

Processamento Adaptativo de Sinais

Introdução

Edson P. da Silva

Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica (PPgEE). Unidade Acadêmica de Engenharia Elétrica (UAEE) Universidade Federal de Campina Grande (UFCG)



- O conceito de filtragem e filtro em processamento digital de sinais:
 - -Um *filtro* é um sistema ou algoritmo que processa um sinal para remover ou atenuar componentes indesejados, como ruído ou certos componentes de frequência, enquanto preserva ou realça componentes desejados.

-Os filtros podem ser usados para realizar várias operações, incluindo suavização de sinais, extração de informações úteis ou modelagem do espectro do sinal.



• Filtros convencionais (ou estáticos):





• Filtros convencionais (ou estáticos):



-São definidos por um conjunto θ de parâmetros (coeficientes) constantes.



Filtros convencionais (ou estáticos):



- -São definidos por um conjunto θ de parâmetros (coeficientes) constantes.
- Os parâmetros são otimizados no projeto inicial do filtro de modo alcançar uma métrica de desempenho fixa (e.g. faixa de passagem de 3 dB).

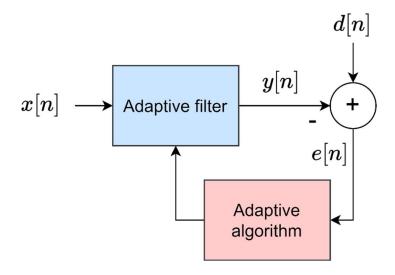


Filtros convencionais (ou estáticos):



- -São definidos por um conjunto θ de parâmetros (coeficientes) constantes.
- Os parâmetros são otimizados no projeto inicial do filtro de modo alcançar uma métrica de desempenho fixa (e.g. faixa de passagem de 3 dB).

Filtros adaptativos (ou dinâmicos):



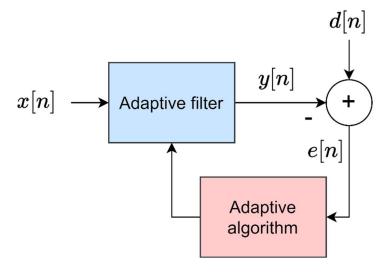


Filtros convencionais (ou estáticos):



- -São definidos por um conjunto θ de parâmetros (coeficientes) constantes.
- Os parâmetros são otimizados no projeto inicial do filtro de modo alcançar uma métrica de desempenho fixa (e.g. faixa de passagem de 3 dB).

Filtros adaptativos (ou dinâmicos):



-São definidos por um conjunto $\theta[k]$ de parâmetros (coeficientes) que podem mudar ao longo do tempo.

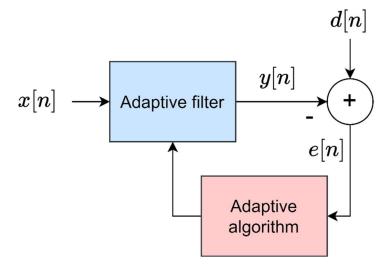


Filtros convencionais (ou estáticos):



- -São definidos por um conjunto θ de parâmetros (coeficientes) constantes.
- Os parâmetros são otimizados no projeto inicial do filtro de modo alcançar uma métrica de desempenho fixa (e.g. faixa de passagem de 3 dB).

• Filtros adaptativos (ou dinâmicos):



- -São definidos por um conjunto $\theta[k]$ de parâmetros (coeficientes) que podem mudar ao longo do tempo.
- Os parâmetros são otimizados dinamicamente de modo a minimizar uma função objetivo de interesse (e.g. erro médio quadrático entre saída do filtro e um sinal conhecido).



• O projeto de um filtro adaptativo envolve três etapas:



- O projeto de um filtro adaptativo envolve três etapas:
 - -**Definição da aplicação**: determinar as características dos sinais que estarão envolvidos no processo de filtragem.



- O projeto de um filtro adaptativo envolve três etapas:
 - -**Definição da aplicação**: determinar as características dos sinais que estarão envolvidos no processo de filtragem.
 - -**Escolha da estrutura do filtro**: determinar de que forma o filtro será implementado em termos de arquitetura (FIR, IIR, etc). A escolha da estrutura tem influência sobre a complexidade computacional.



- O projeto de um filtro adaptativo envolve três etapas:
 - -**Definição da aplicação**: determinar as características dos sinais que estarão envolvidos no processo de filtragem.
 - -**Escolha da estrutura do filtro**: determinar de que forma o filtro será implementado em termos de arquitetura (FIR, IIR, etc). A escolha da estrutura tem influência sobre a complexidade computacional.
 - -Escolha do algoritmo de adaptação: o algoritmo de adaptação define como os parâmetros do filtro serão alterados ao longo do tempo. Existe uma grande variedade de algoritmos de filtragem adaptativa. A escolha do algoritmo apropriado depende dos requerimentos da aplicação, da estrutura do filtro e das restrições computacionais do hardware.





