分类号： TP391 单位代码： 10335

密 级：非涉密论文 学 号： 21325108



硕士学位论文



**中文论文题目：****基于权值软分配**K-Means**改进的点云 分割算法及其在大尺度零部件虚拟装配的应用**

**英文论文题目：**An Improved Point Cloud Segmentation Algorithm Based On Dynamic Weight Distribution K-Means Clustering and Its Application to Large-Scale Parts Assembly in Virtual Environments

申请人姓名： 周彭晨

指导教师： 刘振宇 教授

合作导师：

专业名称： 机械设计及理论

研究方向： 虚拟装配技术

所在院系： 机械工程学院

**论文提交日期 二零一六年三月**

**基于权值软分配**K-Means**改进的点云分割算法及其在大尺度零部件虚拟装配的应用**

****

**论文作者签名:**

**指导教师签名:**

论文评阅人1：

评阅人2：

评阅人3：

评阅人4：

评阅人5：

答辩委员会主席：

委员1：

委员2：

委员3：

委员4：

委员5：

答辩日期： 2016年3月16日

浙江大学研究生学位论文独创性声明

本人声明所呈交的学位论文是本人在导师指导下进行的研究工作及取得的研究成果。除了文中特别加以标注和致谢的地方外，论文中不包含其他人已经发表或撰写过的研究成果，也不包含为获得 **浙江大学** 或其他教育机构的学位或证书而使用过的材料。与我一同工作的同志对本研究所做的任何贡献均已在论文中作了明确的说明并表示谢意。

学位论文作者签名： 签字日期： 年 月 日

学位论文版权使用授权书

本学位论文作者完全了解 **浙江大学** 有权保留并向国家有关部门或机构送交本论文的复印件和磁盘，允许论文被查阅和借阅。本人授权 **浙江大学** 可以将学位论文的全部或部分内容编入有关数据库进行检索和传播，可以采用影印、缩印或扫描等复制手段保存、汇编学位论文。

（保密的学位论文在解密后适用本授权书）

学位论文作者签名： 导师签名：

签字日期： 年 月 日 签字日期： 年 月 日

致谢

**周彭晨** 谨致

二零一六年三月于求是园

摘要

在航空领域，大尺度零部件装配过程检测、总装检测存在两大困难。首先，测量操作困难，并且传统的检测方法如三坐标测量机打点检测效率低，检测数据相较于理想模型不能直观观测，对提高实际装配效率作用有限。其次，大尺度零部件（特别是航天领域中大尺度碳纤维缠绕成型零部件）受力之后容易变形，在装配之前对该零部件的精度无法预知。这造成实际生产中装配过程检测、总装检测的装配精度具有一定的不可预知性。

针对上述问题本文提出了大尺度零部件点云模型虚拟装配及装配精度检测技术。通过3D激光扫描仪快速获取用于装配的大尺度零部件的高精度点云模型[[1]](#endnote-1)，结合设计模型的理想装配位置信息和实际装配的工装定位误差，利用点云模型配准[[2]](#endnote-2)和特征分割[[3]](#endnote-3)等技术获取点装配过程中实际装配信息。针对现有点云模型分割算法的缺陷，为了获取更有效的装配信息进行装配误差的检测并生成指导意义的修配方案，本文借鉴无监督学习中的高维数据特征聚类思想，提出基于权值软分配K-Means[[4]](#endnote-4)改进的RANSAC点云分割算法，改进传统RANSAC算法迭代过程中狭小特征的局部收敛问题[[5]](#endnote-5)。

第一章综述了点云模型虚拟装配和装配精度检测关键技术国内外研究现状，包括虚拟装配与装配精度检测技术、点云模型特征分割技术、高维数据特征聚类技术，讨论了上述技术目前存在的问题，阐述了本文的研究内容和研究意义，介绍了本文的组织结构。

第二章提出了利用点云模型及其相关技术解决大尺度零部件装配精度检测的虚拟装配解决方案。提出了利用点云模型、设计模型、装配工装定位等装配信息在虚拟环境中模拟装配过程，并对装配精度进行检测，并反馈有指导意义的修配方案。解决了航空领域中大尺度零部件的装配精度检测存在的两大问题，从理论和实践论证了方案的可行性。最后，与实际测量结果对比分析方案中存在的缺陷以及需要改进的方面。

第三章主要针对上一章论述的方案中存在的缺陷进行了详细的理论和实践研究。首先，对关键技术点云模型特征分割的基本理论和算法进行研究，分析点云分割算法框架并论证其优缺点。其次，结合上一章的方案，论述方案中的RANSAC分割算法的算法原理、算法实现、性能分析。

第四章主要论述RANSAC算法的缺陷和改进。首先，对RANSAC算法在当前方案中的应用存在的缺陷进行全面的分析。其次，分析权值软分配K-Means算法和高维数据聚类思想，论述其对RANSAC算法缺陷改进的帮助。最后，综合提出基于权值软分配K-Means改进的RANSAC算法原理、算法实现、性能分析。

第五章引入改进的RANSAC算法开发点云模型虚拟装配系统，介绍了系统的总体设计和系统各个功能模块。系统分为点云预处理模块、点云配准模块、点云分割模块、精度检测计算引擎、修配方案模块。分别完成大尺度零部件的虚拟装配模拟，装配精度分析和修配指导方案的生成。该系统为大尺度零部件装配精度检测和修配方案指定提供了高效和高精度的解决方案，提高实际装配生产效率。

第六章总结本文的研究成果，并对今后的研究工作进行了展望。

关键词：大尺度零部件、虚拟装配、装配精度检测、点云模型、无监督学习、聚类、点云分割、权值软分配、K-Means、RANSAC算法

ABSTRACT

**Key words**:

目录

[致谢 I](#_Toc434955182)

[摘要 II](#_Toc434955183)

[ABSTRACT IV](#_Toc434955184)

[目录 V](#_Toc434955185)

[第1章 绪论 1](#_Toc434955186)

[1.1 引言 1](#_Toc434955187)

[1.2 国内外研究现状 3](#_Toc434955188)

[1.2.1 点云模型的特征分割技术 4](#_Toc434955189)

[1.2.2 高维数据特征聚类技术 4](#_Toc434955190)

[1.2.3 虚拟装配与装配精度检测技术 4](#_Toc434955191)

[1.3 研究内容与意义 7](#_Toc434955192)

