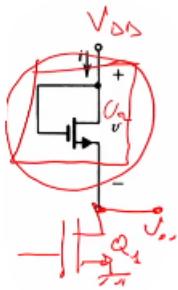


Ma l'uso di un generatore di corrente risolve il problema della polarizzazione e della resistenza vista in dinamica che diventa infinita. In questo caso non è un carico passivo, ma è un carico attivo.

Quindi l'idea è quella di sostituire la resistenza di drain con il generatore di corrente, e il generatore di corrente si costruisce attraverso un circuito. Un generatore di corrente si può costruire anche con i transistor perché abbiamo visto che il circuito equivalente per i piccoli segnali è il seguente:



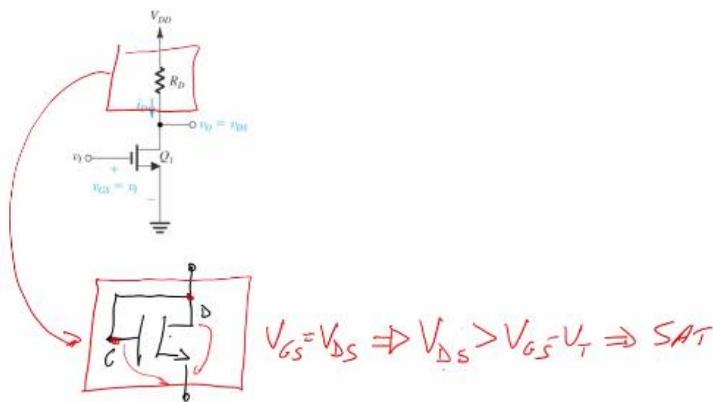
Per esempio utilizzare un transistor uguale al carico e quindi il nostro circuito sarà



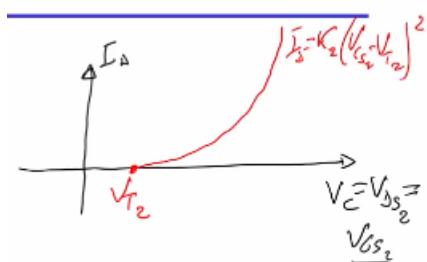
Chiameremo i transistor:

- Q1: il drive, ovvero quello che guida e amplifica
- Q2: il carico

Bisogna fare in modo che la caratteristica del bipolo formato dal transistor Q2 è indipendente dal transistor Q1. Quindi abbiamo fatto la seguente sostituzione e inoltre come si può vedere il transistor Q2 è sempre in saturazione perché succede questo

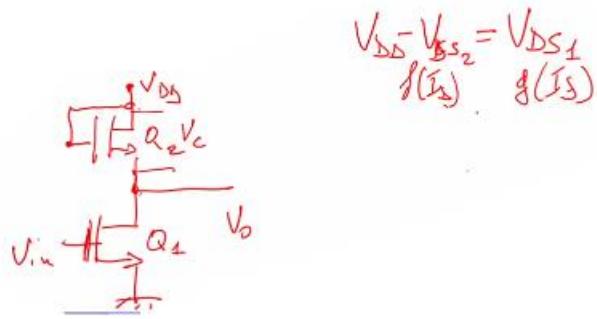


La transcaratteristica del circuito è

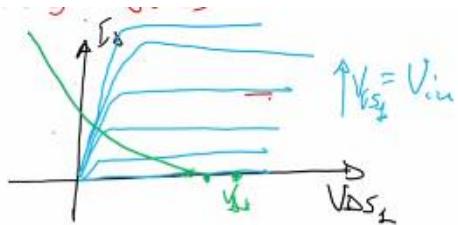


Che è quella equivalente di quella lineare associata alla resistenza.

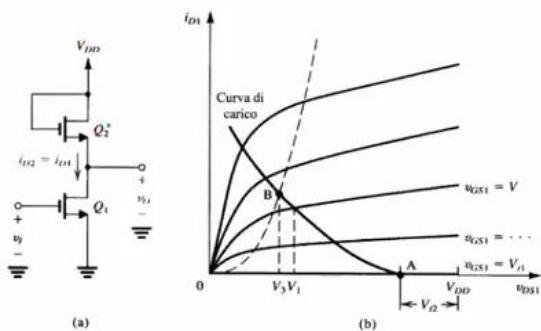
Ora dobbiamo studiare la transcaratteristica del circuito completo sempre utilizzando lo stesso metodo (il metodo grafico)



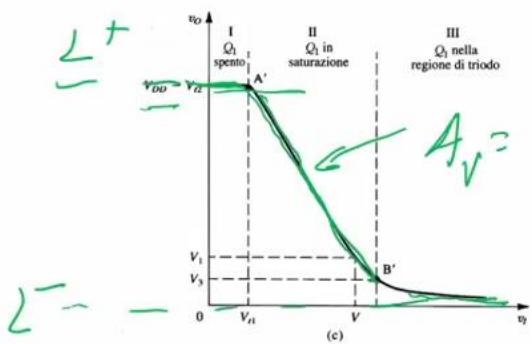
Quella in verde è la  $f$  e in blu è la  $g$ :



Come si può vedere adesso non è più una retta, ma una curva che attraversa quei grafici.

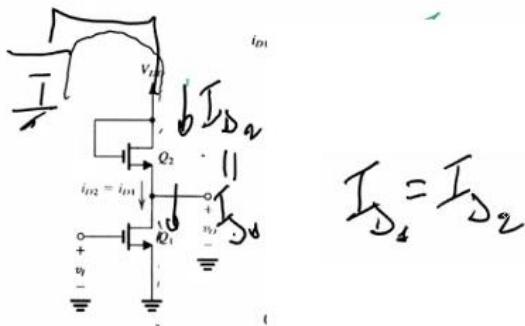


Il grafico soluzione di tale equazione è il seguente:



Nella zona di saturazione abbiamo una curva intermedia dove guadagna e proviamo a calcolarci il guadagno  $A_V = dV_o/dV_i$ .

Per calcolare il guadagno facciamo una considerazione, ovvero che i due transistor sono in serie e per questo la corrente  $I_{D1}$  e  $I_{D2}$  sono per forza uguali.



Nella zona che stiamo considerando (ovvero quella di amplificazione) se andiamo a vedere il punto di lavoro e in tale punto entrambi i transistor sono saturi e possiamo applicare la relazione di corrente in condizione satura.

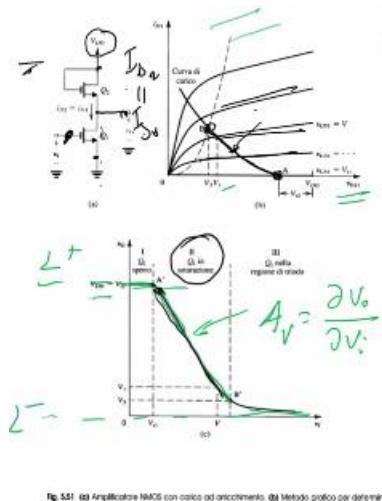


Fig. 5.51 (a) Amplificatore NMOS con carico ad aricchimento. (b) Metodo grafico per determinare il coefficiente di trasferimento. (c) Coefficiente di trasferimento.

Quando i due MOSFET sono in saturazione:

$$I_{D1} = I_{D2}$$

$$V_{GS1} = V_{in}$$

$$V_{GS2} = V_{DS2} = V_{DS} - V_o$$

$$K_1(V_{GS1} - V_T)^2 = K_2(V_{GS2} - V_T)^2$$

$$\sqrt{K_1}(V_i - V_T) = \sqrt{(V_{DS} - V_o - V_T)}$$

$$V_o = \left( V_{DD} - V_T + V_r \sqrt{\frac{K_1}{K_2}} \right) - V_f \sqrt{\frac{K_1}{K_2}}$$

$$A_v = -\sqrt{\frac{K_1}{K_2}} = -\sqrt{\frac{(W/L)_1}{(W/L)_2}}$$

con

$$K_1 = \frac{1}{2} \mu_n C_{ox} \frac{W}{L} \Big|_1$$

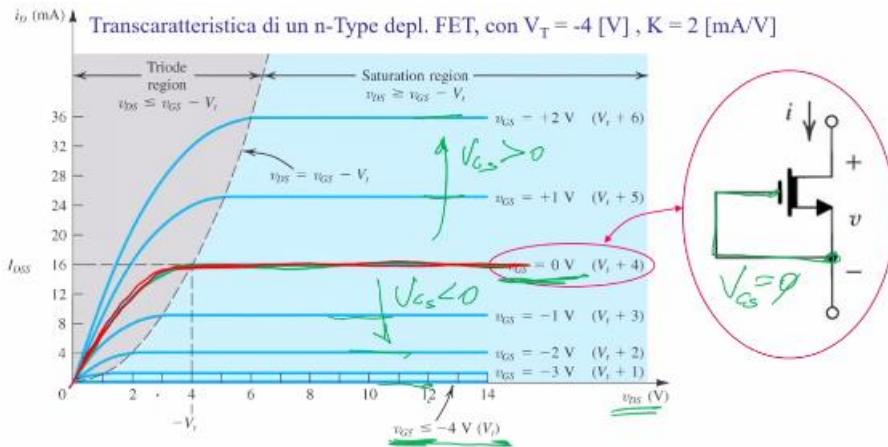
$$K_2 = \frac{1}{2} \mu_n C_{ox} \frac{W}{L} \Big|_2$$

Il guadagno dell'amplificatore è rapporto delle funzioni delle dimensioni dei due transistor. Ma ogni volta che ragioniamo in termini di aree, abbiamo un limite tecnologico poiché sotto una certa grandezza non possiamo andare, invece possiamo aumentare la dimensione, ma dimensione maggiore significa meno dispositivi sul circuito. È quella che si definisce la **logica al rapporto** ovvero le caratteristiche dei circuiti dipendono dal rapporto delle aree. Questa è una tecnologia definita come tecnologia NMOS nel senso che il carico è rappresentato da un transistor NMOS ad aricchimento.

