Exercice 1
Calculer les valeurs de l'espérance et de la variance pour les lois uniformes, géométrique, et binomiale.

Exercice 2
On distribue au hasard n jouets à n enfants (un enfant pouvant recevoir plusieurs jouets). Soit X le nombre d'enfants qui n'ont pas reçu de jouets. Calculer $\mathbb{E}(X)$ sans expliciter la loi de X.

Exercice 3
Soit X une variable aléatoire à valeurs dans $\mathbb{N}$. On suppose qu'il existe $k \in]0;2[$ vérifiant $\mathbb{P}(X = n) = k\mathbb{P}(X \geq n)$. Déterminer la loi de X.

Exercice 4
On lance une pièce équilibrée jusqu'à ce que celle-ci ait produit au moins une fois « face » et une fois « pile ».

1. Montrer qu'il est presque sûr que le jeu s'arrête.
2. On note X le nombre de lancers avant que le jeu cesse.

Montrer que X admet une espérance et déterminer celle-ci.

Exercice 5
Soit X et Y deux variables aléatoires discrètes indépendantes. On suppose que X et Y suivent des lois de Poisson de paramètres λ et μ. Quelle est la loi suivie par $X + Y$?

Exercice 6
Soit X et Y deux variables aléatoires discrètes indépendantes. On suppose que celles-ci suivent une même loi géométrique de paramètre p. Déterminer la loi de $Z = X + Y$.

Exercice 7
Soit X une variable aléatoire suivant une loi géométrique de paramètre p. Calculer $\mathbb{E}(\frac{1}{X})$.

Exercice 8
Soit X une variable aléatoire suivant une loi de Poisson de paramètre $\lambda > 0$. Calculer $\mathbb{E}(\frac{1}{X+1})$.

Exercice 9
Chez un marchand de journaux, on peut acheter des pochettes contenant chacune une image. La collection complète comporte en tout N images distinctes. On note X_k le nombre d'achats ayant permis l'obtention de k images distinctes. En particulier, $X_1 = 1$ et X_N est le nombre d'achats nécessaires à l'obtention de la collection complète.

1. Par quelle loi peut-on modéliser la variable $X_{k+1} - X_k$?
2. En déduire l'espérance de X_N.

Exercice 10
Un étudiant résout un QCM constitué de n questions offrant chacune quatre réponses possibles. Pour chaque question, et indépendamment les unes des autres, il a la probabilité p de savoir résoudre celle-ci. Dans ce cas il produit la bonne réponse. Si en revanche, il ne sait pas résoudre la question, il choisit arbitrairement l'une des quatre réponses possibles. On note X la variable aléatoire déterminant le nombre de questions qu'il savait résoudre et Y le nombre de questions qu'il a correctement résolues parmi celles où il a répondu « au hasard ».

1. Reconnaître la loi de $Z = X + Y$.
2. Calculer l'espérance et la variance de Z.

Exercice 11
Un archer tire sur n cibles. À chaque tir, il a la probabilité p de toucher la cible et les tirs sont supposés indépendants. Il tire une première fois sur chaque cible et on note X le nombre de cibles atteintes lors de ce premier jet. L'archer tire ensuite une seconde fois sur les cibles restantes et l'on note Y le nombre de cibles touchés lors de cette tentative. Déterminer la loi de la variable $Z = X + Y$.

Exercice 12
Une urne contient n boules blanches et n boules rouges. On tire simultanément n boules dans celle-ci et on note X le nombre de boules rouges obtenues lors de ce tirage. Quelle est la loi de X, son espérance, sa variance ?