[1.4 本文组织与框架 7](#_Toc434955193)

[第2章 虚拟装配中点云模型分割基本理论与RANSAC算法 8](#_Toc434955194)

[2.1 引言 9](#_Toc434955195)

[2.2 虚拟装配中模型特征定义和模型特征分割基础理论 9](#_Toc434955196)

[2.2.1 虚拟装配中模型特征的函数定义 9](#_Toc434955197)

[2.2.2 点云模型特征分割理论概述 9](#_Toc434955198)

[2.2.3 点云模型特征分割算法RANSAC理论概述 9](#_Toc434955199)

[2.3 点云模型特征分割算法RANSAC的实现 9](#_Toc434955200)

[2.3.1 RANSAC特征分割算法原理 9](#_Toc434955201)

[2.3.2 RANSAC特征分割算法模块设计 9](#_Toc434955202)

[2.3.3 RANSAC特征分割算法性能优化 9](#_Toc434955203)

[2.4 算法实现的实验与结果分析 9](#_Toc434955204)

[2.4.1 RANSAC特征分割算法实例测试 9](#_Toc434955205)

[2.4.2 RANSAC特征分割算法优劣分析 9](#_Toc434955206)

[2.5 本章小结 9](#_Toc434955207)

[第3章 基于权值软分配的K-Means改进的RANSAC算法 10](#_Toc434955208)

[3.1 引言 11](#_Toc434955209)

[3.2 高维无标签数据的聚类分析技术 11](#_Toc434955210)

[3.2.1 高维点云模型数据与聚类模型算法 11](#_Toc434955211)

[3.2.2 高维数据聚类的有效性评测函数及其泛化 11](#_Toc434955212)

[3.2.3 高维数据聚类的有效性及其归一化函数 11](#_Toc434955213)

[3.3 基于K-Means聚类算法的特征聚类器技术 11](#_Toc434955214)

[3.3.1 经典聚类算法K-Means及其优缺点分析 11](#_Toc434955215)

[3.3.2 经典聚类算法K-Means现有改进方法对比 11](#_Toc434955216)

[3.3.3 K-Harmonic Means聚类算法设计与实现 11](#_Toc434955217)

[3.3.4 K-Harmonic Means聚类算法的实例应用 11](#_Toc434955218)

[3.4 权值软分配的K-Means特征聚类器算法实现与分析 11](#_Toc434955219)

[3.4.1 引入K-Harmonic Means的权值软分配思想的聚类算法 11](#_Toc434955220)

[3.4.2 权值软分配的K-Means特征聚类器算法流程和实现 11](#_Toc434955221)

[3.4.3 权值软分配的K-Means特征聚类器算法实验结果与分析 11](#_Toc434955222)

[3.5 引入特征聚类器改进的RANSAC特征分割算法 11](#_Toc434955223)

[3.5.1 传统RANSAC特征分割算法存在缺陷的理论论证 11](#_Toc434955224)

[3.5.2 针对传统RANSAC特征分割算法缺陷的改进思路与算法流程 12](#_Toc434955225)

[3.5.3 基于权值软分配K-Means改进的RANSAC特征分割算法 12](#_Toc434955226)

[3.6 基于权值软分配K-Means改进的RANSAC算法实现与实验分析 12](#_Toc434955227)

[3.6.1 基于权值软分配K-Means改进的RANSAC算法的模块设计与实现 12](#_Toc434955228)

[3.6.2 基于权值软分配K-Means改进的RANSAC算法的实验结果与分析 12](#_Toc434955229)

[3.7 本章小结 12](#_Toc434955230)

[第4章 大尺度零部件基于特征分割的虚拟装配与其装配精度检测 13](#_Toc434955231)

[4.1 引言 13](#_Toc434955232)

[4.2 大尺度零部件虚拟装配的总体解决方案 13](#_Toc434955233)

[4.2.1 自顶向下的大尺度零部件虚拟装配方案 13](#_Toc434955234)

[4.2.2 基于大尺度零部件虚拟装配的装配精度检测 13](#_Toc434955235)

[4.3 基于特征分割的大尺度零部件虚拟装配 13](#_Toc434955236)

[4.3.1 基于特征分割的大尺度零部件虚拟装配方法 13](#_Toc434955237)

[4.3.2 引入装配误差信息的大尺度零部件的虚拟装配 13](#_Toc434955238)

[4.4 大尺度零部件基于虚拟装配的装配精度检测 13](#_Toc434955239)

[4.4.1 虚拟装配中的精度检测和大尺度零部件形位误差的评价函数 13](#_Toc434955240)

[4.4.2 留一验证(LOOCV)算法与大尺度零部件形位误差的评价函数优化 13](#_Toc434955241)

[4.5 大尺度零部件基于虚拟装配的装配精度检测应用实例 13](#_Toc434955242)

[4.6 本章小结 13](#_Toc434955243)

[第5章 虚拟装配原型系统开发及其应用 14](#_Toc434955244)

[5.1 引言 14](#_Toc434955245)

[5.2 开发平台及工具 14](#_Toc434955246)

[5.3 原型系统总体设计 14](#_Toc434955247)

[5.3.1 系统总体架构 14](#_Toc434955248)

[5.3.2 系统功能模型 14](#_Toc434955249)

[5.4 原型系统实现及应用 14](#_Toc434955250)

[5.4.1 点云模型预处理模块 14](#_Toc434955251)

[5.4.2 点云模型配准和点云模型精度检测模块 14](#_Toc434955252)

[5.4.3 点云模型特征分割与虚拟装配模块 14](#_Toc434955253)

[5.4.4 虚拟装配中的装配精度检测模块 14](#_Toc434955254)

[5.5 本章小结 14](#_Toc434955255)

[第6章 总结与展望 15](#_Toc434955256)

[6.1 全文总结 15](#_Toc434955257)

[6.2 工作展望 15](#_Toc434955258)

[附录一：权值软分配K-Means特征聚类器程序 16](#_Toc434955259)

[附录二：RANSAC特征分割程序 17](#_Toc434955260)

[参考文献 18](#_Toc434955261)

# 绪论

【本章摘要】综述了点云模型虚拟装配和装配精度检测关键技术国内外研究现状，包括虚拟装配与装配精度检测技术、点云模型特征分割技术、高维数据特征聚类技术，讨论了上述技术目前存在的问题，阐述了本文的研究内容和意义，介绍了本文的组织结构。

