

## Práctica 1: Muestreo, diezmado e interpolación de secuencias

Asignatura: Sistemas de Tiempo Discreto

2º de Grado de Ingeniería Biomédica

Profesores:

Alicia Guerrero Curieses

Eduardo del Arco Fernández

### Descripción

El objetivo de esta práctica es comprender las operaciones más sencillas de manipulación de señales en tiempo discreto. Estas operaciones son el muestreo, la interpolación y el diezmado de secuencias.

Para la realización de la práctica, se utilizarán los siguientes materiales:

- 1) Matlab. Se proporcionarán algunos programas (“scripts”). El objetivo de esta práctica no es aprender el lenguaje Matlab, sino comprender las operaciones básicas de proceso de señal en tiempo discreto.
- 2) Tres secuencias:
  - a. Una secuencia sintética, puramente generada con ordenador, consistente en una combinación lineal de exponenciales complejas.
  - b. Una secuencia procedente de una señal de audio, concretamente una señal de voz.
  - c. Una secuencia procedente del acelerómetro de un teléfono móvil. Esta secuencia fue registrada en un experimento de análisis de marcha.
- 3) Los conocimientos adquiridos en el tema 3 de la asignatura, concretamente a partir de la diapositiva 58.

### Introducción teórica

Ninguna Tecnología de la Información y la Comunicación sería posible sin el procesamiento discreto. Así, el sistema discreto equivalente (diapositiva 57) permite el uso de sistemas electrónicos digitales para manipular señales en tiempo continuo con un sistema en tiempo discreto. Estas mismas manipulaciones, realizadas en el dominio continuo, habrían de hacerse mediante circuitos electrónicos analógicos, cuya complejidad física puede ser muy elevada. La clave del procesamiento digital es que el sistema discreto  $H_d(e^{j\omega})$  puede reducirse a un conjunto de operaciones aritméticas ejecutadas por una máquina de propósito general, es decir, un computador. Es posible replicar estos sistemas, modificarlos, conectarlos en

distintas topologías o incluso cambiar su funcionamiento en vivo, sin más limitación que la potencia de la máquina que los ejecuta.

En el mundo digital, los dispositivos físicos concretos, que realizan tareas concretas, son sustituidos por procedimientos y algoritmos ejecutables en computadores. Todo lo que hagan hoy durante el desarrollo de la práctica será válido en cualquier máquina digital: Teléfonos móviles, sistemas empotrados sencillos como Arduinos (con limitaciones), dispositivos “wereables” como pulseras, y por supuesto, ordenadores convencionales.

Para un mejor aprovechamiento de la sesión, conviene primero repasar algunos conceptos clave estudiados en el tema 3. Las primeras manipulaciones de señales bajo el paradigma digital son:

- 1) *El muestreo de señales discretas:* Consiste en el descarte periódico de muestras de una secuencia. En la figura, se observa la representación de una secuencia  $x[n]$  mediante deltas de Kronecker. A esta secuencia se le somete a un muestreo de orden  $N=3$ , es decir, se conservan 1 de cada 3 muestras de  $x[n]$ , para dar lugar a  $x_p[n]$ . La ausencia de muestras será sustituida por ‘0s’.

*Pregunta: ¿Cómo será el espectro de  $x_p[n]$  respecto al de  $x[n]$ ?*

- 2) *El diezmado de secuencias:* Consiste en el descarte periódico de muestras de una secuencia y la eliminación posterior de los ‘0s’ resultantes de dicho descarte. Así, en la figura, se parte de  $x_p[n]$  y la secuencia resultante es  $x_b[n]$

*Pregunta: ¿Cómo será el espectro de  $x_b[n]$  respecto al de  $x[n]$ ?*

- 3) *La interpolación de secuencias:* La forma más sencilla de interpolación consiste en la inserción periódica de ‘0s’ en una secuencia. Así, una interpolación de orden  $L=1$ , se introducen  $L-1$  ‘0s’ periódicamente en la secuencia. Existen otras formas más elaboradas de interpolación: Una vez introducidos los ‘0s’ en la secuencia, es posible estimar un valor diferente basándose en las muestras no nulas, por ejemplo, mediante un filtro paso bajo, que dará lugar a la clásica *interpolación sinc*.

