

# Inferencia, Causalidad y Políticas Públicas

## ECO-60116

Week 01: Fundamentos de la Inferencia Causal

Eduard F. Martinez Gonzalez, Ph.D.

Departamento de Economía, Universidad Icesi

September 25, 2025

# Acerca de este curso

## 1 Al finalizar el curso podrás:

- ▶ Comprender y aplicar el marco conceptual de la inferencia causal.
- ▶ Usar metodologías: OLS, IV, RCT, DiD, RD, Matching.
- ▶ Diseñar e implementar evaluaciones de impacto con datos reales.

## 2 Módulos principales:

- ▶ Fundamentos de la Inferencia Causal
- ▶ Diseños experimentales y cuasi-experimentales
- ▶ Métodos avanzados y robustez
- ▶ Integración y aplicación

## 3 Metodología:

- ▶ Exposición teórica del profesor.
- ▶ Ejemplos prácticos con R y artículos aplicados.
- ▶ Presentación estudiantil de artículos.

## 4 Evaluación:

- ▶ Presentación de un artículo: 30%.
- ▶ Taller aplicado: 20%.
- ▶ Proyecto final: 50%.

## Presentación de un artículo (30%)

- Al inicio de cada sesión, un estudiante presentará un **artículo empírico** vinculado al tema de la clase anterior.
- Duración aproximada: **15 minutos**.
- La presentación debe incluir al menos 4 diapositivas, cubriendo como mínimo:
  - 1 Pregunta de investigación.
  - 2 Datos utilizados.
  - 3 Metodología y estrategia de identificación. (Puede necesitar más de una diapositiva)
  - 4 Resultados principales.
- El artículo debe seleccionarse de:
  - ▶ La **bibliografía recomendada**, o un paper publicado en uno de los **Top 5 journals de economía**.
  - ▶ O un paper publicado en un journal dentro del **Top 50 de Financial Times**.
- Durante la presentación, profesor y estudiantes pueden intervenir con preguntas para profundizar en el entendimiento.

# Proyecto final (50%) — Objetivo y alcance

- Cada estudiante desarrollará un proyecto con una **pregunta de investigación** relevante y el **uso obligatorio de un método de inferencia causal** (p. ej., RCT, IV, RD, DiD, Matching).
- **Sin limitaciones de datos reales:** el estudiante deberá **construir en R** una **base de datos sintética**, ideal para su pregunta, que:
  - ▶ incluya las variables necesarias,
  - ▶ sea aleatorizable cuando aplique,
  - ▶ esté organizada para implementar la metodología elegida.
- Si elige **RCT**, deberá **diseñar el experimento**: unidad de aleatorización, esquema de asignación, tamaño muestral, posibles problemas (no cumplimiento, atrición) y variables de resultado.
- Para **cualquier metodología**, debe explicitar **supuestos de identificación** y cómo los hará plausibles/validará con su base sintética.

## Proyecto final (50%) — Estructura mínima del trabajo

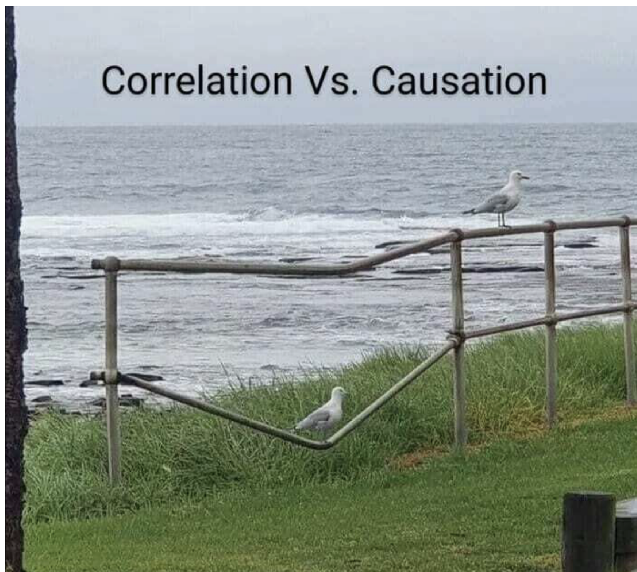
- **Motivación:** relevancia de la pregunta y contexto de política pública.
- **Datos (sección de datos):** cómo se generó la base sintética, definición de variables, tamaño muestral, caracterización (tablas/gráficos), y si aplica, balance inicial.
- **Estrategia de identificación:** diseño/estimador, ecuaciones a estimar, supuestos clave y amenazas.
- **Validación de supuestos:** pruebas y diagnósticos (p. ej., balance, placebos, sensibilidad, verificaciones gráficas).
- **Resultados y conclusiones:** incluir **al menos una tabla con una regresión**; presentar estimaciones principales y una breve discusión de robustez e implicaciones.

# Proyecto final (50%) — Entregables y dinámica

- **Documento PDF** (máximo **10** páginas) con el trabajo completo.
- **Paquete de replicación** (.zip) con:
  - ▶ código para **generación** y **procesamiento** de los datos sintéticos (R),
  - ▶ organización de carpetas y README con instrucciones de ejecución.
- **Presentación oral** para sustentar en la **última clase**.
- **Interacción en clase**: durante la defensa habrá espacio para preguntas y discusión.
- **Logística**: el detalle paso a paso del proyecto será cargado la próxima semana en la plataforma **Intu**.



# El riesgo de confundir correlación con causalidad





## ¿Por qué estudiar inferencia causal?

**Las políticas públicas buscan mejorar el bienestar de la población. En un mundo de recursos limitados, necesitamos saber:**

- ¿Qué programas funcionan realmente?

## ¿Por qué estudiar inferencia causal?

**Las políticas públicas buscan mejorar el bienestar de la población. En un mundo de recursos limitados, necesitamos saber:**

- ¿Qué programas funcionan realmente?
- ¿Cuáles son costo-efectivos?

## ¿Por qué estudiar inferencia causal?

**Las políticas públicas buscan mejorar el bienestar de la población. En un mundo de recursos limitados, necesitamos saber:**

- ¿Qué programas funcionan realmente?
- ¿Cuáles son costo-efectivos?
- ¿Qué intervenciones pueden generar efectos no deseados?

