Inferencia, Causalidad y Políticas Públicas ECO-60116

Week 02: Experimentos Aleatorios Controlados (RCTs)

Eduard F. Martinez Gonzalez, Ph.D.

Departamento de Economía, Universidad Icesi

September 1, 2025

RECAP

- Efecto individual: $\tau_i = Y_i(1) Y_i(0)$.
- Problema fundamental de la inferencia causal: para cada unidad *i* sólo se observa uno de los dos resultados potenciales.

$$Y_i = D_i Y_i(1) + (1 - D_i) Y_i(0)$$

RFCAP

- Efecto individual: $\tau_i = Y_i(1) Y_i(0)$.
- Problema fundamental de la inferencia causal: para cada unidad *i* sólo se observa uno de los dos resultados potenciales.

$$Y_i = D_i Y_i(1) + (1 - D_i) Y_i(0)$$

Diferencia de medias observada:

$$\underbrace{\mathbb{E}[Y\mid D=1] - \mathbb{E}[Y\mid D=0]}_{\text{Diferencia observada}} = \underbrace{\mathbb{E}[Y(1)-Y(0)]}_{\text{Efecto causal (ATE)}} + \underbrace{\left(\mathbb{E}[Y(0)\mid D=1] - \mathbb{E}[Y(0)\mid D=0]\right)}_{\text{Sesgo de selección}}$$

RECAP

- Efecto individual: $\tau_i = Y_i(1) Y_i(0)$.
- Problema fundamental de la inferencia causal: para cada unidad *i* sólo se observa uno de los dos resultados potenciales.

$$Y_i = D_i Y_i(1) + (1 - D_i) Y_i(0)$$

Diferencia de medias observada:

$$\underbrace{\mathbb{E}[Y\mid D=1] - \mathbb{E}[Y\mid D=0]}_{\text{Diferencia observada}} = \underbrace{\mathbb{E}[Y(1)-Y(0)]}_{\text{Efecto causal (ATE)}} + \underbrace{\left(\mathbb{E}[Y(0)\mid D=1] - \mathbb{E}[Y(0)\mid D=0]\right)}_{\text{Sesgo de selección}}$$

• Condición clave para interpretación causal: se requiere *variación exógena* en D_i (diseño/identificación), no basta con estimar una regresión.

$$\mathbb{E}[\varepsilon \mid \mathbf{X}] = 0$$

RECAP

- Efecto individual: $\tau_i = Y_i(1) Y_i(0)$.
- Problema fundamental de la inferencia causal: para cada unidad *i* sólo se observa uno de los dos resultados potenciales.

$$Y_i = D_i Y_i(1) + (1 - D_i) Y_i(0)$$

Diferencia de medias observada:

$$\underbrace{\mathbb{E}[Y\mid D=1] - \mathbb{E}[Y\mid D=0]}_{\text{Diferencia observada}} = \underbrace{\mathbb{E}[Y(1)-Y(0)]}_{\text{Efecto causal (ATE)}} + \underbrace{\left(\mathbb{E}[Y(0)\mid D=1] - \mathbb{E}[Y(0)\mid D=0]\right)}_{\text{Sesgo de selección}}$$

• Condición clave para interpretación causal: se requiere *variación exógena* en D_i (diseño/identificación), no basta con estimar una regresión.

$$\mathbb{E}[\varepsilon \mid \mathbf{X}] = 0$$

 Bajo exogeneidad: el estimador de Mínimos Cuadrados Ordinarios (OLS) es insesgado.

$$\mathbb{E}[\hat{\beta} \mid \mathbf{X}] = \beta$$

Experimentos Aleatorios Controlados (RCTs)

Contexto

 Durante la Guerra de Vietnam, EE. UU. implementó loterías de reclutamiento (1969–1972).

Contexto

- Durante la Guerra de Vietnam, EE. UU. implementó loterías de reclutamiento (1969–1972).
- Cada fecha de nacimiento recibió un Random Sequence Number (RSN) entre 1 y 365.

Contexto

- Durante la Guerra de Vietnam, EE. UU. implementó loterías de reclutamiento (1969–1972).
- Cada fecha de nacimiento recibió un Random Sequence Number (RSN) entre 1 y 365.
- Los hombres con RSN bajo quedaban elegibles para ser reclutados.