NOTA: se lo strumento lo portiamo a lavorare nelle zone di triodo e di ... , il dispositivo funziona come un inverter logico.

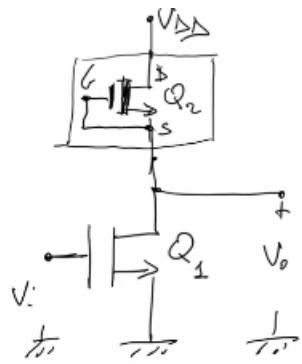
## MOS a svuotamento

Un'alternativa è sempre quella di utilizzare un NMOS, ma in questo caso quella di utilizzare un NMOS a svuotamento. Il principio di funzionamento è lo stesso e le caratteristiche hanno la stessa forma

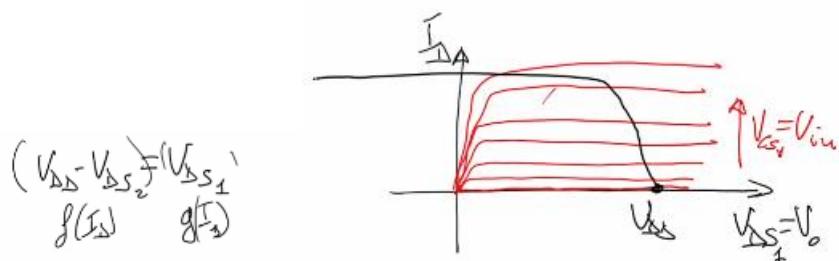


Le curve sono sempre le stesse hanno la stessa forma, ma però c'è una curva dove può scorrere corrente anche se la  $V_{GS}^* = 0$ . Sotto quella curva la corrente diminuisce fino a sparire e si intradice e sopra quella curva la corrente aumenta.

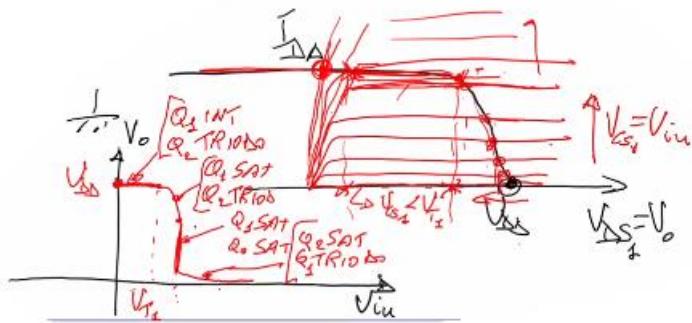
Il carico che utilizziamo è un transistore del tipo disegnato nel disegno sopra e quindi di tutte quelle curve noi prendiamo quella in particolare. Il transistor ha un cortocircuito con il source e di tutta la famiglia di curve prendiamo solo quella. A questo punto il circuito diventa.



Per trovare la transcaratteristica risolviamo sempre l'equazione alla maglia in uscita:



Il luogo dei punti di lavoro è la transcaratteristica:



All'inizio Q1 è in zona di interdizione e Q2 zona di triodo, scendendo Q2 è zona di triodo e Q1 zona di sturazione, ....

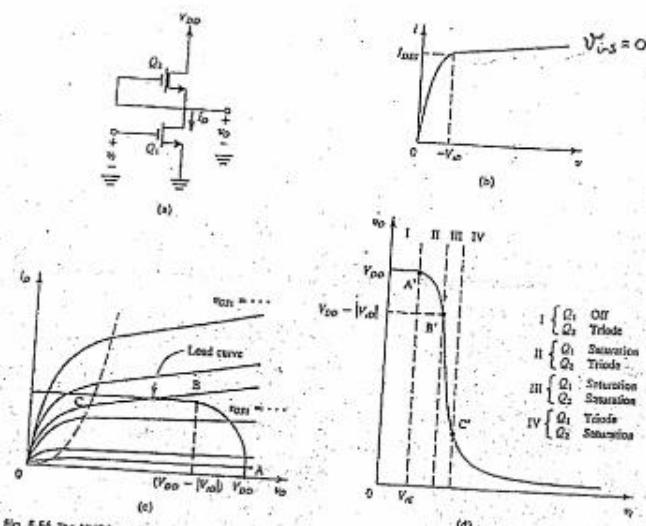
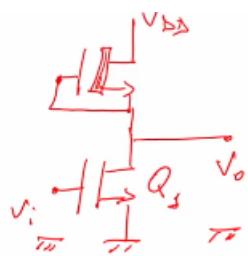


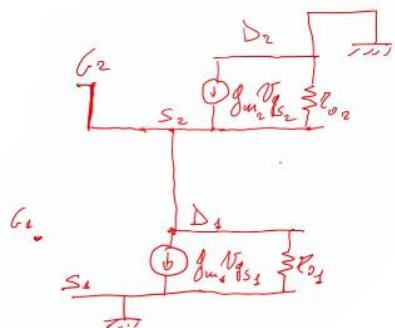
Fig. 5.56 The NMOS amplifier with depletion load: (a) circuit; (b)  $I$ - $V$  characteristic of the depletion load; (c) graphical construction to determine the transfer characteristic; and (d) transfer characteristic.

La zona iii è la zona dove tutti i due transistor sono in saturazione , ovvero dove l'amplificatore guadagna, in particolare guadagna infinito se i due transistor sono ideali (perche le due rette sono parallele), oppure ci sarà una zona in pendenza che è legata dalle resistenze parallelo  $r_{01}$  e  $r_{02}$  (se sono infinite, il guadagno è infinito). Possiamo calcolarci quanto vale il guadagno di questo circuito quanto vale per piccoli segnali.

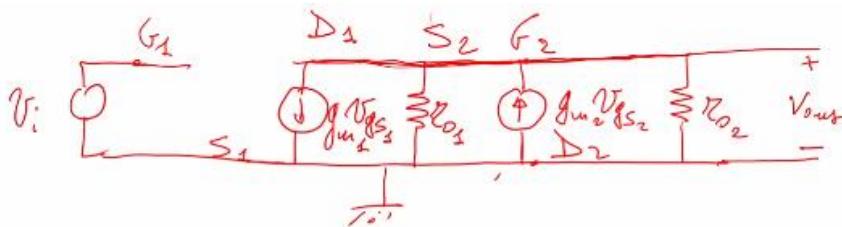
Per calcolarci il guadagno per piccoli segnali, andiamo ad annullare la presenza di tutti i generatori indipendenti.



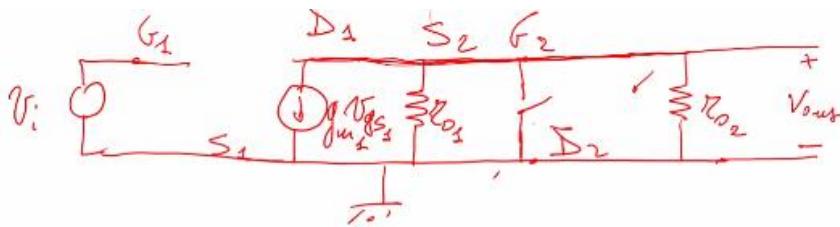
Togliamo i generatori indipendenti e sostituiamoci ai transistori i circuiti equivalenti.



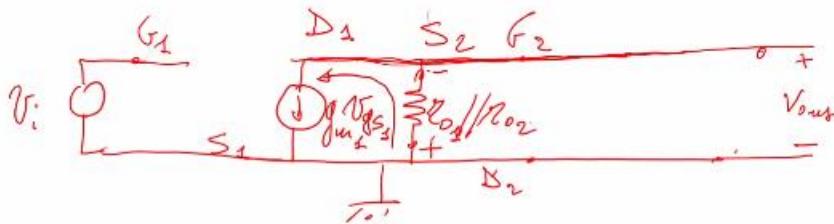
Disegniamo meglio il circuito:



Il secondo generatore di corrente dipende dalla  $v_{gs2}$  ma tale potenziale è pari a zero poiché avevamo collegato il gate a massa e quindi è un bipolo a corrente nulla il secondo generatore di corrente (interruttore aperto).



Si può semplificare ulteriormente tale circuito.



Quindi abbiamo che

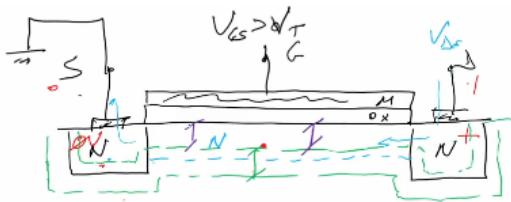
$$A_V = \frac{V_o}{V_i} = -(g_{m_1} V_{GS_2} r_{01} // r_{02}) / V_{GS\_1} = -g_{m_1} r_{01} // r_{02}$$

Se le due resistenze sono infinite sarà infinito il parallelo delle due resistenze e  $A_V \rightarrow -\infty$ .

Sembrerebbe risolto questo problema perché i due transistor non dipendono dalla logica del rapporto, e possono occupare poco spazio, però non si presenta nessun problema se si utilizzano due transistor diversi, ma se i transistor si creano sullo stesso chip integrato nasce l'effetto body.

