# Pilhas e Filas

## Pilhas

Prof. Edson Alves – UnB/FGA

# Sumário

# Definição

# Definição de pilha

- Uma pilha é um tipo de dados abstrato cuja interface define que o último elemento inserido na pilha é o primeiro a ser removido
- Esta estratégia de inserção e remoção é denominada LIFO – *Last In, First Out*
- De acordo com sua interface, uma pilha não permite acesso aleatório ao seus elementos (apenas o elemento do topo da pilha pode ser acessado)
- As operações de inserção e remoção devem ter complexidade $O(1)$

# Interface de uma pilha

| Método | Complexidade | Descrição |
|---|---|---|
| `clear(P)` | $O(N)$ | Esvazia a pilha `P`, removendo todos os seus elementos |
| `empty(P)` | $O(1)$ | Verifica se a pilha `P` está vazia ou não |
| `push(P, x)` | $O(1)$ | Insere o elemento `x` no topo da pilha `P` |
| `pop(P)` | $O(1)$ | Remove o elemento que está no topo da pilha `P` |
| `top(P)` | $O(1)$ | Retorna o elemento que está no topo da pilha `P` |
| `size(P)` | $O(1)$ | Retorna o número de elementos armazenados na pilha `P` |

# Exemplo dos métodos da interface de uma pilha

| Método | Retorno |
| --- | --- |
| `empty(P)` | |

**Pilha**

# Exemplo dos métodos da interface de uma pilha

| Método | Retorno |
| --- | --- |
| `empty(P)` | **True** |

**Pilha**

# Exemplo dos métodos da interface de uma pilha

| Método | Retorno |
| --- | --- |
| `push(P, 12)` | |

**Pilha**

# Exemplo dos métodos da interface de uma pilha

**Método** **Retorno**

`push(P, 12)`

**Pilha**

# Exemplo dos métodos da interface de uma pilha

**Método** **Retorno**

`push(P, -3)`

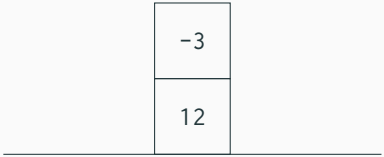
**Pilha**

# Exemplo dos métodos da interface de uma pilha

**Método** **Retorno**

`push(P, -3)`

**Pilha**

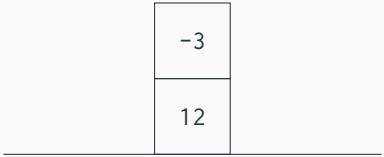


# Exemplo dos métodos da interface de uma pilha

**Método** **Retorno**

pop(P)