Contexto

- Durante la Guerra de Vietnam, EE. UU. implementó loterías de reclutamiento (1969–1972).
- Cada fecha de nacimiento recibió un Random Sequence Number (RSN) entre 1 y 365.
- Los hombres con RSN bajo quedaban elegibles para ser reclutados.
- La lotería generó variación exógena en la probabilidad de servicio militar.

Fuente de datos

• **Social Security Administration** – Continuous Work History Sample (CWHS).

- Social Security Administration Continuous Work History Sample (CWHS).
- Muestra aleatoria del 1% de los números de seguro social.

- Social Security Administration Continuous Work History Sample (CWHS).
- Muestra aleatoria del 1% de los números de seguro social.
- Contiene ingresos anuales (1964–84), cubriendo empleo asalariado y autoempleo.

- Social Security Administration Continuous Work History Sample (CWHS).
- Muestra aleatoria del 1% de los números de seguro social.
- Contiene ingresos anuales (1964–84), cubriendo empleo asalariado y autoempleo.
- Emparejados con RSN de la lotería según fecha de nacimiento.

- Social Security Administration Continuous Work History Sample (CWHS).
- Muestra aleatoria del 1% de los números de seguro social.
- Contiene ingresos anuales (1964–84), cubriendo empleo asalariado y autoempleo.
- Emparejados con RSN de la lotería según fecha de nacimiento.

Fuente de datos

- Social Security Administration Continuous Work History Sample (CWHS).
- Muestra aleatoria del 1% de los números de seguro social.
- Contiene ingresos anuales (1964–84), cubriendo empleo asalariado y autoempleo.
- Emparejados con RSN de la lotería según fecha de nacimiento.

Estrategia

• Comparar perfiles de ingreso entre elegibles y no elegibles por la lotería.

Fuente de datos

- Social Security Administration Continuous Work History Sample (CWHS).
- Muestra aleatoria del 1% de los números de seguro social.
- Contiene ingresos anuales (1964–84), cubriendo empleo asalariado y autoempleo.
- Emparejados con RSN de la lotería según fecha de nacimiento.

Estrategia

- Comparar perfiles de ingreso entre elegibles y no elegibles por la lotería.
- Diferencias atribuibles a servicio militar ⇒ efecto causal.

Problema

 La condición de veterano (D_i) está correlacionada con características no observadas.

Problema

- La condición de veterano (D_i) está correlacionada con características no observadas.
- Ejemplo: quienes se enlistan voluntariamente pueden tener distinto potencial laboral.

Problema

- La condición de veterano (D_i) está correlacionada con características no observadas.
- Ejemplo: quienes se enlistan voluntariamente pueden tener distinto potencial laboral.

Problema

- La condición de veterano (D_i) está correlacionada con características no observadas.
- Ejemplo: quienes se enlistan voluntariamente pueden tener distinto potencial laboral.

Solución

• Usar elegibilidad por lotería (Z_i) como instrumento para D_i .

Problema

- La condición de veterano (D_i) está correlacionada con características no observadas.
- Ejemplo: quienes se enlistan voluntariamente pueden tener distinto potencial laboral.

Solución

- Usar **elegibilidad por lotería** (Z_i) como **instrumento** para D_i .
- Bajo aleatorización: $Z_i \perp \!\!\!\perp \{Y_i(0), Y_i(1)\}.$

Problema

- La condición de veterano (D_i) está correlacionada con características no observadas.
- Ejemplo: quienes se enlistan voluntariamente pueden tener distinto potencial laboral.

Solución

- Usar elegibilidad por lotería (Z_i) como instrumento para D_i .
- Bajo aleatorización: $Z_i \perp \!\!\!\perp \{Y_i(0), Y_i(1)\}.$
- Estimador tipo Wald:

$$\hat{\alpha} = \frac{\mathbb{E}[Y \mid Z=1] - \mathbb{E}[Y \mid Z=0]}{\mathbb{E}[D \mid Z=1] - \mathbb{E}[D \mid Z=0]}$$

Problema

- La condición de veterano (D_i) está correlacionada con características no observadas.
- Ejemplo: quienes se enlistan voluntariamente pueden tener distinto potencial laboral.

Solución

- Usar elegibilidad por lotería (Z_i) como instrumento para D_i .
- Bajo aleatorización: $Z_i \perp \!\!\!\perp \{Y_i(0), Y_i(1)\}.$
- Estimador tipo Wald:

$$\hat{\alpha} = \frac{\mathbb{E}[Y \mid Z=1] - \mathbb{E}[Y \mid Z=0]}{\mathbb{E}[D \mid Z=1] - \mathbb{E}[D \mid Z=0]}$$

Interpretable como efecto local en los cumplidores (LATE).