## ¿Por qué estudiar inferencia causal?

**Las políticas públicas buscan mejorar el bienestar de la población. En un mundo de recursos limitados, necesitamos saber:**

- ¿Qué programas funcionan realmente?
- ¿Cuáles son costo-efectivos?
- ¿Qué intervenciones pueden generar efectos no deseados?
- ¿Qué hubiera pasado si la política no se hubiera implementado?

## ¿Por qué estudiar inferencia causal?

**Las políticas públicas buscan mejorar el bienestar de la población. En un mundo de recursos limitados, necesitamos saber:**

- ¿Qué programas funcionan realmente?
- ¿Cuáles son costo-efectivos?
- ¿Qué intervenciones pueden generar efectos no deseados?
- ¿Qué hubiera pasado si la política no se hubiera implementado?

## ¿Por qué estudiar inferencia causal?

**Las políticas públicas buscan mejorar el bienestar de la población. En un mundo de recursos limitados, necesitamos saber:**

- ¿Qué programas funcionan realmente?
- ¿Cuáles son costo-efectivos?
- ¿Qué intervenciones pueden generar efectos no deseados?
- ¿Qué hubiera pasado si la política no se hubiera implementado?

**Si atribuimos efectos sin causalidad, podríamos:**

- **Implementar** políticas costosas que no funcionan.

## ¿Por qué estudiar inferencia causal?

Las políticas públicas buscan mejorar el bienestar de la población. En un mundo de recursos limitados, necesitamos saber:

- ¿Qué programas funcionan realmente?
- ¿Cuáles son costo-efectivos?
- ¿Qué intervenciones pueden generar efectos no deseados?
- ¿Qué hubiera pasado si la política no se hubiera implementado?

**Si atribuimos efectos sin causalidad, podríamos:**

- **Implementar** políticas costosas que no funcionan.
- O **descartar** programas efectivos porque la evidencia estaba mal interpretada.

## ¿Por qué estudiar inferencia causal?

Las políticas públicas buscan mejorar el bienestar de la población. En un mundo de recursos limitados, necesitamos saber:

- ¿Qué programas funcionan realmente?
- ¿Cuáles son costo-efectivos?
- ¿Qué intervenciones pueden generar efectos no deseados?
- ¿Qué hubiera pasado si la política no se hubiera implementado?

**Si atribuimos efectos sin causalidad, podríamos:**

- **Implementar** políticas costosas que no funcionan.
- O **descartar** programas efectivos porque la evidencia estaba mal interpretada.
- Terminar con **malas asignaciones** de recursos públicos.



## ¿Por qué estudiar inferencia causal?

Las políticas públicas buscan mejorar el bienestar de la población. En un mundo de recursos limitados, necesitamos saber:

- ¿Qué programas funcionan realmente?
- ¿Cuáles son costo-efectivos?
- ¿Qué intervenciones pueden generar efectos no deseados?
- ¿Qué hubiera pasado si la política no se hubiera implementado?

**Si atribuimos efectos sin causalidad, podríamos:**

- **Implementar** políticas costosas que no funcionan.
- O **descartar** programas efectivos porque la evidencia estaba mal interpretada.
- Terminar con **malas asignaciones** de recursos públicos.

## ¿Por qué estudiar inferencia causal?

Las políticas públicas buscan mejorar el bienestar de la población. En un mundo de recursos limitados, necesitamos saber:

- ¿Qué programas funcionan realmente?
- ¿Cuáles son costo-efectivos?
- ¿Qué intervenciones pueden generar efectos no deseados?
- ¿Qué hubiera pasado si la política no se hubiera implementado?

Si atribuimos efectos sin causalidad, podríamos:

- **Implementar** políticas costosas que no funcionan.
- O **descartar** programas efectivos porque la evidencia estaba mal interpretada.
- Terminar con **malas asignaciones** de recursos públicos.

Algunas preguntas de investigación que podríamos resolver usando inferencia causal:

- ¿El **PNIS** redujo efectivamente la participación en economías ilegales?

## ¿Por qué estudiar inferencia causal?

Las políticas públicas buscan mejorar el bienestar de la población. En un mundo de recursos limitados, necesitamos saber:

- ¿Qué programas funcionan realmente?
- ¿Cuáles son costo-efectivos?
- ¿Qué intervenciones pueden generar efectos no deseados?
- ¿Qué hubiera pasado si la política no se hubiera implementado?

Si atribuimos efectos sin causalidad, podríamos:

- **Implementar** políticas costosas que no funcionan.
- O **descartar** programas efectivos porque la evidencia estaba mal interpretada.
- Terminar con **malas asignaciones** de recursos públicos.

Algunas preguntas de investigación que podríamos resolver usando inferencia causal:

- ¿El **PNIS** redujo efectivamente la participación en economías ilegales?
- ¿**Familias en Acción** incrementa la asistencia escolar y mejora la nutrición infantil?



# Pregunta de investigación

Se implementa un programa de becas de sostenimiento dirigido a estudiantes universitarios de bajos recursos en universidades públicas.

## Pregunta de investigación

Se implementa un programa de becas de sostenimiento dirigido a estudiantes universitarios de bajos recursos en universidades públicas.

Los beneficiarios son seleccionados por orden de inscripción: solo los primeros  $N$  estudiantes inscritos reciben el apoyo financiero.

# Pregunta de investigación

Se implementa un programa de becas de sostenimiento dirigido a estudiantes universitarios de bajos recursos en universidades públicas.

Los beneficiarios son seleccionados por orden de inscripción: solo los primeros  $N$  estudiantes inscritos reciben el apoyo financiero.

Nuestro objetivo es estimar el efecto de este programa sobre los logros educativos, medidos a través del puntaje de las pruebas Saber Pro de los estudiantes ( $Y$ ).

# Notación básica

## Unidades y tratamiento:

$$i = 1, \dots, n, \quad D_i \in \{0, 1\}$$

donde  $D_i = 1$  si el estudiante recibe la beca y  $D_i = 0$  en caso contrario.

## Resultados potenciales:

$$Y_i(1), Y_i(0) \quad (\text{bien definidos})$$

$Y_i(1)$  y  $Y_i(0)$ , puntaje Saber Pro con y sin beca, respectivamente.

## Resultado observado:

$$Y_i = D_i Y_i(1) + (1 - D_i) Y_i(0)$$

## Efecto individual (inobservable):

$$\tau_i = Y_i(1) - Y_i(0)$$

## Problema fundamental

Para cada  $i$  observamos *solo uno* de  $\{Y_i(1), Y_i(0)\}$ .