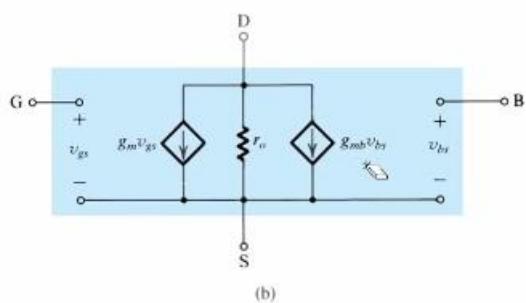
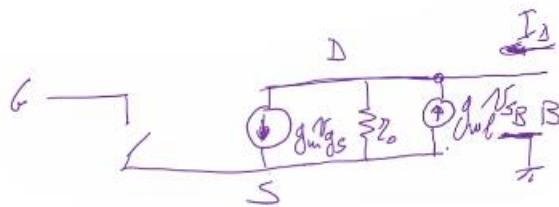
### **Effetto body**

Sappiamo che quando applichiamo una tensione  $V_{GS} > V_T$  si crea un canale equipotenziale. Si viene a formare tra la zona N e la zona P una zona di carica spaziale (in parte nell' N e in parte nel P) e in questa zona non ci sono cariche libere (quella in verde) e quindi lo spessore che fa condurre la corrente nel canale è quello che rimane (indicato dal segmento viola).



Quando il source è collegato a una tensione positiva (non si può mettere una tensione negativa, altrimenti il diodo tra P e source va in conduzione e la corrente va verso il substrato) il diodo è polarizzato in inversa e quindi il diodo è isolato dal substrato. Però se mettiamo la tensione positiva su N rispetto che a P quello che succede è che aumenta la zona di svuotamento (quella in verde) e quindi diminuisce lo spessore efficace della corrente.

Quindi all'aumentare tra la tensione tra source e body  $V_{SB}$  il canale diminuisce quindi diminuisce la corrente di drain  $I_D$ . Per rappresentare questo comportamento il circuito equivalente sarà dato da



Quindi viene aggiunto il generatore di corrente controllato dal substrato e il source  $g_{mb}v_{BS}$  e quindi è quello che mette in evidenza l'effetto body.

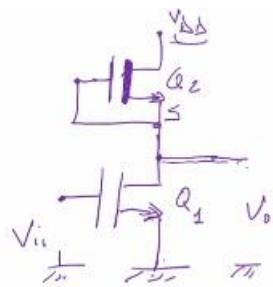
C'è un legame tra la transconduttanza di body e la transconduttanza di resistenza, in particolare la transconduttanza del body è circa un terzo della transconduttanza della resistenza

$$\underline{g_{mb}} = \frac{\partial i_D}{\partial V_{BS}} \Bigg|_{\substack{v_{GS} = \text{costante} \\ v_{DS} = \text{costante}}} = \underline{\chi g_m}$$

$$V_t = V_{t0} + \gamma \left[ \sqrt{2\phi_f + V_{SB}} - \sqrt{2\phi_f} \right]$$

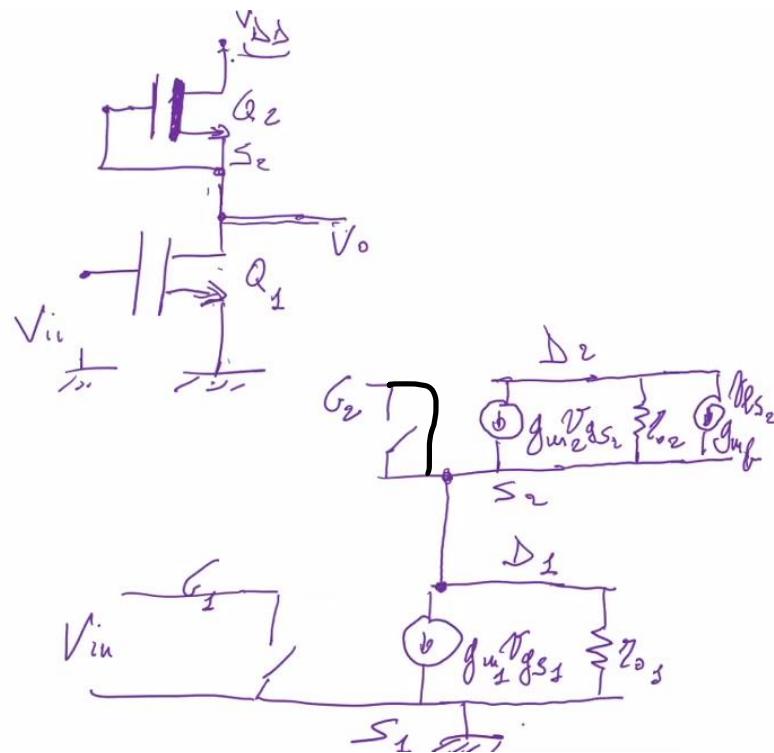
$$\chi = \frac{\partial V_t}{\partial V_{SB}} = \frac{\gamma}{2\sqrt{2\phi_f + V_{SB}}} = 0,1 \div 0,3$$

Se riprendiamo il circuito di prima

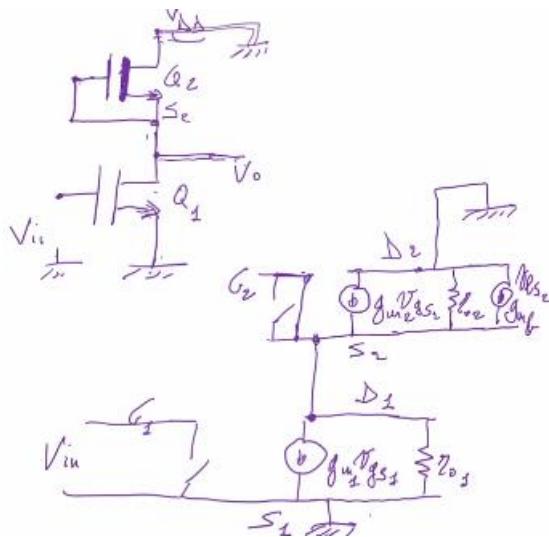


Abbiamo che il transistor Q1 non risente dell'effetto body poiché il source è connesso a massa, mentre il transistor Q2 sicuramente è soggetto all'effetto body

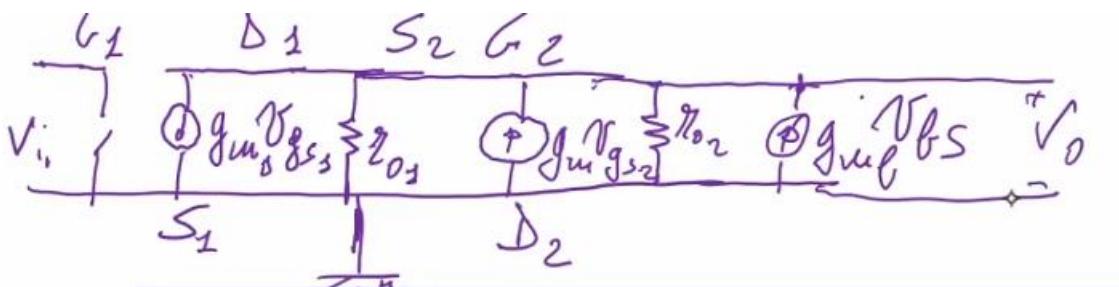
perché la tensione del source sarà sicuramente positiva. Disegnando i circuiti equivalenti otteniamo:



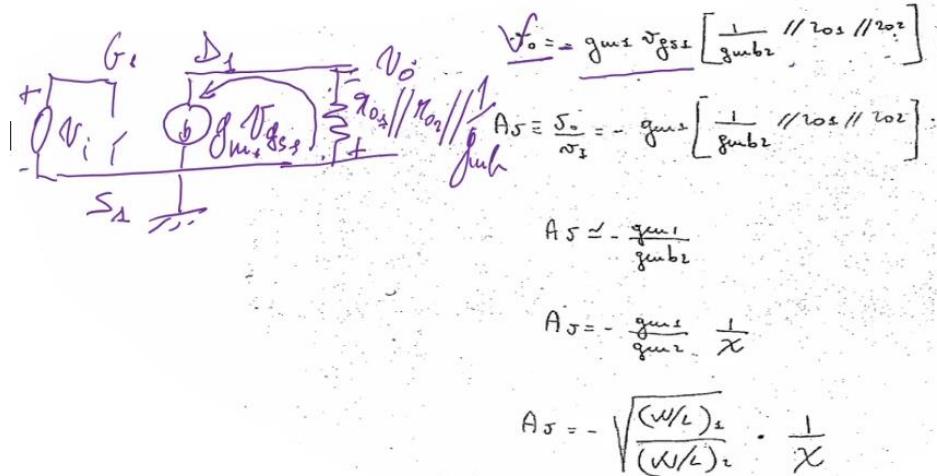
Per piccoli segnali il drain 2 vede la  $V_{DD}$  cortocircuitata



Disegnando meglio il circuito con il piano di massa:



Siccome tra gate e il source c'è un cortocircuito, allora il secondo generatore non genera corrente quindi è un circuito aperto. Inoltre il terzo generatore di corrente è controllato dalla differenza di potenziale dei suoi equipi per il teorema dell'assorbimento si può sostituire con una resistenza pari a  $1/g_{mb}$ .



