Inequação do Segundo Grau

1. (Pucrj 2015) A soma dos valores inteiros que satisfazem a desigualdade $x^2 + 6x \le -8$ é:

- a) -9
- b) -6
- c) 0
- d) 4
- e) 9

2. (G1 - ifce 2014) O conjunto solução $S \subset \mathbb{R}$ da inequação $\left(5x^2-6x-8\right)\left(2-2x\right)<0$ é

a)
$$S = \left[-\frac{4}{5}, 2 \right[\ \cup \] -\infty, 1 [$$
.

b)
$$S = \left]2,+\infty\right[\cup \left]-\frac{4}{5},1\right[$$
.

c)
$$S = \left] -\frac{4}{5}, 2 \right[\cup]1, +\infty[.$$

d)
$$S = \left[-\infty, -\frac{4}{5}\right] \cup \left[1, 2\right]$$
.

e)
$$S = \left[-\frac{4}{5}, 1 \right] \cup \left[2, +\infty \right[.$$

3. (Unifor 2014) Uma empresa do estado do Ceará patrocinou uma exposição de um pintor cearense no espaço cultural da Universidade de Fortaleza. A direção do espaço cultural fez duas pequenas exigências para a realização do evento:

 1^a exigência – A área de cada quadro deve ser, no mínimo, de $3.200\,\mathrm{cm}^2$ e, no máximo, de $6.000\,\mathrm{cm}^2$.

2ª exigência – Os quadros precisam ser retangulares e a altura de cada um deve ter 40cm a mais que a largura.

Nestas condições, podemos concluir que o menor e o maior valor possível da largura (em cm) são respectivamente:

- a) 40 e 80.
- b) 60 e 80.
- c) 40 e 60.
- d) 45 e 60.
- e) 50 e 70.

- 4. (Ufg 2013) Duas empresas de transporte concorrentes adotaram diferentes políticas de preços para um determinado tipo de transporte, em função da distância percorrida. Na empresa **A**, o preço é de R\$ 3,00 fixos, mais R\$ 1,50 por quilômetro rodado. Já a empresa **B** cobra R\$ 8,00 fixos, mais R\$ 0,10 multiplicados pelo quadrado da quilometragem rodada. Tendo em vista as informações apresentadas,
- a) Para um percurso de 20 km, qual das empresas tem o menor preço?
- b) Para quais distâncias a empresa B tem um preço menor do que a A?
- 5. (Uepb 2013) Com relação ao número de soluções inteiras da equação $\frac{(5-x^2)(x^2-2)}{\sqrt{x^2-2x+5}} > 0$,

podemos garantir que existem:

- a) infinitas
- b) quatro
- c) três
- d) seis
- e) duas
- 6. (Uern 2013) Sobre a inequação-produto $(-4x^2+2x-1)(x^2-6x+8) \ge 0$, em \mathbb{R} , é correto afirmar que
- a) não existe solução em $\,\mathbb{R}.\,$
- b) o conjunto admite infinitas soluções em R.
- c) o conjunto solução é $S = \{x \in \mathbb{Z} / 2 \le x \le 4\}.$
- d) o conjunto solução é $\{x \in \mathbb{Z} \mid x \le 2 \text{ ou } x \ge 4\}$.
- 7. (Pucrj 2013) O conjunto das soluções inteiras da inequação $x^2 3x \le 0$ é:
- a) $\{0,3\}$
- b) {1,2}
- c) $\{-1,0,2\}$
- d) {1,2,3}
- e) {0,1,2,3}
- 8. (Espm 2013) O número de soluções inteiras do sistema de inequações $\begin{cases} \frac{2x-3}{-2} < 3 \\ x^2 + 2x \le 8 \end{cases}$ é igual
- a:
- a) 1
- b) 2
- c) 3
- d) 4
- e) 5
- 9. (Mackenzie 2013) A função $f(x) = \sqrt{\frac{9-x^2}{x^2+x-2}}$ tem como domínio o conjunto solução
- a) $S = \{x \in \mathbb{R} / -3 < x \le -2 \text{ ou } 1 \le x < 3\}$
- b) $S = \{x \in \mathbb{R} / -3 \le x < -2 \text{ ou } 1 < x \le 3\}$
- c) $S = \{x \in \mathbb{R} / -3 \le x < -2 \text{ ou } 1 \le x \le 3\}$
- d) $S = \{x \in \mathbb{R} / -2 < x \le -1 \text{ ou } 1 \le x \le 3\}$
- e) $S = \{x \in \mathbb{R} / -2 \le x < -1 \text{ ou } 1 < x \le 3\}$