## 引言

在航空领域，多数机械结构都是由特种材料纤维缠绕成型的大尺寸构件总装成的大型结构，按照习惯我们称之为大尺度零部件。大尺度零部件装配过程检测、总装检测存在两大困难：一，航空领域的机械结构装配精度要求很高，而且由于尺寸的限制和装配工艺要求使得测量操作困难，并且传统的检测方法如三坐标测量机打点检测效率低，检测数据相较于理想模型不能直观观测，对提高实际装配效率作用有限；二，航空领域的特种材料纤维缠绕轴向强度和模量高，密度低，但是径向模量相对于传统金属材料要低，因此这种特种材料纤维缠绕成型的零件受力容易变形。因为零件特殊的制造工艺和特种材料的特点导致在装配成型之前对该零部件的精度无法预知。上述两个困难造成实际生产中大尺度零部件装配操作困难，装配精度检测困难。图 1‑1 大尺度零部件装配示意图。



图 1‑1 大尺度零部件装配示意图

虚拟装配技术可以为上述问题的解决提供一条新的思路。虚拟装配技术是以实际大尺度零件的三维模型为基础，在计算机上借助虚拟现实技术来仿真装配的全过程，通过对装配仿真模拟及其相关特性的分析来实现对产品装配的分析和评价，并制定相应的合理方案等[[6]](#endnote-6)。如图 1‑2大尺度零部件，在装配中运用虚拟装配技术可以优化产品的装配工艺设计，减少甚至避免装配过程中低效率的重复操作，从而大大地缩短产品的装配周期，同时提高产品的装配质量和效率。



图 1‑2大尺度零部件

但是，目前的虚拟装配技术主要应用在产品设计阶段，虚拟装配中通常以理想的零件设计模型为基础，并没有引入实际生产中大尺度零件的尺寸和形状误差等信息。为了将虚拟装配技术应用到加工制造后的装配分析阶段，需要装配模型不是纯粹的理想零件模型，要能够反映加工后的形状、尺寸和定位误差等信息，真实模拟实物模型，这就需要对装配的实际大尺度零件进行3D激光扫描获取点云模型数据。虽然三维点云模型直接代表了实物模型的表面几何信息，但是不能够直接进行装配仿真分析，为了克服这一

难题，实现面向装配阶段的虚拟装配，提高大尺度零部件装配效率，研究通过点云模型的特征分割获取虚拟装配过程需要的几何信息的技术是十分必要的。

## 国内外研究现状

国外虚拟装配的研究起始于20世纪90年代中前期，华盛顿州立大学与美国国家标准技术研究所最早进行虚拟装配研究，他们联合开发了虚拟装配设计环境VADE[[7]](#endnote-7)，这标志着虚拟现实技术在装配领域的成功应用，这项研究被认为是虚拟装配研究领域的里程碑。随后，德国、英国、加拿大、希腊等国的著名高校和研究机构都开展虚拟装配的研究。国内对虚拟装配的研究起步于20世纪90年代末期，发展速度比较快，取得了不少研究成果。虚拟装配发展迄今为止可分为三个阶段[[8]](#endnote-8)：

1. 虚拟装配理论的提出与完善阶段
2. 虚拟装配原型系统的开发阶段
3. 虚拟装配在工业界的应用研究阶段

目前国外虚拟装配技术的发展已经进入了第三阶段，以法国达索为代表的大公司开始了虚拟装配的工业应用。国内虚拟装配的研究目前正处于从第二阶段向第三阶段过渡的状态即原型系统开发或部分试用阶段。

点云模型技术早在20世纪80年代就有人提出，Levoy和Whitted提出直接用3D点作为基础图元绘制复杂的三维几何模型[[9]](#endnote-9)，由于当时计算机科学水平的限制并没有引起人们过多的关注。近年来，随着模型多边形复杂度的剧增，点云模型的优势越发明显，以点云为研究对象的基于3D点的计算机图形学已经越来越受到关注。基于3D激光扫描建立点云模型的数字几何处理技术成为图形学中的一个研究热点。如何根据目标设计需求对3D激光扫描仪扫描获取的点云模型进行修改、重用，已成为一个重要问题。作为获取点云模型深度信息关键技术的点云模型的特征分割也由此提出，并成为近年来图形学方面的一个热点问题。

聚类技术随着数据挖掘这些年的发展已经成为一个热点研究的领域。聚类分析的目的是将数据划分成有意义或有用的类。当目标是划分成有意义的类，则类能发现数据的自然结构。随着计算机科学的发展，聚类分析在心理学、社会科学、生物学、统计学、模式识别、信息检索、机器学习等广泛领域扮演着越来越重要的角色。目前聚类算法主要分为层次化聚类方法、分为式聚类方法、基于密度的聚类方法、基于网格的聚类方法、基于核的聚类算法、基于谱的聚类方法、基于模型的聚类方法、基于遗传算法的聚类方法、基于 SVM 的聚类方法、基于神经网络的聚类方法等。

点云模型的分割技术应用到大尺度零部件装配精度的检测需要上面提到的虚拟装配技术、点云模型相关技术、高维数据的特征聚类等三项关键技术。现在针对上述的三项关键技术分别综述其国内外的研究现状。

### 点云模型的特征分割技术

在Mangan，Wu[[[10]](#endnote-10)]等研究工作之后，三维模型分割问题逐渐成为热点研究课题之一。三维模型分割，是指根据一定的几何及拓扑特征，将封闭的三维网格多面体、或者可定向的二维流形，依据其表面几何、拓扑特征，分解为一组数目有限、各自具有简单形状意义的、且各自连通的三维模型子块的工作。对三维模型分割研究影响巨大的早期背景研究工作有两个方面。一个背景是计算几何的凸分割。其目的是把非凸的多面体分解为较小的凸多面体，以提高图形学绘制和渲染的效率。该工作已经有了广泛的研究，多数算法难以实现和调试。实际应用往往不去分割多面体，而是分割它的边界－－多边形网格。多面体网格边界的分割算法容易实现、复杂形体的计算量往往是线性的[[[11]](#endnote-11)]。另外一个是计算机视觉中的深度图像分割，其处理的深度图像往往具有很简单的行列拓扑结构，而不是任意的，故此其分割算法相对简单[[[12]](#endnote-12)]。