• Para hombres blancos nacidos 1950-52:

- Para hombres blancos nacidos 1950–52:
 - ightharpoonup Veteranos ganaban $\sim 15\%$ menos que no veteranos en los años 1980s.

- Para hombres blancos nacidos 1950–52:
 - ightharpoonup Veteranos ganaban $\sim 15\%$ menos que no veteranos en los años 1980s.
 - ▶ Pérdida anual $\approx 2,000$ dólares (constantes de 1978).

- Para hombres blancos nacidos 1950–52:
 - ightharpoonup Veteranos ganaban $\sim 15\%$ menos que no veteranos en los años 1980s.
 - ▶ Pérdida anual $\approx 2,000$ dólares (constantes de 1978).
 - Magnitud similar a perder 2 años de experiencia laboral civil.

- Para hombres blancos nacidos 1950–52:
 - ightharpoonup Veteranos ganaban $\sim 15\%$ menos que no veteranos en los años 1980s.
 - ▶ Pérdida anual $\approx 2,000$ dólares (constantes de 1978).
 - Magnitud similar a perder 2 años de experiencia laboral civil.
- Para no blancos: resultados imprecisos, sin efectos robustos.

- Para hombres blancos nacidos 1950-52:
 - ightharpoonup Veteranos ganaban $\sim 15\%$ menos que no veteranos en los años 1980s.
 - ▶ Pérdida anual $\approx 2,000$ dólares (constantes de 1978).
 - Magnitud similar a perder 2 años de experiencia laboral civil.
- Para no blancos: resultados imprecisos, sin efectos robustos.
- Conclusión: el servicio militar en Vietnam redujo el ingreso de largo plazo de los veteranos blancos.

Intuición del RCT

Idea central: Asignar tratamiento por azar hace independientes D_i y los inobservables que afectan Y_i .

$$D_i \perp \!\!\!\perp \{Y_i(1), Y_i(0)\}$$

Intuición del RCT

Idea central: Asignar tratamiento por azar hace independientes D_i y los inobservables que afectan Y_i .

$$D_i \perp \{Y_i(1), Y_i(0)\}$$

Consecuencia: Los grupos Tratamiento/Control son *en promedio* comparables en todo (observado y no observado).

$$\mathbb{E}[Y(0) \mid D=1] = \mathbb{E}[Y(0) \mid D=0], \quad \mathbb{E}[Y(1) \mid D=1] = \mathbb{E}[Y(1) \mid D=0]$$

Intuición del RCT

Idea central: Asignar tratamiento por azar hace independientes D_i y los inobservables que afectan Y_i .

$$D_i \perp \!\!\!\perp \{Y_i(1), Y_i(0)\}$$

Consecuencia: Los grupos Tratamiento/Control son *en promedio* comparables en todo (observado y no observado).

$$\mathbb{E}[Y(0) \mid D=1] = \mathbb{E}[Y(0) \mid D=0], \quad \mathbb{E}[Y(1) \mid D=1] = \mathbb{E}[Y(1) \mid D=0]$$

Estimación simple (muestra grande):

$$\widehat{ATE} = \overline{Y}_{trat} - \overline{Y}_{ctrl}$$

- Asignación aleatoria: $Z_i \in \{0,1\}$ (invitación/oferta).
- Tratamiento efectivo: $D_i \in \{0,1\}$ (lo que la unidad *recibe*).
- Resultado: Y_i.

RCT ideal (cumplimiento perfecto):
$$D_i = Z_i$$

 \Rightarrow ITT = ATE. $\widehat{ATE} = \mathbb{E}[Y \mid Z = 1] - \mathbb{E}[Y \mid Z = 0]$

Incumplimiento: ITT, TOT/LATE (IV)

Problema: $D_i \neq Z_i$ por *no-take-up*, *crossovers*, etc.

- ITT (Intention-to-Treat): efecto de *ofrecer* el programa: $\mathbb{E}[Y \mid Z=1] \mathbb{E}[Y \mid Z=0]$.
- TOT (Treatment-on-the-Treated) bajo supuestos (monotonicidad, exclusión):

$$\mathsf{TOT} \ = \ \frac{\mathbb{E}[Y \mid Z = 1] - \mathbb{E}[Y \mid Z = 0]}{\mathbb{E}[D \mid Z = 1] - \mathbb{E}[D \mid Z = 0]} \ = \ \frac{\mathsf{ITT}}{\mathsf{Compliance Rate}}$$

Lectura: TOT/LATE identifica el efecto local en cumplidores (compliers).