# ¿Qué mide realmente la diferencia en medias?

**Estimador naive (diferencia de medias):** diferencia promedio del puntaje Saber Pro entre becados y no becados:

$$\hat{\beta}_{\text{naive}} = \mathbb{E}[Y \mid D = 1] - \mathbb{E}[Y \mid D = 0]$$

# ¿Qué mide realmente la diferencia en medias?

**Estimador naive (diferencia de medias):** diferencia promedio del puntaje Saber Pro entre becados y no becados:

$$\hat{\beta}_{\text{naive}} = \mathbb{E}[Y \mid D = 1] - \mathbb{E}[Y \mid D = 0]$$

**Descomposición:**

$$\underbrace{\mathbb{E}[Y \mid D = 1] - \mathbb{E}[Y \mid D = 0]}_{\text{Diferencia observada}} = \underbrace{\mathbb{E}[Y(1) - Y(0)]}_{\text{Efecto causal (ATE)}} + \underbrace{\left( \mathbb{E}[Y(0) \mid D = 1] - \mathbb{E}[Y(0) \mid D = 0] \right)}_{\text{Sesgo de selección}}$$

**Interpretación**

- **Efecto causal (ATE):** cambio promedio en el puntaje que produciría otorgar la beca.
- **Sesgo de selección:** diferencias *ex ante* entre becados y no becados (p. ej., mayor motivación, mejor preparación o mejor acceso a información entre quienes se inscriben primero).

# Implicaciones: Sesgo de selección positivo

**Ejemplos de mecanismos:** Quienes se inscriben primero tienen mayor motivación/autoeficacia, o pueden tener mejor preparación previa (tutorías, capital académico). Es decir:

$$\mathbb{E}[Y(0) \mid D = 1] > \mathbb{E}[Y(0) \mid D = 0]$$

**Entonces** el término de selección es positivo:

$$\delta \equiv (\mathbb{E}[Y(0) \mid D = 1] - \mathbb{E}[Y(0) \mid D = 0]) > 0$$

**Por tanto** el  $\hat{\beta}_{naive}$  atribuye al programa diferencias *ex ante* (motivación, preparación, acceso a información) que ya favorecerían a los tratados aun sin beca.

$$\hat{\beta}_{naive} = ATE + \delta$$

## Implicaciones: Sesgo de selección negativo

**Ejemplos de mecanismos:** se inscriben primero estudiantes con mayor necesidad financiera (madres/padres jóvenes o cuidadores) y menor capital académico.

**Implica** que, *ex ante*, los tratados tenían peores resultados académicos que los no tratados:

$$\mathbb{E}[Y(0) \mid D = 1] < \mathbb{E}[Y(0) \mid D = 0]$$

**Entonces** el término de selección es negativo:

$$\delta \equiv (\mathbb{E}[Y(0) \mid D = 1] - \mathbb{E}[Y(0) \mid D = 0]) < 0$$

**Por tanto** el  $\hat{\beta}_{naive}$  subestima el efecto causal

$$\hat{\beta}_{naive} = ATE + \delta$$

Si  $|\delta| > |ATE|$ , la diferencia observada puede incluso *invertir de signo* y sugerir (erróneamente) un efecto negativo.



# ¿Qué es una regresión?

- Hasta ahora no hemos especificado *cómo* estimar la diferencia de medias del Saber Pro entre becados y no becados.

# ¿Qué es una regresión?

- Hasta ahora no hemos especificado *cómo* estimar la diferencia de medias del Saber Pro entre becados y no becados.
- La forma más simple es una regresión lineal con un indicador de beca.

# ¿Qué es una regresión?

- Hasta ahora no hemos especificado *cómo* estimar la diferencia de medias del Saber Pro entre becados y no becados.
- La forma más simple es una regresión lineal con un indicador de beca.
- Una **regresión** consiste en explicar una variable en función de otra(s) variables a través de una función (típicamente lineal).



# ¿Qué es una regresión?

- Hasta ahora no hemos especificado *cómo* estimar la diferencia de medias del Saber Pro entre becados y no becados.
- La forma más simple es una regresión lineal con un indicador de beca.
- Una **regresión** consiste en explicar una variable en función de otra(s) variables a través de una función (típicamente lineal).

$$y_i = \alpha + \beta_1 X_{1i} + \beta_2 X_{2i} + \varepsilon_i$$

- $Y_{1i}$ : variable de resultado (puntaje Saber Pro).
- $X_{1i}$ : variable de interés (beca de sostenimiento).
- $X_{2i}$ : variable de control (GPA previo, edad, carrera, etc.).
- $\varepsilon_i$ : término de error (toda la variación de  $y_i$  no explicada por  $X_{1i}$  y  $X_{2i}$ ).

# Interpretación de $\beta_1$

$$\beta_1 = \frac{\partial \mathbb{E}[Y \mid X_1, X_2]}{\partial X_1}$$

- Si  $X_{1i}$  es recibir la beca (binaria),  $\beta_1$  es una *diferencia condicional de medias* entre estudiantes comparables en  $X_{2i}$  (GPA previo, carrera, cohorte, etc.).

## Interpretación de $\beta_1$

$$\beta_1 = \frac{\partial \mathbb{E}[Y \mid X_1, X_2]}{\partial X_1}$$

- Si  $X_{1i}$  es recibir la beca (binaria),  $\beta_1$  es una *diferencia condicional de medias* entre estudiantes comparables en  $X_{2i}$  (GPA previo, carrera, cohorte, etc.).
- **En introducción a la econometría, se suele leer:**

## Interpretación de $\beta_1$

$$\beta_1 = \frac{\partial \mathbb{E}[Y \mid X_1, X_2]}{\partial X_1}$$

- Si  $X_{1i}$  es recibir la beca (binaria),  $\beta_1$  es una *diferencia condicional de medias* entre estudiantes comparables en  $X_{2i}$  (GPA previo, carrera, cohorte, etc.).
- **En introducción a la econometría, se suele leer:**
  - ▶ “ $\beta_1$  es el **efecto** de un cambio de  $X_{1i}$  sobre  $y_i$ ”