10. (Pucrj 2012) Determine para quais valores reais de *x* vale cada uma das desigualdades abaixo:

a)
$$\frac{1}{x^2 - 8x + 15} < 0$$

b)
$$\frac{1}{x^2 - 8x + 15} < \frac{1}{3}$$

11. (Ufjf 2012) Sejam $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ e $g: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ funções definidas por

$$f(x) = x - 14 e g(x) = -x^2 + 6x - 8$$
, respectivamente.

- a) Determine o conjunto dos valores de x tais que f(x) > g(x).
- b) Determine o menor número real κ tal que $f(x) + \kappa \ge g(x)$ para todo $x \in \mathbb{R}$.

12. (Uespi 2012) Em qual dos intervalos abertos seguintes, o gráfico da parábola $v = 3x^2 - 4x - 3$ fica abaixo do gráfico da parábola $v = x^2 + 3$?

- a) (-1, 4)
- b) (0, 5)
- c) (-2, 1)
- d) (-2, 4)
- e) (-1, 3)

13. (Pucrj 2012) Encontre que valores reais de x satisfazem a cada desigualdade abaixo:

a)
$$\sqrt{x^2-4x+5} > \frac{1}{2}$$

b)
$$\sqrt{x^2 - 4x + 5} > 1$$

c)
$$\sqrt{x^2 - 4x + 5} > 2$$

14. (G1 - cftmg 2011) O número de soluções inteiras da inequação $-x^2 + 13x - 40 \ge 0$ no intervalo $I = \{x \in \mathbb{Z} \ / \ 2 \le x \le 10\}$ é

- a) 1
- b) 2
- c) 3
- d) 4

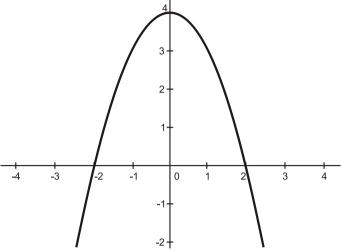
15. (Uece 2010) A idade de Paulo, em anos, é um número inteiro par que satisfaz a desigualdade x^2 - 32x + 252 < 0. O número que representa a idade de Paulo pertence ao conjunto

- a) {12, 13, 14}.
- b) {15, 16, 17}.
- c) {18, 19, 20}.
- d) {21, 22, 23}.

16. (Pucrj 2010) Considere a função real $g(x) = x^4 - 40x^2 + 144$ e a função real f(x) = x(x - 4) (x + 4).

- a) Para quais valores de x temos f(x) < 0?
- b) Para quais valores de x temos g(x) < 0?
- c) Para quais valores de x temos f(x). g(x) > 0?

17. (Pucmg 2010) A função f é tal que f (x) = $\sqrt{g(x)}$ \square Se o gráfico da função g é a parábola a seguir, o domínio de f é o conjunto:



- a) $\{x \in \Re / x \ge 0\}$
- b) $\{x \in \Re / x \le -2 \text{ ou } x \ge 2\}$
- c) $\{x \in \Re / 0 \le x \le 2\}$
- d) $\{x \in \Re / -2 \le x \le 2\}$

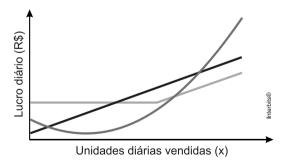
18. (Unesp 2010) Três empresas A, B e C comercializam o mesmo produto e seus lucros diários (L(x)), em reais, variam de acordo com o número de unidades diárias vendidas (x) segundo as relações:

Empresa A:
$$L_A(x) = \frac{10}{9}x^2 - \frac{130}{9}x + \frac{580}{9}$$

Empresa B:
$$L_{B}(x) = 10x + 20$$

Empresa C:
$$L_{C}(x) = \begin{cases} 120, \text{ se } x < 15 \\ 10x - 30, \text{ se } x \ge 15 \end{cases}$$

Unidades diárias vendidas x Lucro diário



Determine em que intervalo deve variar o número de unidades diárias vendidas para que o lucro da empresa B supere os lucros da empresa A e da empresa C.

