

OBI 2013 – Nível Júnior: Fase 1

Capital

Prof. Edson Alves

Faculdade UnB Gama

O governo do estado de Queensland está com problemas sérios de trânsito na capital Brisbane, onde estão os prédios administrativos. Para desafogar o trânsito, o prefeito de Brisbane e o governador de Queensland decidiram que uma nova capital administrativa deve ser construída em uma área fora de Brisbane. Para projetar a nova capital, o renomado arquiteto minimalista Joe Bloggs foi contratado.

Bloggs foi informado de que o terreno destinado à nova capital ainda não foi demarcado, mas será retangular. Além disso, a cidade deverá ser dividida em quatro zonas, uma delas destinada a uma reserva ambiental e cada uma das outras três receberá os novos prédios de cada um dos três poderes (Executivo, Legislativo e Judiciário). Em um arroubo de criatividade, Bloggs decidiu que duas avenidas, perpendiculares entre si, cada uma paralela a dois dos lados do terreno retangular, dividirão a capital nas quatro zonas.

Bloggs recebeu do governo as áreas de cada uma das zonas e, após muito esforço, encontrou um retângulo que pode ser dividido conforme seus planos e de forma a respeitar as áreas delimitadas. No entanto, a Fundação de Conservação dos Cangurus determinou que a área destinada à reserva ambiental era muito pequena, o que obrigou o governo a alterar as áreas das quatro zonas. Após receber as novas medidas, Bloggs tentou encontrar um novo retângulo que viabilizasse seu projeto, porém sem sucesso. Cansado de fazer testes, ele pensou que talvez tenha que abandonar sua brilhante ideia. Por isso, ele pediu para você escrever um programa que, dadas as áreas das quatro zonas, determine se ele poderá ou não manter seu projeto (ou seja, se existe um retângulo que possa ser dividido por duas retas perpendiculares, cada uma paralela a dois dos lados do retângulo, tal que as quatro áreas formadas obedeçam às exigências do governo).

Entrada

A entrada consiste de uma única linha contendo quatro inteiros A_1 , A_2 , A_3 , A_4 , indicando a área de cada uma das zonas.

Saída

Imprima uma única linha contendo um único caractere: 'S' se Bloggs pode preservar seu projeto e 'N' caso contrário.

Restrições

► $1 \leq A_i \leq 10^4$

Exemplo de entrada e saída

Exemplo de entrada e saída


1 2 4 8

Exemplo de entrada e saída

1 2 4 8
↑
 A_1

Exemplo de entrada e saída


1 2 4 8



A_2

Exemplo de entrada e saída


1 2 4 8



A_3

Exemplo de entrada e saída

1 2 4 8



A_4

The diagram illustrates a sequence of numbers 1, 2, 4, and 8. A purple arrow points upwards from the label A_4 to the number 8, indicating a specific element or index in the sequence.