# Interpretación de $\beta_1$

$$\beta_1 = \frac{\partial \mathbb{E}[Y \mid X_1, X_2]}{\partial X_1}$$

- Si  $X_{1i}$  es recibir la beca (binaria),  $\beta_1$  es una *diferencia condicional de medias* entre estudiantes comparables en  $X_{2i}$  (GPA previo, carrera, cohorte, etc.).
- **En introducción a la econometría, se suele leer:**
  - ▶ “ $\beta_1$  es el **efecto** de un cambio de  $X_{1i}$  sobre  $y_i$ ”
  - ▶ “Un aumento de una unidad en  $X_1$  está **asociado** a un aumento en  $y_i$  de  $\beta_1$  unidades”

# Interpretación de $\beta_1$

$$\beta_1 = \frac{\partial \mathbb{E}[Y \mid X_1, X_2]}{\partial X_1}$$

- Si  $X_{1i}$  es recibir la beca (binaria),  $\beta_1$  es una *diferencia condicional de medias* entre estudiantes comparables en  $X_{2i}$  (GPA previo, carrera, cohorte, etc.).
- **En introducción a la econometría, se suele leer:**
  - ▶ “ $\beta_1$  es el **efecto** de un cambio de  $X_{1i}$  sobre  $y_i$ ”
  - ▶ “Un aumento de una unidad en  $X_1$  está **asociado** a un aumento en  $y_i$  de  $\beta_1$  unidades”
- **¿Ven alguna diferencia entre estas dos interpretaciones?**

# Interpretación de $\beta_1$

$$\beta_1 = \frac{\partial \mathbb{E}[Y \mid X_1, X_2]}{\partial X_1}$$

- Si  $X_{1i}$  es recibir la beca (binaria),  $\beta_1$  es una *diferencia condicional de medias* entre estudiantes comparables en  $X_{2i}$  (GPA previo, carrera, cohorte, etc.).
- **En introducción a la econometría, se suele leer:**
  - ▶ “ $\beta_1$  es el **efecto** de un cambio de  $X_{1i}$  sobre  $y_i$ ”
  - ▶ “Un aumento de una unidad en  $X_1$  está **asociado** a un aumento en  $y_i$  de  $\beta_1$  unidades”
- **¿Ven alguna diferencia entre estas dos interpretaciones?**
  - ▶ “Efecto” sugiere **causalidad**.
  - ▶ “Asociado” describe **correlación** (relación estadística) sin afirmar causalidad.

# Interpretación de $\beta_1$

$$\beta_1 = \frac{\partial \mathbb{E}[Y \mid X_1, X_2]}{\partial X_1}$$

- Si  $X_{1i}$  es recibir la beca (binaria),  $\beta_1$  es una *diferencia condicional de medias* entre estudiantes comparables en  $X_{2i}$  (GPA previo, carrera, cohorte, etc.).
- **En introducción a la econometría, se suele leer:**
  - ▶ “ $\beta_1$  es el **efecto** de un cambio de  $X_{1i}$  sobre  $y_i$ ”
  - ▶ “Un aumento de una unidad en  $X_1$  está **asociado** a un aumento en  $y_i$  de  $\beta_1$  unidades”
- **¿Ven alguna diferencia entre estas dos interpretaciones?**
  - ▶ “Efecto” sugiere **causalidad**.
  - ▶ “Asociado” describe **correlación** (relación estadística) sin afirmar causalidad.
- **Clave:** misma ecuación, *dos lecturas distintas*. La causalidad depende del **diseño** y los **supuestos**, no solo de estimar una recta.



# Interpretación *predictiva* de una regresión

**Idea central:** la lectura predictiva es **descriptiva**: no afirma causalidad; resume **correlaciones (condicionales)** presentes en los datos para pronosticar  $Y$ .

$$\hat{Y}_i = \hat{\alpha} + \hat{\beta}_1 X_{1i} + \hat{\beta}_2 X_{2i} + \dots$$

- Optimiza **error de predicción** (p. ej., MSE/RMSE), no un parámetro causal.

# Interpretación *predictiva* de una regresión

**Idea central:** la lectura predictiva es **descriptiva**: no afirma causalidad; resume **correlaciones (condicionales)** presentes en los datos para pronosticar  $Y$ .

$$\hat{Y}_i = \hat{\alpha} + \hat{\beta}_1 X_{1i} + \hat{\beta}_2 X_{2i} + \dots$$

- Optimiza **error de predicción** (p. ej., MSE/RMSE), no un parámetro causal.
- Buena predicción  $\Rightarrow$  capta patrones útiles aunque provengan de variables omitidas, simultaneidad o pura asociación.

# Interpretación *predictiva* de una regresión

**Idea central:** la lectura predictiva es **descriptiva**: no afirma causalidad; resume **correlaciones (condicionales)** presentes en los datos para pronosticar  $Y$ .

$$\hat{Y}_i = \hat{\alpha} + \hat{\beta}_1 X_{1i} + \hat{\beta}_2 X_{2i} + \dots$$

- Optimiza **error de predicción** (p. ej., MSE/RMSE), no un parámetro causal.
- Buena predicción  $\Rightarrow$  capta patrones útiles aunque provengan de variables omitidas, simultaneidad o pura asociación.

## ¿Cuándo es útil predecir?

- Clasificar hogares por probabilidad de **pobreza** usando variables simples (techo, material de la vivienda, etc.).
- Anticipar **lluvia** a partir de nubosidad, temperatura, humedad, etc.
- *Ejemplo descriptivo (Colombia)*: correlación  $\approx 0.72$  entre **educación de padres** y **educación de hijos**;  $\approx 0.83$  en **hogares pobres**.

**Mensaje:** la regresión predictiva “no toma partido” por mecanismos; su meta es acertar pronósticos, no identificar efectos.

# Interpretación *causal* de una regresión

**Más ambiciosa (y arriesgada):** intenta decir *cómo funciona el mundo*, no sólo describir patrones.

## Ejemplo motivador:

- “Los beneficiarios de la beca obtienen un puntaje Saber Pro **20% mayor** que los no beneficiarios.” (*descriptivo/asociativo*)
- “*Otorgar* la beca **aumenta** el puntaje Saber Pro del estudiante en **20%.**” (*causal*)

# Interpretación *causal* de una regresión

**Más ambiciosa (y arriesgada):** intenta decir *cómo funciona el mundo*, no sólo describir patrones.

## Ejemplo motivador:

- “Los beneficiarios de la beca obtienen un puntaje Saber Pro **20% mayor** que los no beneficiarios.” (*descriptivo/asociativo*)
- “*Otorgar* la beca **aumenta** el puntaje Saber Pro del estudiante en **20%.**” (*causal*)

## ¿Qué necesitamos para leer $\beta_1$ como efecto causal?

- Una fuente de variación exógena y supuestos que hagan creíble la interpretación causal.