Quindi il guadagno di tensione di nuovo viene il rapporto delle transconduttanze dei due transistor con

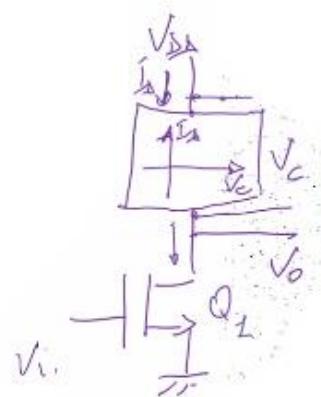
$$g_m = 2K_T(V_{GS} - V_T)$$

$$g_{mb} = 2K_T/V_T$$

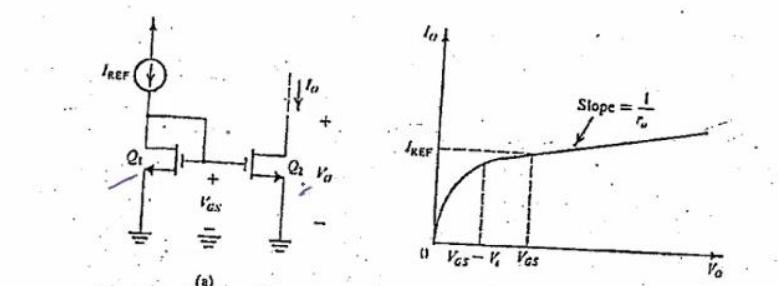
Cioè il guadagno diventa di nuovo il rapporto dei K e il rapporto dei K significa il rapporto delle dimensioni e si torna alla logica del rapporto. Quindi questo è un limite nella alta integrazione dei circuiti.

## CMOS

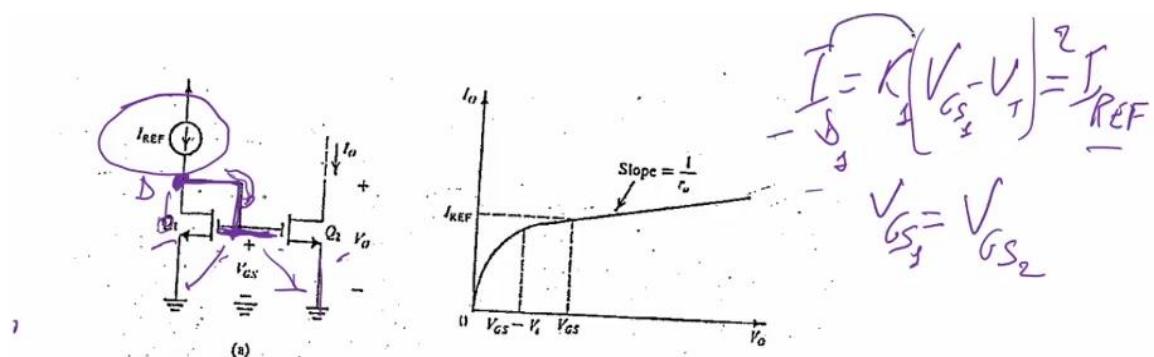
La soluzione di questo problema è quella dei MOS complementari (CMOS). Il principio di funzionamento è basato sulla stessa logica, ovvero abbiamo un transistor NMOS ad arricchimento nel quale la tensione di ingresso entra nel gate del transistor e la tensione di uscita esce dal drain e quello che bisogna fare è mettere un carico verso la tensione di alimentazione che abbia una caratteristica indipendente dalla situazione di Q1 (il transistor principale, ovvero dal valore dell'ingresso).



Il carico quindi deve avere una caratteristica indipendente dal Q1 e utilizzare un PMOS. Un metodo è quello di utilizzare una struttura a specchio di corrente.

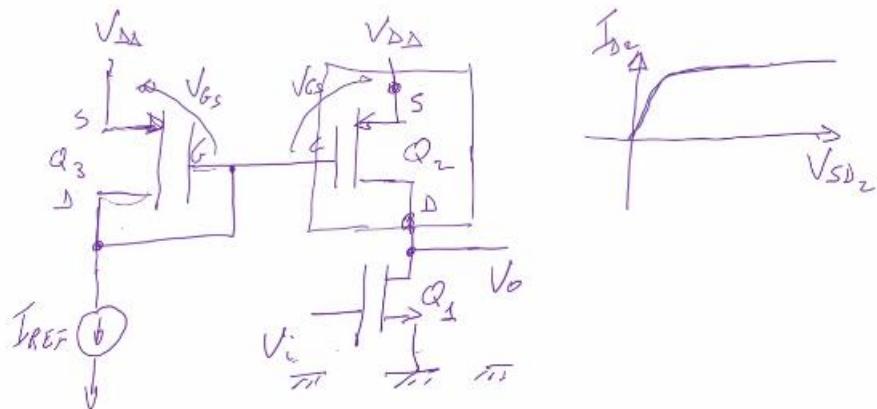


I gate dei due transistor sono connessi insieme e i source sono tutti e due in questo caso a massa e quindi hanno lo stesso potenziale sia del gate che del source e per questo  $V_{GS1} = V_{GS2}$ . Inoltre nel primo transistor vale anche  $V_{DS} = V_{GS}$  a causa del cortocircuito e quindi la condizione  $V_{DS} > V_{GS} - V_T$  è sempre vera quindi il transistor è saturo. La corrente di Q1 è fissata da un riferimento  $I_{REF}$ . Tale corrente va verso il drain o va verso il gate ma essendo che la corrente di gate è pari a zero allora va verso il drain ed è pari a .... (mostrato nei calcoli qui sotto)



Fissare la corrente di riferimento significa fissare la  $V_{GS1}$  e fissare al  $V_{GS1}$  significa fissare la  $V_{GS2}$  e di conseguenza fissare la corrente di drain  $I_{D_2}$ . Quindi è indipendente dal carico. Usiamo la struttura a specchio di corrente però con transistors PMOS e tali transistor hanno tutto al contrario.

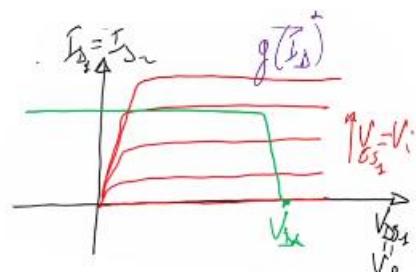
Quindi la struttura che utilizziamo è a specchio di corrente con PMOS.



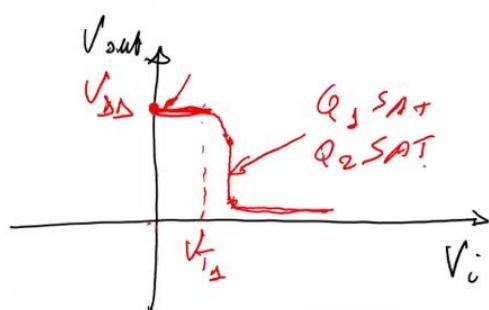
Possiamo risolvere questo circuito risolvendo l'equazione della maglia di uscita.

$$V_{DD} - V_{SD_2} = V_{DS_1} = V_o$$

Risolviamo questo circuito graficamente mettendo entrambe le parti di questa equazione:

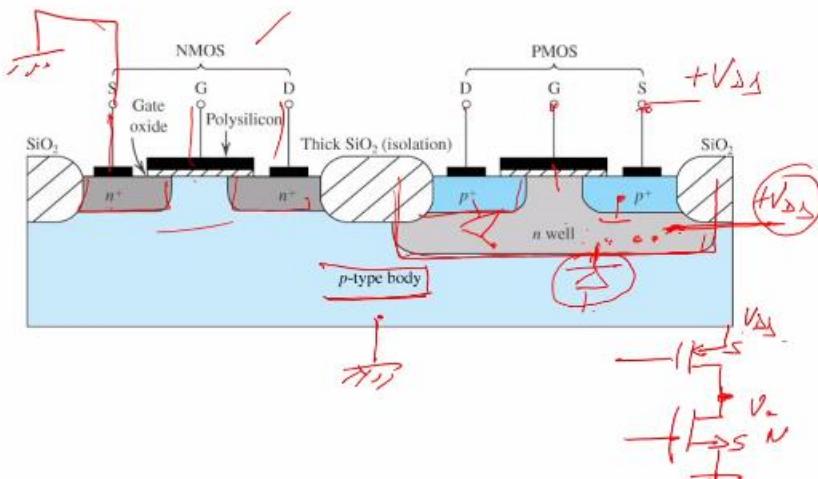


Ora possiamo disegnare la transcaratteristica:



Quindi il CMOS ha un comportamento uguale all'NMOS a svuotamento solo che nel momento in cui vado a costruirlo su un unico substrato risente dell'effetto body.

Nel seguente schema il source del NMOS è messo a massa e il source del PMOS è messo a V<sub>DD</sub> e quindi anche la zona n-well diventa a V<sub>DD</sub> e tale strato e quello del body fa sì che il diodo che si forma è in inversa e quindi non si parlano. Quindi nemmeno il PMOS risente dell'effetto body.



Quindi una tecnologia CMOS permette di avere una amplificazione elevata legata soltanto alle imperfezioni del circuito e non risentendo dell'effetto body mantenendo anche in integrazione questa caratteristica.

