2. Sistemas Numéricos

Uma característica comum a todos os sistemas numéricos utilizados pelo ser humano é que eles são posicionais, ou seja, cada dígito que forma o valor de um número possui um peso associado. Desta forma, o valor de um dado número corresponde a uma soma ponderada de seus dígitos. Para entender melhor este conceito, acompanhe o exemplo abaixo:

$1234 = \mathbf{1} \times 1000 + \mathbf{2} \times 100 + \mathbf{3} \times 10 + \mathbf{4} \times 1$

Podemos reescrever o valor que multiplica cada digito como sendo uma potência de 10.

$1234 = \mathbf{1} \times 10^3 + \mathbf{2} \times 10^2 + \mathbf{3} \times 10^1 + \mathbf{4} \times 10^0$

Desta maneira, podemos escrever qualquer número decimal ‘D’ como sendo igual a soma do produto dos dígitos (d3, d2, d1, ...) por 10 elevado na potência da posição do dígito menos um.

$D = \mathbf{d_3} \times 10^3 + \mathbf{d_2} \times 10^2 + \mathbf{d_1} \times 10^1 + \mathbf{d_0} \times 10^0$

Podemos reescrever a expressão utilizando a fórmula de somatório e colocando as variáveis m e n como sendo os limites iniciais e finais do número:

$$D = \sum_{i=n}^{m} d_i \,.\, 10^i$$

Os seres humanos utilizam como sendo o seu sistema principal, o sistema **decimal**. Esta escolha decorre principalmente ao fato de que as ferramentas mais básicas do ser humano que são as suas mãos, possuem 10 dedos no total. No sistema decimal, utilizamos o número 10 como sendo a **base** do sistema do nosso sistema numérico. Em um sistema numérico, a base indica o número de dígitos que pertencem ao sistema e que, no caso da base decimal, são os números que vão de 0 a 9.

Com a evolução da microeletrônica e com o surgimento da tecnologia da informação surgiu o sistema **binário**. Este sistema diferentemente do sistema decimal, utiliza apenas dois números: ‘0’ e ‘1’ para formar os números na base binária, como pode ser observado no exemplo abaixo.

$$21_{10} = 10101_2$$

No exemplo acima, é apresentado o número binário correspondente ao número 21 em decimal. Da mesma forma que podemos representar um número decimal como sendo a soma dos dígitos multiplicados pela base numérica, elevada na potência da posição do dígito menos um, podemos também fazer a mesma representação para os números binários.

$$10101_2 = \mathbf{1} \times 2^4 + \mathbf{0} \times 2^3 + \mathbf{1} \times 2^2 + \mathbf{0} \times 2^1 + \mathbf{1} \times 2^0$$

$$B = \sum_{i=n}^{m} b_i \,.\, 2^i$$

Em sistemas eletrônicos digitais, as informações binárias são representadas por valores de tensão (ou correntes) que estão presentes tanto nas entradas quanto nas saídas dos circuitos. Tipicamente, os números binários ‘0’ e ‘1’, são representados pelos níveis de tensão 0 Volts (V) para o valor ‘0’ e 5 V para o valor ‘1’. Na realidade, o que encontramos nos circuitos digitais são faixas de valores de tensão utilizados para representar os valores binários ‘0’ e ‘1’. Tipicamente encontramos o valor binário ‘0’ com sendo uma tensão que pode ir de 0V a 0,8V e o valor binário ‘1’ variando de 2V a 5V, dependendo do circuito utilizado. Circuitos mais voltados a redução do consumo de energia, utilizam valores de tensão menores para representar o ‘1’ binário como por exemplo 3,3 V.

2.1 Base Octal e Hexadecimal

Além do sistema decimal e do sistema binário, dois outros sistemas são de grande importância por proverem representações convenientemente compactas de números grandes. Trata-se dos sistemas octal (base 8) e hexadecimal (base 16). No sistema octal, cada dígito representa um valor entre 0 e 7. Já no sistema hexadecimal, cada dígito representa um valor entre 0 e 15. Para representar os valores maiores do que 9 usando apenas um dígito, utilizam-se letras. Assim, o valor 10 é representado por A, o 11, por B e assim por diante, até 15 (que é representado por F). A Tabela 1 abaixo mostra os números decimal, binário, octal e hexadecimal dos números de 0 a 20.