# Interpretación *causal* de una regresión

**Más ambiciosa (y arriesgada):** intenta decir *cómo funciona el mundo*, no sólo describir patrones.

## Ejemplo motivador:

- “Los beneficiarios de la beca obtienen un puntaje Saber Pro **20% mayor** que los no beneficiarios.” (*descriptivo/asociativo*)
- “Otorgar la beca **aumenta** el puntaje Saber Pro del estudiante en **20%.**” (*causal*)

## ¿Qué necesitamos para leer $\beta_1$ como efecto causal?

- Una fuente de variación exógena y supuestos que hagan creíble la interpretación causal.

## ¿Qué es una variable exógena?

- Un regresor cuya variación es **independiente** de  $\varepsilon_i$  (*la asignación de la beca no está correlacionada con inobservables que afectan simultáneamente a  $Y_i$* ). Es decir, que  $(\mathbb{E}[Y(0) \mid D = 1] - \mathbb{E}[Y(0) \mid D = 0]) = 0$
- Por ejemplo, si los cupos se asignan por sorteo entre las personas inscritas, en lugar de por orden de llegada.



# El Estimador de Mínimos Cuadrados Ordinarios (OLS)

Hasta ahora no hemos dicho *cómo* estimar los parámetros  $\beta$  de la regresión.



# El Estimador de Mínimos Cuadrados Ordinarios (OLS)

Hasta ahora no hemos dicho *cómo* estimar los parámetros  $\beta$  de la regresión.

**Modelo lineal:**

$$\mathbf{y} = \mathbf{X}\beta + \varepsilon$$

**Dimensiones:**

$$\mathbf{X} : n \times k, \quad \mathbf{y} : n \times 1, \quad \hat{\beta} : k \times 1$$

# El Estimador de Mínimos Cuadrados Ordinarios (OLS)

Hasta ahora no hemos dicho *cómo* estimar los parámetros  $\beta$  de la regresión.

**Modelo lineal:**

$$\mathbf{y} = \mathbf{X}\beta + \varepsilon$$

**Dimensiones:**

$$\mathbf{X} : n \times k, \quad \mathbf{y} : n \times 1, \quad \hat{\beta} : k \times 1$$

**Objetivo:** Minimizar la suma de los residuos al cuadrado:

$$\min_{\beta} (\mathbf{y} - \mathbf{X}\beta)'(\mathbf{y} - \mathbf{X}\beta)$$

# El Estimador de Mínimos Cuadrados Ordinarios (OLS)

Hasta ahora no hemos dicho *cómo* estimar los parámetros  $\beta$  de la regresión.

**Modelo lineal:**

$$\mathbf{y} = \mathbf{X}\beta + \varepsilon$$

**Dimensiones:**

$$\mathbf{X} : n \times k, \quad \mathbf{y} : n \times 1, \quad \hat{\beta} : k \times 1$$

**Objetivo:** Minimizar la suma de los residuos al cuadrado:

$$\min_{\beta} (\mathbf{y} - \mathbf{X}\beta)'(\mathbf{y} - \mathbf{X}\beta)$$

**Solución analítica:**

$$\hat{\beta} = (\mathbf{X}'\mathbf{X})^{-1}\mathbf{X}'\mathbf{y}$$

# El Estimador de Mínimos Cuadrados Ordinarios (OLS)

Hasta ahora no hemos dicho *cómo* estimar los parámetros  $\beta$  de la regresión.

**Modelo lineal:**

$$\mathbf{y} = \mathbf{X}\beta + \varepsilon$$

**Dimensiones:**

$$\mathbf{X} : n \times k, \quad \mathbf{y} : n \times 1, \quad \hat{\beta} : k \times 1$$

**Objetivo:** Minimizar la suma de los residuos al cuadrado:

$$\min_{\beta} (\mathbf{y} - \mathbf{X}\beta)'(\mathbf{y} - \mathbf{X}\beta)$$

**Solución analítica:**

$$\hat{\beta} = (\mathbf{X}'\mathbf{X})^{-1}\mathbf{X}'\mathbf{y}$$

## Interpretación

$\hat{\beta}$  es el vector de coeficientes que mejor ajusta  $\mathbf{y}$  en el sentido de mínimos cuadrados, siempre que  $\mathbf{X}'\mathbf{X}$  sea invertible.

# Derivación del Estimador OLS

**Problema de optimización:** encontrar los coeficientes  $\beta$  que minimizan la suma de los residuos al cuadrado:

$$S(\beta) = \sum_{i=1}^n (y_i - x_i' \beta)^2 = \varepsilon' \varepsilon = (\mathbf{y} - \mathbf{X}\beta)'(\mathbf{y} - \mathbf{X}\beta)$$

# Derivación del Estimador OLS

**Problema de optimización:** encontrar los coeficientes  $\beta$  que minimizan la suma de los residuos al cuadrado:

$$S(\beta) = \sum_{i=1}^n (y_i - x_i' \beta)^2 = \varepsilon' \varepsilon = (\mathbf{y} - \mathbf{X}\beta)'(\mathbf{y} - \mathbf{X}\beta)$$

**1. Expandimos el producto cuadrático:**

$$S(\beta) = \mathbf{y}'\mathbf{y} - 2\beta'\mathbf{X}'\mathbf{y} + \beta'(\mathbf{X}'\mathbf{X})\beta$$

# Derivación del Estimador OLS

**Problema de optimización:** encontrar los coeficientes  $\beta$  que minimizan la suma de los residuos al cuadrado:

$$S(\beta) = \sum_{i=1}^n (y_i - x_i' \beta)^2 = \varepsilon' \varepsilon = (\mathbf{y} - \mathbf{X}\beta)'(\mathbf{y} - \mathbf{X}\beta)$$

1. Expandimos el producto cuadrático:

$$S(\beta) = \mathbf{y}'\mathbf{y} - 2\beta'\mathbf{X}'\mathbf{y} + \beta'(\mathbf{X}'\mathbf{X})\beta$$