La interpolación discreta es una operación extremadamente útil. Sirve para recuperar una señal previamente diezmada, expandir una secuencia o una señal que, si se cumplen ciertos requisitos, sería el equivalente a haber muestreado la señal en tiempo continuo original a una frecuencia superior.

*Pregunta: Basándose en los ejemplos anteriores, ¿Cómo será el espectro de  $x_i[n]$  respecto al de  $x_b[n]$ ?*

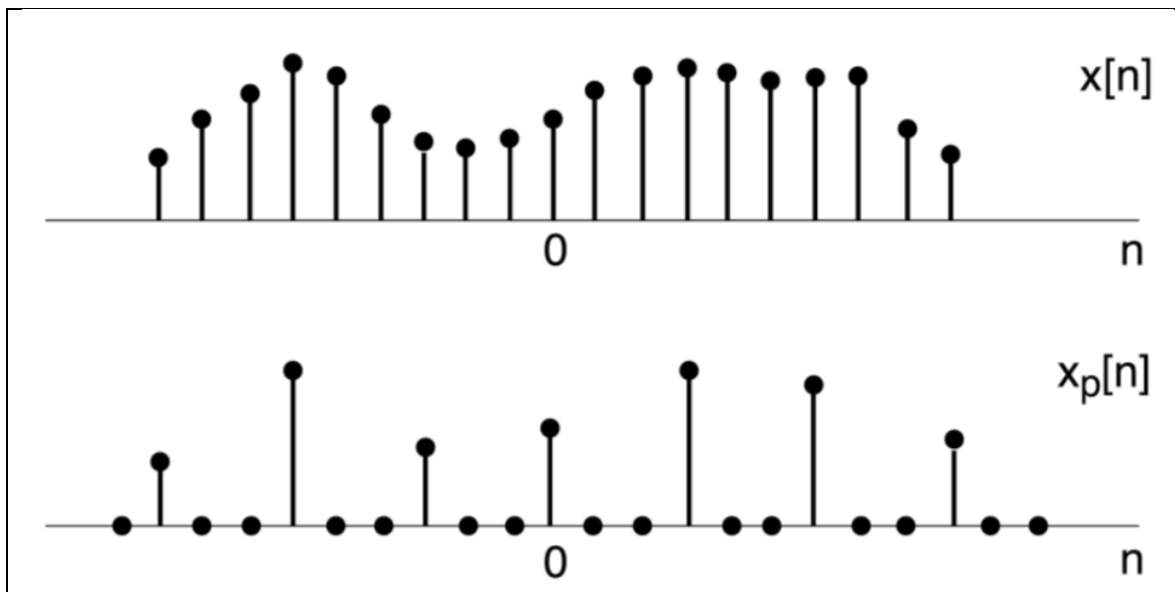


Figura 1: Muestreo de una secuencia.

