Minimanual Compacto de

FÍSICA

Teoria e Prática

Minimanual Compacto de

FÍSICA

Teoria e Prática

Alessandra Bosquilha

Márcio Pelegrini

2ª Edição

EDITORA RIDEEL

EXPEDIENTE

Editor Responsável	**Italo Amadio**
Coordenadora de Produção Editorial	**Katia F. Amadio**
Assistente Editorial	**Edna Emiko Nomura**
Autora	**Alessandra Bosquilha** **Márcio Pelegrini**
Projeto Gráfico e Diagramação	**EXATA Editoração**
Ilustrações	**Fabiana Fernandes**
Capa	**Antonio Carlos Ventura**
Revisão	**Ariadne Escobar Branco da Silva** **Kimie Imai** **Sérgio Torres**

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)
(Câmara Brasileira do Livro, SP, Brasil)

Bosquilha, Alessandra
Minimanual compacto de física : teoria e prática / Alessandra Bosquilha, Márcio Pelegrini. — 2. ed. rev. — São Paulo : Rideel, 2003.

ISBN 85-339-0587-4

1. Física - Estudo e ensino I. Pelegrini, Márcio. II. Título.

03-4708 CDD-530.7

Índices para catálogo sistemático:
1. Física : Estudo e ensino 530.7

EDITORA RIDEEL

ABDR
EDITORA AFILIADA

Al. Afonso Schmidt, 879 – Santa Terezinha
Cep 02450-001 – São Paulo – SP
www.rideel.com.br – e-mail: sac@rideel.com.br

2 4 6 8 9 7 5 3 1
9 0 3

Apresentação

Estudar Física é conhecer a própria natureza que nos cerca.

Para atender a esse propósito, desenvolvemos o *Minimanual Compacto de Física — Teoria e Prática*, de maneira contextualizada e interdisciplinar, para que o leitor possa ter uma visão ampla de suas aplicações, e de como o conhecimento da Física nos auxilia a entender melhor o nosso mundo, bem como a compreender o desenvolvimento de avanços tecnológicos, cujas ramificações vão desde o seu emprego na engenharia civil até na medicina.

Ele traz o conteúdo de Física contemplado no Ensino Médio, e vai desde a introdução à Física, passando pela mecânica, calor, óptica, acústica, eletricidade e finalizando com magnetismo.

Cada capítulo fornece um conteúdo teórico bem como exercícios resolvidos, que mostram como utilizar na prática os conceitos estudados. Além disso, oferece uma grande quantidade de exercícios, incluindo os de vestibulares de todo o país e Enem, para que você avalie sua compreensão dos conceitos e possa se preparar para o vestibular.

O livro também traz um encarte colorido de 32 páginas, especialmente desenvolvido para fornecer a você, leitor, algumas idéias do emprego da Física em áreas cotidianas, explicando, por exemplo, porque ocorre o fenômeno da Inversão Térmica tão comum em grandes metrópoles, como e porque ocorrem as marés, os eclipses solar e lunar, entre outros fenômenos que indicarão o caminho para que você desenvolva seu senso crítico e estenda sua compreensão a respeito do mundo que o cerca.

Esperamos que este livro atenda os seus objetivos e o conduza de forma agradável pelos fascinantes caminhos da Física.

O Editor

Sumário

Capítulo 1

Introdução

O homem sempre se sentiu atraído pela diversidade de fenômenos naturais que observa. Procurando ordenar esses fenômenos, criou uma série de sistemas, como a religião, a arte e a ciência, que são conjuntos de conhecimentos organizados de maneira particular e racional.

A Física é a ciência das coisas naturais. Ao mergulhar sua atenção na Física, você deve saber que está entrando em contato com a própria natureza que o cerca. Estudar Física é observar e entender melhor os fenômenos da natureza, que fazem parte do nosso dia-a-dia.

Este livro aborda, basicamente, o que chamamos de Física Clássica, englobando a mecânica, a óptica, o calor, a acústica, a eletricidade e o magnetismo, temas esses conhecidos pela ciência desde o final do século XIX.

As teorias quântica e da relatividade só foram elaboradas a partir do início do século XX, originando a chamada Física Moderna.

As leis da Física são generalizações de observações e de resultados experimentais. As leis de Newton sobre a gravitação universal, por exemplo, tiveram como base diversas observações: a trajetória dos planetas no sistema solar, o movimento de corpos próximos à superfície da Terra, as variações diárias e sazonais das marés e outros fenômenos cotidianos.

Usualmente, expressam-se as leis da Física por meio de equações matemáticas. Por isso, para compreender a Física é necessário empregar procedimentos matemáticos, que o leitor deve dominar como ferramenta imprescindível.

1. Grandezas físicas e unidades

Grandeza física é um conceito primitivo relacionado à possibilidade de medida, como comprimento, tempo, massa, velocidade e temperatura, entre outras *unidades*.

As leis da Física exprimem relações entre grandezas. Medir uma grandeza envolve compará-la com algum valor unitário padrão. Por exemplo, para medir a distância entre dois pontos quaisquer, é necessário utilizar uma unidade padrão, como uma régua de um metro. Quando dizemos que uma distância é de 10 metros, estamos dizendo que essa distância é igual a dez vezes o tamanho da régua, isto é, que a régua cabe 10 vezes nessa distância. Se disséssemos apenas que a distância é igual a 10, não seríamos compreendidos.

Desde 1960 foi adotado o Sistema Internacional de unidades (SI), que estabeleceu unidades padrão para todas as grandezas importantes, uniformizando seu emprego em nível internacional.

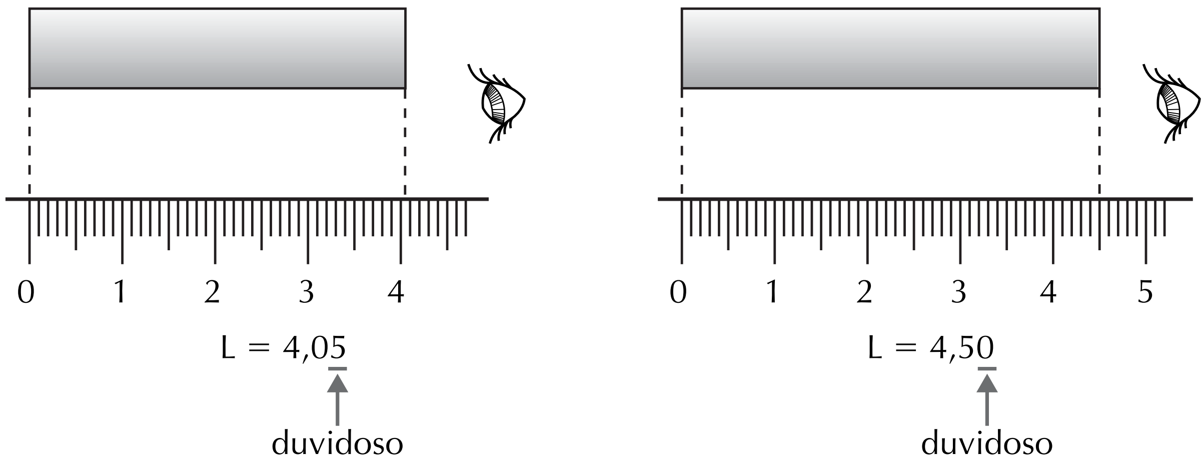
As unidades fundamentais do SI estão relacionadas na tabela a seguir:

Grandeza física	Unidade de medida
Comprimento	metro (m)
Massa	quilograma (kg)
Tempo	segundo (s)
Corrente elétrica	ampère (A)
Temperatura termodinâmida	Kelvin (K)
Quantidade de matéria	mol (mol)
Intensidade luminosa	candela (cd)

As unidades derivadas das fundamentais serão apresentadas no decorrer do livro.

2. Algarismos significativos

Ao medir o comprimento de uma barra com uma régua dividida em milímetros, podemos escrever essa medida da seguinte maneira:



A medida apresenta três *algarismos significativos*, sendo o último chamado *algarismo duvidoso*. Observe que o algarismo duvidoso diz respeito à precisão do instrumento de medição utilizado, no caso, a régua. A precisão para a régua vai até o milímetro. Assim, o décimo de milímetro é chamado "duvidoso".

Exemplos de operação:

Qualquer operação que envolva um algarismo duvidoso tem resultado duvidoso. Os algarismos duvidosos estão destacados:

3,6**7** + 3,**8** = 7,**47**

Como os dois últimos algarismos são duvidosos, a resposta correta é: 7,4 (dois algarismos significativos).

Uma medida nunca deve ser apresentada com mais de um algarismo duvidoso.

Exemplo

3,672 + 2,44

Solução

O resultado será 6,112, mas como uma medida não pode ter mais de um algarismo duvidoso, a resposta correta é 6,11.

EXERCÍCIOS PROPOSTOS

1. Efetue as operações a seguir, expressando os resultados em algarismos significativos.
   a) 4,567 + 4,87609
   b) 2 + 3,213
   c) 476 + 76,2
   d) 21,4 + 376,2

3. Notação científica

Para expressar mais facilmente números muito grandes ou muito pequenos, utiliza-se o recurso das potências de 10.

$$10^2 = 100,\ 10^0 = 1,\ 10^{-3} = 0{,}001$$

Desta maneira, o número 3.450.000 pode ser assim expresso: $3{,}45 \cdot 10^6$.

Prefixo	**Símbolo**	**Fator pelo qual a unidade é multiplicada**
exa	E	10^{18}
peta	P	10^{15}
tera	T	10^{12}
giga	G	10^{9}
mega	M	10^{6}
quilo	k	10^{3}
hecto	h	10^{2}
deca	da	10
deci	d	10^{-1}
centi	c	10^{-2}
mili	m	10^{-3}
micro	m	10^{-6}
nano	n	10^{-9}
pico	p	10^{-12}
femto	f	10^{-15}
atto	a	10^{-18}

Utilizando a *notação científica*, é possível expressar os números sempre com a quantidade correta de algarismos significativos.

Na notação científica, deve-se usar um número entre 1 e 10 como multiplicador da potência de 10. No exemplo citado, usou-se 3,45 (que está entre 1 e 10).

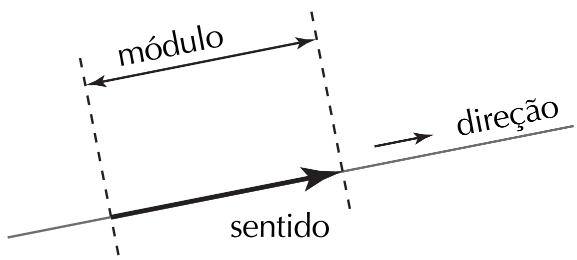
4. Grandezas escalares e vetoriais

As *grandezas escalares* são aquelas definidas por um valor numérico e por uma unidade e as *grandezas vetoriais* são aquelas que, para serem definidas, necessitam de um valor numérico, de unidade, de direção e de sentido.

Por exemplo: para definir o deslocamento de um automóvel em uma determinada situação, dizemos o seguinte: deslocou-se 200 km na direção São Paulo–Rio de Janeiro, no sentido Rio de Janeiro.

Para simplificar as operações envolvendo grandezas vetoriais, utiliza-se a entidade geométrica denominada *vetor*.

O vetor se caracteriza por possuir módulo, direção e sentido, e é representado geometricamente por um segmento de reta orientado.



Representamos graficamente um vetor por uma letra, sobre a qual colocamos uma seta:

$\vec{A}$ (lê-se *vetor A*)

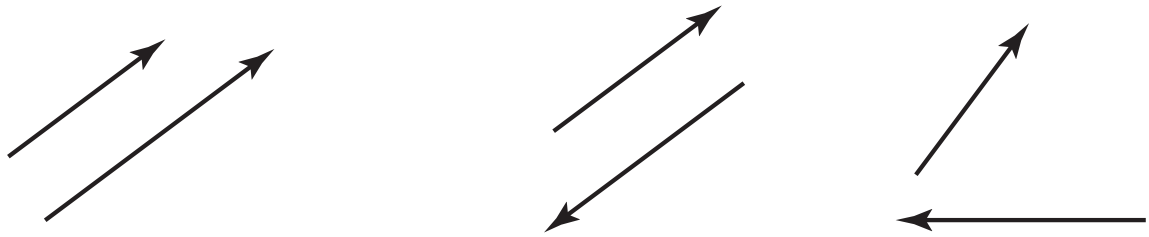
O módulo do vetor representa seu valor numérico e é indicado utilizando-se barras verticais:

$|\vec{A}|$ (lê-se *módulo do vetor A*)

$|\vec{A}| = A$

Na representação gráfica, o comprimento do segmento orientado em uma determinada escala corresponde ao módulo do vetor.