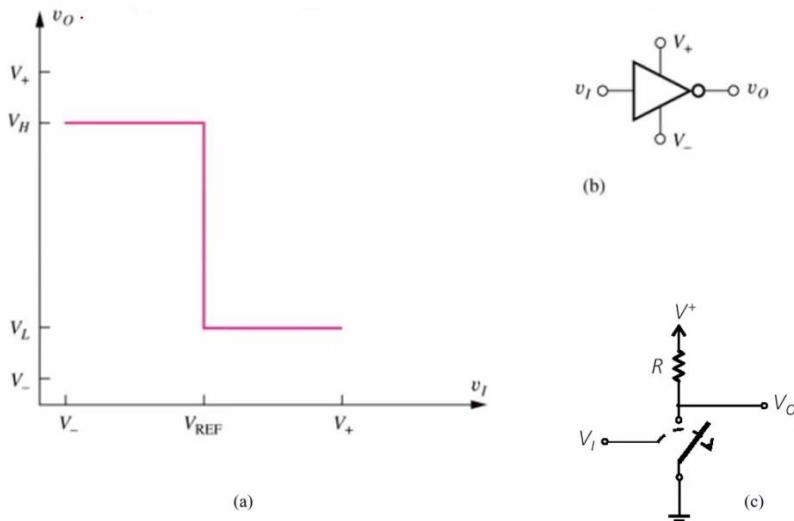
## Elettronica Digitale

I circuiti visti fino ad ora possiamo utilizzarli nell'elettronica digitale (l'elettronica non lineare). Vediamo quali sono le specifiche che devono avere quei circuiti nell'applicazione digitale. Mentre in un circuito analogico abbiamo dei segnali che è caratterizzata da una dinamica e all'interno di questo intervallo può assumere tutti i valori che ci sono, mentre nei circuiti digitali sappiamo che ci possono essere due soli livelli (potenziale basso e potenziale alto).

### Invertitore ideal

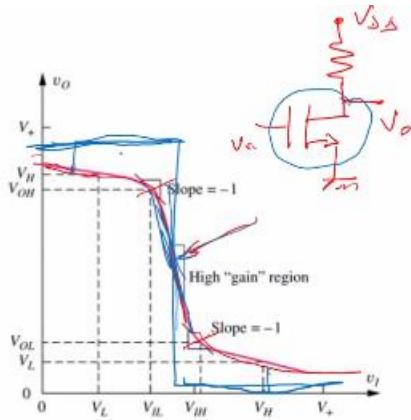
La transcaratteristica ideale di un invertitore ideale (inverter). L'inverter ha una transcaratteristica a soglia netta (non lineare) e quello che abbiamo bisogno di un meccanismo che riconosce i due livelli. Ovvero:

- Se la tensione di ingresso è inferiore sotto un certo valore la funzione assume un certo valore
- Se la tensione di ingresso è superiore a un certo valore la funzione assume un altro valore



La cosa migliore è se la  $V_{REF}$  si torvi a  $V_{DD}/2$  ovvero nella metà della dinamica.

Una transcaratteristica che gli assomiglia molto è quella che abbiamo visto

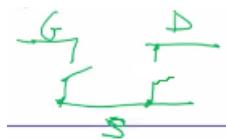


Rispetto alla transcaratteristica ideale le differenze sono:

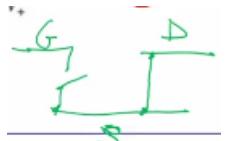
- Sui livelli massimo e minimo che può raggiungere in uscita
- La differenza fondamentale è nella pendenza, più elevato è il guadano e più questa pendenza sarà verticale. Quindi le strutture che aumentano il guadagno sono anche quelle più efficaci dal punto di vista digitale.

La differenza che porta quel circuito a essere utilizzato come amplificatore e come inverter (nell'elettronica digitale) è la zona di lavoro:

- Amplificatore: nella zona di alto guadagno quando il transistor è in saturazione;
- Inverter : il transistor deve lavorare nelle due zone dove il transistor non è in saturazione. Un particolare in queste zone il transistor si comporta come un interruttore perché :
  - Nella zona di interdizione abbiamo un circuito analogo così:



- Nella zona di forte triodo il circuito può essere approssimato a:

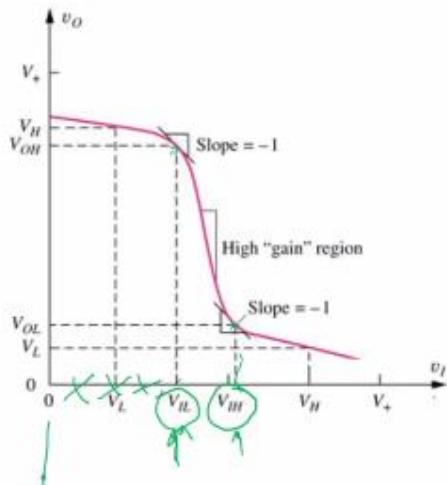


Quindi il circuito mostrato sopra si comporta come un inverter con la differenza che la transcaratteristica non è quella che vorremo del inverter. Sulla transcaratteristica si possono definire dei punti particolari:

- Due punti dove la tangente ha pendenza -1 ovvero ne amplifica il segnale ne viene attenuato e tali punti sono particolari perché separa il circuito in tre zone:

- La zona in mezzo la pendenza è maggiore di 1 e quindi il circuito lavora come amplificatore
- Se si trova nelle zone esterne la pendenza è minore di 1 e quindi significa che il circuito gli attenua.

Questi due punti sono due punti particolari perché indicano il potenziale minimo e massimo per riconoscere il bit.



Riassumiamo i valori importanti (definizione dei livelli logici)

- $V_L$  – Tensione nominale corrispondente a uno stato logico basso  
(uscita dell'invertitore per  $v_i = V_H$ )
- $V_H$  – Tensione nominale corrispondente a uno stato logico alto  
(uscita dell'invertitore per  $v_i = V_L$ )
- $V_{IL}$  – Massima tensione di ingresso riconosciuta come livello logico basso  
(Tensione di ingresso nel primo punto della transcaratteristica con pendenza  $-1$ )
- $V_{IH}$  – Minima tensione di ingresso riconosciuta come livello logico alto  
(Tensione di ingresso nel secondo punto della transcaratteristica con pendenza  $-1$ )
- $V_{OH}$  – Minima tensione di uscita riconosciuta come livello logico alto  
(Tensione di uscita corrispondente alla tensione di ingresso  $V_{IL}$ )
- $V_{OL}$  – Massima tensione di uscita riconosciuta come livello logico basso  
(Tensione di uscita corrispondente alla tensione di ingresso  $V_{IH}$ )

NOTA: gli ultimi quattro valori sono dei valori molto importanti perché sono caratteristiche importanti del inverter dal punto di vista di immunità dell'inverter da parte del rumore.

## Margini di rumore

I margini di rumore è una caratteristica dell'inverter che indica quanto un inverter è immune a un rumore.



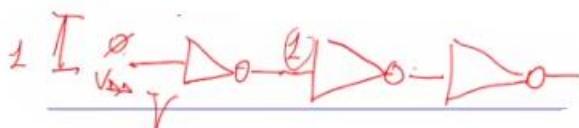
I margini di rumori si dividono in:

- **margine di rumore alto** è definito come la massima ampiezza di ampiezza di disturbo (di un impulso) che provoca una qualche variazione all'interno della struttura del circuito digitale.

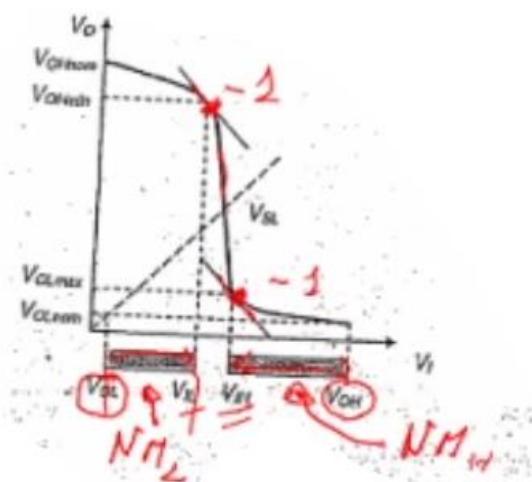
$$NM_H = V_{OH} - V_{IH}$$

- **margine di rumore basso** è definito come la minima ampiezza di disturbo che provoca una qualche variazione all'interno del circuito digitale.

$$NM_L = V_{OH} - V_{OL}$$

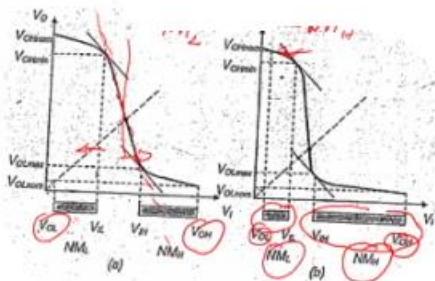


I margini di rumore sono quindi legati ai punti dove la pendenza è pari a -1 e quindi il margine di errore sono gli intervalli esterni nella transcaratteristica rispetto ai punti di pendenza -1. Poiché se in una configurazione supera tali margini il dispositivo funziona come un amplificatore che genera un errore nella comutazione.

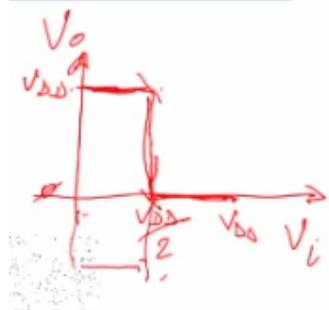


I margini di rumore possono variare per queste due cause:

- **Variazione della pendenza:** al diminuire la pendenza si spostano i punti -1 e le bande diminuiscono, quindi i margini di errore si riducono. Si cerca una pendenza più alta possibile.
- **Traslazione della caratteristica:** si trasla la caratteristica si sposta verso sinistra cambiano le ampiezze dei due margini di errore, quindi si genera un collo di bottiglia sui margini errore bassi. Quindi si cerca una transcaratteristica simmetrica.