Exemplo de entrada e saída

1 2 4 8



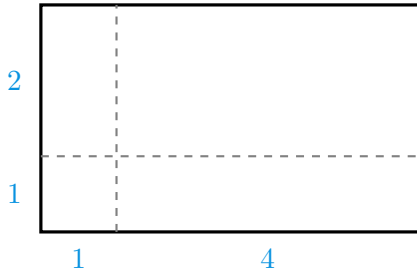
Exemplo de entrada e saída

1 2 4 8



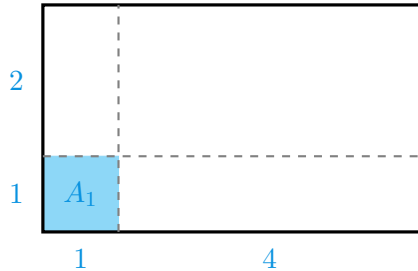
Exemplo de entrada e saída

1 2 4 8



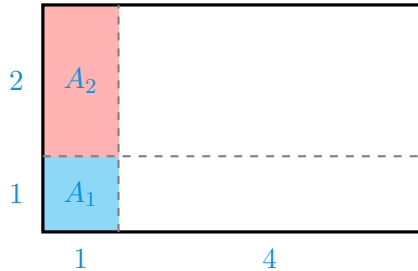
Exemplo de entrada e saída

1 2 4 8



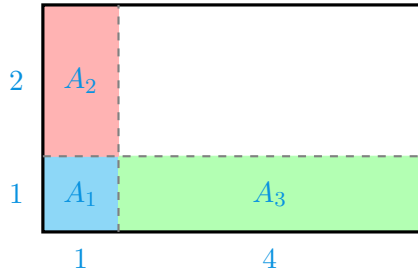
Exemplo de entrada e saída

1 2 4 8



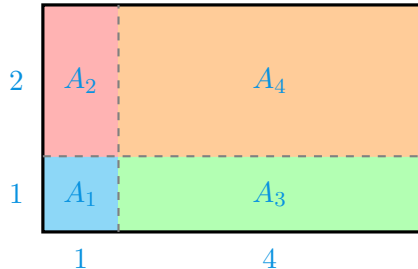
Exemplo de entrada e saída

1 2 4 8



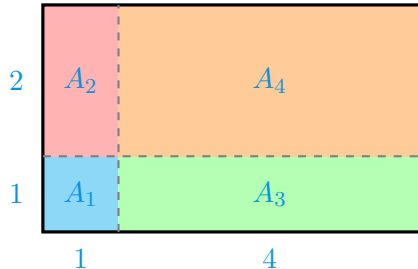
Exemplo de entrada e saída

1 2 4 8



Exemplo de entrada e saída

1 2 4 8 \longrightarrow S