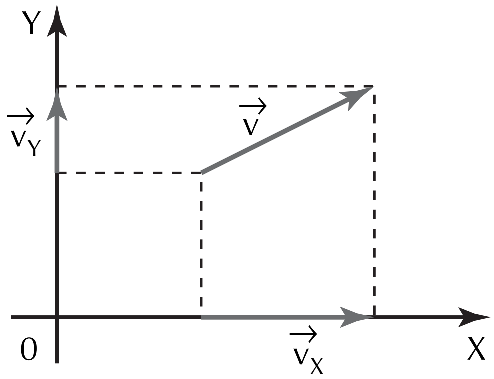
Vetores iguais devem ter módulo, direção e sentido iguais. Vetores opostos têm mesmo módulo, direção e sentidos contrários:



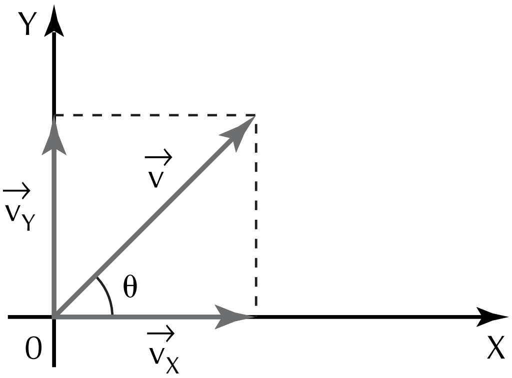
Vetores com a mesma direção e mesmo sentido — Vetores com a mesma direção e sentidos opostos — Vetores com direções diferentes

4.1. Decomposição de um vetor

Consideremos um vetor e um sistema cartesiano ortogonal. Podemos decompor o vetor, projetando-o sobre os eixos x e y, gerando as componentes do vetor em relação a estes eixos.



Pode-se calcular as componentes vetoriais utilizando as operações trigonométricas relacionadas ao ângulo de inclinação do vetor.



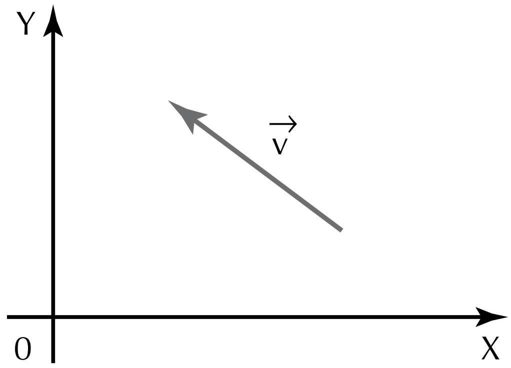
Em relação a esse gráfico, podemos afirmar que:

$$\text{sen } \theta = \frac{\text{cateto oposto}}{\text{hipotenusa}} = \frac{v_y}{v} \Rightarrow v_y = v \cdot \text{sen } \theta$$

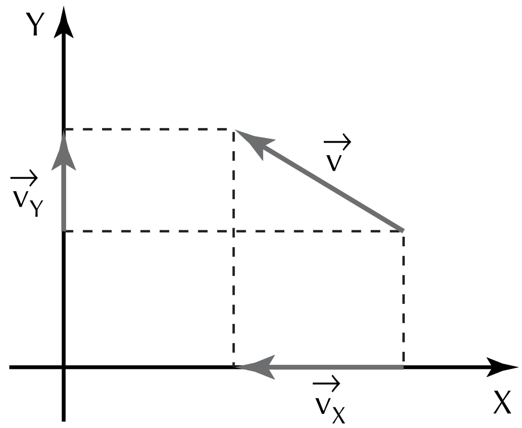
$$\cos \theta = \frac{\text{cateto adjacente}}{\text{hipotenusa}} = \frac{v_x}{v} \Rightarrow v_x = v \cdot \cos \theta$$

Exemplos

a) Decomponha o vetor representado ao lado, nos eixos x e y.



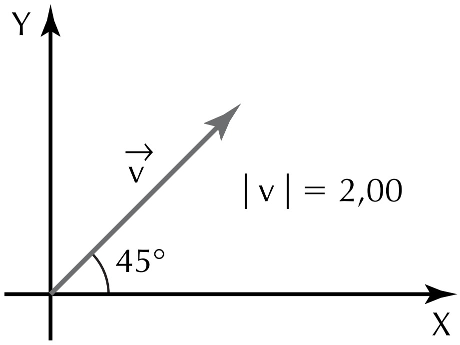
Solução



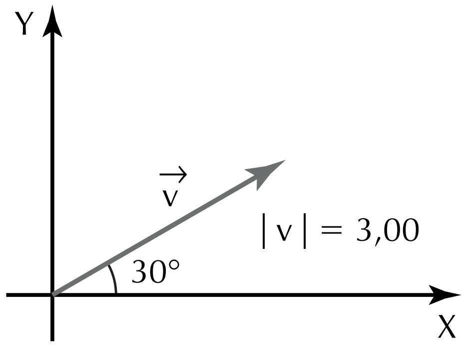
b) Determine as componentes horizontais e verticais dos vetores abaixo.

Dados sen 30° = 0,5, sen 45° = 0,707, cos 30° = 0,866 e cos 45° = 0,707.

1)



2)



Solução

b.1) $v_x = v \cdot \cos 45° \Rightarrow v_x = 2 \cdot 0{,}707 \Rightarrow v_x = 1{,}41$

$v_y = v \cdot \text{sen } 45° \Rightarrow v_y = 2 \cdot 0{,}707 \Rightarrow v_y = 1{,}41$

b.2) $v_x = v \cdot \cos 30° \Rightarrow v_x = 3 \cdot 0{,}866 \Rightarrow v_x = 2{,}59$

$v_y = v \cdot \text{sen } 30° \Rightarrow v_y = 3 \cdot 0{,}500 \Rightarrow v_y = 1{,}50$

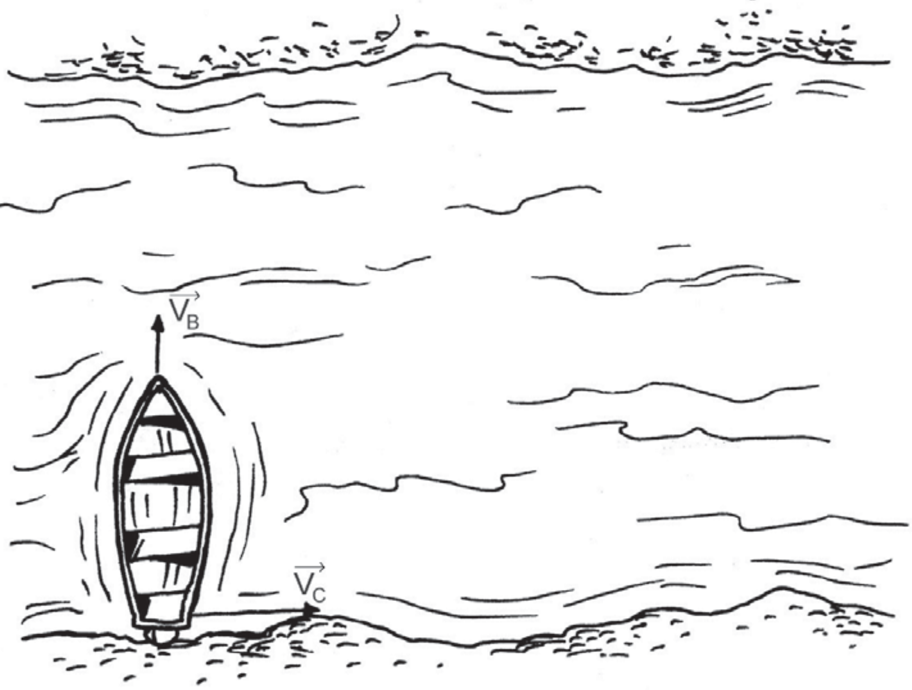
EXERCÍCIOS PROPOSTOS

2. Um barqueiro precisa atravessar o rio com seu barco. Ele decide fazê-lo de modo que sua trajetória seja perpendicular à correnteza. Sabendo-se que os módulos da velocidade do barco e da correnteza são

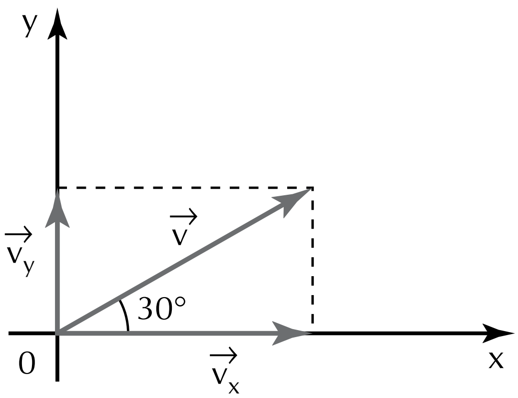
$v_B = 6 \dfrac{m}{s}$ e

$v_C = 4 \dfrac{m}{s}$,

determine o módulo de velocidade resultante.



3. Determine, dado o esquema abaixo, os módulos das componentes do vetor ($\vec{v}$) nos eixos x e y, respectivamente.



Dados: sen 30° = 0,5,

cos 30° = $\dfrac{\sqrt{3}}{2}$ e

$|\vec{v}| = 10$ u.

a) 5 e $\sqrt{3}$

b) $5\sqrt{3}$ e 5

c) 5 e $5\sqrt{3}$

d) 10 e $\dfrac{\sqrt{3}}{2}$

e) $10\sqrt{3}$ e 5

Capítulo 2

Cinemática

1. Introdução

A *cinemática* é a parte da Física que estuda os movimentos dos corpos. As grandezas básicas usadas na cinemática são o comprimento e o tempo, relacionados com as unidades metro (m) e segundo (s) do SI.

2. Ponto material, movimento e repouso

Um corpo é considerado *ponto material* quando suas dimensões físicas podem ser desprezadas para o estudo de seu *movimento* em uma determinada situação.

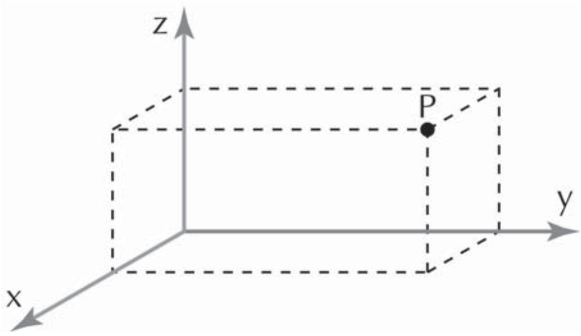
As dimensões de um avião cargueiro, por exemplo, não podem ser desprezadas se o que estiver sendo estudado for o movimento desse avião ao fazer manobras na pista do aeroporto; se, entretanto, esse mesmo avião estiver sendo estudado em algum ponto da rota de vôo Brasil–Japão, suas dimensões podem ser desprezadas, podendo a aeronave ser considerada um ponto material.

A *posição* de um ponto material em um determinado sistema é definida por meio de coordenadas em relação a um *referencial*. Vamos considerar, por exemplo, um ônibus que se aproxima de uma pessoa que está à espera no ponto: para essa pessoa, o ônibus está em movimento, pois se aproxima dela; porém, para um passageiro que está sentado dentro do ônibus, o veículo está em *repouso*, pois não se afasta nem se aproxima dele. Portanto, o estudo do movimento depende sempre do referencial adotado.