根据几何模型的类别不同，模型分割可分为图像分割[[[13]](#endnote-13)]、三角网格分割[[[14]](#endnote-14)]、点云分割[[[15]](#endnote-15)]等。本文研究点云模型的分割算法，常用的点云模型分割算法主要包括基于边缘的分割算法、基于区域的分割算法、基于聚类的分割算法以及混合分割算法等。

基于边缘的分割算法是从纯数学的角度出发，认为测量点的法矢突变或者曲率突变是一个区域与另一个区域的边界，并将封闭边界包围的区域作为最终的分割结果。算法的关键在于如何识别边界部分。

Woo H, Kang E等[[[16]](#endnote-16)]对点云进行空间栅格划分，采用八叉树来组织栅格结构，并利用法矢偏差作为栅格细分和特征提取的依据。

董明晓等[[[17]](#endnote-17)]将数据点中曲率变化较大的点提取出来作为边界点，从而将点云数据分割成多个区域。

柯映林等[[[18]](#endnote-18)]则选择首先进行栅格划分，然后计算当前栅格曲率与相邻栅格曲率之间的差值，利用该差值提取特征栅格，最后根据特征栅格来获得点云边界，实现空间散乱点云的区域分割。

莫堃等[[[19]](#endnote-19)]利用3D活动轮廓模型实现了点云模型分割，为去除噪声对分割效果的影响，算法构造符号距离函数用于估算点云的平均曲率，并用中值滤波进行了点云去噪。

基于区域的分割算法包含自底向上和自顶向下两种思路。自底向上算法就是通常所说的区域增长算法，首先选定种子点，由种子点开始向外扩散，判断其周围邻域点是否同属于一个曲面，一直扩散直到邻域不存在连续点集，最后组合这些邻域构成区域。算法的关键是区域增长策略。

Rabbani T.等[[[20]](#endnote-20)]利用点的法向量及其冗余量作为区域增长的依据，通过点云的蔓延得到相应的分割区域来实现散乱点云分割。

吴世雄，王成勇[[[21]](#endnote-21)]根据采样点邻域内点云主方向的曲率变化大小确定边界，然后利用区域增长实现区域分割。

自顶向下算法又称为层次分解算法，首先假设所有的点都属于同一个面片，然后采用八叉树[[[22]](#endnote-22)]、K-D树[[[23]](#endnote-23)]、层次有向包围盒树(OBBTree)[[[24]](#endnote-24)]等空间层次树数据结构进行层次剖分，得到不同细节层次的分解结果。

基于聚类的分割算法是将点云模型的区域分割看成具有一定几何特征参数的数据点的分类过程。

Besl P., Jain R.等采用曲面元分类，从而对点云模型进行分割[[[25]](#endnote-25)]。首先对点云模型按照平方差评估获取点云面片的曲面元类别（即对点云模型的曲面按特征类型不同进行分类），其次将点云模型每个面片与曲面的类比进行对比分析从而将点云模型进行分割。

Yamauchi H, Lee S等采用了MeanShift聚类进行点云模型的分割[[[26]](#endnote-26)]，主要是通过对面片的法向计算分类时引入面片的chartification技术，这一举动可以很好的识别出特征并且可以应用于多中复杂特征分割。

史桂蓉等则提出了自组织特征映射网络(SOFM)，使用SOFM进行点云的区域分割，选用点云数据点的坐标、法向量六维向量作为SOFM的输入，通过改进SOFM的学习算法，加入输入权和距离权，加速了分割的速度和正确性[[[27]](#endnote-27)]。

马腾等采用谱聚类将分割问题转化为图切割问题，然后根据归一化的非对称Laplacian矩阵构造谱聚类空间，最后通过移除掉多余的特征向量，在一个更低维的空间中找到了分割问题的松弛解顺利实现了点云模型的分割[[[28]](#endnote-28)]。

Dubai R. O., Hart P. E.等将点云模型的分割问题转换为机器学习中的非监督机器学习问题，利用不同的及其学习算法对点云模型的数据进行机器学习分析，构建适应较好的基于机器学习的点云模型分割系统，这其中就提出了利用K-Means聚类算法对点云模型进行分割[[[29]](#endnote-29)]。

Zhao J. H. 和Li D. R.针对点云因镜像反射等原因造成的传统的分割算法无法良好的分割出点云模型中模糊的分界线的问题，利用模糊聚类算法对点云模型进行分割并取得良好的效果[[[30]](#endnote-30)]。

基于聚类的分割方法缺点是不同的聚类准则能得到不同的聚类结果，从而使得某个聚类分割方法只能对某些特定的模型适用，并且算法容易出现细碎的小面片，需要进一步处理。基于边缘的分割算法和基于区域的分割算法各自存在不足。基于边缘的分割算法的缺点是易受噪声点影响而导致边缘定位精度较差；基于区域的分割算法的问题是种子点的选择与分布会影响区域计算的结果与效率且采用何种区域增长依据对分割结果的影响较大，可能会产生欠分割或过分割的情况。两种算法结合使用能一定程度上克服这些不足，混合分割算法因此被提出的。混合分割算法通常会包括两个或多个步骤，在一些步骤中使用基于边缘的分割算法，另一些步骤则使用基于区域的分割算法，为了两种分割算法能有效结合，通常需要对两者做一些改进。

Yokoya和Levine M D等[[[31]](#endnote-31)]提出一种混合分割方法，首先通过曲面的高斯曲率和平均曲率进行初始区域分割，然后用基于边的方法对初始区域分割进行边界提取得到最后的区域分割。

肖春霞，冯结青等[[[32]](#endnote-32)]首先利用Level Set方法[[[33]](#endnote-33)]计算点云模型上两点间的测地线,然后将多条测地线首尾相连形成封闭轮廓，以该封闭轮廓作为分割边界来辅助分割，最后采用区域增长的方式来获得分割区域内的点，其中区域增长采用Level Set演化曲面来实现。

### 高维数据特征聚类技术

聚类问题已出现于很多不同应用中，如数据挖掘和知识发现[[[34]](#endnote-34)]、数据压缩和向量量化[[[35]](#endnote-35)]、模式识别和模式分类[[[36]](#endnote-36)]。发现合适的类要根据不同的应用来进行，并且根据不同的标准，可以有多种不同的方法来发现类，其中包括了基于分裂和合并的方法。G. H. Ball提出的ISO Data高维数据类型的聚类分析方法[[[37]](#endnote-37)]。R. T. Ng提出的基于选择的方法CLARA[[[38]](#endnote-38)]。Gabrys B提出的模糊神经网络聚类方法[[[39]](#endnote-39)]。