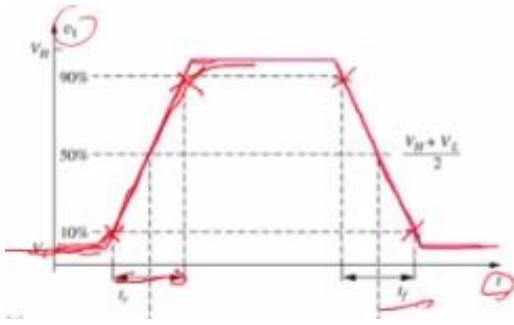
Si cerca di avere una transcaratteristica uguale simile a questa



### Risposta dinamica della porta logica

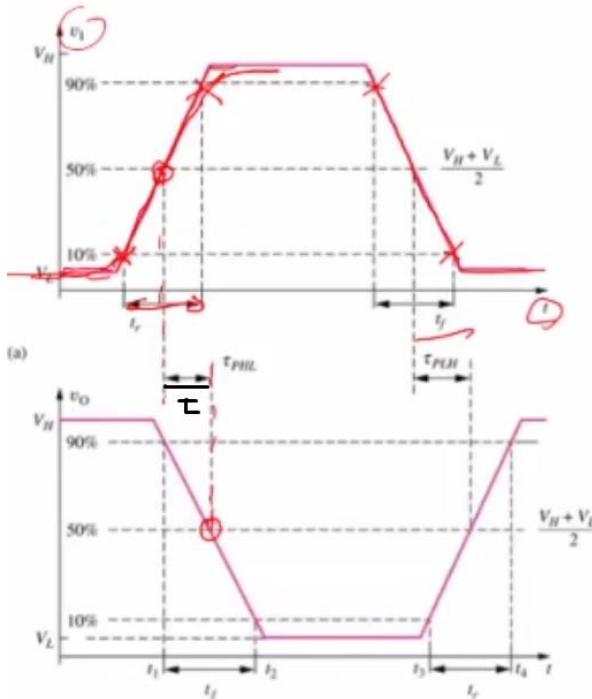
Teoricamente un segnale dovrebbe andare da un livello all'alto istantaneamente, ma ciò non avviene, per salire a un certo livello impiega un certo tempo e quindi definiamo:

- **Tempo di salita:** è il tempo che impiega a passare da 10% del valore della dinamica al 90%.
- **Tempo di discesa:** è il tempo che impiega a passare dal 90% del valore della dinamica al 10%.



Poi abbiamo il tempo che impiega l'uscita per capire che è cambiato l'ingresso:

- **Tempo di trasizione alto-basso:** tempo che intercorre da quando l'ingresso attraversa il 50% della dinamica in a quando l'uscita passa il 50% della dinamica della discesa.
- **Tempo di trasizione basso-alto:** tempo che intercorre da quando l'ingresso attraversa il 50% della dinamica a quando l'uscita passa il 50% della dinamica della salita.
- 



- Il tempo di salita ( $t_r$ : *rise time*) di un segnale è il tempo affinché il segnale passi dal 10% al 90% della escursione  $V_H - V_L$
- Il tempo di discesa ( $t_f$ : *fall time*) di un segnale è il tempo affinché il segnale passi dal 90% al 10% della escursione  $V_H - V_L$
- Le tensioni corrispondenti ai punti al 10% e al 90% sono definite in funzione di  $V_L$ , di  $V_H$  e della escursione logica  $\Delta V = V_H - V_L$ :

$$V_{10\%} = V_L + 0.1\Delta V$$

$$V_{90\%} = V_L + 0.9\Delta V = V_H - 0.1\Delta V$$

- Il ritardo di propagazione descrive la differenza fra gli istanti in cui i segnali di ingresso e di uscita raggiungono i rispettivi punti al 50%:

$$V_{50\%} = \frac{V_H + V_L}{2}$$

- Il tempo di propagazione per la transizione alto-basso dell'uscita è indicato con  $\tau_{PHL}$ , e quello della transizione basso-alto con  $\tau_{PLH}$ . In generale questi due ritardi non sono uguali tra loro, quindi si definisce il **ritardo medio di propagazione  $\tau_p$** :

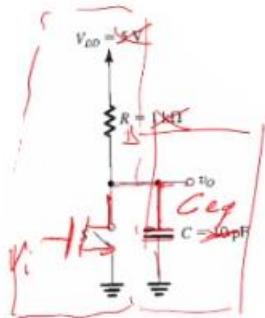
$$\tau_p = \frac{\tau_{PHL} + \tau_{PLH}}{2}$$

## Potenza dissipata

Un'altra caratteristica da guardare che è più stringente nei circuiti digitali è la potenza dissipata.

La **potenza** fornita dall'alimentazione limita il numero di circuiti realizzati su uno stesso chip. Tale potenza dissipata dipende molto dalle frequenze di taglio dei circuiti (se non inserita da noi è legata alle componenti parassite) per le alte variazioni di segnale, in particolare dai condensatori.

Possiamo rappresentare il circuito con le capacità parassite con il seguente schema (aggiungendo una capacità equivalente)

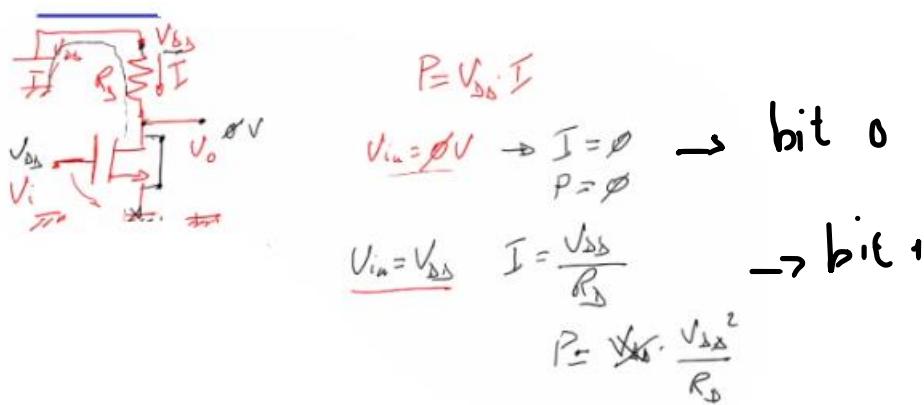


$$P_{diss} = P_{statica} + P_{dinamica}$$

- $P_{statica}$  = quando l'invertitore è in 0 o 1.
- $P_{dinamica}$  = durante la dinamica di comutazione

$$P = V_{DD} I_D + \dots$$

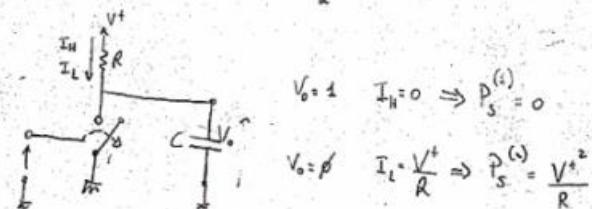
### Potenza dissipata statica



Statisticamente ci troveremo nelle due condizioni con pari probabilità quindi la potenza media sarà  $1/2$  al potenza trovata, ovvero:

$$P_{\text{statica}} : \quad a) V^+ I_H, \quad b) V^+ I_L$$

$$P_{\text{Sar}} = V^+ \frac{(I_H + I_L)}{2}$$



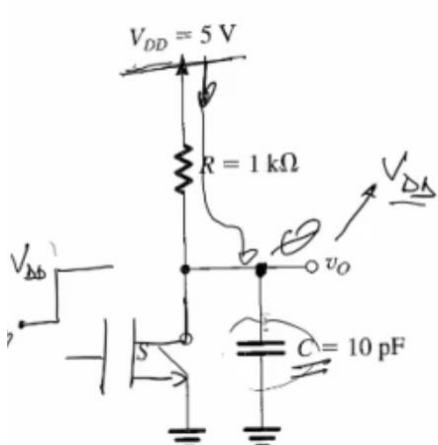
$$\underline{\underline{P_{\text{Sar}} = \frac{1}{2} (P_S^{(1)} + P_S^{(2)}) = \frac{1}{2} \frac{V^+^2}{R}}}$$

## Potenza dissipata dinamica

Questa componente è dovuta alla commutazione, quindi le cause sono:

- Carica e scarica del condensatore C
- Cambio di stato dell'invertitore

$$P_{\text{dinamica}} : \quad a) \text{Carica e scarica di } C  
b) \text{cambio stato dell'invertitore}$$



$$V_C = \frac{Q}{C} = \frac{\int I dt}{C} =$$

$$P_D = \int V_{DD} I dt = V_{DD} \left( \int I dt \right) = \\ = V_{DD} Q = V_{DD} \cdot C V_{DD} = C V_{DD}^2$$

$$\underline{\underline{E_c = \frac{1}{2} C V_{DD}^2}}$$

NOTA: per far arrivare l'uscita da 0 al valore  $V_{DD}$ , la batteria per caricare il condensatore ha fornito l'energia  $C * V_{DD}^2$ . Il condensatore è un serbatoio di energia e l'energia accumulata all'interno della sua struttura (e che potrà fornire in seguito) tale energia è  $E_c$ . Come si può vedere corrisponde alla metà dell'energia fornita dalla batteria e l'altra metà si trasforma invece in calore sulla resistenza dove scorre, quindi si è dissipato.