Com isso, conclui-se que um corpo está em movimento quando sua posição em relação a um referencial muda ao longo do tempo. Se a posição não muda, dizemos que o corpo está em repouso.

Considerando um ponto material em movimento, denominamos *trajetória* ao conjunto de posições ocupadas por esse ponto ao longo do tempo. A figura a seguir mostra a trajetória de um projétil lançado por um canhão.

Para definir a posição de um ponto material em uma situação qualquer, precisamos de um sistema de coordenadas cartesianas com três dimensões. Nos casos estudados neste capítulo, teremos um ponto se locomovendo ao longo de uma trajetória conhecida; assim, bastará medir apenas uma coordenada sobre a trajetória para definir a posição, conforme pode ser visto na figura a seguir.



Posição definida por três coordenadas

Posição definida por uma coordenada sobre uma trajetória

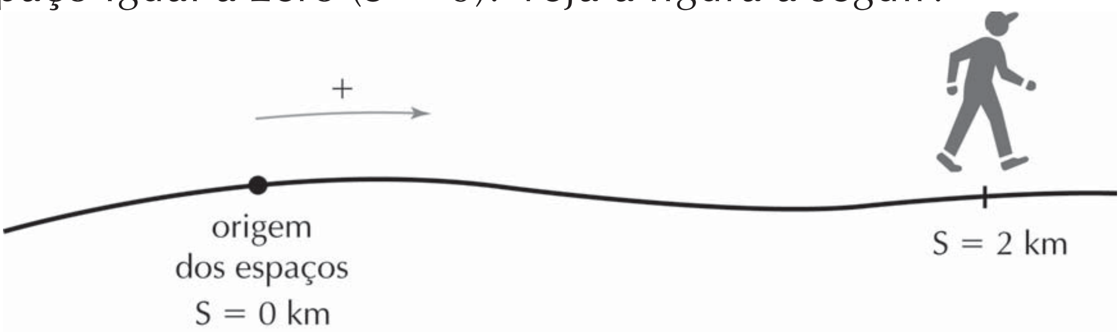
No caso do movimento de um carro ao longo de uma estrada, a trajetória é previamente conhecida: é a própria estrada. A este tipo de estudo chamamos *cinemática escalar*.

3. Espaço e variação do espaço

Espaço é uma grandeza que caracteriza a posição de um ponto material sobre uma trajetória.

Para que possamos medir o espaço, temos que adotar um sentido positivo para a trajetória e um referencial, chamado *origem dos espaços*.

Representado por S, o espaço correspondente a um determinado ponto é a medida algébrica (com sinal positivo ou negativo) do segmento da trajetória que vai da origem até o ponto. A posição do ponto definido como origem corresponde ao espaço igual a zero (S = 0). Veja a figura a seguir:



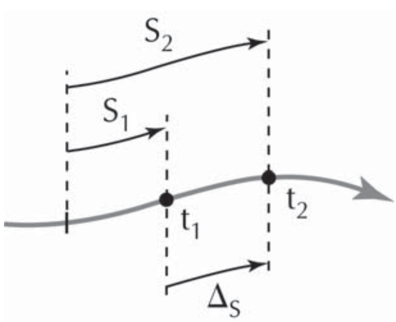
A partir de agora, a grandeza tempo será representada por t.

Considere um ponto material P em movimento: no instante t_1, sua posição é dada pelo espaço S_1; no instante t_2 – posterior a t_1 – pelo espaço S_2. No intervalo de tempo entre estes dois instantes ocorreu uma *variação de espaço*. Esta variação pode ser determinada pela diferença entre S_1 e S_2.

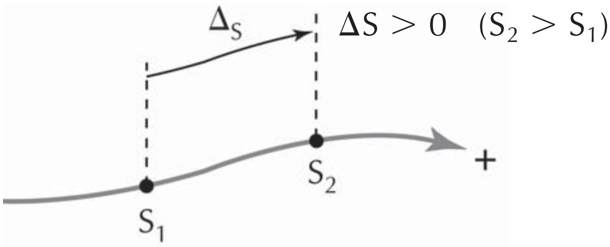
A letra grega delta (Δ) é usada para representar diferenças, desta maneira:

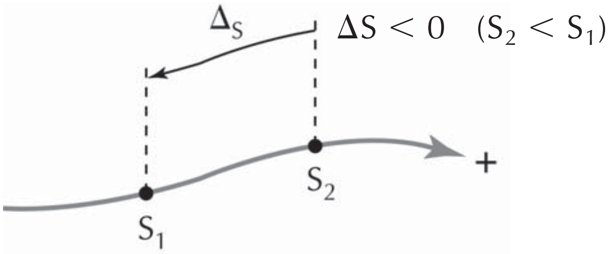
Intervalo de tempo: $\Delta t = t_2 - t_1$

Variação de espaço: $\Delta S = S_2 - S_1$



O intervalo de tempo é sempre positivo, uma vez que consideramos a contagem do tempo a partir de uma origem em t = 0. A variação do espaço, como pode ser visto na figura a seguir, pode ser positiva ou negativa, dependendo do sentido do movimento em uma determinada trajetória.





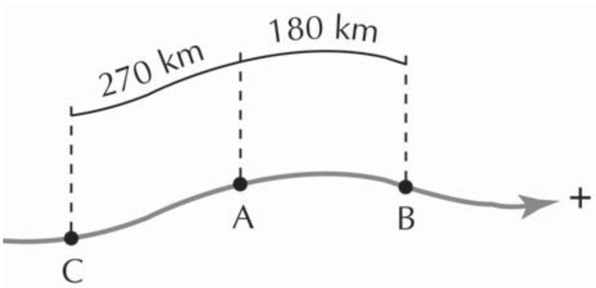
Exemplo

Um automóvel parte da origem A. Após 2 h, ele está na posição B; após mais 5 h, na posição C, conforme a figura a seguir. Considerando o sentido de A para B como positivo, determinar a variação do espaço e seus respectivos intervalos de tempo nas situações abaixo:

a) A para B;

b) B para C;

c) A para C.



Solução:

a) $\Delta t_A = t_2 - t_1 = 2 - 0 \Rightarrow \Delta t_A = 2$ h

$\Delta S_A = S_2 - S_1 = 180 - 0 \Rightarrow \Delta S_A = 180$ km

b) $\Delta t_B = t_2 - t_1 = 5 - 0 \Rightarrow \Delta t_B = 5$ h

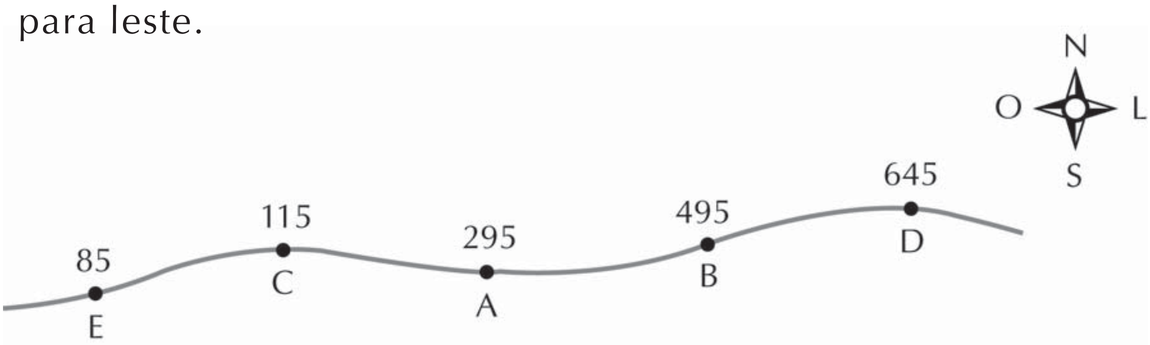
$\Delta S_B = S_2 - S_1 = (-270) - (180) \Rightarrow \Delta S_B = -450$ km

c) $\Delta t_C = \Delta t_A + \Delta t_B = 2 + 5 \Rightarrow \Delta t_C = 7$ h

$\Delta S_C = \Delta S_A + \Delta S_B = 180 - 450 \Rightarrow \Delta S_C = -270$ km

EXERCÍCIO PROPOSTO

1. O mapa abaixo mostra um trecho de uma rodovia. Os números representam os marcos em quilômetros e o sentido positivo é para leste.



a) Tomando a cidade A como origem, determine os espaços correspondentes entre a origem e B, C, D e E.

b) Um automóvel parte de A às 14 h e chega a B às 18 h. Qual foi a variação do espaço e o intervalo de tempo?

c) Um automóvel parte de C a 0 h e chega a E às 4 h. Qual foi a variação do espaço e o intervalo de tempo?

d) Qual a variação do espaço sofrida por um ônibus que vai de E para B?

e) Qual a variação do espaço sofrida por uma motocicleta que vai de D para B?

4. Velocidade média e velocidade instantânea

É muito comum, ao assistirmos a uma corrida de automóveis, ouvirmos o locutor dizer qual foi a *velocidade média* dos carros em uma determinada volta ou mesmo em toda a corrida. Isto não significa, porém, que aquela tenha sido a velocidade do carro em todo o percurso.

Define-se velocidade média de um móvel como o quociente entre a variação do espaço e o intervalo de tempo gasto.

$$\boxed{v_m = \frac{\Delta S}{\Delta t}}$$

Alguns valores de velocidades médias $\left(\text{em } \frac{\text{km}}{\text{h}}\right)$

Deriva dos continentes	$3{,}6 \cdot 10^{-9}$
Uma pessoa caminhando	5
Velocidade máxima permitida nas estradas brasileiras	100
Velocidade do som no ar	1.200
Velocidade de rotação da Terra no Equador	1.650
Luz no vácuo	$1{,}08 \cdot 10^{9}$

Exemplo

Um automóvel passou pelo marco 100 km de uma estrada às 13 h. Às 15 h, ele estava no marco 260 km. Qual foi a velocidade média do automóvel neste trecho de estrada?

Solução

$$v_m = \frac{\Delta S}{\Delta t} = \frac{S_2 - S_1}{t_2 - t_1} = \frac{260 - 100}{15 - 13} = \frac{160}{2} \Rightarrow \boxed{v_m = 80 \ \frac{\text{km}}{\text{h}}}$$

A *velocidade instantânea* (v) de um móvel é a velocidade média medida em um intervalo de tempo muito pequeno, tendendo a zero. Podemos defini-la, matematicamente, como a operação limite:

$$\boxed{v = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta S}{\Delta t}}$$

Quando vemos a medida determinada pelo velocímetro de um automóvel em um determinado instante, o que estamos vendo na realidade é a medida da velocidade instantânea, uma vez que o velocímetro indica a velocidade do carro a cada instante.

A unidade de velocidade média e de velocidade instantânea no SI é o metro por segundo $\left(\frac{m}{s}\right)$.

No Brasil, usamos o quilômetro por hora $\left(\frac{km}{h}\right)$ como unidade de velocidade. A relação entre o quilômetro por hora e o metro por segundo pode ser facilmente descrita:

$$1\ \frac{km}{h} = \frac{1}{3{,}6}\ \frac{m}{s} \Rightarrow \boxed{1\ \frac{m}{s} = 3{,}6\ \frac{km}{h}}$$

Exemplos

a) Um carro de Fórmula 1 descreve um movimento em que sua velocidade instantânea é de 288 $\frac{km}{h}$. Determine o valor da velocidade em $\frac{m}{s}$.

Solução

$$v = 288\frac{km}{h} = \frac{288}{3{,}6}\frac{m}{s} \Rightarrow \boxed{v = 80\frac{m}{s}}$$

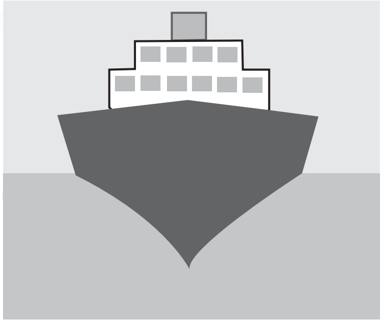
b) Um projétil é lançado a 25 $\frac{m}{s}$. Calcule a velocidade do projétil em $\frac{km}{h}$.