2. Derivamos con respecto a  $\beta$ :

$$\frac{\partial S(\beta)}{\partial \beta} = -2\mathbf{X}'\mathbf{y} + 2\mathbf{X}'\mathbf{X}\beta$$

# Derivación del Estimador OLS

**Problema de optimización:** encontrar los coeficientes  $\beta$  que minimizan la suma de los residuos al cuadrado:

$$S(\beta) = \sum_{i=1}^n (y_i - x_i' \beta)^2 = \varepsilon' \varepsilon = (\mathbf{y} - \mathbf{X}\beta)'(\mathbf{y} - \mathbf{X}\beta)$$

1. Expandimos el producto cuadrático:

$$S(\beta) = \mathbf{y}'\mathbf{y} - 2\beta'\mathbf{X}'\mathbf{y} + \beta'(\mathbf{X}'\mathbf{X})\beta$$

2. Derivamos con respecto a  $\beta$ :

$$\frac{\partial S(\beta)}{\partial \beta} = -2\mathbf{X}'\mathbf{y} + 2\mathbf{X}'\mathbf{X}\beta$$

3. Igualamos a cero (condición de primer orden):

$$\mathbf{X}'\mathbf{X}\beta = \mathbf{X}'\mathbf{y}$$



# Derivación del Estimador OLS

**Problema de optimización:** encontrar los coeficientes  $\beta$  que minimizan la suma de los residuos al cuadrado:

$$S(\beta) = \sum_{i=1}^n (y_i - x_i' \beta)^2 = \varepsilon' \varepsilon = (\mathbf{y} - \mathbf{X}\beta)'(\mathbf{y} - \mathbf{X}\beta)$$

1. Expandimos el producto cuadrático:

$$S(\beta) = \mathbf{y}'\mathbf{y} - 2\beta'\mathbf{X}'\mathbf{y} + \beta'(\mathbf{X}'\mathbf{X})\beta$$

2. Derivamos con respecto a  $\beta$ :

$$\frac{\partial S(\beta)}{\partial \beta} = -2\mathbf{X}'\mathbf{y} + 2\mathbf{X}'\mathbf{X}\beta$$

3. Igualamos a cero (condición de primer orden):

$$\mathbf{X}'\mathbf{X}\beta = \mathbf{X}'\mathbf{y}$$

4. Solución (ecuaciones normales):

$$\hat{\beta} = (\mathbf{X}'\mathbf{X})^{-1}\mathbf{X}'\mathbf{y}$$

# Insesgadez del Estimador OLS

¿Bajo que supuestos podemos asumir que  $\hat{\beta}$  es un estimador insesgado de  $\beta$ ?

# Insesgadez del Estimador OLS

¿Bajo que supuestos podemos asumir que  $\hat{\beta}$  es un estimador insesgado de  $\beta$ ?

- Linealidad:  $\mathbf{y} = \mathbf{X}\beta + \varepsilon$
- Exogeneidad:  $\mathbb{E}[\varepsilon \mid \mathbf{X}] = \mathbf{0}$
- No multicolinealidad perfecta:  $\text{rank}(\mathbf{X}) = k \Rightarrow \mathbf{X}'\mathbf{X}$  invertible

# Insesgadez del Estimador OLS

¿Bajo que supuestos podemos asumir que  $\hat{\beta}$  es un estimador insesgado de  $\beta$ ?

- Linealidad:  $\mathbf{y} = \mathbf{X}\beta + \varepsilon$
- Exogeneidad:  $\mathbb{E}[\varepsilon \mid \mathbf{X}] = \mathbf{0}$
- No multicolinealidad perfecta:  $\text{rank}(\mathbf{X}) = k \Rightarrow \mathbf{X}'\mathbf{X}$  invertible

**Sabemos que:**

- $\mathbf{y} = \mathbf{X}\beta + \varepsilon \quad (1)$

- $\hat{\beta} = (\mathbf{X}'\mathbf{X})^{-1}\mathbf{X}'\mathbf{y} \quad (2)$

# Insesgadez del Estimador OLS

¿Bajo que supuestos podemos asumir que  $\hat{\beta}$  es un estimador insesgado de  $\beta$ ?

- Linealidad:  $\mathbf{y} = \mathbf{X}\beta + \varepsilon$
- Exogeneidad:  $\mathbb{E}[\varepsilon \mid \mathbf{X}] = \mathbf{0}$
- No multicolinealidad perfecta:  $\text{rank}(\mathbf{X}) = k \Rightarrow \mathbf{X}'\mathbf{X}$  invertible

Sabemos que:

- $\mathbf{y} = \mathbf{X}\beta + \varepsilon \quad (1)$

- $\hat{\beta} = (\mathbf{X}'\mathbf{X})^{-1}\mathbf{X}'\mathbf{y} \quad (2)$

Sustituyendo (1) en (2) tenemos:

$$\hat{\beta} = \beta + (\mathbf{X}'\mathbf{X})^{-1}\mathbf{X}'\varepsilon$$

# Insesgadez del Estimador OLS

¿Bajo que supuestos podemos asumir que  $\hat{\beta}$  es un estimador insesgado de  $\beta$ ?

- Linealidad:  $\mathbf{y} = \mathbf{X}\beta + \varepsilon$
- Exogeneidad:  $\mathbb{E}[\varepsilon \mid \mathbf{X}] = \mathbf{0}$
- No multicolinealidad perfecta:  $\text{rank}(\mathbf{X}) = k \Rightarrow \mathbf{X}'\mathbf{X}$  invertible

**Sabemos que:**

- $\mathbf{y} = \mathbf{X}\beta + \varepsilon \quad (1)$

- $\hat{\beta} = (\mathbf{X}'\mathbf{X})^{-1}\mathbf{X}'\mathbf{y} \quad (2)$

**Sustituyendo (1) en (2) tenemos:**

$$\hat{\beta} = \beta + (\mathbf{X}'\mathbf{X})^{-1}\mathbf{X}'\varepsilon$$

**Aplicando esperanza condicional:**

$$\mathbb{E}[\hat{\beta} \mid \mathbf{X}] = \beta + (\mathbf{X}'\mathbf{X})^{-1}\mathbf{X}'\mathbb{E}[\varepsilon \mid \mathbf{X}]$$

# Insesgadez del Estimador OLS

¿Bajo que supuestos podemos asumir que  $\hat{\beta}$  es un estimador insesgado de  $\beta$ ?