基于最小化目标函数的聚类方法中，研究与使用得最为广泛的方法就是K-Means聚类。在K-Means聚类中，给定d维空间中的N个数据对象（即）和一个整数k。要解决的问题是将N个d维数据划分到K个聚簇中，使同一个聚簇中的数据对象具有相似的属性。同时，每个聚簇都和一个“中心”值相关联，且这个值是数据所在类的代表。评判划分质量的手段之一是类内差异[[[40]](#endnote-40)]，它是指每个数据对象到聚簇中心的平方距离之和（欧几里德）。对于固定划分，每个中心的最优（某种程度上是指最小的类内差异）位置是每个类中所有数据对象的中心。而且对于固定的中心选择，最优的划分是将数据对象划分到距离最近的中心所在聚簇。K-means聚类算法（其中有几个变量）使用迭代的方法在固定数目K的聚簇上进行操作，其目标是同时最优化中心的位置及数据对象的分配。

大部分聚类算法都是针对低维度的数据而设计，也能在低维数据上取得较好的聚类效果，然而很多算法在高维数据上的性能并不好。这种现象称为“维数灾难”(Curse of Dimensionality)，它泛指在分析数据时遇到的由于特征（变量或属性）过多而引起的一系列问题。点云模型本身只存在三维空间里一系列的点坐标，维数并不高，但是在虚拟装配过程中只有模型的模型的点坐标并不足够完成装配，还需要有点云模型的自由度信息、位姿信息、干涉距离信息等辅助完成。10维以上的数据就可以认为是高维数据，如果点云模型包含上述全部信息则已经属于高维数据聚类分析的范畴，而且许多聚类算法在处理高维数据时就会遇到困难[[[41]](#endnote-41)]。

目前，一般适用两种方法解决高维数据上的聚类问题：一是特征转换；二是特征选择或者子空间聚类。特征转换一般通过主成分分析或奇异值分解等策略，把原始高维数据线性合并至一个低维的空间，然后使用传统的聚类算法（如K-Means）在该低维空间上进行聚类，从而达到降低维数的目的。特征选择则是选取有效的特征，然后将其组成相关的子空间，并在该子空间上执行聚类任务。特征选择一般适用贪心策略搜索不同的特征子空间，使用一些准则来评价各个子空间并选取最优子空间，从而找到相应的类[[[42]](#endnote-42)]。

### 虚拟装配与装配精度检测技术

虚拟装配是实际装配过程在计算机上的体现，是虚拟现实技术(Virtual Reality Technology)和CAD技术在工程问题中的典型应用，是现代先进生产制造技术的关键组成部分。在虚拟环境进行装配，缺乏像现实环境中存在的各种物理约束和感知能力，几何约束建模仍是主要的实现手段。虚拟环境中零件是依靠几何约束相互装配到一起，工装工具操作仿真、零件自由度模拟、装配运动仿真都依赖于几何约束信息来实现。精度检测主要包括了尺寸误差的检测和形位误差的检测，与尺寸误差中的长度误差、角度误差等相比，形位误差的评定难度相对来说较大，所以，如何准确地评定形位误差一直以来都受到了国内外学者的普遍关注。学术界长期以来比较流行的方法是最小二乘法（Least square Method，LSM），该方法虽然简便、易行，但存在着仅提供形位误差的近似评价结果、并不保证解的最小区域性等缺点，只是适用于对精度要求不太严格的情况，也可以作为其他方法的初始值。因此，其他形位误差评定的方法也在不断地被提出、发展和改进。对于虚拟装配以及精度检测相关的技术，有关学者从不同角度对他们的理论与实际应用进行了探索。

美国华盛顿州立大学的Sankar Jayaram等最早对虚拟装配进行了系统化的开发与研究，首次给出了虚拟装配的定义为：使用计算机，在没有物理实现产品或支持过程的情况下，通过分析模型、预测模型、数据的表达和可视化，作出或辅助作出与装配相关的工程决策[[43]](#endnote-43)[[44]](#endnote-44)。

德国Bielefeld大学B.Jung等将虚拟装配描述为在虚拟环境中使用如直接操作、语音命令等方式与虚拟现实交互构建虚拟产品原型[[45]](#endnote-45)。跟传统CAD的装配相比，虚拟装配的重点在于更加直观的人机交互，在虚拟环境中应当通过直接操作零件和语音命令的方式直接完成虚拟装配操作。

清华大学CIMS国家工程中心的张林煊、肖田元等对虚拟装配的定义为：虚拟装配是装配过程在计算机上的本质实现，是基于产品的数字化实体模型，在计算机上分析与验证产品的装配性能及工艺过程，从而提高产品的可装配性[[46]](#endnote-46)。装配包括两重含义：一是由零部件组成的静态的装配体，二是该装配体的形成过程。他们认为，虚拟装配泛指在计算机上的“装配”，是否在虚拟环境中装配，只是场景和表达方式差别，其应包含的两重含义不变。

华盛顿州立大学的Sankar Jayaram等研究了约束的识别、确认和求解问题，利用D-Cubed 3D DCM库来进行约束求解，在虚拟环境中模拟零件在受约束状态下的运动7。

英国Salford大学虚拟环境中心的Fernando等研究了基于几何约束的零件精确定位和三维操作，探讨了 “可行运动 ”和 “自动约束识别 ”等关键技术[[47]](#endnote-47)，开发了几何约束管理器，用来支持虚拟环境下装配和维修任务。

华中科技大学CAD中心的曹鹏彬等实现了基于装配约束动态管理的虚拟拆卸[[48]](#endnote-48)。研究了基于几何信息的虚拟拆卸过程中装配约束的动态管理机制，并实现了基于装配约束导航的虚拟拆卸。

浙江大学CAD＆CG国家重点实验室的刘振宇教授等也研究了虚拟环境下基于装配约束动态解除的产品拆卸技术[[49]](#endnote-49)。研究了虚拟拆卸过程中配合几何约束的自动解除方法。随着拆卸过程的递进，根据设计者的交互意图，适时取消零件所受的配合约束。

M. Burdekin等提出了一种称为“包容旋转法”方法用于平面度误差评定，并根据平面度误差的最小区域原则推理出了包容平面旋转的规则[[50]](#endnote-50)。

Kirsten Carr等建立了直线度、平面度和圆柱度误差的非线性数学模型[[51]](#endnote-51), [[52]](#endnote-52)，并通过适当的坐标和比例变换将该问题转换为了线性规划问题，确定合适的初始条件，可以是线性规划问题的解收敛于原始问题的解。