Solução

$$v = 25\ \frac{m}{s} = 25 \cdot 3{,}6\ \frac{km}{h} \Rightarrow \boxed{v = 90\ \frac{km}{h}}$$

> Para converter $\frac{km}{h}$ em $\frac{m}{s}$, basta dividir o valor em km/h pelo fator de conversão 3,6. Para a transformação inversa – converter $\frac{m}{s}$ em $\frac{km}{h}$ – basta multiplicar o valor em $\frac{m}{s}$ por 3,6.

EXERCÍCIOS PROPOSTOS



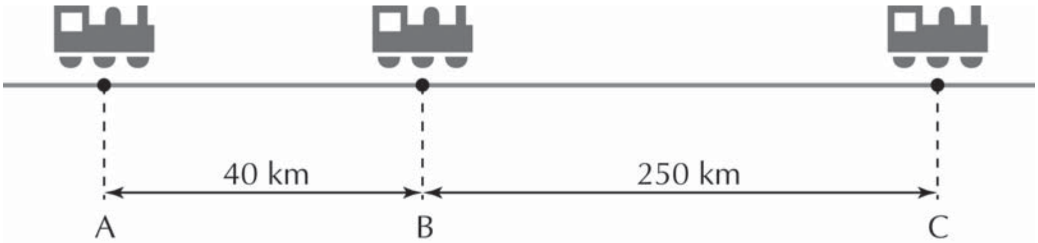
2. (Fuvest-SP) Um barco é erguido 24 m no interior de um eclusa, num intervalo de tempo de 40 min. Sua velocidade média de ascensão é:

   a) $18\ \frac{m}{s}$
   b) $2{,}5 \cdot 10^{-3}\ \frac{m}{s}$
   c) $5 \cdot 10^{-3}\ \frac{m}{s}$
   d) $10^{-2}\ \frac{m}{s}$
   e) $7{,}2 \cdot 10^{-3}\ \frac{m}{s}$

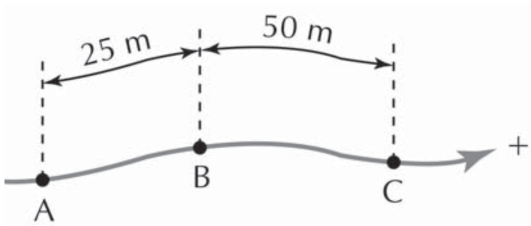
3. Às 8h20min, um automóvel se encontrava no marco 210 km de uma rodovia. Às 9h01min40s, o mesmo automóvel estava no marco 260 km. Determine:

   a) a variação de espaço realizada pelo automóvel;
   b) o intervalo de tempo decorrido;
   c) a velocidade média em $\frac{m}{s}$ e em $\frac{km}{h}$.

4. A figura abaixo mostra um trecho de uma ferrovia. Um trem sai da estação A às 12 h, passando por B às 12h30min e chegando a C às 17h30min. Quais os intervalos de tempo para cada parte do percurso e suas respectivas velocidades médias, bem como a velocidade média total para o trajeto completo?

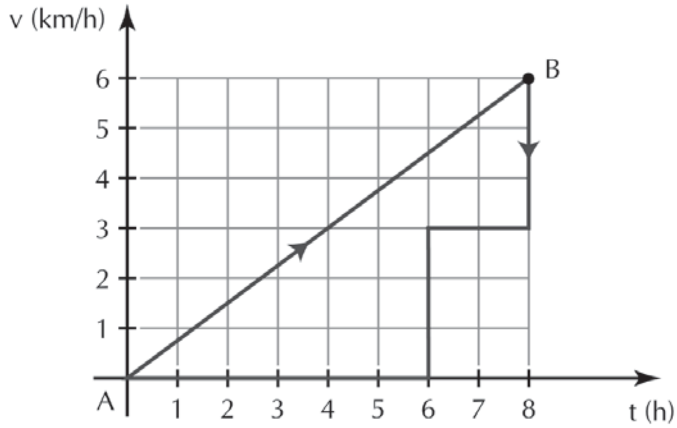


5. Na trajetória ao lado, um ponto material vai de A para C e volta para B. Adotando t = 0 s na partida, ele chega a C em t = 5 s e retorna a B em t = 10 s. Determine:



   a) os espaços percorridos de A para C e de C para B;
   b) a velocidade média do ponto material entre t = 0 s e t = 5 s, entre t = 5 s e t = 10 s e entre t = 0 s e t = 10 s.

6. Na figura ao lado, demonstramos o trajeto de um móvel que vai do ponto A para B em linha reta e depois retorna para A pelo caminho indicado. Considerando a velocidade média de A para B, $5 \dfrac{km}{h}$ e o tempo de retorno 7 h, determine:



a) o tempo gasto no trecho de A para B;

b) a velocidade média de B para A.

7. Um trem de carga, com 180 m de comprimento, entra em um túnel e, 30 s depois, a extremidade de seu último vagão sai desse túnel. Sabendo que o trem mantém uma velocidade média de $25 \dfrac{m}{s}$, determine o comprimento do túnel.

5. Movimento Uniforme (MU)

O *movimento uniforme* pode ser definido como aquele em que um móvel tem velocidade instantânea constante e igual à velocidade média para qualquer intervalo de tempo. No MU, o móvel percorre distâncias iguais em intervalos de tempo iguais. Se a trajetória for retilínea, o movimento é chamado *movimento retilíneo e uniforme* (MRU).

Por exemplo: se um corpo for impulsionado no espaço e nada existir que se oponha ao seu movimento, ele entrará em MRU.

5.1. Função horária do MU

Um móvel em movimento uniforme sobre sua própria trajetória, tem sua distância alterada ao longo do tempo em relação a um referencial em repouso. A equação matemática que relaciona a variação do espaço com o tempo é chamada de *função horária*.

No instante $t_0 = 0$ s, o espaço é S_0 (espaço inicial); no instante t, o espaço é S. Então, temos:

$$\boxed{S = S_0 + v \cdot t}$$

Quando a velocidade instantânea de um móvel é positiva, ou seja, quando ele está se deslocando a favor do sentido escolhido como positivo na trajetória, seu movimento é chamado *progressivo*; quando ele está se deslocando em sentido contrário ao determinado como positivo, tem velocidade instantânea negativa e seu movimento é denominado *retrógrado*.

Exemplos

a) O espaço de um móvel em MU varia conforme a equação $S = 40 + 20t$ (unidades do SI). Determine o espaço inicial e a velocidade do móvel.

Solução

O espaço inicial correspondente a $t_0 = 0$ s é $S_0 = 40$ km. A velocidade é o multiplicador do tempo t na equação, portanto temos: $v = 20\,\frac{m}{s}$.

b) Um móvel está em MU, obedecendo a equação $S = -3 + 30t$ (SI).

Determine:

1. O espaço inicial; 2. a velocidade; 3. o espaço percorrido após 20 s; 4. o instante em que o móvel passa pela origem dos espaços.

Solução

b.1) $S_0 = -3$ m

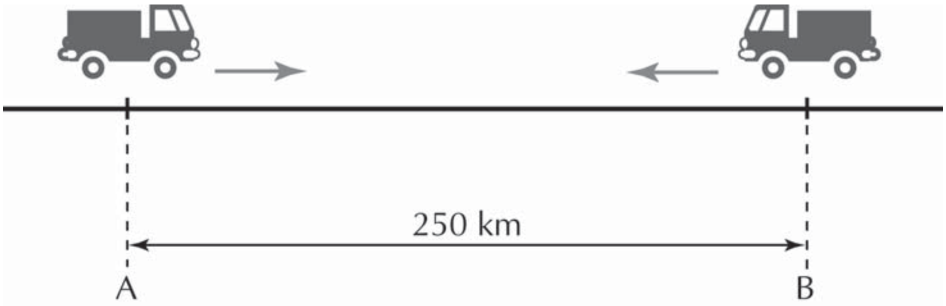
b.2) $v = 30\,\frac{m}{s}$

b.3) $S = -3 + 30 \cdot 20 \Rightarrow S = 597$ m

b.4) $0 = -3 + 30t \Rightarrow t = 0{,}1$ s

c) Duas cidades distam 250 km entre si. Da cidade A parte um caminhão em direção a B, e da cidade B parte um caminhão em direção a A. Considerando que um dos móveis tem velocidade constante igual a 40 $\dfrac{km}{h}$ e o outro 60 $\dfrac{km}{h}$, em quanto tempo os caminhões irão se encontrar e a que distância da cidade A será o ponto de encontro?

Solução



$S_A = 0 + 40t$ e $S_B = 250 - 60t$

No ponto de encontro $S_A = S_B$, logo: $40t = 250 - 60t$

$t = \dfrac{250}{100} \Rightarrow \boxed{t = 2{,}5\ h}$ tempo de encontro.

$S_A = 40 \cdot 2{,}5 \Rightarrow \boxed{S_A = 100\ km}$

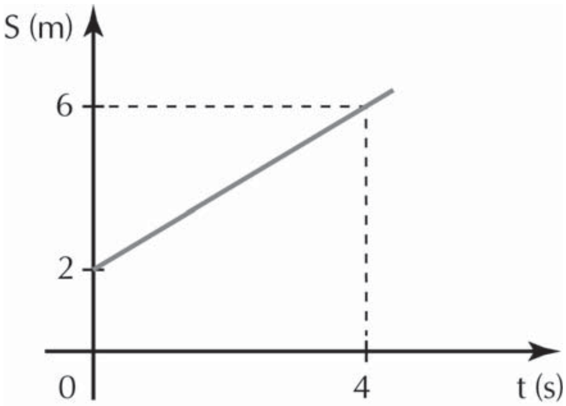
Distância do ponto de encontro da cidade A.

5.2. Representação gráfica no MU

É muito comum representar graficamente a equação horária do MU. A seguir temos alguns exemplos.

Exemplos

O enunciado abaixo vale para os exemplos *a*, *b* e *c*.
A posição de um móvel varia conforme os gráficos a seguir. Determine sua equação horária.

a) 

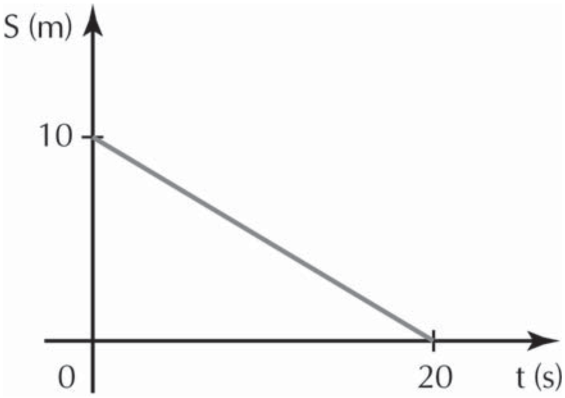
Solução

$v = \dfrac{6 - 2}{4 - 0} = 1\,\dfrac{m}{s}$

$\Rightarrow \boxed{S = 2 + t}$

movimento progressivo.

b)



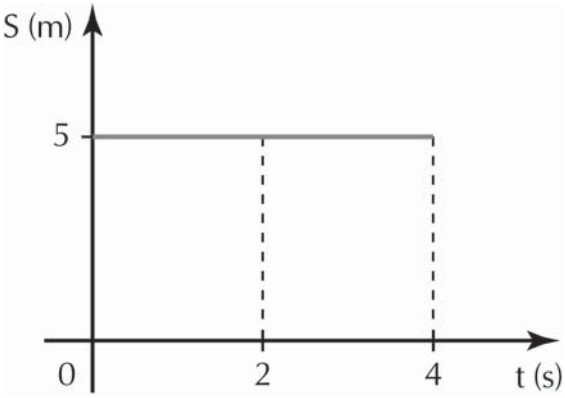
Solução

$$v = \frac{0 - 10}{20 - 0} = -0{,}5\ \frac{m}{s}$$

$S = 10 - 0{,}5t$

movimento retrógrado

c)

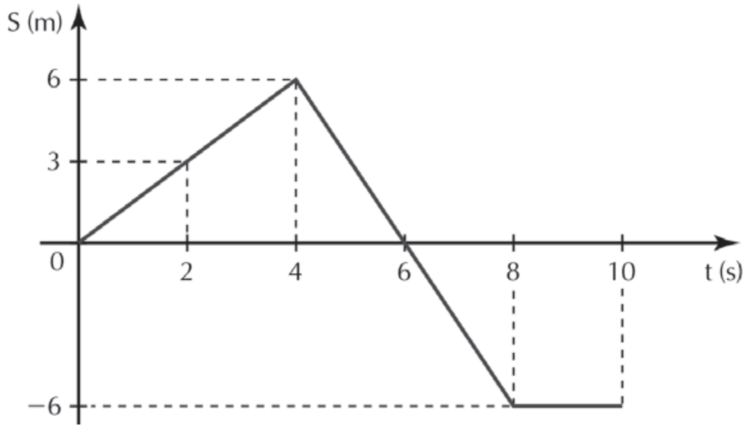


Solução

Como $\Delta S = 0$, o móvel está em repouso $\left(v = 0\ \frac{m}{s}\right)$, logo:

$S = 5 + 0 \cdot t$ ou $S = 5$

d) Sobre uma trajetória retilínea, um móvel se movimenta de acordo com o gráfico abaixo. Determine o tipo de movimento em cada trecho indicado no gráfico e a velocidade média entre 0 e 10 s.