• **Identificação de Sistemas**: Usada para modelar e entender sistemas que variam com o tempo, ajustando adaptativamente os parâmetros do sistema para corresponder ao comportamento observado de entrada-saída, o que é crucial em sistemas de controle e comunicações.



- **Identificação de Sistemas**: Usada para modelar e entender sistemas que variam com o tempo, ajustando adaptativamente os parâmetros do sistema para corresponder ao comportamento observado de entrada-saída, o que é crucial em sistemas de controle e comunicações.
- **Equalização**: Aplicada em comunicação digital para compensar distorções de sinal causadas por imperfeições no canal, garantindo uma transmissão de dados precisa.



- **Identificação de Sistemas**: Usada para modelar e entender sistemas que variam com o tempo, ajustando adaptativamente os parâmetros do sistema para corresponder ao comportamento observado de entrada-saída, o que é crucial em sistemas de controle e comunicações.
- **Equalização**: Aplicada em comunicação digital para compensar distorções de sinal causadas por imperfeições no canal, garantindo uma transmissão de dados precisa.
- Cancelamento de Ruído: Utilizado em fones de ouvido e sistemas de comunicação para reduzir o ruído de fundo indesejado, melhorando a clareza e a qualidade do som.



- **Identificação de Sistemas**: Usada para modelar e entender sistemas que variam com o tempo, ajustando adaptativamente os parâmetros do sistema para corresponder ao comportamento observado de entrada-saída, o que é crucial em sistemas de controle e comunicações.
- **Equalização**: Aplicada em comunicação digital para compensar distorções de sinal causadas por imperfeições no canal, garantindo uma transmissão de dados precisa.
- Cancelamento de Ruído: Utilizado em fones de ouvido e sistemas de comunicação para reduzir o ruído de fundo indesejado, melhorando a clareza e a qualidade do som.
- Sistemas de Radar, Sonar e Lidar: Aplicados para aprimorar a detecção e rastreamento de alvos adaptando-se às condições ambientais e características do sinal.





• Formatação de Feixe: Utilizada em arrays de antenas para direcionar a recepção ou transmissão de sinais em direções específicas, melhorando a intensidade do sinal e reduzindo a interferência.



- Formatação de Feixe: Utilizada em arrays de antenas para direcionar a recepção ou transmissão de sinais em direções específicas, melhorando a intensidade do sinal e reduzindo a interferência.
- Filtragem Adaptativa em Dispositivos Médicos: Usada em aparelhos auditivos para filtrar adaptativamente o ruído de fundo e melhorar os sinais de fala, proporcionando uma melhor assistência auditiva.



- Formatação de Feixe: Utilizada em arrays de antenas para direcionar a recepção ou transmissão de sinais em direções específicas, melhorando a intensidade do sinal e reduzindo a interferência.
- Filtragem Adaptativa em Dispositivos Médicos: Usada em aparelhos auditivos para filtrar adaptativamente o ruído de fundo e melhorar os sinais de fala, proporcionando uma melhor assistência auditiva.
- Análise de Mercado Financeiro: Empregada em negociação algorítmica e gerenciamento de risco para se adaptar às condições de mercado em mudança e tomar decisões de negociação informadas.

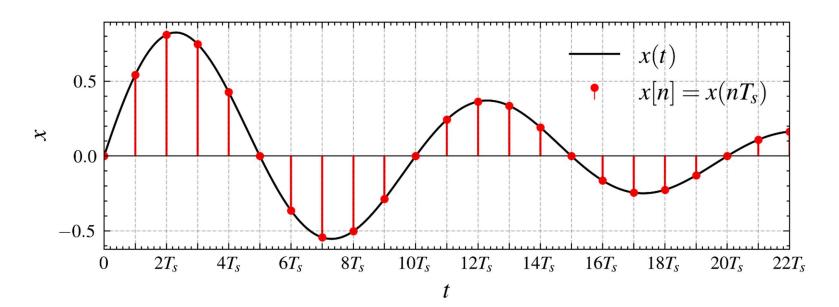


•Amostragem:

$$T_s \to \text{período de amostragem.}$$
 $f_s = \frac{1}{T_s} \to \text{frequência de amostragem.}$

