

FÓRMULAS TRIGONOMÉTRICAS

1. Fórmula fundamental da trigonometria

$$\sin^2 x + \cos^2 x = 1$$

1.1 Dividindo ambos os membros da fórmula fundamental por $\sin^2 x$, obtém-se uma relação entre a cotangente e cossecante:

$$1 + \cotg^2 x = \operatorname{cosec}^2 x$$

1.2 Dividindo ambos os membros da fórmula fundamental por $\cos^2 x$, obtém-se uma relação entre a tangente e secante:

$$\operatorname{tg}^2 x + 1 = \sec^2 x$$

2. Fórmulas para o cosseno , para o seno e para a tangente da soma e diferença de ângulos.

NOTA: As fórmulas de duplicação são vistas como casos particulares daquelas fórmulas.

2.1 Para o **cosseno**:

$$\cos(x + y) = \cos x \cos y - \sin x \sin y$$

$$\cos(x - y) = \cos x \cos y + \sin x \sin y$$

Se $y=x$, a fórmula para o cosseno da soma de ângulos vem:

$$\cos(2x) = \cos^2 x - \sin^2 x$$

2.2 Para o **seno**:

$$\sin(x + y) = \sin x \cos y + \cos x \sin y$$

$$\sin(x - y) = \sin x \cos y - \cos x \sin y$$

Se $y=x$, a fórmula para o seno da soma de ângulos vem:

$$\sin(2x) = 2 \sin x \cos x$$

2.3 Para a **tangente**:

$$tg(x + y) = \frac{tg(x) + tg(y)}{1 - tg(x)tg(y)}$$

$$tg(x - y) = \frac{tg(x) - tg(y)}{1 + tg(x)tg(y)}$$

Se $y=x$, a fórmula para a tangente da soma de ângulos vem:

$$tg(2x) = \frac{2tg(x)}{1 - tg^2(x)}$$

3. Fórmulas para a transformação do produto de senos e cossenos em somas dessas funções:

$$\sin x \cdot \cos y = \frac{1}{2} [\sin(x + y) + \sin(x - y)]$$

$$\cos x \cdot \cos y = \frac{1}{2} [\sin(x - y) + \sin(x + y)]$$

$$\sin x \cdot \sin y = \frac{1}{2} [\cos(x - y) - \cos(x + y)]$$

4. Outras fórmulas úteis (transformação tipo logarítmica)

$$\sin x + \sin y = 2 \sin \frac{x+y}{2} \cdot \cos \frac{x-y}{2}$$

$$\sin x - \sin y = 2 \sin \frac{x-y}{2} \cdot \cos \frac{x+y}{2}$$

$$\cos x + \cos y = 2 \cos \frac{x+y}{2} \cdot \cos \frac{x-y}{2}$$

$$\cos x - \cos y = -2 \sin \frac{x+y}{2} \cdot \sin \frac{x-y}{2}$$

Fórmulas de Bissecção

$$\sin^2\left(\frac{x}{2}\right) = \frac{1 - \cos(x)}{2}$$

$$\cos^2\left(\frac{x}{2}\right) = \frac{1 + \cos(x)}{2}$$

$$\operatorname{tg}^2\left(\frac{x}{2}\right) = \frac{1 - \cos(x)}{1 + \cos(x)}$$

APLICAÇÕES:

1 Reescreva na forma mais simplificada possível as seguintes expressões:

a) $\sin(2x - y) + \cos(4x)$ b) $\operatorname{tg}(4x + 2y) - \cotg^2\left(\frac{x}{2}\right)$

2 Escreva as seguintes expressões como a soma de senos e/ou cossenos da soma ou diferença de ângulos:

a) $\cotg(x) \cdot \operatorname{tg}(y)$ b) $\cotg(x) \cdot \cotg(y)$

3 Usando as fórmulas trigonométricas apresentadas acima, calcule os seguintes limites:

a) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{x}$ b) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{x^2 (1 + \cos x)}$

c) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\frac{2 \operatorname{tg} x}{1 - \operatorname{tg}^2 x}}{x}$ d) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sec^2 x}{x^2}$