Solução

de 0 a 4 s ⟶ movimento progressivo

de 4 a 8 s ⟶ movimento retrógrado

de 8 a 10 s ⟶ repouso

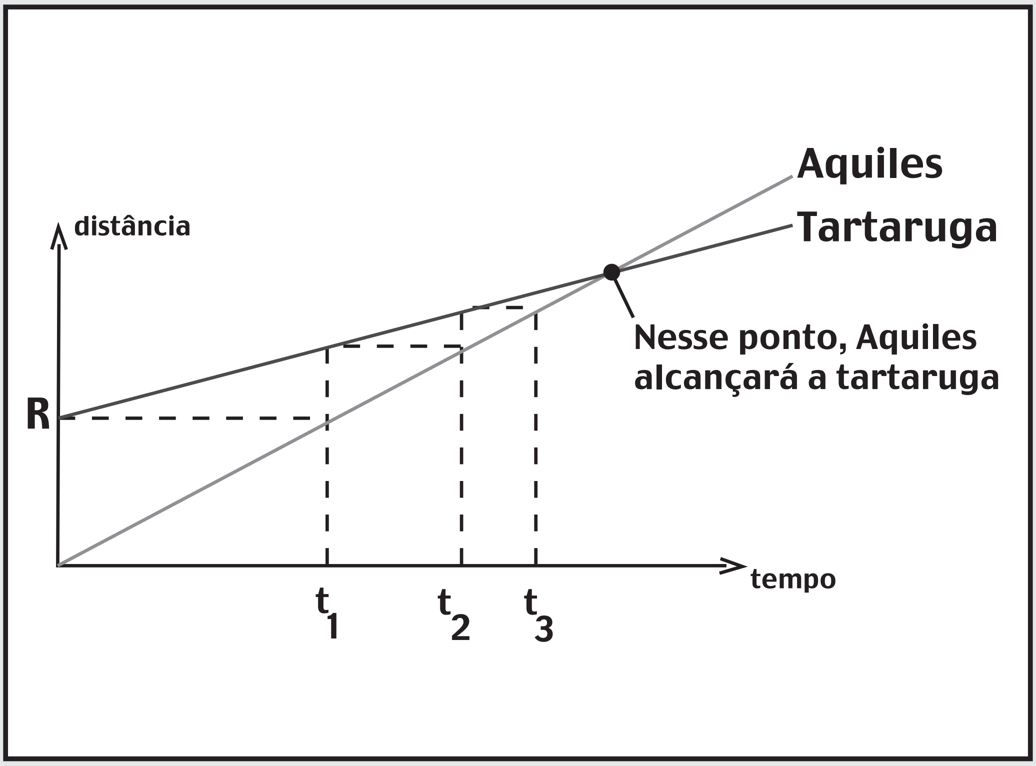
$$v_m = \frac{\Delta S}{\Delta t} = \frac{-6 - 0}{10 - 0} = \frac{-6}{10} \Rightarrow v_m = -0{,}6\ \frac{m}{s}.$$

O falso paradoxo de Aquiles e a tartaruga

Paradoxo: "Aquiles vai disputar uma corrida com uma tartaruga, sendo que esta partirá com a vantagem de R metros, porém Aquiles atinge a velocidade igual ao dobro da que a tartaruga alcança".

No século V, quando este paradoxo foi formulado, ainda não se compreendia muito bem o fato de que a soma de infinitos termos de uma progressão geométrica, cujos termos tendem a zero, resulta em um valor, e por esse motivo concluíram que Aquiles nunca poderia alcançar a tartaruga, pois, quando este chegasse ao ponto em que a tartaruga estava, esta estaria a sua frente e assim sucessivamente.

Se sintetizarmos as informações desse problema em um gráfico, colocando o tempo no eixo horizontal e a distância no eixo vertical, podemos demonstrar a "falsidade do paradoxo".

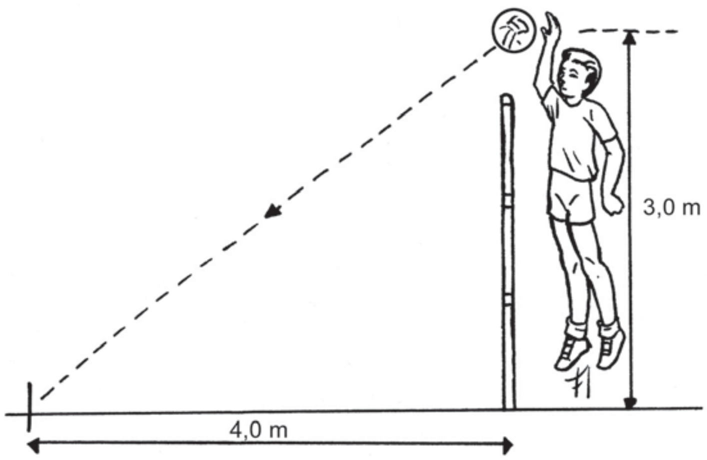


Adaptado de http://ime.usp.br

EXERCÍCIOS PROPOSTOS

8. Um avião está em MU. O espaço percorrido em t = 0 h é 2.500 km. No instante t = 1,6 h, o espaço percorrido é 3.620 km.
   a) Determine a velocidade do avião.
   b) Escreva a equação horária do movimento.
   c) Em que posição o avião se encontra em t = 4,5 h?
   d) Em que instante o avião atinge a posição igual a 7.400 km?

9. (UFMG) Marcelo Negrão, numa partida de vôlei, deu uma cortada na qual a bola partiu com uma velocidade de $126 \frac{km}{h}$ $\left(35 \frac{m}{s}\right)$. Sua mão golpeou a bola a 3,0 m de altura, sobre a rede, e ela tocou o chão do adversário a 4,0 m da base da rede, como mostra a figura.



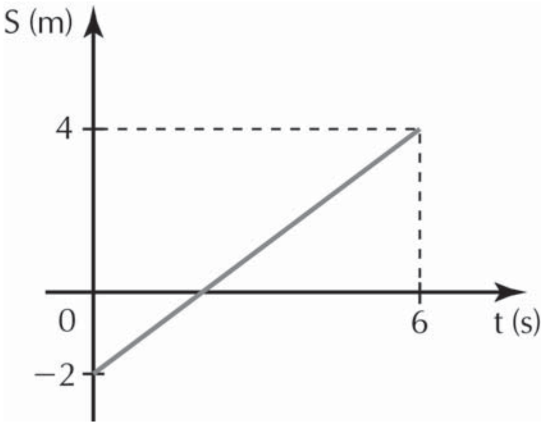
Nessa situação pode-se considerar, com boa aproximação, que o movimento da bola é retilíneo e uniforme. Considerando essa aproximação, pode-se afirmar que o tempo decorrido entre o golpe do jogador e o toque da bola no chão é de:

a) 1,7 s   b) $\frac{2}{63}$ s   c) $\frac{3}{35}$ s   d) $\frac{4}{35}$ s   e) $\frac{5}{35}$ s

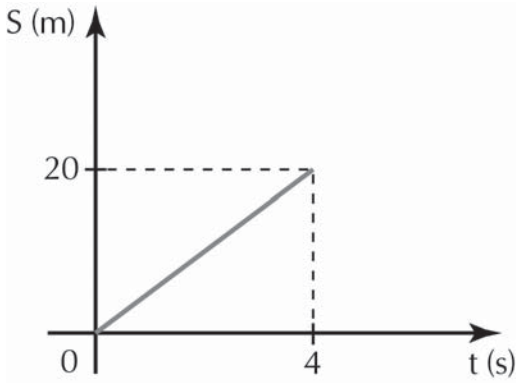
10. Para cada função horária abaixo, determine o valor do espaço inicial e da velocidade (SI).
   a) S = −2t
   b) S = −10 − t
   c) S = 10 + 4t
   d) S = 2t + 1

11. Determine a função horária dos diagramas a seguir.

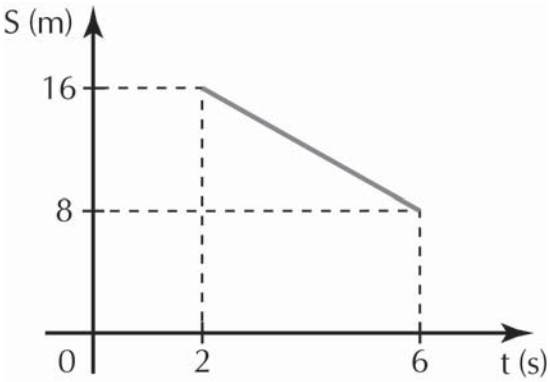
a)



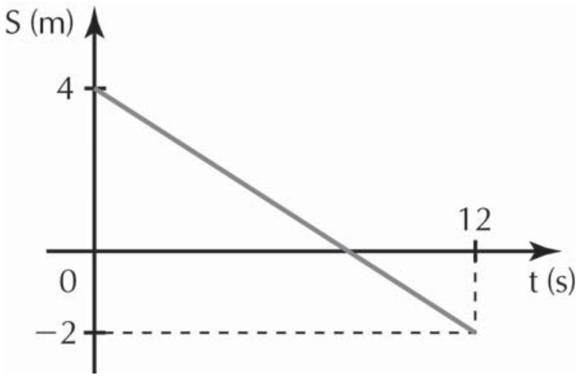
b)



c)



d)

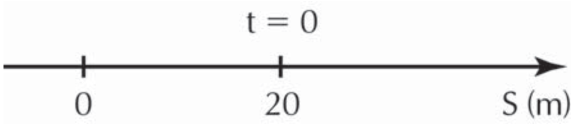


12. Construa o diagrama do espaço pelo tempo para cada função abaixo (SI).

a) $S = 10t$
b) $S = -7 - 5t$
c) $S = 2 + 3t$
d) $S = 2 - 10t$
e) $S = -4 + 3t$

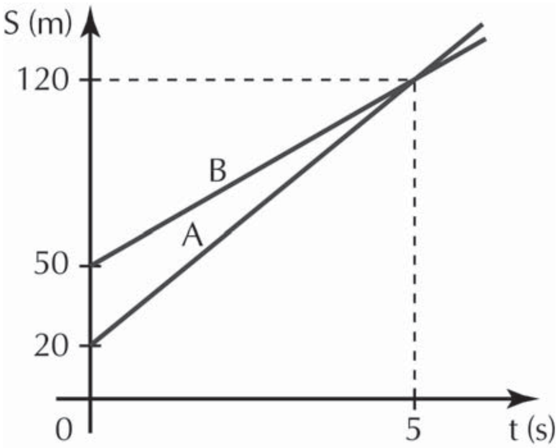
13. (UFBA) Dois barcos, A e B, desenvolvem, em águas paradas, velocidades $v_A = 6\,\frac{m}{s}$ e $v_B = 5\,\frac{m}{s}$. Eles partem no mesmo instante de uma plataforma, subindo um rio cuja correnteza tem velocidade constante $v = 3\,\frac{m}{s}$. O barco A passa sob uma ponte e, 8min20s depois, passa o barco B. Determine, em km, a distância entre a ponte e a plataforma.

