
Домашнее задание №8-9 (задание пополняется)

Дедлайн: 16 апреля 2019 г., 23:00

Основные задачи

1. (2 + 2 балла)
 - (i) Найдите произведение многочленов $A(x) = 2x + 3$ и $B(x) = x^2 - 1$, используя рекурсивный $O(n \log n)$ -алгоритм БПФ.
 - (ii) Вычислите обратное ДПФ массива $A = [10, 3i\sqrt{2} + 2 + 2i, 0, 3i\sqrt{2} + 2 - 2i, -2, -3i\sqrt{2} + 2 + 2i, 0, -3i\sqrt{2} + 2 - 2i]$.
2. (1+2 балла)
 - (i) Постройте $O(n \log n)$ -БПФ-алгоритм для поиска подстрок с «джокерами».
 - (ii) Покажите, как понизить трудоёмкость вашей процедуры до $O(n \log m)$.
3. (1 балл) Используя ДПФ, найдите решение системы линейных уравнений $Cx = b$, где C — циркулянтная матрица, порождённая столбцом $(1, 2, 4, 8)^\top$ и $b^\top = (16, 8, 4, 2)^\top$.
4. (1 + 2 + 3 + 2 балла)
 - (i) Найдите примитивный корень восьмой степени в поле \mathbb{Z}_{41} .
 - (ii) Вычислите ДПФ многочленов $A(x) = 2x + 3$ и $B(x) = x^2 - 1$ в поле \mathbb{Z}_{41} .
 - (iii) Пусть A — матрица ДПФ длины n , ω_n — соответствующий первообразный корень степени n в поле \mathbb{Z}_{41} . Докажите, что $(A^{-1})_{i,j} \equiv n^{-1}(\omega_n^{-1})^{ji} \pmod{p}$.
 - (iv) С помощью БПФ найдите произведение многочленов $A(x)$ и $B(x)$ из второго пункта в поле \mathbb{Z}_{41} .

Дополнительные задачи

1. (3 балла) Пусть дано множество различных чисел $A \subseteq \{1, \dots, m\}$. Рассмотрим множество $A + A$, образованное суммами пар элементов A . Докажите или опровергните существование процедур построения $A + A$, имеющих субквадратичную трудоёмкость $o(n^2)$.