19. (Pucrj 2009) Quantas soluções inteiras a inequação x² + x - 20 ≤ 0 admite?

- a) 2
- b) 3
- c) 7
- d) 10
- e) 13

20. (Ibmecrj 2009) A soma dos quadrados dos números naturais que pertencem ao conjunto solução de

$$\frac{(3-x)\cdot(x^2-1)}{x+2}\geq 0 \text{ \'e igual a:}$$

- a) 13 b) 14 c) 15

- d) 19
- e) 20

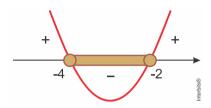
Gabarito:

Resposta da questão 1:

[A]

$$x^2 + 6x \le -8 \Rightarrow x^2 + 6x + 8 \le 0$$

Estudando o sinal da função $f(x) = x^2 + 6x + 8$, temos:



A soma S dos valores inteiros do intervalo considerado será dada por:

$$-4+(-3)+(-2)=-9$$

Resposta da questão 2:

[E]

Tem-se que

$$(5x^2 - 6x - 8)(2 - 2x) < 0 \Leftrightarrow \left(x + \frac{4}{5}\right)(x - 1)(x - 2) > 0$$
$$\Leftrightarrow -\frac{4}{5} < x < 1 \text{ ou } x > 2.$$

Resposta da questão 3:

[C]

Seja ℓ a medida da largura, em centímetros. Tem-se que

$$3200 \le \ell \cdot (\ell + 40) \le 6000 \Leftrightarrow 40 \cdot 80 \le \ell \cdot (\ell + 40) \le 60 \cdot 100$$
$$\Leftrightarrow 40 \cdot (40 + 40) \le \ell \cdot (\ell + 40) \le 60 \cdot (60 + 40)$$
$$\Leftrightarrow 40 \le \ell \le 60.$$

Resposta da questão 4:

a) Considerando V_A o valor cobrado pela empresa A, V_B o valor cobrado pela empresa B e x o número de quilômetros rodados, temos:

$$V_A = 3 + 1,5x$$

$$V_B = 8 + 0.10x^2$$

Considerando x = 20, temos:

$$V_{\Delta}(20) = 3 + 1.5 \cdot 20 = 33$$

$$V_{\rm R}(20) = 8 + 0.10 \cdot 20^2 = 48$$

Logo,
$$V_A(20) < V_B(20)$$
.

Logo, para 29 km a empresa A é mais vantajosa.

b)
$$V_B < V_A$$

 $8 + 0.10 \cdot x^2 < 3 + 1.5x$
 $0.10 \cdot x^2 - 1.5x + 5 < 0$
 $x^2 - 15x + 50 < 0$

Resolvendo a inequação, temos: 5 < x < 10.

Para as distâncias maiores que 5 km e menores que 10 km o preço da empresa B será menor que o preço da empresa A.

Resposta da questão 5:

[E]

Em primeiro lugar,
$$\frac{(5-x^2)(x^2-2)}{\sqrt{x^2-2x+5}} > 0$$
 é uma inequação.

Como $x^2 - 2x + 5 = (x - 1)^2 + 4 > 0$ para todo x real, a inequação dada é equivalente a

$$(x-\sqrt{5})(x+\sqrt{5})(x-\sqrt{2})(x+\sqrt{2})<0 \Leftrightarrow -\sqrt{5}< x<-\sqrt{2} \text{ ou } \sqrt{2}< x<\sqrt{5}.$$

Portanto, as únicas soluções inteiras são x = -2 e x = 2.