14. Um móvel em movimento uniforme tem velocidade de $5\,\frac{m}{s}$. No instante t = 0 s, ele se encontra a 20 m da origem da trajetória, conforme mostra a figura. Para um movimento retrógrado, a função horária que o caracteriza é dada por:



a) $S = -20 + 5t$
b) $S = 5 - 20t$
c) $S = -20 - 5t$
d) $S = 20 - 5t$
e) $S = 20 + 5t$

15. Duas partículas A e B se movimentam sobre uma mesma trajetória retilínea segundo o gráfico a seguir. Podemos afirmar que suas equações horárias são, respectivamente:



a) $S_A = 50 + 20t$; $S_B = 20 + 14t$
b) $S_A = 20 + 50t$; $S_B = 10 + 20t$
c) $S_A = 20 + 20t$; $S_B = 50 + 14t$
d) $S_A = 20 + 20t$; $S_B = 10 + 50t$
e) $S_A = 20 + 50t$; $S_B = 50 + 14t$

16. (UFES) Um atirador ouve o ruído de uma bala atingindo um alvo 3 s após dispará-la com velocidade de $680\,\frac{m}{s}$. Sabendo que a velocidade do som é de $340\,\frac{m}{s}$, a distância entre o atirador e o alvo é, em metros:

a) 340
b) 680
c) 1.020
d) 1.530
e) 2.040

Capítulo 3

Movimentos variados e uniformemente variados

1. Movimento Variado

Denomina-se *movimento variado* qualquer movimento no qual a velocidade varie ao longo do tempo. Para descrever de que maneira a velocidade varia, utilizamos a grandeza física chamada *aceleração*.

Considere um ponto material em movimento variado. No instante t_1, a velocidade desse ponto material é v_1; no instante t_2, sua velocidade é v_2. A variação da velocidade Δv e o intervalo de tempo correspondente Δt são:

$$\Delta v = v_2 - v_1 \qquad \text{e} \qquad \Delta t = t_2 - t_1$$

Define-se aceleração média como o quociente entre a variação da velocidade e o intervalo de tempo correspondente:

$$\boxed{\alpha_m = \frac{\Delta v}{\Delta t}}$$

A unidade de aceleração no SI é $\frac{m}{s^2}$.

A aceleração instantânea pode ser entendida como uma aceleração média para um intervalo de tempo muito pequeno, tendendo a zero. Isto corresponde à operação matemática limite:

$$\alpha = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta v}{\Delta t}$$

Em uma corrida de Fórmula 1, por exemplo, vemos o automóvel, em uma única volta, frear e acelerar muitas vezes. Durante a largada, percebemos que a velocidade aumenta ao longo do tempo, ao passo que durante a freagem a velocidade diminui com o passar do tempo. Estas duas situações definem o que chamamos de *movimento acelerado* e *movimento retardado*.

O sinal matemático da velocidade tem relação com o sentido do movimento em uma determinada trajetória. Os sinais matemáticos da velocidade e da aceleração para os diferentes movimentos estão relacionados abaixo:

	Velocidade	**Aceleração**
Movimento acelerado	positiva	positiva
Movimento acelerado	negativa	negativa
Movimento retardado	positiva	negativa
Movimento retardado	negativa	positiva

Para facilitar a memorização, podemos dizer que:

• No *movimento acelerado*, o valor absoluto da velocidade aumenta ao longo do tempo. Os sinais da velocidade e da aceleração são iguais.

• No *movimento retardado*, o valor absoluto da velocidade diminui ao longo do tempo. Os sinais da velocidade e da aceleração são contrários.

Exemplos

a) Um móvel passa por um ponto A no instante $t_1 = 0$ s, com a velocidade de 5 $\frac{m}{s}$. Ao passar por B, no instante $t_2 = 3$ s, sua velocidade é de 20 $\frac{m}{s}$. Determine a aceleração média e descreva o movimento.

Solução

$$\alpha_m = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1} = \frac{20 - 5}{3 - 0} \Rightarrow \boxed{\alpha_m = 5\ \frac{m}{s^2}}$$

O movimento é acelerado.

b) Considere o mesmo enunciado do exemplo a, mudando os valores da velocidade: 10 $\frac{m}{s}$ para o ponto A e 4 $\frac{m}{s}$ para o ponto B.

Solução

$$\alpha_m = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{4 - 10}{3 - 0} \Rightarrow \boxed{\alpha_m = -2\ \frac{m}{s^2}}$$

O movimento é retardado.

2. Movimento Uniformemente Variado (MUV)

Chamamos *Movimento Uniformemente Variado* (MUV) o movimento em que a velocidade varia de modo uniforme ao longo do tempo, isto é, aquele em que ocorrem variações de velocidade iguais em intervalos de tempo iguais.

A aceleração instantânea, neste movimento, é sempre a mesma e igual à aceleração média.

Se a trajetória é retilínea, o movimento é denominado Retilíneo Uniformemente Variado (MRUV).

2.1. Função horária do MUV

A exemplo da equação horária do MU vista no Capítulo 2, a equação horária para o MUV é:

$$\boxed{v = v_0 + \alpha \cdot t}$$

em que v é a velocidade no instante t, v_0 é a velocidade no instante t = 0 (velocidade inicial) e α é a aceleração.

Exemplos

a) Um móvel se locomove obedecendo a equação $v = 4 - 5t$ (SI). Qual é a velocidade inicial do móvel, a aceleração e o tipo de movimento?

Solução

Analisando a equação horária dada, temos: a velocidade inicial do móvel é $v_0 = 4\,\frac{m}{s}$ e a aceleração vale $\alpha = -5\,\frac{m}{s^2}$. Quando a velocidade assume o mesmo sinal da aceleração, temos um movimento acelerado; quando estes sinais são contrários, o movimento é retardado. Na equação dada, o movimento se caracteriza como acelerado quando $t > 0{,}8$ s e como retardado para $0 < t < 0{,}8$ s, pois α é sempre negativo; v, por sua vez, é positivo até $t = 0{,}8$ s e negativo a partir desse instante.

Observação: O instante em que a velocidade é nula, ou seja, quando $t = 0{,}8$ s, marca a transição entre o movimento retardado e o acelerado.

b) Um móvel se desloca com uma velocidade de $5\,\frac{km}{h}$. Em um determinado instante, passa a acelerar $2\,\frac{m}{min^2}$. Qual será sua equação horária e sua velocidade após 1 h?

Solução

Sua velocidade inicial é $v_0 = 5\,\frac{km}{h}$. Após $t = 0$, sua aceleração passa a ser $\alpha = 2\,\frac{m}{min^2}$ ou $\alpha = 7{,}2\,\frac{km}{h^2}$.

A equação horária pode ser escrita como:

$$\boxed{v = 5 + 7{,}2t\left(\frac{km}{h}\right)}$$

A velocidade do móvel após 1 h do instante inicial vale:

$$v = 5 + 7{,}2 \cdot 1 \Rightarrow \boxed{v = 12{,}2\,\frac{km}{h}}$$

2.2. Função do espaço no MUV

À medida que um móvel descreve um MUV, sua posição varia sobre a trajetória. No instante $t = 0$, o móvel ocupa uma posição dada pelo espaço inicial S_0; no instante posterior t, a posição do móvel corresponde ao espaço S. Pode-se provar que o espaço S se relaciona com o tempo, no MUV, pela seguinte fórmula:

$$\boxed{S = S_0 + v_0 \cdot t + \frac{\alpha t^2}{2}}$$

Exemplo

a) Um móvel realiza um MUV obedecendo a equação $S = 10 - 9t + 2t^2$ (SI). Determine o espaço e a velocidade iniciais, a aceleração do movimento, a função horária da velocidade, o instante em que o móvel muda de sentido e aquele em que o móvel passa pela origem da trajetória.

Solução

O espaço inicial vale $S_0 = 10\ m$, a velocidade inicial, $v_0 = -9\ \frac{m}{s}$, e a aceleração do movimento, $\alpha = 4\ \frac{m}{s^2}$. A função horária da velocidade $v = v_0 + \alpha \cdot t$, pode ser escrita como $v = -9 + 4t$.

No instante em que o móvel muda de sentido, a velocidade é nula. Logo:

$0 = -9 + 4t \Rightarrow t = \frac{9}{4} \Rightarrow t = 2{,}25\ s$

No instante em que o móvel passa pela origem, o valor do espaço S é nulo. Logo: $2t^2 - 9t + 10 = 0$

Resolvendo a equação do 2º grau, encontramos como resposta dois instantes em que o móvel passa pela origem: $t_1 = 2{,}5\ s$ e $t_2 = 2{,}0\ s$.

EXERCÍCIOS PROPOSTOS

1. Um móvel parte do repouso e, após 10 s, sua velocidade é de $6\ \frac{m}{s}$. Sabendo-se que a aceleração do móvel é constante, qual a equação horária da velocidade deste móvel e sua velocidade após 8 s?

2. Determine o espaço inicial, a velocidade inicial e a aceleração dados pelas equações abaixo (unidades SI):

a) $S = -30 - 2t + 5t^2$

b) $S = 10t^2$

c) $S = 5t - 2t^2$

d) $S = 4 + t - 0{,}5t^2$

3. Para cada equação do exercício anterior, descreva a equação da velocidade e calcule a velocidade após 2 s.

4. Um ônibus se move com velocidade de 50 $\frac{km}{h}$. Quando ele passa pelo marco 100 km de uma rodovia, começa a acelerar e, em 1 h, passará pelo marco 180 km. Qual será a aceleração do ônibus e sua velocidade aproximada quando atingir o marco 120 km?

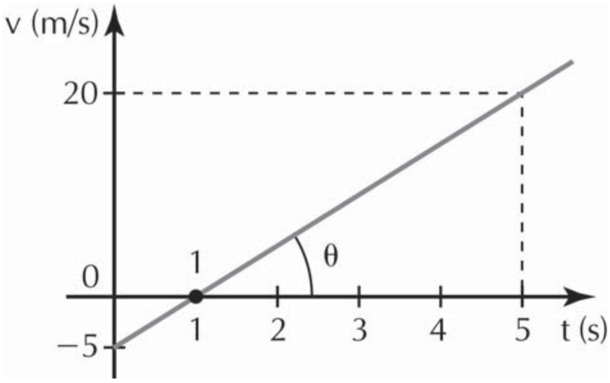
2.3. Representação gráfica no MUV

A representação gráfica da equação da velocidade no MUV será uma reta de inclinação não-nula. Chamamos *coeficiente linear* a ordenada do ponto em que a reta corta o eixo da velocidade e *coeficiente angular* a tangente do ângulo formado entre a reta e o eixo dos tempos.

Exemplos

O enunciado a seguir vale para os exemplos *a* e *b*.

a) A posição de um móvel varia conforme o gráfico abaixo. Determine sua equação horária.



Solução

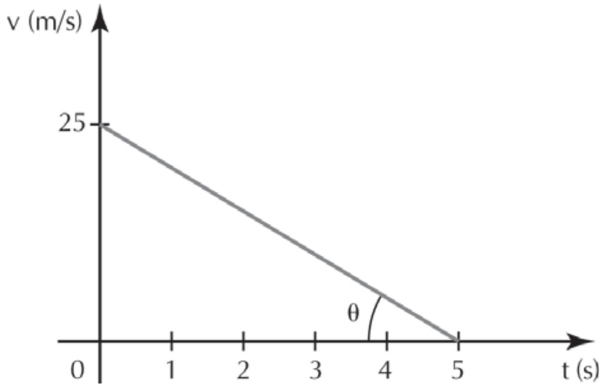
O coeficiente linear da reta é igual ao valor numérico de v_0. Logo, $v_0 = 25 \frac{m}{s}$.