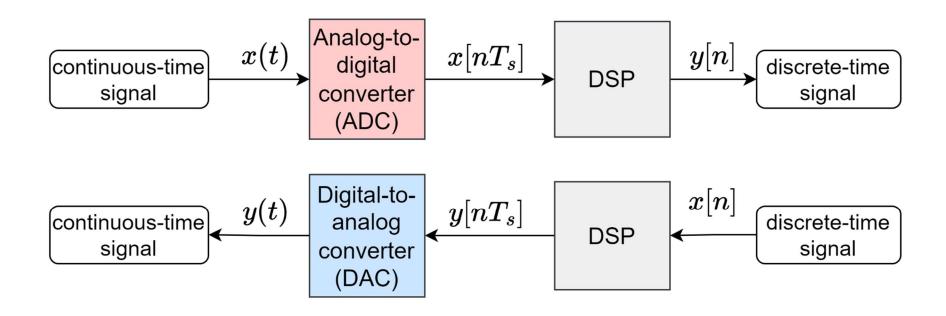
$$x(t) = e^{-8t} \sin(2\pi f t) \rightarrow \text{sinal continuo no tempo.}$$

$$x[n] = x(nT_s) = e^{-8nT_s} \sin(2\pi f nT_s) \to \text{sinal discreto no tempo.}$$





Amostragem

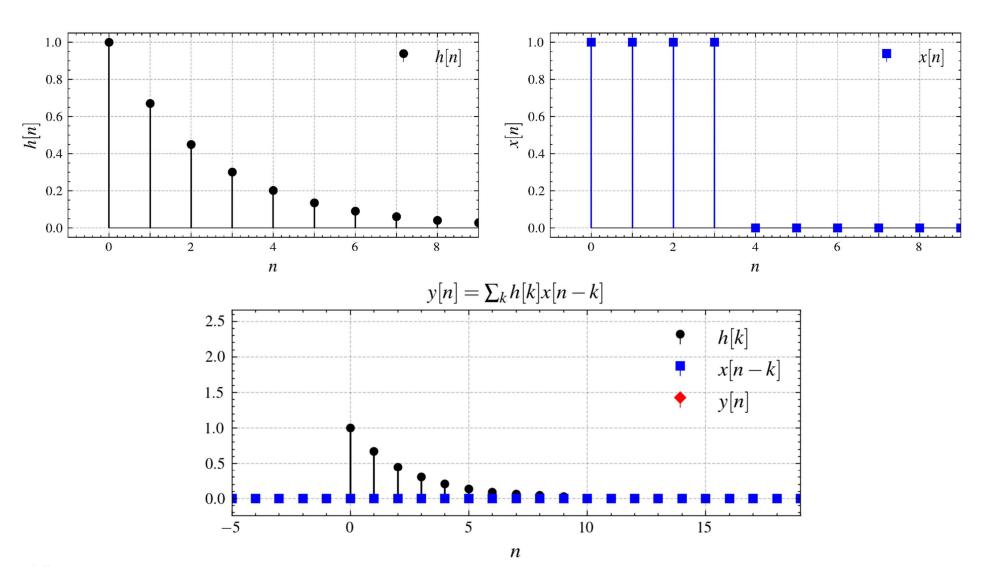




• **Convolução**: dado um sistema LIT (Linear e Invariante no Tempo) em tempo discreto com resposta ao impulso h[n], se o sinal x[n] é aplicado à entrada do sistema, a saída y[n] do mesmo será dada pela operação de convolução definida como

$$y[n] = x[n] * h[n] = \sum_{k=-\infty}^{\infty} x[k]h[n-k]$$
$$= \sum_{k=-\infty}^{\infty} h[k]x[n-k]$$







• **Transformada Z**: dado um sinal discreto no tempo x[n], a transformada Z de x[n] é definida como

$$X(z) = \mathcal{Z}\left\{x[n]\right\} = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x[n]z^{-n}$$

em que z é uma variável complexa, $z=re^{j\theta}$, onde r é a magnitude e θ é o ângulo em radianos. O somatório da transformada converge apenas para certos valores de z. O conjunto de todos os z para os quais a série converge é chamado de Região de Convergência (ROC).



• **Transformada Z inversa**: dado a transformada X(z) de um sinal discreto no tempo x[n], temos que x[n] pode ser recuperado a partir de X(z) aplicando-se a transformada Z inversa, definida como

$$x[n] = \mathcal{Z}^{-1} \{X(z)\} = \frac{1}{2\pi j} \oint_C X(z) z^{n-1}, dz$$

em que C é um contorno fechado dentro da ROC de X(z). Uma propriedade importante da transformada Z está associada à convolução:

$$y[n] = x[n] * h[n] \rightarrow Y(z) = X(z)H(z)$$



• Transformada de Fourier no tempo discreto (discretetime Fourier transform – DTFT): dado um sinal discreto x[n], a DTFT de x[n] é definida como

Direta:
$$X(\hat{f}) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x[n]e^{-j2\pi\hat{f}n}$$
 $-1/2 \le \hat{f} \le 1/2$ $\hat{f} = \frac{f}{f_s} \to \text{frequência normalizada}$