- Linealidad:  $\mathbf{y} = \mathbf{X}\beta + \varepsilon$
- Exogeneidad:  $\mathbb{E}[\varepsilon \mid \mathbf{X}] = \mathbf{0}$
- No multicolinealidad perfecta:  $\text{rank}(\mathbf{X}) = k \Rightarrow \mathbf{X}'\mathbf{X}$  invertible

**Sabemos que:**

- $\mathbf{y} = \mathbf{X}\beta + \varepsilon \quad (1)$

- $\hat{\beta} = (\mathbf{X}'\mathbf{X})^{-1}\mathbf{X}'\mathbf{y} \quad (2)$

**Sustituyendo (1) en (2) tenemos:**

$$\hat{\beta} = \beta + (\mathbf{X}'\mathbf{X})^{-1}\mathbf{X}'\varepsilon$$

**Aplicando esperanza condicional:**

$$\mathbb{E}[\hat{\beta} \mid \mathbf{X}] = \beta + (\mathbf{X}'\mathbf{X})^{-1}\mathbf{X}'\mathbb{E}[\varepsilon \mid \mathbf{X}]$$

**Por exogeneidad:**

$$\mathbb{E}[\hat{\beta} \mid \mathbf{X}] = \beta$$

# Sesgo por variable omitida

**Modelo verdadero (con omitidas):**

$$\mathbf{y} = \mathbf{X}\beta + \mathbf{Z}\phi + \mathbf{u}, \quad \mathbb{E}[\mathbf{u} \mid \mathbf{X}, \mathbf{Z}] = \mathbf{0}$$



# Sesgo por variable omitida

**Modelo verdadero (con omitidas):**

$$\mathbf{y} = \mathbf{X}\beta + \mathbf{Z}\phi + \mathbf{u}, \quad \mathbb{E}[\mathbf{u} \mid \mathbf{X}, \mathbf{Z}] = \mathbf{0}$$

**Modelo estimado (omite Z):**

$$\mathbf{y} = \mathbf{X}\tilde{\beta} + \tilde{\mathbf{u}}$$

# Sesgo por variable omitida

**Modelo verdadero (con omitidas):**

$$\mathbf{y} = \mathbf{X}\beta + \mathbf{Z}\phi + \mathbf{u}, \quad \mathbb{E}[\mathbf{u} \mid \mathbf{X}, \mathbf{Z}] = \mathbf{0}$$

**Modelo estimado (omite Z):**

$$\mathbf{y} = \mathbf{X}\tilde{\beta} + \tilde{\mathbf{u}}$$

**Estimador OLS con omitidas:**

$$\hat{\beta} = (\mathbf{X}'\mathbf{X})^{-1}\mathbf{X}'\mathbf{y}$$

# Sesgo por variable omitida

**Modelo verdadero (con omitidas):**

$$\mathbf{y} = \mathbf{X}\beta + \mathbf{Z}\phi + \mathbf{u}, \quad \mathbb{E}[\mathbf{u} \mid \mathbf{X}, \mathbf{Z}] = \mathbf{0}$$

**Modelo estimado (omite Z):**

$$\mathbf{y} = \mathbf{X}\tilde{\beta} + \tilde{\mathbf{u}}$$

**Estimador OLS con omitidas:**

$$\hat{\beta} = (\mathbf{X}'\mathbf{X})^{-1}\mathbf{X}'\mathbf{y}$$

**Sustituyendo y del modelo verdadero:**

$$\hat{\beta} = (\mathbf{X}'\mathbf{X})^{-1}\mathbf{X}'(\mathbf{X}\beta + \mathbf{Z}\phi + \mathbf{u})$$

# Sesgo por variable omitida

**Modelo verdadero (con omitidas):**

$$\mathbf{y} = \mathbf{X}\beta + \mathbf{Z}\phi + \mathbf{u}, \quad \mathbb{E}[\mathbf{u} \mid \mathbf{X}, \mathbf{Z}] = \mathbf{0}$$

**Modelo estimado (omite Z):**

$$\mathbf{y} = \mathbf{X}\tilde{\beta} + \tilde{\mathbf{u}}$$

**Estimador OLS con omitidas:**

$$\hat{\beta} = (\mathbf{X}'\mathbf{X})^{-1}\mathbf{X}'\mathbf{y}$$

**Sustituyendo y del modelo verdadero:**

$$\hat{\beta} = (\mathbf{X}'\mathbf{X})^{-1}\mathbf{X}'(\mathbf{X}\beta + \mathbf{Z}\phi + \mathbf{u})$$

**Resolviendo se obtiene:**

$$\hat{\beta} = \beta + (\mathbf{X}'\mathbf{X})^{-1}\mathbf{X}'\mathbf{Z}\phi + (\mathbf{X}'\mathbf{X})^{-1}\mathbf{X}'\mathbf{u}$$

# Esperanza del estimador con variable omitida

**Aplicando esperanza condicional:**

$$\mathbb{E}[\hat{\beta} \mid \mathbf{X}, \mathbf{Z}] = \beta + (\mathbf{X}'\mathbf{X})^{-1}\mathbf{X}'\mathbf{Z}\phi + (\mathbf{X}'\mathbf{X})^{-1}\mathbf{X}'\mathbb{E}[\mathbf{u} \mid \mathbf{X}, \mathbf{Z}]$$

# Esperanza del estimador con variable omitida

**Aplicando esperanza condicional:**

$$\mathbb{E}[\hat{\beta} \mid \mathbf{X}, \mathbf{Z}] = \beta + (\mathbf{X}'\mathbf{X})^{-1}\mathbf{X}'\mathbf{Z}\phi + (\mathbf{X}'\mathbf{X})^{-1}\mathbf{X}'\mathbb{E}[\mathbf{u} \mid \mathbf{X}, \mathbf{Z}]$$

**Por exogenidad:  $\mathbb{E}[\mathbf{u} \mid \mathbf{X}, \mathbf{Z}] = \mathbf{0}$**

$$\mathbb{E}[\hat{\beta} \mid \mathbf{X}, \mathbf{Z}] = \beta + (\mathbf{X}'\mathbf{X})^{-1}\mathbf{X}'\mathbf{Z}\phi$$