Jyunping Huang等提出了评定空间直线度误差和平面度误差时采用平行六面体包络进行计算的方法，在测点数据量很大时，具有明显的效率优势[[53]](#endnote-53)。但是，这种方法计算出来的误差值为近似值。

蔡婧等建立了六项形位误差的最小二乘法和最小区域法数学模型[[54]](#endnote-54)，包括平面直线度、空间直线度、平面度、圆度、圆柱度和同轴度等，对这些模型目标函数的基本性质进行了研究，并证明了它们的不可微性，最后利用实际的测量数据对目标函数的连续性及解的唯一性进行了分析。

郑鹏对应用线性规划进行形位误差评定研究的理论和方法进行了探讨，并用一个线性规划模型统一了各种形位误差的评定，根据该模型既可进行理论研究，又方便计算机程序运算，且解算快速，结果准确[[55]](#endnote-55)。

廖平对基于遗传算法的形位误差评定方法进行了比较系统且深入的研究，构建了一套基于遗传算法进行形位误差评定的理论体系，不仅包括了遗传算法在基本形体的形位误差的计算，还包括了复杂几何形体的形位误差计算等[[56]](#endnote-56)。

岳武陵等研究了空间直线度的数学模型，并通过逐次二次规划算法（SQP）进行了评定[[57]](#endnote-57)，该方法保留了模型中的非线性信息，对初始参数要求低，具有稳定、可靠和效率高的优点。

罗钧等提出了将改进人工蜂群（MABC）算法用于平面度误差最小区域法的评定，通过实验验证，得出计算精度优于最小二乘法、粒子群算法和遗传算法，比较适合用于形位误差测量仪器和三坐标测量机[[58]](#endnote-58)。

从本质上讲，虚拟装配就是以零部件的三维实体模型为基础，通过虚拟的实体模型在计算机上仿真装配操作的过程，在虚拟环境中进行装配操作及其相关装配精度等的分析，实现产品的装配规划和评价，生成指导实际装配的工艺文件。虚拟装配中点云模型的精度信息提取尤其是形位误差的精度提取方面，很多算法都从不同的角度取得了一定的效果，但是还存在着缺乏统一的形位误差评定数学模型、评定算法多为近似算法、优化算法不同程度地存在着搜索方向盲目、计算量过大和迭代次数过多等问题。

## 研究内容与意义

目前复杂的大尺度零部件结构在装配时通常采用低效的人工试装、人工修整、最终装配的方法，装配过程缺乏自动化手段且无法实现装配结果预测导致装配效率不高，试调周期常达数周甚至数月之久。同时在某些实际生产领域中，装配用的零部件由特种材料经过特殊工艺制作而成，这样的零件在某个方向上易于变形（甚至受到重力的影响也会发生细微的变化），这就为装配过程种实时的检测装配精度造成了巨大的困难。另外一方面传统的虚拟装配仿真技术一般是基于设计模型的，无法真实反映实际装配过程。针对上述的情况，本文确立的研究内容是通过3D激光扫描仪获取的能够反映实物装配零件真实几何信息的点云模型数据，借助点云模型分割出的特征实现虚拟装配的装配定位和装配过程反正，并对装配精度进行实时检测，从而指导工人进行实际的装配修整，大大减少预装和修调工作量提高装配效率。