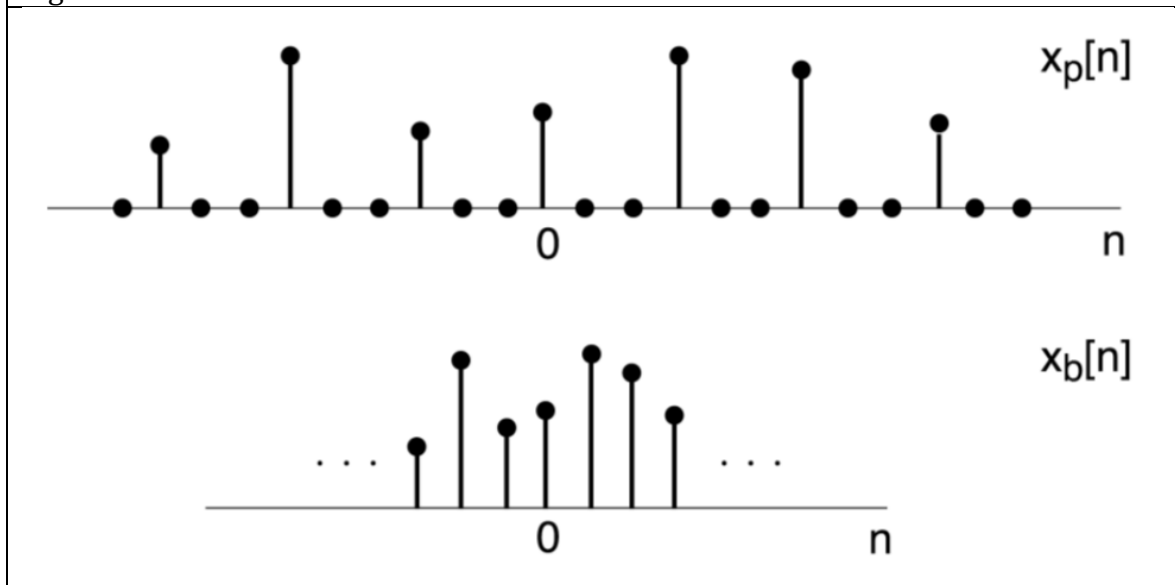
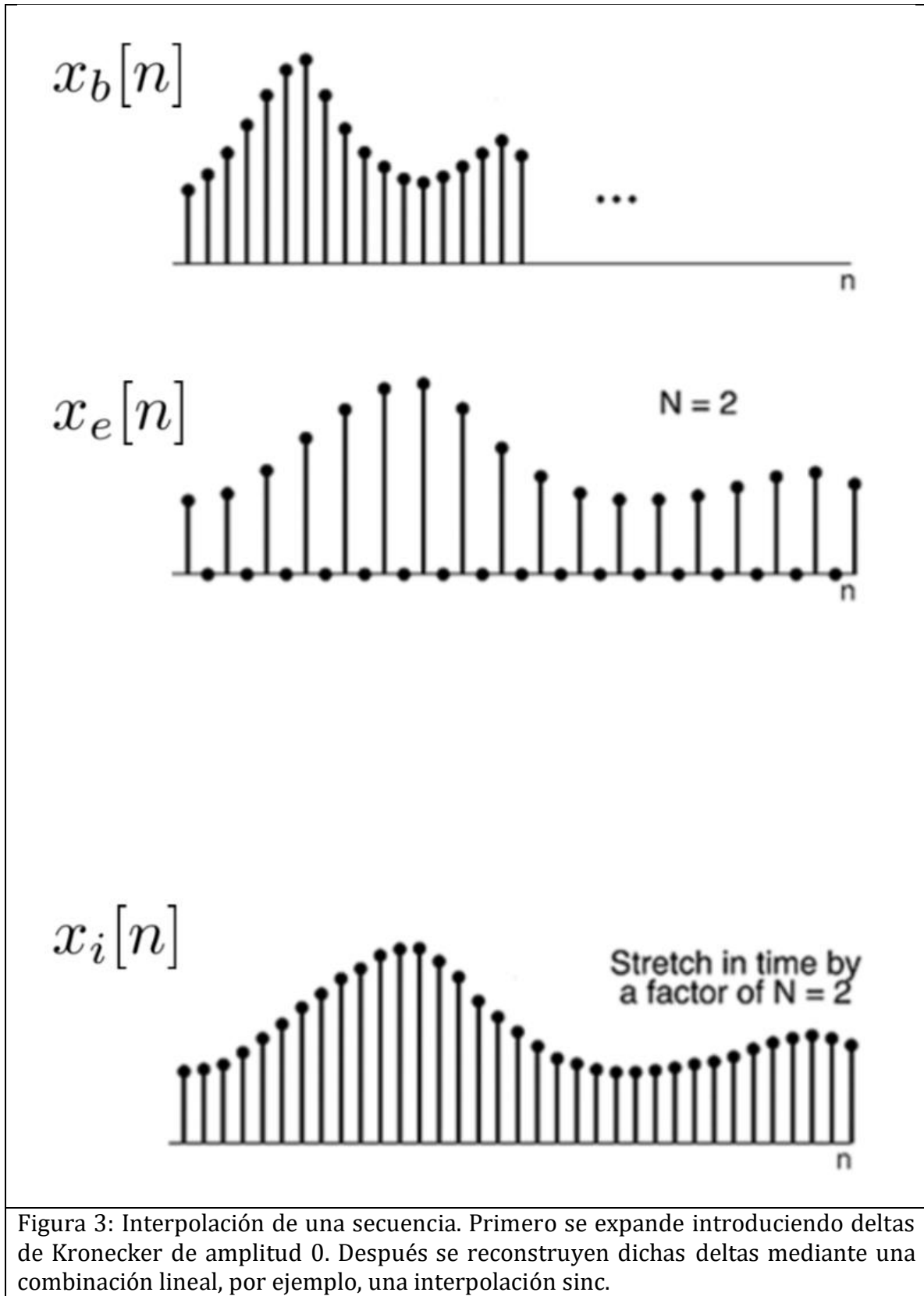