**Pilha**



# Exemplo dos métodos da interface de uma pilha

| **Método** | **Retorno** |
| --- | --- |
| pop(P) | |

**Pilha**

# Exemplo dos métodos da interface de uma pilha

**Método** **Retorno**

`push(P, 5)`

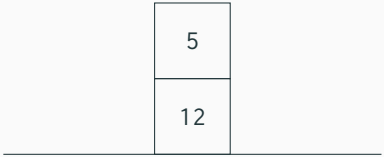
**Pilha**

# Exemplo dos métodos da interface de uma pilha

**Método** **Retorno**

`push(P, 5)`

**Pilha**

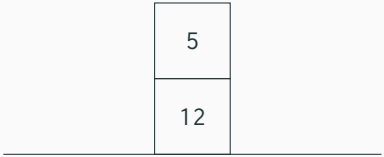


# Exemplo dos métodos da interface de uma pilha

**Método** **Retorno**

`push(P, 47)`

**Pilha**

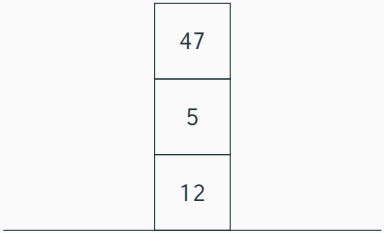


# Exemplo dos métodos da interface de uma pilha

**Método** **Retorno**

`push(P, 47)`

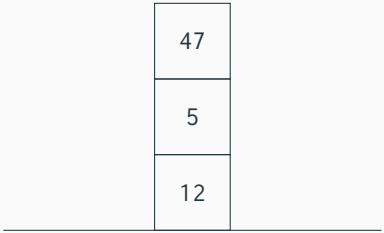
**Pilha**



# Exemplo dos métodos da interface de uma pilha

| Método | Retorno |
| --- | --- |
| `top(P)` | |

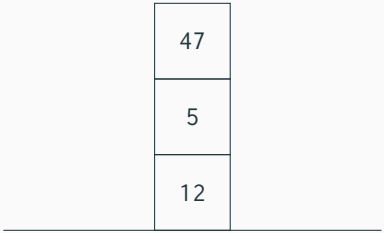
**Pilha**



# Exemplo dos métodos da interface de uma pilha

| **Método** | **Retorno** |
| --- | --- |
| `top(P)` | `47` |

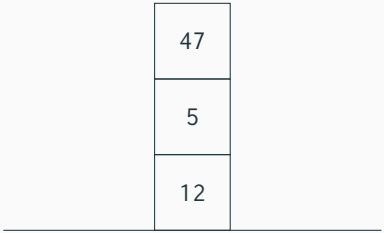
**Pilha**



# Exemplo dos métodos da interface de uma pilha

| Método | Retorno |
| --- | --- |
| `size(P)` | |

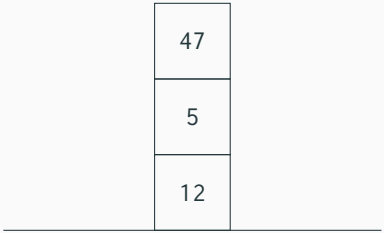
**Pilha**



# Exemplo dos métodos da interface de uma pilha

| Método | Retorno |
| --- | --- |
| `size(P)` | 3 |

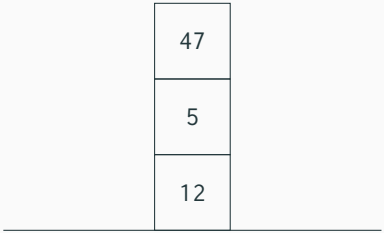
**Pilha**



# Exemplo dos métodos da interface de uma pilha

| Método | Retorno |
| --- | --- |
| `clear(P)` | |

**Pilha**



# Exemplo dos métodos da interface de uma pilha

| Método | Retorno |
| --- | --- |
| `clear(P)` | |

**Pilha**

# Implementação

# Implementação de uma pilha

- Como uma pilha é um tipo de dados abstrato, ela não impõe nenhuma restrição quanto a sua implementação
- É possível implementar uma pilha por composição, usando listas encadeadas ou vetores
- A estratégia LIFO pode ser implementada fazendo-se a inserção e a remoção em uma mesma ponta da lista, de modo que uma lista simplesmente encadeada é suficiente
- Basta utilizar as operações `push_front()` e `pop_front()`, respectivamente, uma vez que ambas tem complexidade $O(1)$
- Utilizar vetores reduz a quantidade de memória necessária, porém as operações passam a ter complexidade $O(1)$ amortizada, devido às ocasionais realocações do vetor para ampliar sua capacidade máxima
- Se há uma estimativa do número máximo de elementos na pilha, estas realocações podem ser evitadas (ou minimizadas), resultando em uma implementação bastante eficiente

# Implementação de uma pilha em C++

```
4  #include <array>
5
6  template<typename T, size_t N>
7  class Stack {
8  public:
9      Stack() : pos(0) {}
10
11     void clear() { pos = 0; }
12     bool empty() const { return pos == 0; }
13     size_t size() const { return pos; }
14
15     void push(const T& x) { elems[pos++] = x; }
16     void pop() { pos--; }
17     const T& top() const { return elems[pos - 1]; }
18
19 private:
20     std::array<T, N> elems;
21     size_t pos;
22 };
```

# Implementação de uma pilha em C++

```cpp
#include <iostream>
#include "stack.h"

using namespace std;

int main()
{
    Stack<float, 10> s;

    cout << "Empty? " << s.empty() << '\n';

    s.push(1.8);
    s.push(-0.7);
    s.push(2.5);

    cout << "Top = " << s.top() << '\n';
    s.pop();

    cout << "Size = " << s.size() << '\n';
    cout << "Top = " << s.top() << '\n';
```

# Implementação de uma pilha em C++

```
22      cout << "Empty? " << s.empty() << '\n';
23
24      s.clear();
25      cout << "Empty? " << s.empty() << '\n';
26
27      // Segmentation Fault: a pilha comporta, no máximo, 10 elementos
28      for (int i = 0; i < 20; ++i)
29          s.push(i*0.5);
30
31      return 0;
32  }
```

# Pilhas em C++

- A biblioteca padrão de templates (STL) do C++ provê o contêiner `stack`, que implementa uma pilha
- Tanto o tipo de dado a ser armazenado quanto o contêiner que será usado na composição são parametrizáveis
- Por padrão, o contêiner utilizado é um deque (*double-ended queue*), mas os contêineres `vector` e `list` são igualmente válidos
- O contêiner escolhido deve ter, em sua interface, os métodos `push_back()` e `pop_back()`
- A interface é idêntica à apresentada anteriormente, exceto pela adição do método `swap()`, que troca os elementos de duas pilhas em $O(1)$, e pela exclusão do método `clear()`