O coeficiente angular da reta é numericamente igual ao valor da aceleração. Logo:

$$\text{tg}\ \theta = \frac{20 - 0}{5 - 1} = 4 \frac{m}{s^2} \Rightarrow \alpha = 4 \frac{m}{s^2}$$

A equação horária pode ser escrita como $v = -5 + 4t$

b)



Solução

$$v_0 = 25\,\frac{m}{s},\ \text{tg}\,\theta = \frac{25-0}{0-5} = -5\,\frac{m}{s^2} \Rightarrow \alpha = -5\,\frac{m}{s^2}$$

A equação horária pode ser escrita como $v = 25 - 5t$

3. Equação de Torricelli*

A partir das funções horárias do espaço e da velocidade do movimento uniformemente variado, obtemos a equação que relaciona diretamente o espaço com a velocidade.

$$\boxed{v^2 = v_0^2 + 2\alpha(S - S_0)}$$

Esta equação é conhecida como equação de Torricelli.

Exemplos

a) Um corpo tem velocidade inicial de $4\,\frac{m}{s}$, variando uniformemente para $10\,\frac{m}{s}$ após um percurso de 7 m. Determine a aceleração desse corpo.

Solução

$$v_0 = 4\,\frac{m}{s},\ v = 10\,\frac{m}{s},\ S = 7\text{ m},\ S_0 = 0$$

$$v^2 = v_0^2 + 2\alpha(S - S_0) \Rightarrow 10^2 = 4^2 + 2\alpha(7 - 0) \Rightarrow \alpha = 6\,\frac{m}{s^2}$$

*** Evangelista Torricelli (1608-1647)**
Físico e matemático italiano, discípulo de Galileu. Uma de suas invenções mais importantes foi o barômetro, aparelho destinado à medição da pressão atmosférica.

b) Um trem trafega com velocidade de 80 $\frac{km}{h}$, quando o maquinista recebe um aviso de parada de emergência. Determine a aceleração que deve ser imposta para a parada total em 100 m.

Solução

$v_0 = 80 \frac{km}{h}$, $S = 100$ m $= 0,1$ km, $v = 0$, $S_0 = 0$

$$v^2 = v_0^{\ 2} + 2\alpha(S - S_0) \Rightarrow 0 = 22,2^2 \frac{m}{s} + 2\alpha 100 \Rightarrow$$

$$0 = 493 \frac{m}{s} + 2\alpha \Rightarrow \alpha = \frac{-493 \text{ m/s}^2}{200 \text{ m}} \Rightarrow \boxed{\alpha \simeq -2,5 \frac{m}{s^2}}$$

4. Aceleração da gravidade

Todos os corpos exercem, uns sobre os outros, uma atração denominada *gravitacional*.

Quando um corpo é abandonado de uma determinada altura, ele cai, devido à ação da atração gravitacional (gravidade local). Seu movimento é chamado *queda livre*.

Nos lançamentos verticais e na queda livre, o movimento do corpo será uniformemente variado, pois esse corpo sofrerá a mesma aceleração, devido ao efeito da gravidade. Essa aceleração é chamada *aceleração da gravidade*. O valor da aceleração da gravidade e da Terra no nível do mar é $g = 9,8 \frac{m}{s^2}$.

Exemplos

a) Um corpo é abandonado de cima de uma ponte e chega ao solo em 2 s. Determine a altura da ponte e a velocidade do corpo ao atingir o chão.

Solução

$$\alpha = 10 \frac{m}{s^2}, t = 2 \text{ s}, v_0 = 0 \Rightarrow v = v_0 + \alpha t \Rightarrow v = 10 \cdot 2 \Rightarrow$$

$\Rightarrow \boxed{v = 20 \frac{m}{s}}$ (velocidade do corpo ao atingir o chão)

$$\Rightarrow S = S_0 + v_0 t + \frac{\alpha t^2}{2} \Rightarrow S = \frac{10 \cdot 2^2}{2} = \frac{40}{2} \Rightarrow$$

$\Rightarrow \boxed{S = 20 \text{ m}}$ (altura da ponte)

b) Um corpo é lançado verticalmente para cima, com velocidade de $40\ \frac{m}{s}$. Determine o tempo que esse corpo leva para chegar até a altura máxima e o valor desta altura.

Solução

$v_0 = 40\ \frac{m}{s}$, $\alpha = -10\ \frac{m}{s^2}$

A altura máxima será atingida quando $v = 0$, logo:

$$v = v_0 + \alpha t \Rightarrow t = \frac{40}{10} \Rightarrow \boxed{t = 4\ s}$$

A altura máxima será:

$$S = S_0 + v_0 t + \frac{\alpha t^2}{2} \Rightarrow S = 40 \cdot 4 - \frac{10 \cdot 4^2}{2} \Rightarrow \boxed{S = 80\ m}$$

EXERCÍCIOS PROPOSTOS

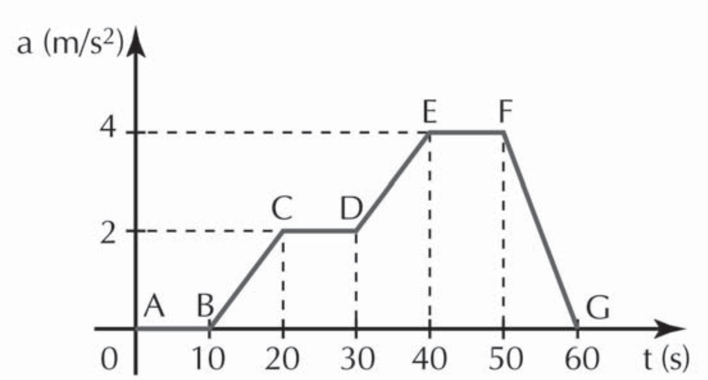
5. (UFSE) Uma partícula tem velocidade escalar variável dada pela equação $v = 3 + 6t$. Sabe-se que no instante $t = 0$ s, a partícula estava num ponto situado a 6 m do ponto de referência zero, por onde a partícula ainda vai passar. Considere que as unidades representadas na equação são do SI. A equação horária para a partícula é:

a) $e = 6 + 3t + 6t^2$
b) $e = 6 - 3t + 3t^2$
c) $e = -6 - 3t - 3t^2$
d) $e = -6 + 3t + 3t^2$
e) $e = -6 + 3t + 6t^2$

6. (UFAC) Um corpo cai livremente de uma altura de 80 m. O tempo gasto para chegar ao solo é de:

a) 4 s b) 6 s c) 8 s d) 12 s e) 16 s

7. (UFSC) O gráfico ao lado representa as acelerações de um corpo móvel que percorre uma trajetória retilínea, em um mesmo sentido. Assinale as afirmativas corretas:



a) No trecho $\overline{AB}$, o corpo encontra-se obrigatoriamente parado, ou em repouso na origem.

b) No trecho $\overline{BC}$, o corpo inicia seu movimento com aceleração positiva e velocidade constante.

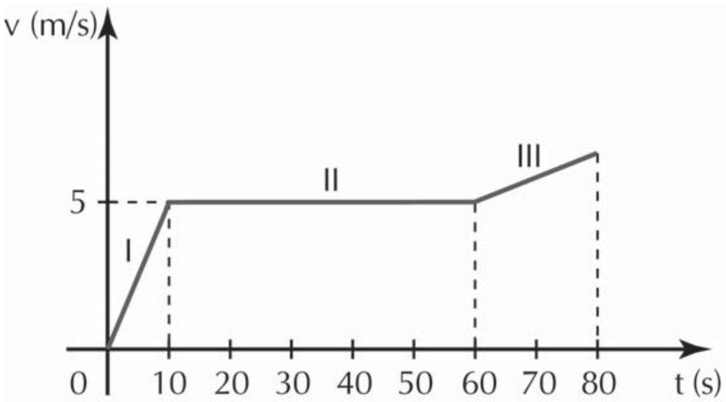
c) No trecho $\overline{CD}$, o corpo possui um movimento retilíneo, uniformemente acelerado.

d) No trecho $\overline{DE}$, a aceleração varia com o tempo, e o movimento não é mais retilíneo e uniformemente acelerado.

e) No trecho $\overline{FG}$, o corpo diminui sua aceleração até anulá-la. O movimento então é uniformemente retardado.

Enunciado para as questões 8 e 9.

(UFAM) O gráfico a seguir representa a velocidade de um animal em corrida, desde o instante da partida (t = 0 s) até a chegada final (t = 80 s). A aceleração no trecho I é o dobro da aceleração no trecho III.



8. A velocidade no instante da chegada é:

a) $5 \frac{m}{s}$ b) $7{,}5 \frac{m}{s}$

c) $10 \frac{m}{s}$ d) $15 \frac{m}{s}$

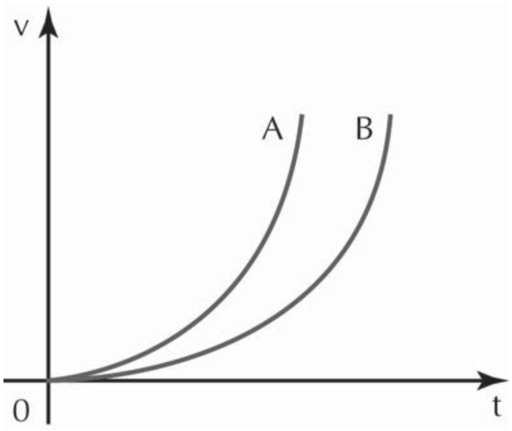
9. A distância total percorrida é igual a:

a) 400 m b) 425 m

c) 450 m d) 475 m

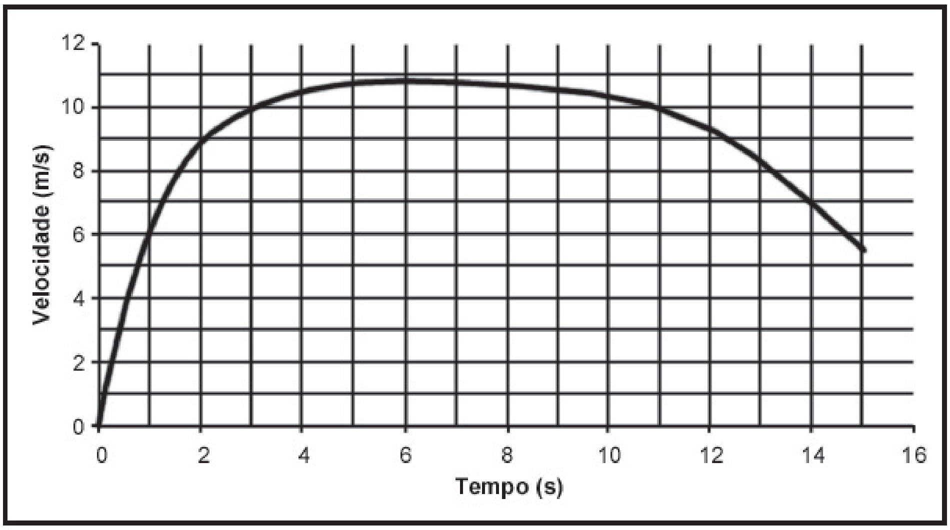
10. (UFPA) Dados os dois gráficos espaço–tempo ao lado para dois carros que se movem segundo trajetórias retilíneas, podemos concluir que:

a) o carro B possui maior aceleração;
b) o carro A possui maior aceleração;
c) os carros andam sempre juntos;
d) os dois carros possuem velocidades iguais em cada instante;
e) a velocidade do carro A é sempre menor que a do B, em cada instante.



11. (UFPR) Dois corpos de pesos diferentes são abandonados no mesmo instante e da mesma altura. Não levando em conta a resistência do ar:
a) os dois corpos caem com a mesma velocidade em cada instante, mas com acelerações diferentes;
b) o corpo de menor volume chegará antes no solo;
c) o corpo mais pesado chegará antes no solo.
d) o corpo mais pesado chegará ao solo depois do outro;
e) os dois corpos caem com a mesma velocidade em cada instante e com a mesma aceleração.

