

5. Uma enquête eleitoral

Sabe-se que a população de um país está dividida em dois grupos políticos, que chamaremos A e B. A fração do grupo A é f , a de B é $1 - f$. Três perguntas serão feitas numa enquête, com respostas X , Y e Z , números reais. O pessoal de A acostuma responder às três perguntas com $N(0, \sigma)$, e o pessoal de B com $N(1, \sigma)$.

- Como são as distribuições de X , Y e Z para diversos valores de σ e de f ? E as distribuições conjuntas?
- Para uma certa resposta (x_i, y_i, z_i) , é possível estimar a qual dos grupos o respondente pertence?
- Suponha que se extrai uma amostra de n pessoas, cujo grupo político se desconhece. O grupo de cada pessoa é estimado segundo se $x + y + z$ é maior ou menor que $3/2$. Dessa maneira é calculada a “fração estimada”, sendo

$$f_{\text{est}} = \frac{1}{n} \sum_i \chi \left(x_i + y_i + z_i < \frac{3}{2} \right)$$

onde χ é 1 se o argumento é verdadeiro, e 0 se não.

- f_{est} é uma v.a., cujo espaço amostral é a de todas as possíveis amostras de n pessoas. Como é sua distribuição de probabilidade? Como depende de n , de σ e de f ?

- Vários dos itens colocados acima podem ser calculados analiticamente. Realizem o cálculo e um estudo de simulação, e vejam se há concordância entre os resultados.
- É possível calcular um valor de n tal que o erro $|f_{\text{est}} - f|$ seja menor que 1%? Verificar com simulações.