# Exemplo de uso da classe stack da STL

```cpp
#include <bits/stdc++.h>

using namespace std;

int main()
{
    stack<int, vector<int>> s, t;

    cout << "Empty? " << s.empty() << '\n';

    for (int i = 1; i <= 10; ++i)
        s.push(2*i);

    s.pop();

    cout << "Top = " << s.top() << '\n';
    cout << "Size = " << s.size() << '\n';

    s.swap(t);
```

# Exemplo de uso da classe stack da STL

```
21      cout << "Size = " << s.size() << '\n';
22      cout << "T size = " << t.size() << '\n';
23      cout << "T empty? " << t.empty() << '\n';
24
25      return 0;
26  }
```

# Aplicações de Pilhas

# Identificação de delimitadores

- Delimitadores são caracteres de marcação que delimitam um conjunto de informações, e devem ter um símbolo (ou conjunto de símbolos) que determine o início e o fim do conjunto
- Em C++, os caracteres `()`, `[]`, `{}` e os pares de caracteres `/*`, `*/` são delimitadores
- As pilhas podem ser utilizadas para verificar se, em uma determinada expressão, os delimitadores foram abertos e fechados corretamente
- Por exemplo, as expressões `(())`, `[()()]`, `()[]` são válidas
- Já as expressões `[)`, `)(`, `()]`, `[[][]` são inválidas
- O algoritmo é simples: cada símbolo que abre um conjunto é colocado no topo da pilha
- A cada símbolo que fecha o topo da pilha é observado: se contiver o símbolo que abre correspondente, ele é removido e o algoritmo continua; caso contrário, a expressão é inválida
- Ao final do algoritmo a expressão será válida se a pilha estiver vazia

# Exemplo de identificação de delimitadores

```
#include <iostream>
#include <stack>
#include <map>

using namespace std;

bool is_valid(const string& expression)
{
    static map<char, char> open { { ')', '(' }, { ']', '[' }, { '}', '{' }, };
    stack<char> s;

    for (auto c : expression)
    {
        switch (c) {
        case '(':
        case '[':
        case '{':
            s.push(c);
            break;
```

# Exemplo de identificação de delimitadores

```
21          case ')':
22          case ']':
23          case '}':
24              if (s.empty() or s.top() != open[c])
25                  return false;
26
27              s.pop();
28          }
29      }
30
31      return s.empty();
32  }
33
34  int main()
35  {
36      string expression;
37      getline(cin, expression);
38      cout << (is_valid(expression) ? "Ok" : "Invalid") << '\n';
39      return 0;
40  }
```

# Soma de grandes números

- As pilhas também podem ser utilizadas para somar números com um grande número de dígitos
- Os tipos primitivos integrais do C/C++ tem restrições de tamanho (em *bytes*) e podem levar a erros de *overflow* caso o resultado seja demasiadamente grande
- Com pilhas é possível somar números de qualquer magnitude
- A ideia é armazenar os números como pilhas de dígitos, de modo que as unidades fiquem nos topos das pilhas
- Daí é só colocar os resultados das somas dos topos em uma terceira pilha, tomando cuidado com o vai um (*carry*), quando for o caso

# Exemplo de adição de grandes números

```cpp
#include <bits/stdc++.h>

using namespace std;

string add(const string& a, const string& b)
{
    stack<int> x, y, z;

    for (auto& c : a)
        x.push(c - '0');

    for (auto& c : b)
        y.push(c - '0');

    auto N = max(a.size(), b.size()), carry = 0ul;

    while (N--) {
        auto c = x.empty() ? 0 : x.top();
        auto d = y.empty() ? 0 : y.top();
        auto res = c + d + carry;
```

# Exemplo de adição de grandes números

```
22          z.push(res % 10);
23          carry = res / 10;
24
25          if (not x.empty()) x.pop();
26          if (not y.empty()) y.pop();
27      }
28
29      if (carry)
30          z.push(carry);
31
32      ostringstream oss;
33
34      while (not z.empty())
35      {
36          oss << z.top();
37          z.pop();
38      }
39
40      return oss.str();
41  }
```

# Exemplo de adição de grandes números

```
43 int main()
44 {
45     string a, b;
46
47     cin >> a >> b;
48     cout << a << " + " << b << " = " << add(a, b) << '\n';
49
50     return 0;
51 }
```

# Referências


1. **DROZDEK**, Adam. *Algoritmos e Estruturas de Dados em C++*, 2002.
2. **KERNIGHAN**, Bryan; **RITCHIE**, Dennis. *The C Programming Language*, 1978.
3. **STROUSTROUP**, Bjarne. *The C++ Programming Language*, 2013.
4. C++ Reference[1].


[1] https://en.cppreference.com/w/