Inversa:
$$x[n] = \int_{-1/2}^{1/2} X(\hat{f})e^{j2\pi \hat{f}n} d\hat{f}$$



- Transformada de Fourier no tempo discreto (discretetime Fourier transform – DTFT):
 - Propriedade da convolução:

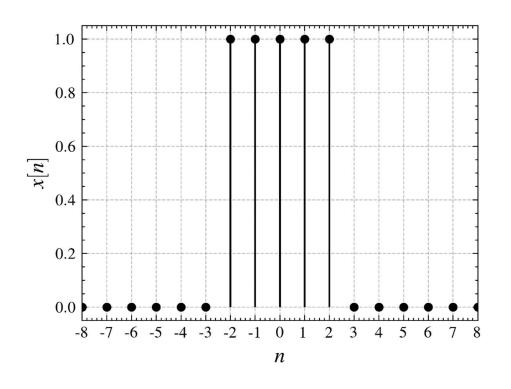
$$y[n] = x[n] * h[n] \rightarrow Y(\hat{f}) = X(\hat{f})H(\hat{f})$$

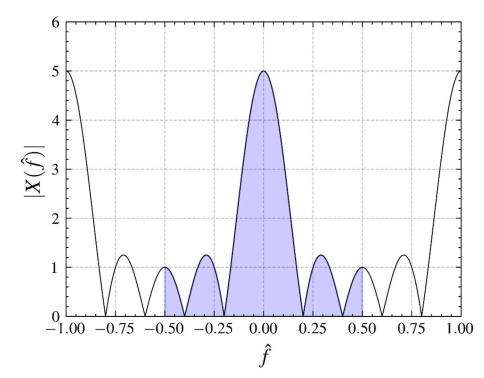
– Relação de Parseval:

$$\sum_{n=-\infty}^{\infty} |x[n]|^2 = \int_{-1/2}^{1/2} |X(\hat{f})|^2 d\hat{f}$$



•Transformada de Fourier no tempo discreto (*discrete-time Fourier transform* – DTFT):







Transformada discreta de Fourier (discrete Fourier
transform - DFT): dado uma sequência x[n] de comprimento
N de amostras de um sinal discreto no tempo, a DFT de x[n] é definida como

Direta:
$$X[k] = \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{n=0}^{N-1} x[n] e^{-j\frac{2\pi}{N}kn}, \quad k = 0, 1, 2, \dots, N-1$$

Inversa:
$$x[n] = \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{n=0}^{N-1} X[k] e^{j\frac{2\pi}{N}kn}, \quad n = 0, 1, 2, \dots, N-1$$



- Transformada discreta de Fourier (discrete Fourier transform DFT):
 - Propriedade da convolução circular:

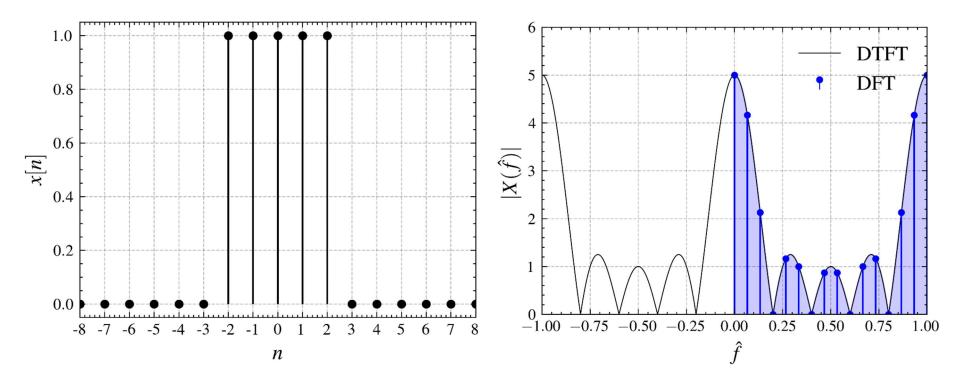
$$y[n] = x[n] \circledast h[n] \to Y(k) = X(k)H(k)$$

– Relação de Parseval:

$$\sum_{n=0}^{N-1} |x[n]|^2 = \sum_{k=0}^{N-1} |X[k]|^2$$



•Transformada discreta de Fourier (*discrete Fourier transform* – DFT):







• A DFT desempenha um papel determinante em várias aplicações de processamento digital de sinais, principalmente devido às suas implementações algorítmicas da Transformada Rápida de Fourier (*Fast Fourier Transform* - FFT).



• A DFT desempenha um papel determinante em várias aplicações de processamento digital de sinais, principalmente devido às suas implementações algorítmicas da Transformada Rápida de Fourier (*Fast Fourier Transform* - FFT).

• A FFT é um algoritmo eficiente para calcular a DFT e sua inversa. A FFT reduz a complexidade computacional da DFT de $O(N^2)$ para $O(N \log N)$, tornando viável o cálculo da DFT para sequências longas.