Diseño: unidad de aleatorización y estratificación

Unidad de aleatorización

- Individual (households, estudiantes) vs. por grupos/cluster (escuelas, municipios).
- Si hay efectos de pares o contagio, considerar cluster RCT.

Estratificación/Blocking

- Aleatorizar dentro de celdas homogéneas (p. ej., sexo, cuartil de ingreso, escuela).
- Mejora precisión; asegurar tamaños mínimos por estrato.

Regla práctica: si estratificas, ajusta por estratos en la regresión/análisis.

Poder estadístico y tamaño muestral (intuición)

Reglas prácticas (para diferencia de medias):

$$n \approx \frac{2\sigma^2(z_{1-\alpha/2} + z_{1-\beta})^2}{\Delta^2}$$

- σ^2 : varianza del resultado, Δ : MDE (efecto mínimo detectable).
- Balance 50/50 suele maximizar poder.
- En cluster RCT: inflación por ICC ρ y tamaño de cluster \bar{m} :

$$\mathsf{DEFF} \approx 1 + (\bar{m} - 1)\rho$$

Amenazas y cómo mitigarlas

- Attrition (pérdida de muestra): verificar balance en attriters; bounds (Lee), seguimiento intensivo.
- Spillovers/Contagio: aleatorizar por cluster o buffers; medir exposición indirecta.
- **Noncompliance:** reportar ITT; TOT vía IV con Z como instrumento.
- Heterogeneidad ex ante: estratificar; reportar efectos por subgrupos pre-especificados.
- Medición/Outcomes múltiples: pre-registro, índices (p. ej., z-scores), correcciones por multiplicidad.

Chequeos de balance

Bajo aleatorización válida:

$$X \perp Z \Rightarrow \mathbb{E}[X \mid Z=1] = \mathbb{E}[X \mid Z=0]$$

- Tabla de balance: medias por grupo, diferencia, error estándar y p-valor.
- No "sobre-testear" pero reportar variables clave y estratos.
- Si estratificaste, controla por dummies de estrato en el análisis.

Estimación básica (sin y con controles)

Diferencia de medias / ITT:

$$\widehat{\mathsf{ITT}} = \bar{Y}_{Z=1} - \bar{Y}_{Z=0}$$

Regresión equivalente:

$$Y_i = \alpha + \beta Z_i + \varepsilon_i \quad (\hat{\beta} = \widehat{\mathsf{ITT}})$$

Con controles (precisión):

$$Y_i = \alpha + \beta Z_i + \gamma' X_i + \varepsilon_i$$

TOT/LATE vía IV:

$$Y_i = \alpha + \theta D_i + u_i, \quad D_i = \pi_0 + \pi_1 Z_i + v_i, \quad \hat{\theta} = \frac{\widehat{\text{ITT}}}{\widehat{\text{First Stage}}}$$

Código R mínimo para el aula

```
# Simular RCT simple
set.seed(123)
n < -400
Z \leftarrow rbinom(n,1,0.5)
Y0 <- rnorm(n, 50, 10)
tau <- 5
Y1 <- Y0 + tau
Y <- ifelse(Z==1, Y1, Y0)
t.test(Y[Z==1], Y[Z==0])$estimate # ITT
# Incumplimiento
D \leftarrow ifelse(Z==1, rbinom(n,1,0.8), rbinom(n,1,0.1))
ITT \leftarrow mean(Y[Z==1]) - mean(Y[Z==0])
FS \leftarrow mean(D[Z==1]) - mean(D[Z==0])
TOT <- ITT/FS
```

Plantilla: Artículo del día (RCT)

- Pregunta y contexto (1 slide)
- Diseño experimental: unidad, asignación, estratos, poder (1–2)
- **3** Cumplimiento y amenazas: attrition, spillovers, placebo (1)
- Resultados: ITT principal; TOT/LATE si aplica (2)
- **3** Robustez y heterogeneidad (1)
- **OPERATOR** Política pública: magnitudes, costo-efectividad (1)

Ejercicio corto (10 min)

Escenario: Beca universitaria con cupos limitados. 1) Proponer unidad de aleatorización; 2) Una variable para estratificar y por qué; 3) Definir outcome primario y dos secundarios; 4) Escribir la *estimación ITT* que reportarías; 5) Una amenaza y cómo la mitigas.