
Домашнее задание №6

Задача №1.

Пусть ξ и η — независимые одинаково распределённые случайные величины и $\mathbb{E}\xi$ определено. Покажите, что с вероятностью 1 выполнены равенства

$$\mathbb{E}[\xi|\xi + \eta] = \mathbb{E}[\eta|\xi + \eta] = \frac{\xi + \eta}{2}.$$

Задача №2.

Пусть ξ_1, ξ_2, \dots — независимые одинаково распределённые случайные величины с $\mathbb{E}|\xi_i| < \infty$. Покажите, что с вероятностью 1 выполнено равенство

$$\mathbb{E}[\xi_1 | S_n, S_{n+1}, \dots] = \frac{S_n}{n}.$$

Задача №3. (Задача №101)

Пусть

$$X = \begin{pmatrix} X_1 \\ X_2 \\ X_3 \end{pmatrix} \sim \mathcal{N} \left(\begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 5 & 2 & 7 \\ 2 & 5 & 7 \\ 7 & 7 & 14 \end{pmatrix} \right).$$

- a) Найдите распределение случайной величины $Y_1 = X_1 + X_2 - X_3$.
- b) Найдите распределение случайной величины $Y_2 = X_1 + X_2 + X_3$.
- c) Найдите $\mathbb{E}[Y_2 | X_1 = 5, X_2 = 3]$.
- d) Найдите $\mathbb{E}[Y_2 | X_1 = 5, X_2 < 3]$.