## 本文组织与框架

# 虚拟装配中点云模型分割基本理论与RANSAC算法

【本章摘要】

## 引言

## 虚拟装配中模型特征定义和模型特征分割基础理论

### 虚拟装配中模型特征的函数定义

### 点云模型特征分割理论概述

### 点云模型特征分割算法RANSAC理论概述

## 点云模型特征分割算法RANSAC的实现

### RANSAC特征分割算法原理

### RANSAC特征分割算法模块设计

### RANSAC特征分割算法性能优化

## 算法实现的实验与结果分析

### RANSAC特征分割算法实例测试

### RANSAC特征分割算法优劣分析

## 本章小结

# 基于权值软分配的K-Means改进的RANSAC算法

【本章摘要】

## 引言

## 高维无标签数据的聚类分析技术

### 高维点云模型数据与聚类模型算法

### 高维数据聚类的有效性评测函数及其泛化

### 高维数据聚类的有效性及其归一化函数

## 基于K-Means聚类算法的特征聚类器技术

### 经典聚类算法K-Means及其优缺点分析

### 经典聚类算法K-Means现有改进方法对比

### K-Harmonic Means聚类算法与实现

### K-Harmonic Means聚类算法的实例应用

## 权值软分配的K-Means特征聚类器算法实现与分析

### 基于K-Harmonic Means思想的权值软分配聚类算法

### 权值软分配的K-Means特征聚类器算法流程和实现

### 权值软分配的K-Means特征聚类器算法实验结果与分析

## 引入特征聚类器改进的RANSAC特征分割算法

### 传统RANSAC特征分割算法存在缺陷的理论论证

### 针对传统RANSAC特征分割算法缺陷的改进思路与算法流程

### 基于权值软分配K-Means改进的RANSAC特征分割算法

## 基于权值软分配K-Means改进的RANSAC算法实现与实验分析

### 基于权值软分配K-Means改进的RANSAC算法的模块设计与实现

### 基于权值软分配K-Means改进的RANSAC算法的实验结果与分析

## 本章小结

# 大尺度零部件基于特征分割的虚拟装配与其装配精度检测

【本章摘要】

## 引言

## 大尺度零部件虚拟装配的总体解决方案

### 自顶向下的大尺度零部件虚拟装配方案

### 基于大尺度零部件虚拟装配的装配精度检测

## 基于特征分割的大尺度零部件虚拟装配

### 基于特征分割的大尺度零部件虚拟装配方法

### 引入装配误差信息的大尺度零部件的虚拟装配

## 大尺度零部件基于虚拟装配的装配精度检测

### 虚拟装配中的精度检测和大尺度零部件形位误差的评价函数

### 留一验证(LOOCV)算法与大尺度零部件形位误差的评价函数优化

## 大尺度零部件基于虚拟装配的装配精度检测应用实例

## 本章小结

# 虚拟装配原型系统开发及其应用

【本章摘要】

## 引言

## 开发平台及工具

## 原型系统总体设计

### 系统总体架构

### 系统功能模型

## 原型系统实现及应用

### 点云模型预处理模块

### 点云模型配准和点云模型精度检测模块

### 点云模型特征分割与虚拟装配模块

### 虚拟装配中的装配精度检测模块

## 本章小结

# 总结与展望

【本章摘要】

## 全文总结

## 工作展望

附录一：权值软分配K-Means特征聚类器程序

附录二：RANSAC特征分割程序

参考文献

1. [] François Blais, Michel Picard, Guy Godin (6–9 September 2004). Accurate 3D acquisition of freely moving objects[M]. 2nd International Symposium on 3D Data Processing, Visualisation, and Transmission, 3DPVT 2004, Thessaloniki, Greece. Los Alamitos, CA: IEEE Computer Society. pp.422–9.ISBN 0-7695-2223-8. [↑](#endnote-ref-1)
2. [] Besl P J, McKay N D. A method for registration of 3-D shapes[J]. IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 1992, 14(2):239-256 [↑](#endnote-ref-2)
3. [] Martin A. Fischler and Robert C. Bolles (June 1981). Random Sample Consensus: A Paradigm for Model Fitting with Applications to Image Analysis and Automated Cartography[J]. Comm. of the ACM 24 (6): 381–395. doi:10.1145/358669.358692 [↑](#endnote-ref-3)
4. [] Zhang, B., Generalized k-harmonic means dynamic weighting of data in unsupervised learning, in First SIAM International Conference on Data Mining. 2001. [↑](#endnote-ref-4)
5. [] 王亚伟，许廷发与王吉晖, 改进的匹配点提纯算法mRANSAC[J]. 东南大学学报(自然科学版),2013(S1): 第163-167页. [↑](#endnote-ref-5)
6. [] 李建广，夏平均. 虚拟装配技术研究现状及其发展[J]. 航空制造技术. 2010(03): 34-38. [↑](#endnote-ref-6)
7. [] Jayaram, S., et al., VADE: A virtual assembly design environment[J]. IEEE COMPUTER GRAPHICS AND APPLICATIONS, 1999. 19(6): p. 44-50. [↑](#endnote-ref-7)
8. [] 夏平均，姚英学. 虚拟装配的研究综述与分析(II)[J]. 哈尔滨工业大学学报, 2008(06): 第942-947页. [↑](#endnote-ref-8)
9. [] Levoy M, Whitted T. The Use of Points as Display Primitives[R]. 85-022. Department of Computer Science, The University of Noah Carolian at Chapel Hill, 1985. [↑](#endnote-ref-9)
10. [] A.Mangan, R. Whitaker. Partitioning 3D surface meshes using watershed segmentation[J]. IEEE Transactions on Visualization and Computer Graphics, 1999, 5(4): 308-321 [↑](#endnote-ref-10)
11. [] B. Chazelle, L. Palios. Decomposing the boundary of a nonconvex polyhedron. In SWAT, 1992, 364-375. [↑](#endnote-ref-11)
12. [] A. Hoover, G. Jean-Baptiste, X. Jiang. An experimental comparison of range image segmentation algorithms[J]. IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 1996, 18(7): 673-689 [↑](#endnote-ref-12)
13. [] 董何俊, 葛红, 王玉峰. 图像分割算法研究综述[J]. 计算机工程与科学, 2009, 31(12): 58-61 [↑](#endnote-ref-13)
14. [] 董洪伟. 三角网格分割综述. 中国图象图形学报, 2010, 15(2): 181-193 [↑](#endnote-ref-14)
15. [] 欧新良,匡小兰,倪问尹. 三维散乱点云分割技术综述. 湖南工业大学学报, 2010, 24(5): 45-49. [↑](#endnote-ref-15)
16. [] Woo H, Kang E, Wang S Y, et al. A New Segmentation Method for Point Cloud Data. International Journal of Machine Tools and Manufacture, 2002, 42(2): 167- 178. [↑](#endnote-ref-16)
17. [] 董明晓, 郑康平, 姚斌.曲面重构中点云数据的区域分割研究.中国图象图形学报, 2005, 10(5): 575-578. [↑](#endnote-ref-17)
18. [] 柯映林，单东日. 基于边特征的点云数据区域分割. 浙江大学学报(工学版)，2005, 39(3): 377-396. [↑](#endnote-ref-18)
19. [] 莫堃，尹周平.基于 3D 活动轮廓模型的缺陷点云分割方法.华中科技大学学报(自然科学版),2011,39(1):82~85 [↑](#endnote-ref-19)
20. [] Rabbani T，Van den Heuvel F A, Vosselman M G.. Segmentation of Point Cloud Using Smoothness Constraint International Archives of Photogrammetry. Remote Sensing and Spatial Information Sciences, 2006, 36(5): 248-253. [↑](#endnote-ref-20)
21. [] 吴世雄，王成勇. 散乱噪声点云的数据分割. 机械工程学报, 2007, 43(2): 230-233 [↑](#endnote-ref-21)
22. [] 傅欢，梁力，王飞等, 采用局部凸性和八叉树的点云分割算法.西安交通大学学报, 2012, 46(10): 60~65. [↑](#endnote-ref-22)
23. [] Fransens J, van Reeth F. Hierarchical PCA decomposition of point cloud[C]. // Proceedings of the 3rd International Symposium on 3D Data Processing, Visualization, and Transmission. Washington D C: IEEE Computer Society Press, 2006: 591-598 [↑](#endnote-ref-23)