Figura 2: Diezmado de una secuencia. La secuencia reduce su longitud



## Guion de la práctica

### Señal sintética

Abra el archivo “p1\_synth.m” escribiendo “edit p1\_synth.m”.

Sitúese en el apartado (1). Observe el primer “cell” y ejecútelo. Responda a las siguientes preguntas:

- La señal y, ¿es continua o discreta?
- ¿Qué significado tiene la “frecuencia de muestreo”?

Sitúese en el apartado (2). Aquí se hace una Transformada Discreta de Fourier para estimar el espectro en de la secuencia en determinadas frecuencias. Este tipo de transformada se estudiará en el tema 4. Por ello, el alumno deberá interpretar las representaciones de señal en frecuencia como una Transformada de Fourier en Tiempo Discreto como las estudiadas en los temas 2 y 3. Omega es lo suficientemente denso para considerarse continua (en realidad no lo es porque NADA puede ser continuo en un ordenador).

Ejecute el “cell” y observe el resultado. Responda a las preguntas:

- ¿Cuál es la diferencia entre ambos espectros?
- ¿Qué significan los picos en los espectros? ¿A qué se debe su amplitud y posición?
- ¿A qué se debe que el eje de frecuencias de la segunda gráfica esté comprendido entre -5000 y 5000 Hz? ¿Qué relación tiene con la primera gráfica?

Sitúese en el apartado (3). Si dispone de unos auriculares, enchúfelos a la salida de audio del ordenador.

Observe el código y ejecute el “cell”. Responda a las preguntas:

- ¿Cuál es el efecto de cambiar la variable “fact”? ¿Por qué?
- Al cambiar “fact” por encima o por debajo de 1:
  - ¿Se ha comprimido o expandido la secuencia en dominio discreto?
  - ¿Se ha comprimido o expandido la secuencia en dominio continuo?

Sitúese en el apartado (4). En este apartado la secuencia se muestrea, se representa y se reproduce. Originalmente el parámetro N es igual a 2.

Observe el código y ejecute el “cell”. Responda a las preguntas:

- Pruebe varios  $N$  (siempre números naturales menos el 0):
  - ¿Qué sucede en la representación temporal de la señal? (Haga zoom).
  - ¿Qué le sucede al espectro? (fíjese en las “réplicas espectrales” y en su amplitud)
  - ¿Qué sucede si aumento excesivamente  $N$ ? ¿Cuál es el límite máximo?
  - ¿Qué le sucede a la señal en tiempo continuo? (tanto en frecuencia como en amplitud)

Sitúese en el apartado (5). En este apartado se realiza un diezmado de orden  $N$ . Para cambiar el orden del diezmado, es necesario alterar el parámetro  $N$  del apartado anterior y ejecutar el apartado (4) previamente. Responda a las siguientes preguntas:

- Pruebe varios  $N$  (siempre números naturales menos el 0):
  - ¿Qué le sucede al espectro? ¿por qué?
  - ¿Qué sucede si aumento excesivamente  $N$ ? ¿Cuál es el límite máximo?
  - ¿Qué le sucede a la señal en tiempo continuo si  $N$  es demasiado elevado? (tanto en frecuencia como en amplitud)

Sitúese en el apartado (6). En este apartado se realiza una interpolación de orden  $L$  sobre la señal diezmada. Para cambiar el orden, es necesario alterar el parámetro  $N$  del apartado anterior y ejecutar los apartados (4) y (5) primero. Responda a las siguientes preguntas:

- Pruebe varios  $N$  (siempre números naturales menos el 0):
  - ¿Qué le sucede al espectro? ¿por qué?
  - ¿Qué sucede si aumento excesivamente  $N$ ? ¿Cuál es el límite máximo?
  - ¿Qué le sucede a la señal interpolada si  $N$  es demasiado elevado? (tanto en frecuencia como en amplitud)
  - ¿En cuáles casos puedo recuperar la secuencia original?

### Señal de audio

En este caso se trata de una señal de audio. El principio de operación es exactamente el mismo. Dentro del ordenador, la señal es una secuencia con una serie de características temporales y espectrales. Se realizarán las mismas operaciones que sobre esta secuencia que a la señal sintética.

Abra el archivo “p1\_audio.m” escribiendo “edit p1\_audio.m”.

Ejecute los dos primeros apartados y observe las características temporales y espectrales de la secuencia. Hágase las mismas preguntas que en el caso de la señal sintética.

Ejecute el apartado (3). La señal se ha filtrado mediante un filtro paso bajo FIR con el fin de limitar en banda la señal de audio. En el último tema de la asignatura se estudiarán este tipo de filtros, así como los principios de su diseño.

Responda a las siguientes preguntas:

- A la vista de los espectros representados (la magnitud):
  - ¿Cuál es la frecuencia de corte del filtro? Responda tanto en dominio continuo como en dominio discreto
  - La señal resultante ¿Está claramente limitada en banda? ¿Por qué?
  - Respecto a timbre de la voz ¿Aprecia alguna diferencia con la señal original? ¿Es importante?

Sin borrar las variables del espacio de trabajo, ejecute los apartados 3, 4, 5 y 6 de “p1\_synth.m” y responda a las mismas preguntas. Comprobará que, a pesar de ser señales diferentes, los principios matemáticos son los mismos, y lo que es más importante, la máquina que los ejecuta es también la misma. Si este mismo procesado se hubiera realizado en el dominio puramente analógico, hubiéramos tenido que cambiar la práctica totalidad de los componentes electrónicos. En el mundo digital, ***¡ni siquiera ha sido necesario cambiar los “scripts”!***

### Señal de aceleración

Las siguientes señales proceden de un acelerómetro de tres ejes grabadas durante un experimento de marcha. Cada señal se corresponde con un eje, el “eje x”, el “eje y” y el “eje z”.

Estas señales tienen una característica muy peculiar: El muestreo no es regular, es decir, la frecuencia de muestreo es variable. Este fenómeno se produce por dos razones:

- El sistema de adquisición de datos aumenta la tasa de muestreo cuando detecta aceleraciones superiores a cierto umbral.
- El sistema de adquisición no dispone de un reloj preciso, lo cual provoca variaciones en el momento de adquisición de las muestras. Este fenómeno se conoce como “jitter”. (Búsquese “varianza de Allan”).

El tratamiento directo de este tipo de señales está fuera del alcance de la asignatura. No obstante, se trabajará con un fragmento de señal donde el muestreo se produce de forma regular y casi determinista. Concretamente, a una frecuencia de muestreo de  $F_s = 50\text{Hz}$ .

*Pregunta: Utilizando los “scripts” y conocimientos adquiridos en las secciones anteriores. ¿Sería capaz, mediante operaciones de muestreo, diezmado e interpolación, de comprimir la secuencia sin perder información (o procurando que esta pérdida sea muy pequeña)?*