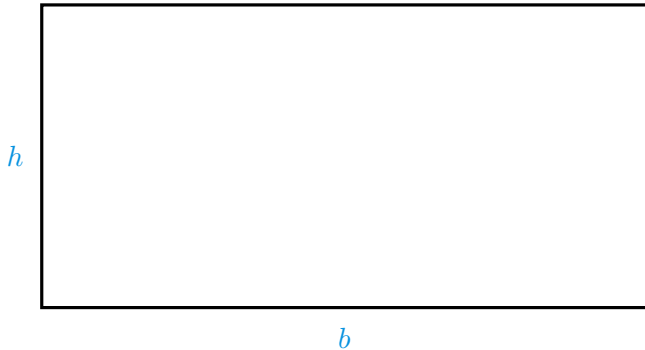
Solução

Solução

Considere que exista um retângulo de base b e altura h

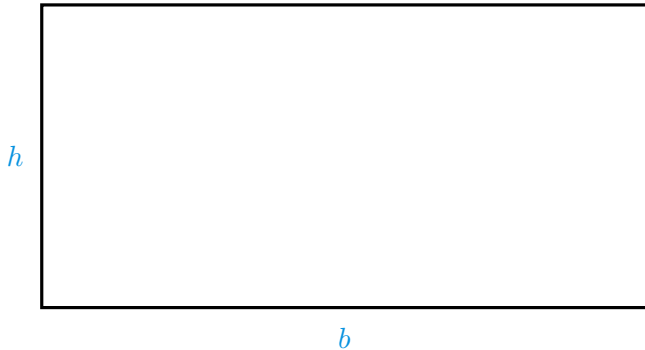
Solução

Considere que exista um retângulo de base b e altura h



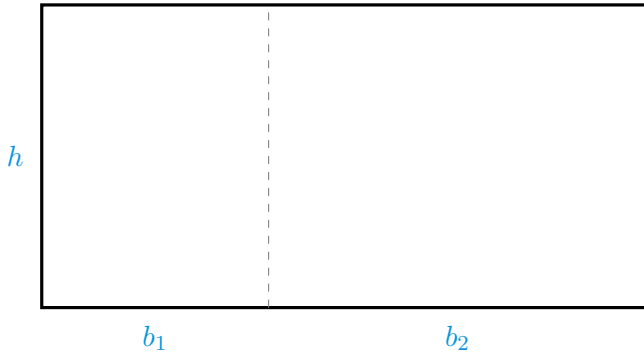
Solução

Façamos um corte paralelo à altura, dividindo o retângulo em duas partes



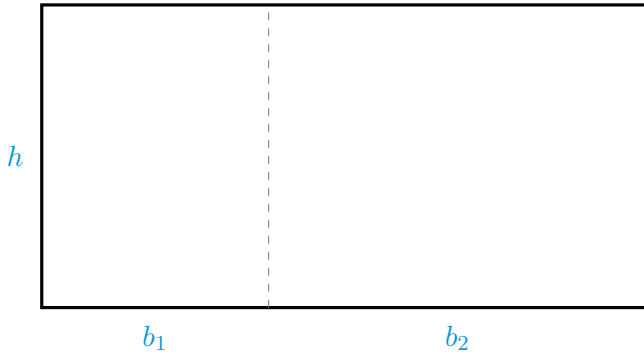
Solução

Façamos um corte paralelo à altura, dividindo o retângulo em duas partes



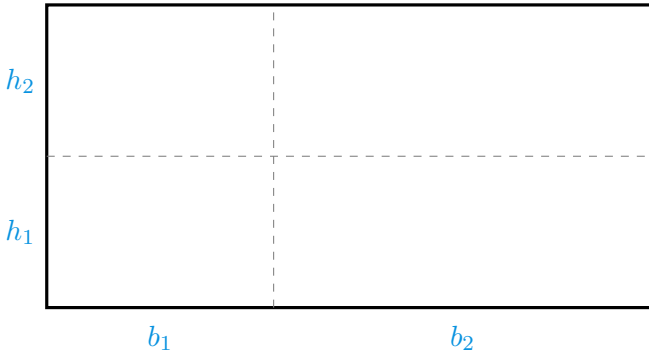
Solução

Um novo corte, paralelo à base, divide o retângulo em quatro partes