# Esperanza del estimador con variable omitida

**Aplicando esperanza condicional:**

$$\mathbb{E}[\hat{\beta} \mid \mathbf{X}, \mathbf{Z}] = \beta + (\mathbf{X}'\mathbf{X})^{-1}\mathbf{X}'\mathbf{Z}\phi + (\mathbf{X}'\mathbf{X})^{-1}\mathbf{X}'\mathbb{E}[\mathbf{u} \mid \mathbf{X}, \mathbf{Z}]$$

**Por exogenidad:  $\mathbb{E}[\mathbf{u} \mid \mathbf{X}, \mathbf{Z}] = \mathbf{0}$**

$$\mathbb{E}[\hat{\beta} \mid \mathbf{X}, \mathbf{Z}] = \beta + (\mathbf{X}'\mathbf{X})^{-1}\mathbf{X}'\mathbf{Z}\phi$$

**Por expectativas iteradas (Fijando  $\mathbf{Z}$  y condicionando en  $\mathbf{X}$ ):**

$$\mathbb{E}[\hat{\beta} \mid \mathbf{X}] = \beta + \underbrace{(\mathbf{X}'\mathbf{X})^{-1}\mathbf{X}'\mathbf{Z}}_{\text{Cor}(\mathbf{X}, \mathbf{Z})} \phi$$

# Esperanza del estimador con variable omitida

**Aplicando esperanza condicional:**

$$\mathbb{E}[\hat{\beta} \mid \mathbf{X}, \mathbf{Z}] = \beta + (\mathbf{X}'\mathbf{X})^{-1}\mathbf{X}'\mathbf{Z}\phi + (\mathbf{X}'\mathbf{X})^{-1}\mathbf{X}'\mathbb{E}[\mathbf{u} \mid \mathbf{X}, \mathbf{Z}]$$

**Por exogenidad:**  $\mathbb{E}[\mathbf{u} \mid \mathbf{X}, \mathbf{Z}] = \mathbf{0}$

$$\mathbb{E}[\hat{\beta} \mid \mathbf{X}, \mathbf{Z}] = \beta + (\mathbf{X}'\mathbf{X})^{-1}\mathbf{X}'\mathbf{Z}\phi$$

**Por expectativas iteradas (Fijando  $\mathbf{Z}$  y condicionando en  $\mathbf{X}$ ):**

$$\mathbb{E}[\hat{\beta} \mid \mathbf{X}] = \beta + \underbrace{(\mathbf{X}'\mathbf{X})^{-1}\mathbf{X}'\mathbf{Z}}_{\text{Cor}(\mathbf{X}, \mathbf{Z})} \phi$$

**En el caso univariado:**  $\delta = (\mathbf{X}'\mathbf{X})^{-1}\mathbf{X}'\mathbf{Z}$

$$\mathbb{E}[\hat{\beta} \mid \mathbf{X}] = \beta + \delta \cdot \phi$$



# Dirección del sesgo por variable omitida

## El sesgo depende de dos factores:

- La correlación entre la variable de interés  $X$  y la variable omitida  $Z$  (signo de  $\delta$ ).
- El efecto causal de la variable omitida  $Z$  sobre  $Y$  (signo de  $\phi$ ).

# Dirección del sesgo por variable omitida

## El sesgo depende de dos factores:

- La correlación entre la variable de interés  $X$  y la variable omitida  $Z$  (signo de  $\delta$ ).
- El efecto causal de la variable omitida  $Z$  sobre  $Y$  (signo de  $\phi$ ).

$$\text{Sesgo} = \delta \cdot \phi$$

Correlación $X-Z$ ( $\delta$ )	Efecto $Z \rightarrow Y$ ( $\phi$ )	Dirección del sesgo en $\hat{\beta}$
Positiva	Positiva	+ (sobreestima $\beta$ )
Negativa	Positiva	- (subestima $\beta$ )
Positiva	Negativa	- (subestima $\beta$ )
Negativa	Negativa	+ (sobreestima $\beta$ )



# Preparación para la Próxima Clase

Para aprovechar al máximo la próxima sesión, por favor:

- **Entorno de Trabajo Instalado**

- ▶ R (versión 4.0 o superior)
- ▶ RStudio
- ▶ Paquetes: `tidyverse` y `rio`

- **Revisar Material Compartido**

- ▶ Introducción a R: [Disponible \[aquí\]](#)
- ▶ Manipulación de Datos con `dplyr`: [Disponible \[aquí\]](#)
- ▶ Gestión y Organización de Datos: [Disponible \[aquí\]](#)
- ▶ Lectura y Escritura de Datos: [Disponible \[aquí\]](#)

# Elección del artículo académico

## Dinámica y plazos

- **Hoy:** los estudiantes revisan la bibliografía cargada y piensan su tema de interés.
- **Próxima clase:** definimos quién presenta el artículo del *RCT* y asignaremos los responsables de los temas de las semanas siguientes.
- La comunicación puede cerrarse en clase; de requerirse, enviar confirmación por correo electrónico antes del siguiente encuentro.

## Recursos y tips para presentar (lecturas sugeridas)

- *How to Give a Great Seminar* (Tabarrok)
- *Tips on Giving a Presentation in Economics* (Lubotsky)
- *How to Give an Applied Micro Talk* (Shapiro)
- *Beamer Tips for Presentations* (Goldsmith-Pinkham)
- *The Discussant's Art* (Blattman)
- *Public Speaking for Academic Economists* (Meager)

# Referencias esenciales

- Angrist, J., & Pischke, J.-S. (2009). *Mostly Harmless Econometrics*. Princeton.
- Bernal, R., & Peña, X. (2011). *Guía práctica para la evaluación de impacto*. Universidad de los Andes.
- Gertler, P., Martinez, S., Premand, P., Rawlings, L., & Vermeersch, C. (2017). *La evaluación de impacto en la práctica* (2ª ed.). Banco Mundial.
- Hernán, M., & Robins, J. (2020). *Causal Inference*. Chapman & Hall/CRC (libro abierto).
- Imbens, G., & Rubin, D. (2015). *Causal Inference for Statistics, Social, and Biomedical Sciences*. CUP.
- Rubin, D. B. (1974). *Estimating Causal Effects of Treatments in Randomized and Nonrandomized Studies*. J. Educ. Psychology.