Quando il condensatore da  $V_{DD}$  deve passare a zero. Il condensatore si scarica verso massa attraverso il transistor che conduce. Quindi tutta l'energia nella fase di

scarica si va a scaricare attraverso il transistor MOS che riscalda tale transistor dissipando l'energia, poiché il transistor rappresenta una bassa resistenza.

Quindi alla fine in una doppia commutazione (0 e 1) la batteria si è scaricata del valore  $CV_{DD}^2$  e questo è legato appunto alle capacità parassite che se non ci fossero la batteria non sarebbe costretto a dare tale energia.

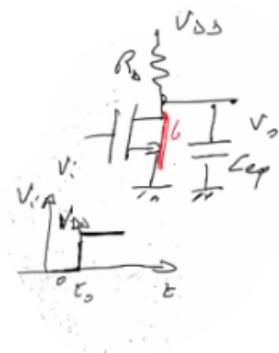
Questa è l'energia di una singola commutazione , però sappiamo che ne fa diverse con una frequenza di clock quindi la potenza totale è data da

$$P = CV_{DD}^2 f_c$$

Quindi come si vede è proporzionale al clock e quindi più è veloce il sistema e maggiore è la potenza dissipata.

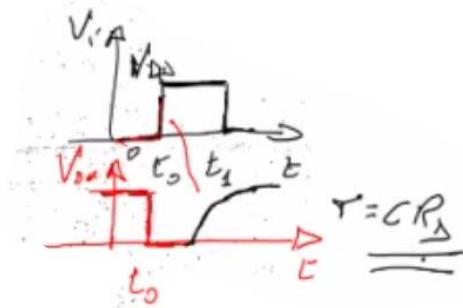
### Prodotto ritardo-potenza

Se prendiamo il circuito di prima e diamo in ingresso un ingresso a gradino ideale , quando l'ingresso è zero il transistor è interdetto, invece all'istante  $t_0+$  il transistor diventa un cortocircuito.



Se l'ingresso è passato da zero a uno l'uscita dovrà andare da  $V_{DD}$  verso zero. Per arrivare a zero è un condensatore che da carica  $V_{DD}$  si deve scaricare a zero con un costante di tempo  $\tau = R_{eq}C$  con  $R_{eq}$  si calcola mettendo al posto del condensatore una batteria e vedendo la resistenza dal suo punto di vista e annullando la presenza

dei generatori indipendenti.

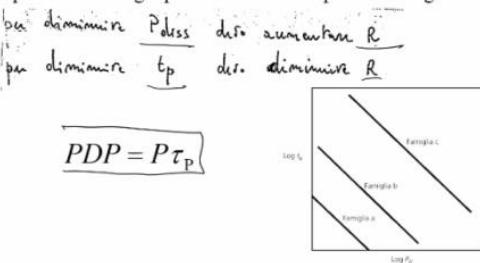


Il tempo di propagazione  $t_{PLH}$  diminuisce quando  $R_d$  diminuisce, però essendo che l'apotenza dissipata dipende da  $P_{diss} = \frac{1}{2} \frac{V^2}{R}$  e quindi al diminuire della resistenza aumenta la potenza dissipata.

La potenza e il ritardo di propagazione sono in concorrenza tra di loro. Quindi in questo caso bisogna fare dei compromessi. Questo compromesso è quello che definisce un fattore di merito ovvero il **prodotto ritardo-potenza**.

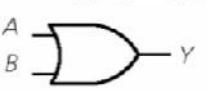
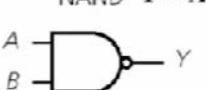
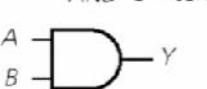
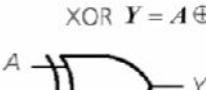
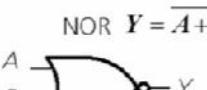
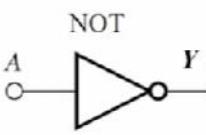
$$PDP = P\tau_p$$

- Il prodotto ritardo-potenza dissipata è un modo per confrontare le prestazioni di famiglie logiche differenti e rappresenta la quantità di energia per effettuare una operazione logica



## Porte logiche elementari

Le porte logiche fanno operazioni digitali sui segnali digitali e le porte logiche più famose sono

<b>OR</b> $Y = A + B$  $A$ $B$ $Y$	$A \quad B \quad   \quad Y$ <table border="1" style="display: inline-table; vertical-align: middle;"> <tr><td>0</td><td>0</td><td>0</td></tr> <tr><td>0</td><td>1</td><td>1</td></tr> <tr><td>1</td><td>0</td><td>1</td></tr> <tr><td>1</td><td>1</td><td>1</td></tr> </table>	0	0	0	0	1	1	1	0	1	1	1	1
0	0	0											
0	1	1											
1	0	1											
1	1	1											
<b>NAND</b> $Y = \overline{A \cdot B}$  $A$ $B$ $Y$	$A \quad B \quad   \quad Y$ <table border="1" style="display: inline-table; vertical-align: middle;"> <tr><td>0</td><td>0</td><td>1</td></tr> <tr><td>0</td><td>1</td><td>1</td></tr> <tr><td>1</td><td>0</td><td>1</td></tr> <tr><td>1</td><td>1</td><td>0</td></tr> </table>	0	0	1	0	1	1	1	0	1	1	1	0
0	0	1											
0	1	1											
1	0	1											
1	1	0											
<b>AND</b> $Y = A \cdot B$  $A$ $B$ $Y$	$A \quad B \quad   \quad Y$ <table border="1" style="display: inline-table; vertical-align: middle;"> <tr><td>0</td><td>0</td><td>0</td></tr> <tr><td>0</td><td>1</td><td>0</td></tr> <tr><td>1</td><td>0</td><td>0</td></tr> <tr><td>1</td><td>1</td><td>1</td></tr> </table>	0	0	0	0	1	0	1	0	0	1	1	1
0	0	0											
0	1	0											
1	0	0											
1	1	1											
<b>XOR</b> $Y = A \oplus B$  $A$ $B$ $Y$	$A \quad B \quad   \quad Y$ <table border="1" style="display: inline-table; vertical-align: middle;"> <tr><td>0</td><td>0</td><td>0</td></tr> <tr><td>0</td><td>1</td><td>1</td></tr> <tr><td>1</td><td>0</td><td>1</td></tr> <tr><td>1</td><td>1</td><td>0</td></tr> </table>	0	0	0	0	1	1	1	0	1	1	1	0
0	0	0											
0	1	1											
1	0	1											
1	1	0											
<b>NOR</b> $Y = \overline{A + B}$  $A$ $B$ $Y$	$A \quad B \quad   \quad Y$ <table border="1" style="display: inline-table; vertical-align: middle;"> <tr><td>0</td><td>0</td><td>1</td></tr> <tr><td>0</td><td>1</td><td>0</td></tr> <tr><td>1</td><td>0</td><td>0</td></tr> <tr><td>1</td><td>1</td><td>0</td></tr> </table>	0	0	1	0	1	0	1	0	0	1	1	0
0	0	1											
0	1	0											
1	0	0											
1	1	0											
<b>NOT</b>  $A$ $Y$	$A \quad   \quad Y$ <table border="1" style="display: inline-table; vertical-align: middle;"> <tr><td>0</td><td>1</td></tr> <tr><td>1</td><td>0</td></tr> </table>	0	1	1	0								
0	1												
1	0												

Lo schema per fare operazioni è simile a quello dell'inverter. L'inverter infatti è il componente base perché un numero in serie o in parallelo fanno l'operazioni digitali.



Fig. 1

Tabella della verità

A	B	Y
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	0

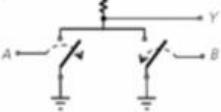


Fig. 2

A	B	Y
0	0	1
0	1	1
1	0	1
1	1	0

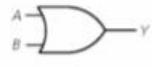
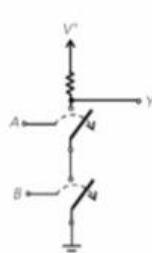


Fig. 3

Tabella della verità

A	B	Y
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

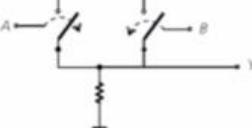
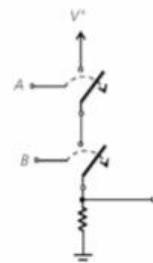


Fig. 4

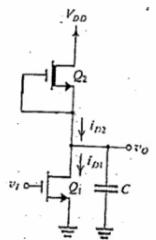
A	B	Y
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1



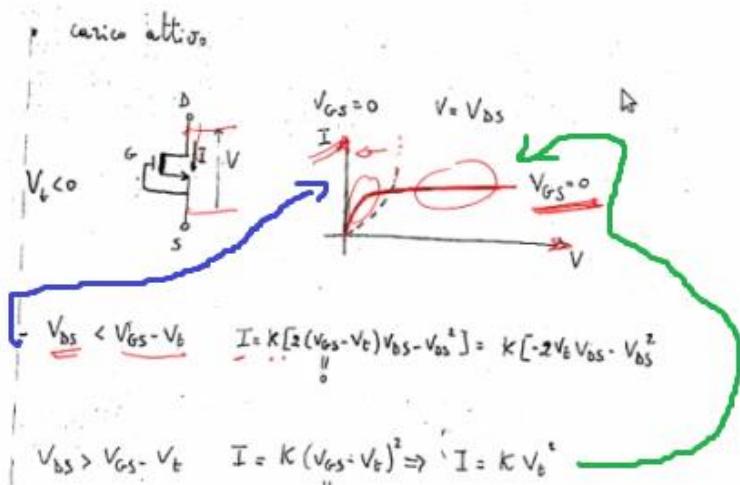
NOTA: in questi circuiti il transistor è schematizzato con un interruttore controllato. Inoltre bisogna ricordarsi che in uscita c'è sempre un condensatore equivalente attaccato dovuto alle componenti parassite.