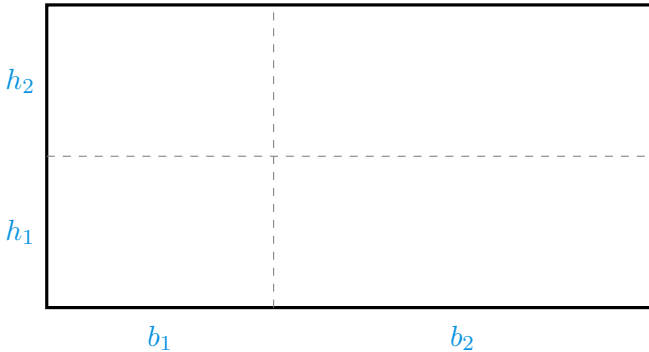
Solução

Um novo corte, paralelo à base, divide o retângulo em quatro partes



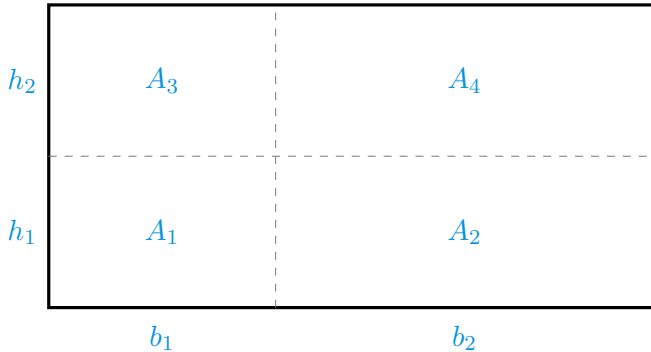
Solução

Suponha que esta divisão tenha gerado partes com áreas A_1, A_2, A_3 e A_4



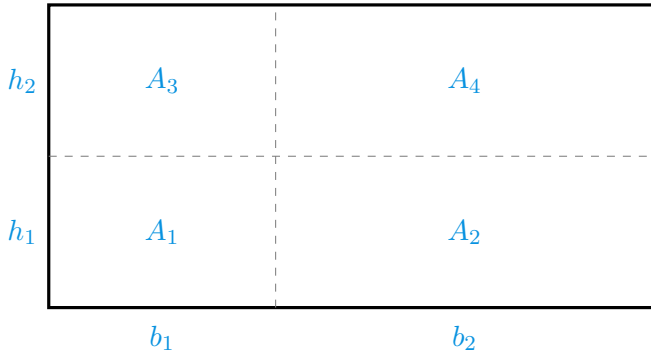
Solução

Suponha que esta divisão tenha gerado partes com áreas A_1 , A_2 , A_3 e A_4



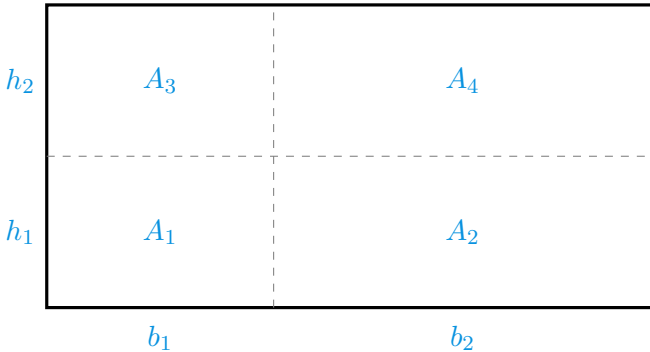
Solução

Em relação às áreas A_1 e A_2 , observe que



Solução

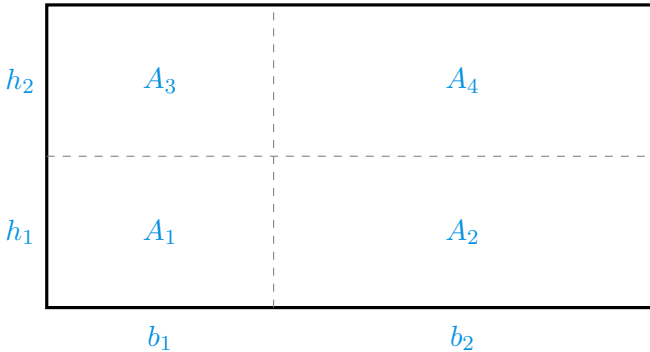
Em relação às áreas A_1 e A_2 , observe que