Resposta da questão 6:

[C]

Reescrevendo a inequação, obtemos

$$\begin{split} (-4x^2+2x-1)(x^2-6x+8) &\geq 0 \Leftrightarrow (4x^2-2x+1)(x^2-6x+8) \leq 0 \\ &\Leftrightarrow 4\bigg(x-\frac{1}{2}\bigg)^2(x-2)(x-4) \leq 0 \\ &\Leftrightarrow x=\frac{1}{2}\ ou\ 2 \leq x \leq 4. \end{split}$$

Portanto, o conjunto solução da inequação, em \mathbb{Z} , é $S = \{x \in \mathbb{Z}; 2 \le x \le 4\}$.

Resposta da questão 7:

[E]

Resolvendo a inequação, obtemos

$$x^2 - 3x \le 0 \Leftrightarrow x \cdot (x - 3) \le 0$$

 $\Leftrightarrow 0 \le x \le 3.$

Portanto, o conjunto das soluções inteiras da inequação $x^2 - 3x \le 0$ é $\{0, 1, 2, 3\}$.

Resposta da questão 8:

[D]

Temos

$$\begin{cases} \frac{2x-3}{-2} < 3 \\ x^2 + 2x \le 8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x > -3 \\ (x+1)^2 \le 9 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x > -\frac{3}{2} \\ -3 \le x + 1 \le 3 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x > -\frac{3}{2} \\ -4 \le x \le 2 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow -\frac{3}{2} < x \le 2.$$

Portanto, como as soluções inteiras do sistema são -1,0,1 e 2, segue que o resultado pedido é 4.

Resposta da questão 9:

[B]

O domínio da função será a solução da seguinte inequação $\frac{9-x^2}{x^2+x-2} \ge 0$.

$$9 - x^2 = 0 \Rightarrow x = 3 \text{ ou } x = -3$$

de $x^2 + x - 2 = 0 \Rightarrow x = -2 \text{ ou } x = 1$

Estudando o sinal de $\frac{9-x^2}{x^2+x-2}$, temos:



Resolvendo a inequação, temos:

$$S = \left\{ x \in \mathbb{R} / -3 \le x < -2 \quad \text{ou} \quad 1 < x \le 3 \right\}$$

Resposta da questão 10:

a)
$$\frac{1}{x^2 - 8x + 15} < 0 \Rightarrow x^2 - 8x + 15 < 0 \Rightarrow 3 < x < 15$$
.

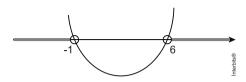
b)
$$\frac{1}{x^2 - 8x + 15} < \frac{1}{3} \Rightarrow \frac{1}{x^2 - 8x + 15} - \frac{1}{3} < 0 \Rightarrow \frac{-x^2 + 8x - 12}{3 \cdot (x^2 - 8x + 15)} < 0 \Rightarrow (-\infty, 2) \cup (6, +\infty)$$

Resposta da questão 11:

a)
$$f(x) > g(x) \Leftrightarrow x - 14 > -x^2 + 6x - 8 \Leftrightarrow x^2 - 5x - 6 > 0$$

Resolvendo a inequação, temos:

$$S = \{x \in \mathbb{R} / x < -1 \text{ ou } x > 6\}$$



b)
$$k \ge g(x) - f(x)$$

$$k \ge -x^2 + 6x - 8 - (x - 14)$$

$$k \ge -x^2 + 5x + 6$$

Concluímos que o k é o valor máximo da função g(x) - f(x)

Logo,
$$k = -\frac{\Delta}{4.a} = -\frac{49}{4.(-1)} = \frac{49}{4}$$
.

Resposta da questão 12:

[E]

Os valores de x para os quais o gráfico da parábola $y = 3x^2 - 4x - 3$ fica abaixo do gráfico da parábola $y = x^2 + 3$ são tais que

$$3x^2 - 4x - 3 < x^2 + 3 \Leftrightarrow x^2 - 2x - 3 < 0$$
$$\Leftrightarrow (x+1)(x-3) < 0$$
$$\Leftrightarrow -1 < x < 3.$$

Resposta da questão 13:

a)
$$\sqrt{x^2-4x+5} > \frac{1}{2} \Rightarrow x^2-4x+5 > \frac{1}{4} \Rightarrow 4x^2-16x+19 > 0$$
, logo a solução é $S=R$.