24. [] 邹万红，陈志扬，潘翔等. 多分辨率层次点模型分片[J]. 计算机辅助设计与图形学学报, 2008, 20(1):1~5 [↑](#endnote-ref-24)
25. [] Besl P, Jain R. Segmentation and Classification of Range Images[J]. IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 1987, 9(5): 608-620. [↑](#endnote-ref-25)
26. [] Yamauchi H，Lee S, Lee Y, et al. Feature sensitive mesh segmentation with mean shift[C]. Shape Modeling International 2005: 236-243. [↑](#endnote-ref-26)
27. [] 史桂蓉，邢渊，张水清. 用神经网络进行散乱点的区域分割[J].上海交通大学学报，2001, 35(7): 1093-1096. [↑](#endnote-ref-27)
28. [] 马腾，龙翔，冯路等. 点云模型的谱聚类分割[J]. 计算机辅助设计与图形学学报，2012,24（12）：1549-1558 [↑](#endnote-ref-28)
29. [] Duda R O, Hart P E, Stork D G. Pattern Classification(2nd Ed.)[M]. Wiley Interscience, October 2000 [↑](#endnote-ref-29)
30. [] Zhao J H, Li D R, Wang Y M. Ancient architecture point cloud data segmentation based on modified fuzzy c-means clustering algorithm[C]. //Proceedings of SPIE, Bellingham, United Staes: SPIE Press, 2008:7285 [↑](#endnote-ref-30)
31. [] Yokoya N, Levine M D. Range Image Segmentation Based on Differential Geometry: A Hybrid Approach. IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 1997, 11(6): 643-649. [↑](#endnote-ref-31)
32. [] 肖春霞, 冯结青, 缪永伟等. 基于 Level Set 方法的点采样曲面测地线计算及区域分割. 计算机学报, 2005,28(2): 250-258. [↑](#endnote-ref-32)
33. [] Osher S., Sethian J. Fron ts propagating with cu rvature dependent speed: Algorithm s based on the Hamilton Jacobi formulation. Journal of Computational Physics, 1988, 79(1):12-49 [↑](#endnote-ref-33)
34. [] U.M. Fayyad, G. Piatetsky-Shapiro, P. Smyth, and R. Uthurusamy, Advances in Knowledge Discovery and Data Mining. AAAI/MIT Press, 1996. [↑](#endnote-ref-34)
35. [] A.Gersho and R.M. Gray, Vector Quantization and Signal Compression. Boston: Kluwer Academic, 1992. [↑](#endnote-ref-35)
36. [] R.O. Duda and P.E. Hart, Pattern Classification and Scene Analysis. New York: John Wiley & Sons, 1973. [↑](#endnote-ref-36)
37. [] G.H. Ball and D.J. Hall, Some Fundamental Concepts and Synthesis Procedures for Pattern Recognition Preprocessors[J], Proc. Int'l Conf. Microwaves, Circuit Theory, and Information Theory, Sept. 1964. [↑](#endnote-ref-37)
38. [] R.T. Ng and J. Han, Efficient and Effective Clustering Methodsfor Spatial Data Mining, Proc. 20th Int'l Conf. Very Large Databases, pp.144-155, Sept. 1994. [↑](#endnote-ref-38)
39. [] Gabrys B, Bargiela A. General fuzzy min-max neural network for clustering and classification. IEEE Trans. on Neural Networks, 2000, 11(3):769−783. [↑](#endnote-ref-39)
40. [] A.K. Jain and R.C. Dubes, Algorithms for Clustering Data. Englewood Cliffs, N.J. Prentice Hall, 1988. [↑](#endnote-ref-40)
41. [] Kriegel H P, Kroger P, Sander J, et al. Density-based clustering[J]. wires. [↑](#endnote-ref-41)
42. [] Parsons L, Haque E, Liu H. Subspace clustering for high dimensional data: a review[J]. ACMSIGKDD Explorations Newsletter, 2004, 6(1): 90–105. [↑](#endnote-ref-42)
43. [] Jayaram, S., H.I. Connacher and K.W. Lyons, Virtual assembly using virtual reality techniques[J]. COMPUTER-AIDED DESIGN, 1997. 29(8): p. 575-584. [↑](#endnote-ref-43)
44. [] 夏平均，姚英学, 虚拟装配的研究综述与分析(I)[J]. 哈尔滨工业大学学报, 2008(05): 第740-744页. [↑](#endnote-ref-44)
45. [] Jung, Bernhard, Hoffhenke Martin, Wachsmuth I. Virtual assembly with construction kits[C]. Proceedings of the 1998 ASME Design for Engineering Technical Conferences. Pp. 1103-1112. ISBN 978-0-7918-1953-1. [↑](#endnote-ref-45)
46. [] 肖田元. 虚拟制造[M]. 北京：清华大学出版社. 2004. P440-445. [↑](#endnote-ref-46)
47. [] Marcelino, L., N. Murray and T. Fernando, A constraint manager to support virtual maintainability[J]. COMPUTERS & GRAPHICS-UK, 2003. 27(PII S0097-8493(02)00228-51): p. 19-26. [↑](#endnote-ref-47)
48. [] 曹鹏彬, 刘继红与管强, 基于装配约束动态管理的虚拟拆卸[J]. 计算机辅助设计与图形学学报, 2002(10): 第988-992页. [↑](#endnote-ref-48)
49. [] 刘振宇, 谭建荣与张树有, 虚拟环境中基于约束动态解除的产品拆卸技术研究[J]. 计算机辅助设计与图形学学报, 2003(07): 第812-817+835页. [↑](#endnote-ref-49)
50. [] Burdekin M, Pahk H J. The Application of a Microcomputer to the on-line Calibration of the Flatness of Engineering Surfaces[J]. Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part B: Journal of Engineering Manufacture. 1989, 203(2): 127-137 [↑](#endnote-ref-50)
51. [] Carr K, Ferreira P. Verification of form tolerances part I: Basic issues, flatness, and straightness[J]. Precision Engineering. 1995, 17(2): 131-143. [↑](#endnote-ref-51)
52. [] Carr K, Ferreira P. Verification of form tolerances part II: Cylindricity and straightness of a median line[J]. Precision Engineering. 1995, 17(2): 144-156. [↑](#endnote-ref-52)
53. [] Huang J. An efficient approach for solving the straightness and the flatness problems at large number of data points[J]. Computer-Aided Design. 2003, 35(1): 15-25 [↑](#endnote-ref-53)
54. [] 蔡婧. 六项形位误差评定数学模型的研究[D]. 东北大学　, 2009. [↑](#endnote-ref-54)
55. [] 郑鹏. 形位误差计算机评定系统的研究[D]. 郑州大学, 2003. [↑](#endnote-ref-55)
56. [] 廖平. 基于遗传算法的形状误差计算研究[D]. 中南大学, 2002. [↑](#endnote-ref-56)
57. [] 岳武陵，吴勇. 基于多目标优化的空间直线度误差评定[J]. 光学精密工程. 2008, 16(8): 1423-1428. [↑](#endnote-ref-57)
58. [] 罗钧，王强，付丽. 改进蜂群算法在平面度误差评定中的应用[J]. 光学精密工程. 2012, 20(2): 422-430. [↑](#endnote-ref-58)