$$A_1 = b_1 h_1$$

Solução

Em relação às áreas A_1 e A_2 , observe que

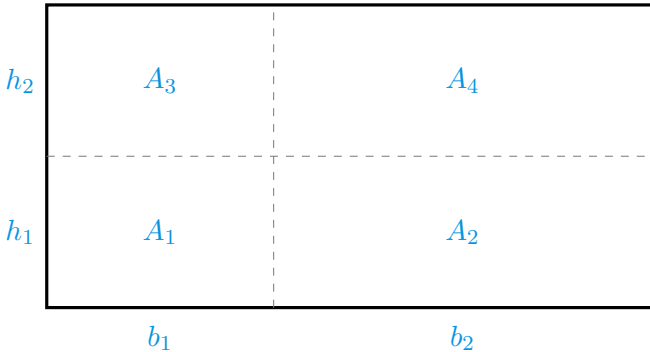


$$A_1 = b_1 h_1$$

$$A_2 = b_2 h_1$$

Solução

Em relação às áreas A_1 e A_2 , observe que



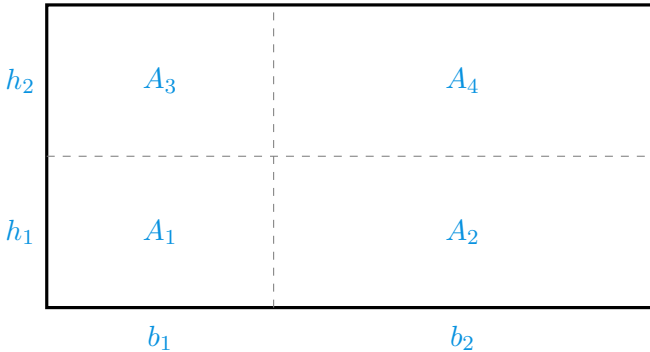
$$A_1 = b_1 h_1$$

$$A_2 = b_2 h_1$$

$$\frac{A_1}{A_2} = \frac{b_1}{b_2}$$

Solução

De forma semelhante, para A_3 e A_4 temos que



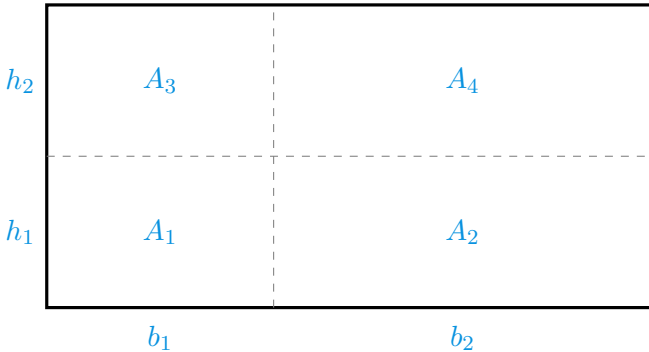
$$A_1 = b_1 h_1$$

$$A_2 = b_2 h_1$$

$$\frac{A_1}{A_2} = \frac{b_1}{b_2}$$

Solução

De forma semelhante, para A_3 e A_4 temos que



$$A_1 = b_1 h_1$$

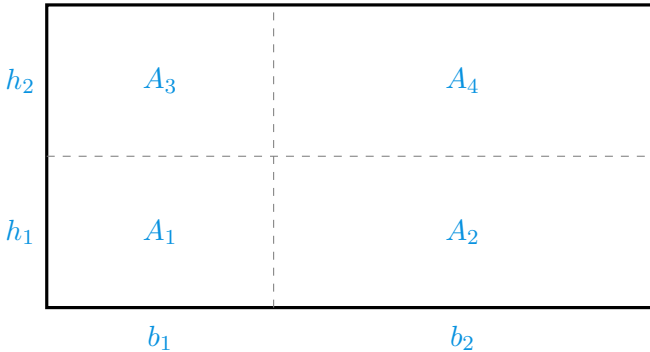
$$A_2 = b_2 h_1$$

$$\frac{A_1}{A_2} = \frac{b_1}{b_2}$$

$$A_3 = b_1 h_2$$

Solução

De forma semelhante, para A_3 e A_4 temos que



$$A_1 = b_1 h_1$$

$$A_2 = b_2 h_1$$

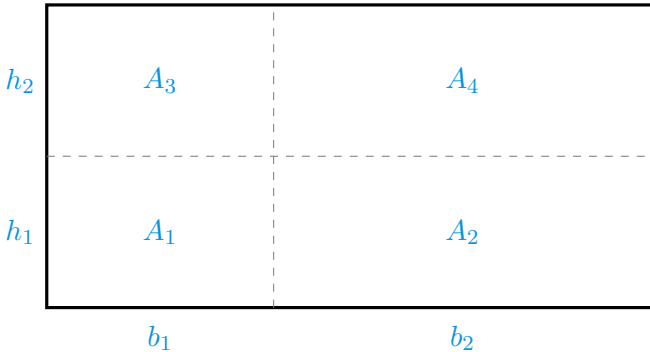
$$\frac{A_1}{A_2} = \frac{b_1}{b_2}$$

$$A_3 = b_1 h_2$$

$$A_4 = b_2 h_2$$

Solução

De forma semelhante, para A_3 e A_4 temos que



$$A_1 = b_1 h_1$$

$$A_2 = b_2 h_1$$

$$\frac{A_1}{A_2} = \frac{b_1}{b_2} = \frac{A_3}{A_4}$$

$$A_3 = b_1 h_2$$

$$A_4 = b_2 h_2$$

Solução

★ A relação entre as áreas pode ser expressa como $A_1 A_4 = A_2 A_3$

Solução

- ★ A relação entre as áreas pode ser expressa como $A_1 A_4 = A_2 A_3$
- ★ Esta relação permite identificar se é possível ou não construir o retângulo desejado