### Circuiti digitali in tecnologia NMOS

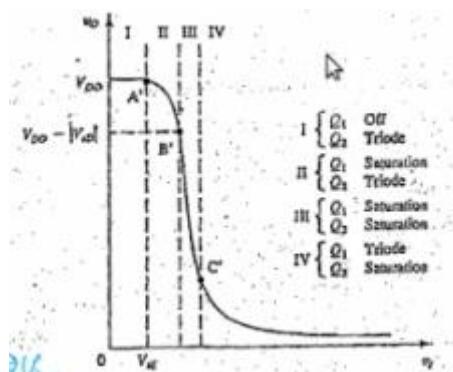
Per l'inverter serve una funzione di trasferimento che ha grafico verticale (mentre il nostro era inclinato) e in parte questo problema è stato risolto utilizzando al posto di un carico passivo (resistenza) un carico attivo (un transistor n mos a svuotamento).



Come visto il transistor ha il gate in cortocircuito con il source q quindi il potenziale  $V_{GS} = 0$  e quindi questo transistor è sempre in ON. La caratteristica del transistor è sempre quella dove  $V_{GS} = 0$  e il transistor può trovarsi in zona di triodo o in zona di saturazione e questo dipende da  $V_{DS}$ .



Risolvendo come fatto in precedenza l'equazione alla maglia di uscita e risolvendola graficamente ricordiamo che otteniamo il grafico

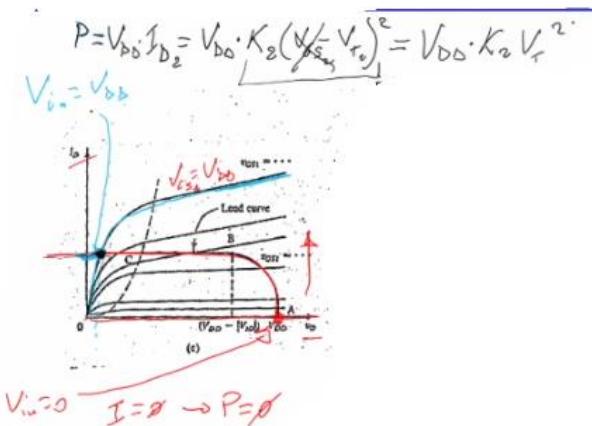


NOTA: idealmente nel punto di saturazione la pendenza è verticale e quindi è molto simile alla funzione che stiamo cercando. Ricordiamo però che questa struttura fa sì che Q2 risente dell'effetto body se costruito su un unico substrato e questo fa sì che il guadagno di questa struttura dipende dalla logica del rapporto  $A_V = K_1/K_2$ .

Questo però non è il solo problema, l'altro problema è dovuto alla dissipazione. Se vediamo il punto di lavoro del circuito. L'inverter logico ha solo segnali discreti in

ampiezza (0 o 1). Se vediamo la potenza dissipata in statica dobbiamo calcolare la potenza dissipata  $P = V_{DD} I$  nelle due condizioni , ovvero ingresso basso e ingresso alto (0 o 1).

- Se  $V_i = 0V$  il transistor Q1 è interdizione, allora il punto di lavoro è dato da
- Se  $V_i = V_{DD}$

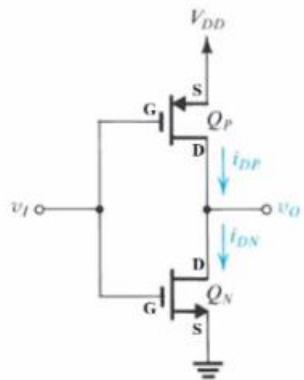


Inoltre abbiamo la potenza dissipata in dinamica dovuta alle capacità parassite data da  $P_D = V_{DD}^2 Cf$ .

La componente  $P = V_{DD} K_2 V_T^2$  è la componente principale in termini di consumo di potenza di questo tipo di converter di tipo NMOS. Questo è un problema perché tutta questa potenza si trasforma in calore. E inoltre dobbiamo confrontarci con la logica del rapporto quindi una serie di compromessi.

## Circuiti digitali in tecnologia CMOS

La soluzione dei problemi sopra è un circuito che usa la tecnologia CMOS. La tecnologia CMOS come avevamo visto risolve il problema dell'effetto body, quindi non c'è più la logica del rapporto poiché la transcaratteristica non dipende dal rapporto delle aree.



Per trovarci la transcaratteristica bisogna risolvere l'equazione alla maglia con il metodo grafico. L'equazione alla maglia dice

$$V_{DD} - V_{SD_p} = V_{DS_N}$$

$$V_{GS_N} = V_i$$

Al posto di dire  $V_{GS}$  negativo usiamo:

$$V_{SG_P} = V_S - V_G > 0$$

$$V_{SG_P} = V_{DD} - V_i$$

$$V_{DS_N} = V_O$$

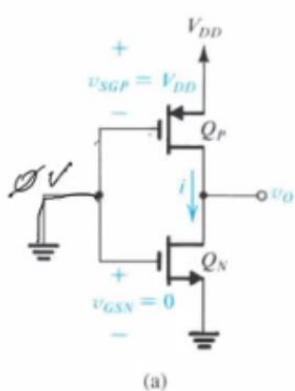
$$V_{SD_p} = V_{DD} - V_O$$

L'idea complementare funziona che i due transistor funzionano in maniera complementare tra loro, nel senso che mentre un transistor conduce l'altro transistor va verso l'interdizione.

Gli estremi in una struttura digitale possono essere 0 o 1.

### Caso ingresso 0v

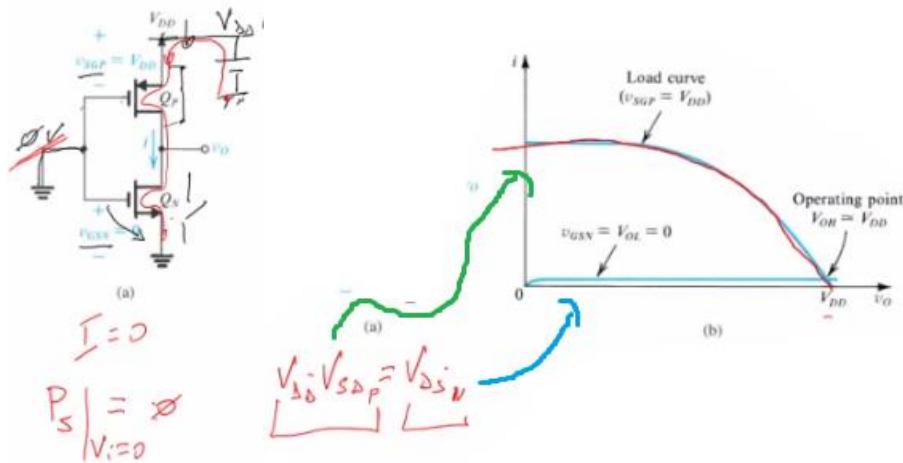
Quando l'ingresso è a zero volt, significa che i due ingressi sono collegati a massa



Quindi questi due transistor:

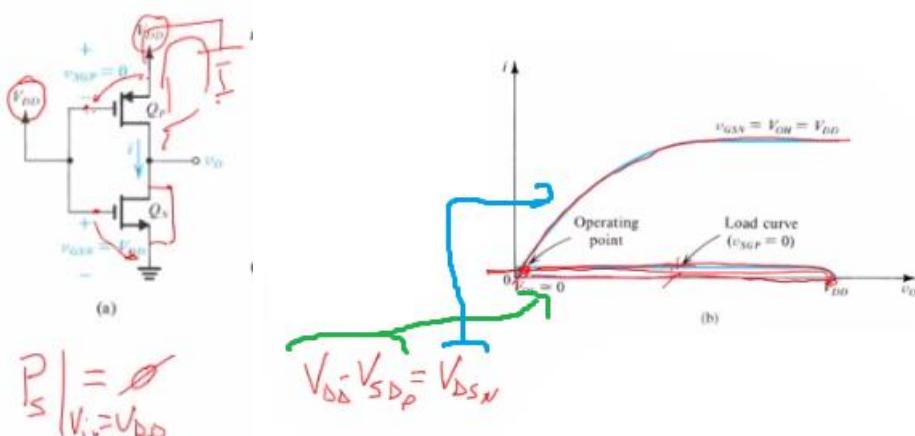
- $Q_N$ : ha come  $V_{in} = 0$  quindi è sottosoglia e il transistor è interdetto (circuito aperto);
- $Q_P$ : ha come ingresso  $V_{DD} - 0 > 0$  quindi questo transistor conduce (corto circuito).

Per scorrere corrente ci deve essere un percorso chiuso, ma tale percorso non c'è perché c'è il circuito aperto



### Caso ingresso $V_{DD}$

In questo caso il transistor NMOS è in conduzione (corto circuito) e il transistor PMOS invece in questo caso è aperto (circuito aperto). Quindi anche in questo caso non scorre corrente.



Quindi questo circuito in statica non consuma potenza, che era il problema più grande del NMOS del carico a svuotamento.

NOTA: come si può vedere che il livello alto corrisponde a zero e il livello basso corrisponde a V\_DD quindi come si può vedere questo è un altro lato positivo della tecnologia CMOS perché utilizza tutta la dinamica possibile. E inoltre la corrente in entrambe le situazioni è zero quindi la potenza dissipata è zero.