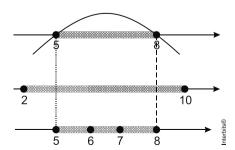
$$b) \ \sqrt{x^2-4x+5}>1 \Rightarrow x^2-4x+5>1 \Rightarrow x^2-4x+4>0 \Rightarrow S=R-\{2\}.$$

c)
$$\sqrt{x^2 - 4x + 5} > 2 \Rightarrow x^2 - 4x + 5 > 4 \Rightarrow x^2 - 4x + 1 > 0 \Rightarrow S = \{x \in r \mid x < 2 - \sqrt{3} \text{ ou } x > 2 + \sqrt{3}\}.$$

Resposta da questão 14:

[D]

Resolvendo a inequação, temos:



Resposta da questão 15:

[B]



Resolvendo a inequação temos 14 < x < 18,

Logo o valor de x par que pertence a solução é x = 16.

Resposta B.

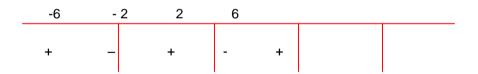
Resposta da questão 16:

a)
$$x.(x - 4).(x + 4) < 0$$



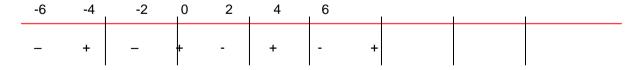
$$x \in R / x < -4$$
 ou $0 < x < 4$

b) Resolvendo a equação $x^4 - 40x^2 + 144 = 0$, temos x = -6 0u x = -2 ou x = 2 ou x = 6 portanto $g(x) < 0 \Leftrightarrow (x - 2).(x + 2).(x - 6).(x + 6) < 0$



$$x \in R/-6 < x < -2$$
 ou $2 < x < 6$

c) $f(x).g(x) > 0 \Leftrightarrow x.(x-4).(x+4).(x-2).(x+2).(x-6).(x+6) > 0$

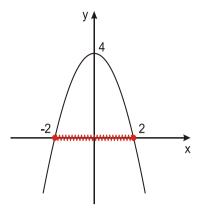


 $x \in R/-6 < x < -4 \text{ ou } -2 < x < 0 \text{ ou } 2 < x < 4 \text{ ou } x > 6$

Resposta da questão 17:

[D]

O domínio da função f é $g(x) \ge 0$, observando o gráfico resolvemos a inequação.



$$S = \left\{ x \in \Re / -2 \le x \le 2 \right\}$$

Resposta da questão 18:

Queremos calcular os valores de x para os quais $L_B(x) > L_A(x)$ e $L_B(x) > L_C(x)$, ou seja,

$$10x + 20 > \frac{10}{9}x^2 - \frac{130}{9}x + \frac{580}{9} \ e \begin{vmatrix} 10x + 20 > 120 \ e \ x < 15 \\ ou \\ 10x + 20 > 10x - 30 \ e \ x \ge 15 \end{vmatrix} \Leftrightarrow$$

$$(x-2)(x-20) < 0$$
 e $\begin{vmatrix} 10 < x < 15 \\ ou \\ x \ge 15 \end{vmatrix}$

$$2 < x < 20$$
 e $x > 10 \Leftrightarrow 10 < x < 20$.

Portanto, o intervalo pedido é]10, 20[.

Resposta da questão 19:

[D]

Resposta da questão 20:

[B]

$$\frac{(3-x)\cdot(x^2-1)}{x+2} \ge 0 \Leftrightarrow \frac{(x-3)(x-1)(x+1)}{x+2} \le 0$$

Os números naturais que pertencem ao conjunto solução da inequação são 1, 2 e 3. Portanto,

$$1^2 + 2^2 + 3^2 = 14$$
.