Tabela 1. **Valores para os números de 0 a 20 nas bases binária, octal e hexadecimal.**

Decimal	Binário	Octal	Hexadecimal
0	00000	00	00
1	00001	01	01
2	00010	02	02
3	00011	03	03
4	00100	04	04
5	00101	05	05
6	00110	06	06
7	00111	07	07
8	01000	10	08
9	01001	11	09
10	01010	12	0A
11	01011	13	0B
12	01100	14	0C
13	01101	15	0D
14	01110	16	0E
15	01111	17	0F
16	10000	20	10
17	10001	21	11
18	10010	22	12
19	10011	23	13
20	10100	24	14

2.2 Conversão entre bases numéricas

Geralmente, não se pode converter um número representado numa determinada base para outra base simplesmente substituindo-se dígitos da base original pelos seus equivalentes na outra. Isto funciona somente nos casos em que ambas as bases são potências de um mesmo número (como por exemplo, de binário para octal ou hexadecimal). Quando não é este o caso, é necessário utilizar-se operações aritméticas. A seguir, será mostrado como converter um número em qualquer base para a base 10, e vice-versa, usando aritmética de base 10.

Como foi dito anteriormente, os números em qualquer base podem ser representados pela soma dos dígitos multiplicados pela base numérica, elevada na potência da posição do dígito menos um. Vamos pegar o exemplo anterior de um número binário '10111' e expressá-lo na forma de soma de produtos pela base na potência da posição:

$$10111_2 = \mathbf{1} \times 2^{\mathbf{4}} + \mathbf{0} \times 2^{\mathbf{3}} + \mathbf{1} \times 2^{\mathbf{2}} + \mathbf{1} \times 2^{\mathbf{1}} + \mathbf{1} \times 2^{\mathbf{0}}$$

Para obter o correspondente decimal, basta resolver a equação.

D = 1x16 + 0x8 + 1x4 + 1x2 + 1x1
D = 16 + 4 + 2 + 1 = 23

Logo o número 10111 na base 2 tem como equivalente o número 23 na base 10.

Para se fazer a transformação contrária, ou seja, obter o equivalente binário de um número decimal pode-se utilizar o método das divisões sucessivas. Este método consiste em obter o valor correspondente em binário, através de divisões sucessivas pelo valor da base, no caso 2 e ir anotando apenas o resto até não existir mais nada para dividir. Para exemplificar este método, vamos utilizar o mesmo número do exemplo anterior, ou seja, o número decimal 21 e obter o equivalente binário.

$\frac{23}{2} = 11$ e resta	1	O
		R
$\frac{11}{2} = 5$ e resta	1	D
		E
$\frac{5}{2} = 2$ e resta	1	M
$\frac{2}{2} = 1$ e resta	0	D
		O
$\frac{1}{2} = 0$ e resta	1	
		N^0

$23_{10} = 10111_2$

Exercício exemplo

1. Converta os números a seguir na base requerida.

a) $201_{10} = ?_2$
b) $123_8 = ?_2$
c) $2A_{16} = ?_2$
d) $65_7 = ?_4$

Outros Exercícios Propostos

1. Converta os seguintes números binários em decimal. *
   a) 10110   b) 100100001001   c) 11111111   d) 1111010111

2. Converta os seguintes valores decimais em binário. *
   a) 37   b) 189   c) 77   d) 205

3. Faça a conversão para a base requerida.
   a) $1417_{10} = ?_2$ b) $11010001_2 = ?_{10}$ c) $2497_{10} = ?_{16}$ d) $1600_{10} = ?_{16}$
   e) $3E1C_{16} = ?_2$ f) $525_8 = ?_2$ g) $123123_4 = ?_2$ h) $367_9 = ?_{16}$