Solução

- ★ A relação entre as áreas pode ser expressa como $A_1 A_4 = A_2 A_3$
- ★ Esta relação permite identificar se é possível ou não construir o retângulo desejado
- ★ A partir dela, e usando a relação entre as áreas no sentido vertical, é possível determinar os valores de b_1, b_2, h_1 e h_2

Solução

- ★ A relação entre as áreas pode ser expressa como $A_1 A_4 = A_2 A_3$
- ★ Esta relação permite identificar se é possível ou não construir o retângulo desejado
- ★ A partir dela, e usando a relação entre as áreas no sentido vertical, é possível determinar os valores de b_1, b_2, h_1 e h_2
- ★ O problema, contudo, não demanda o cálculo destas dimensões

Solução

- ★ A relação entre as áreas pode ser expressa como $A_1 A_4 = A_2 A_3$
- ★ Esta relação permite identificar se é possível ou não construir o retângulo desejado
- ★ A partir dela, e usando a relação entre as áreas no sentido vertical, é possível determinar os valores de b_1, b_2, h_1 e h_2
- ★ O problema, contudo, não demanda o cálculo destas dimensões
- ★ A construção feita para encontrar a relação não estabeleceu relação de ordem entre as áreas A_1, A_2, A_3, A_4

Solução

- ★ A relação entre as áreas pode ser expressa como $A_1 A_4 = A_2 A_3$
- ★ Esta relação permite identificar se é possível ou não construir o retângulo desejado
- ★ A partir dela, e usando a relação entre as áreas no sentido vertical, é possível determinar os valores de b_1, b_2, h_1 e h_2
- ★ O problema, contudo, não demanda o cálculo destas dimensões
- ★ A construção feita para encontrar a relação não estabeleceu relação de ordem entre as áreas A_1, A_2, A_3, A_4
- ★ Logo é preciso checar todas as 3 possibilidades (mantendo A_1 fixo à esquerda)

Solução $O(1)$ em C++

Solução $O(1)$ em C++

```
#include <bits/stdc++.h>
```

```
using namespace std;
```

```
int main()  
{
```

```
    return 0;  
}
```

Solução $O(1)$ em C++

```
#include <bits/stdc++.h>
```

```
using namespace std;
```

```
int main()
```

```
{
```

```
    int A1, A2, A3, A4;
```

```
    return 0;
```

```
}
```

Solução $O(1)$ em C++

```
#include <bits/stdc++.h>
```

```
using namespace std;
```

```
int main()
```

```
{
```

```
    int A1, A2, A3, A4;
```

```
    cin >> A1 >> A2 >> A3 >> A4;
```

```
    return 0;
```

```
}
```

Solução $O(1)$ em C++

```
#include <bits/stdc++.h>

using namespace std;

int main()
{
    int A1, A2, A3, A4;
    cin >> A1 >> A2 >> A3 >> A4;

    if (A1*A2 == A3*A4 or A1*A3 == A2*A4 or A1*A4 == A3*A2)
        cout << "S\n";

    return 0;
}
```

Solução $O(1)$ em C++

```
#include <bits/stdc++.h>

using namespace std;

int main()
{
    int A1, A2, A3, A4;
    cin >> A1 >> A2 >> A3 >> A4;

    if (A1*A2 == A3*A4 or A1*A3 == A2*A4 or A1*A4 == A3*A2)
        cout << "S\n";
    else
        cout << "N\n";

    return 0;
}
```