12. (Enem–MEC) Em uma prova de 100 m rasos, o desempenho típico de um corredor padrão é representado pelo gráfico a seguir:



Baseado no gráfico, em que intervalo de tempo a velocidade do corredor é aproximadamente constante?

Baseado no gráfico, em que intervalo de tempo a velocidade do corredor é aproximadamente constante?

a) Entre 0 e 1 segundo.

b) Entre 1 e 5 segundos.

c) Entre 5 e 8 segundos.

d) Entre 8 e 11 segundos.

e) Entre 12 e 15 segundos.

13. (Enem–MEC) Em que intervalo de tempo o corredor apresenta aceleração máxima?

a) Entre 0 e 1 segundo.

b) Entre 1 e 5 segundos.

c) Entre 5 e 8 segundo.

d) Entre 8 e 11 segundos.

e) Entre 9 e 15 segundos.

Capítulo 4

Cinemática vetorial

1. Introdução

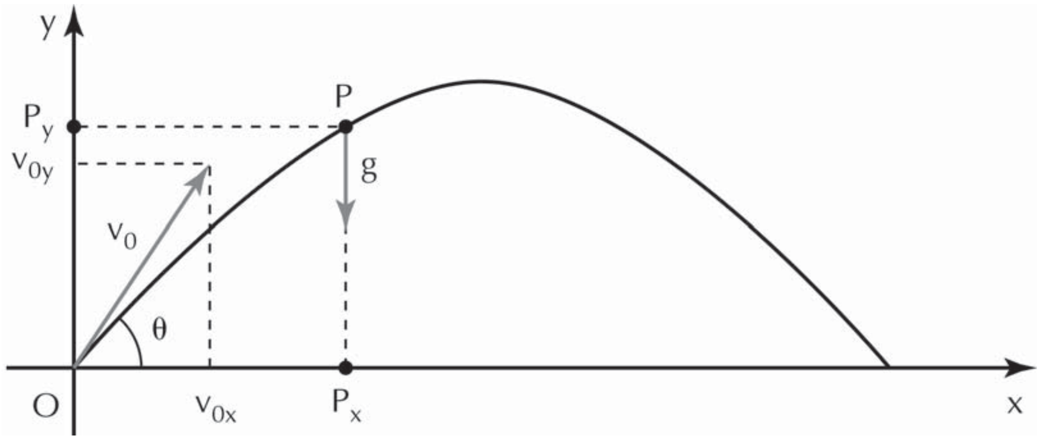
A *cinemática vetorial* pode descrever quaisquer movimentos, independentemente de conhecer-se previamente as trajetórias.

As grandezas vetoriais não podem ser confundidas com as escalares, que possuem conotação distinta. Devemos fazer um esforço para visualizar as questões propostas a seguir de maneira "espacial", para que, com a adição das ferramentas matemáticas, o entendimento seja completo.

2. Movimento balístico

Neste tipo de movimento, podemos analisar lançamentos oblíquos e horizontais de corpos sob a ação da gravidade.

Consideremos, inicialmente, o lançamento oblíquo a seguir:



No gráfico, vemos um corpo P, lançado com velocidade inicial $\vec{v}_0$, que faz com a horizontal um ângulo θ, chamado *ângulo de tiro*. Para facilitar o estudo do movimento de P ao longo da trajetória, utilizamos a análise das projeções do movimento nos eixos x e y, sendo desprezada a resistência do ar.

O ponto P sofre a ação da aceleração da gravidade $\vec{g}$. No eixo x, a projeção de $\vec{g}$ é nula; logo, o movimento de P no eixo x é Retilíneo e Uniforme (MRU). No eixo y temos a ação de $\vec{g}$, que é $-g$ (usando convencionalmente a orientação do eixo y para cima); assim, o movimento de P é Retilíneo Uniformemente Variado (MRUV).

$$\boxed{x = v_{0x} \cdot t \quad \text{e} \quad y = v_{0y} \cdot t - \frac{g \cdot t^2}{2}}$$

Para calcular a velocidade em qualquer instante, devemos considerar que a componente horizontal da velocidade do ponto P é constante e vale:

$$\boxed{v_x = v_0 \cdot \cos \theta}$$

A componente vertical da velocidade do ponto P varia com o tempo, conforme a equação:

$$\boxed{v_y = v_{0y} - g \cdot t}$$

Podemos também escrever a equação de Torricelli para o movimento de P no eixo y:

$$\boxed{v_y^2 = v_{0y}^2 - 2g \cdot \Delta y}$$

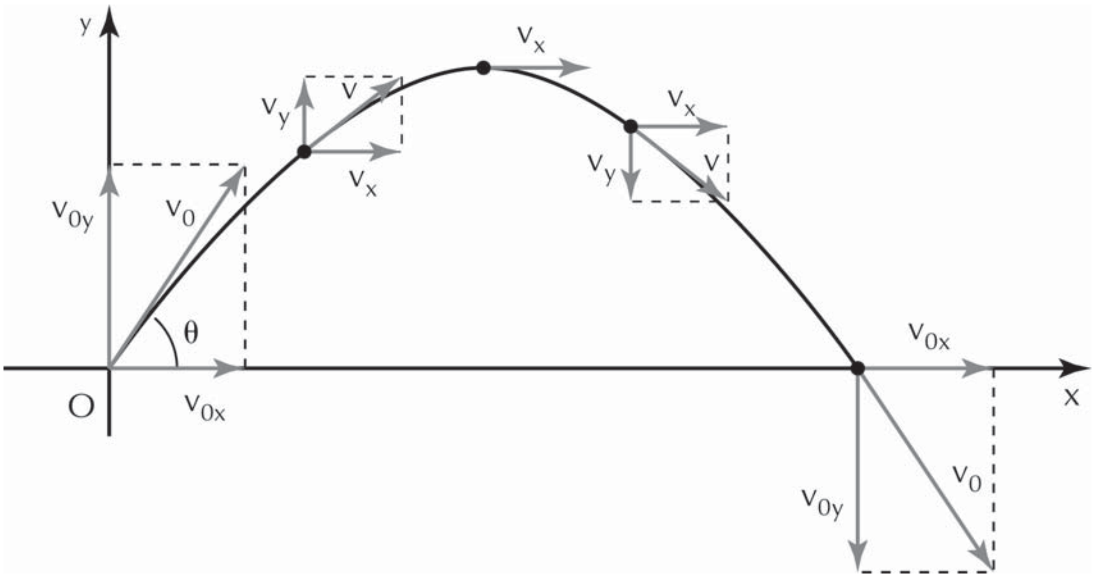
Das fórmulas anteriores, obtém-se a equação da trajetória, que é:

$$\boxed{y = \operatorname{tg} \theta \cdot x - \frac{g}{2v_0^2 \cdot \cos^2 \theta} x^2}$$

A equação da trajetória é de segundo grau em x e, portanto, a trajetória é uma parábola.

A velocidade em um ponto qualquer é obtida com a aplicação do teorema de Pitágoras:

$$\boxed{v^2 = v_x^2 + v_y^2}$$



O tempo de subida equivale ao intervalo de tempo decorrido desde o instante do lançamento até o instante em que o móvel atinge o vértice da parábola. Neste instante, a componente vertical da velocidade é nula; logo, podemos concluir:

$$0 = v_0 \cdot \text{sen}\ \theta - g \cdot t$$

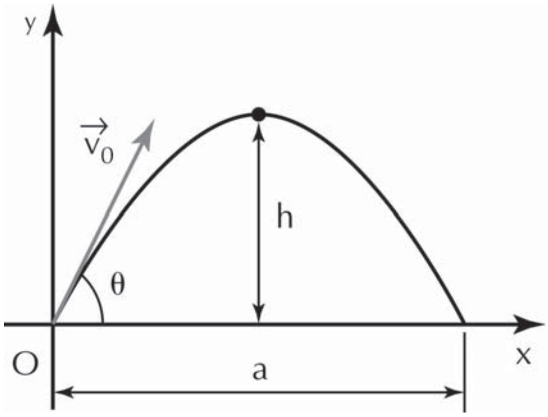
Portanto:

$$\boxed{t_s = \frac{v_0 \cdot \text{sen}\ \theta}{g}}$$

O tempo de descida é igual ao de subida; assim, o tempo total é:

$$\boxed{t_T = \frac{2v_0 \cdot \text{sen}\ \theta}{g}}$$

A altura máxima h é obtida por meio da equação de Torricelli aplicada ao movimento vertical de P, e permite calcular h admitindo-se $v_y = 0$ quando Δy igual a h.



Assim:

$0 = v_{0y}^2 - 2g \cdot h \Rightarrow$

$\Rightarrow v_0^2 \cdot \text{sen}^2\,\theta = 2g \cdot h \Rightarrow$ $\boxed{h = \dfrac{v_0^2 \cdot \text{sen}^2\,\theta}{2g}}$

O alcance horizontal é obtido pela função horária do movimento horizontal de P, quando o tempo é igual ao tempo total:

$$\boxed{a = \frac{v_0^2 \cdot \text{sen}\,2\theta}{g}}$$

O alcance máximo é obtido sabendo-se que o ângulo de tiro máximo é $\theta = 45°$. Então, o alcance máximo é dado por:

$$\boxed{a_{máx} = \frac{v_0^2}{g}}$$

Nessas condições, a altura máxima atingida é obtida por:

$$\boxed{h = \frac{v_0^2}{4g}} \quad \text{ou} \quad \boxed{h = \frac{a_{máx}}{4}}$$

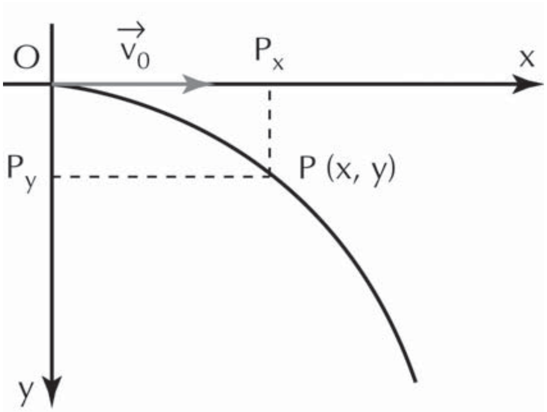
No caso do lançamento horizontal, o ângulo de tiro é nulo e, portanto, $v_{0x} = v_0$ e $v_{0y} = 0$.

Orientando o eixo y para baixo, temos:

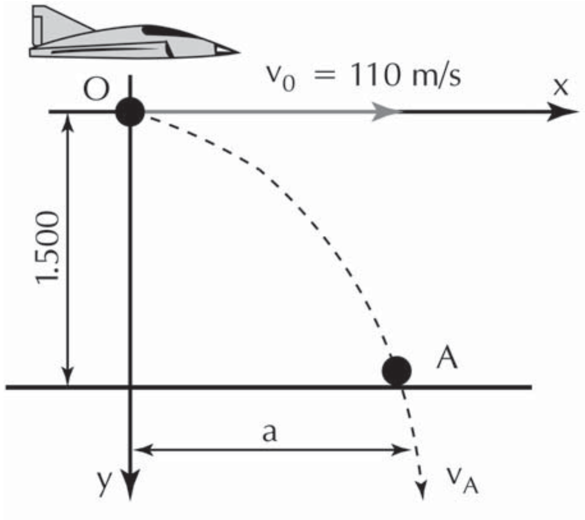
$$x = v_0 \cdot t$$

$$y = \frac{g \cdot t^2}{2}$$

$$v_y = g \cdot t$$



Exemplos



a) Um avião voa horizontalmente com velocidade de $110 \frac{m}{s}$ a 1.500 m de altitude. Num certo instante, o piloto lança um pacote de alimentos e remédios. Dado $g = 10 \frac{m}{s^2}$, determine:

1) o instante, a partir do lançamento, em que o pacote atinge o solo;

2) a que distância da vertical em que o pacote foi lançado ele atinge o solo;

3) a velocidade com que o pacote atinge o solo.

Solução

a.1) No instante em que o pacote atinge o solo, y = 1.500 m.

$$y = \frac{1}{2} \cdot gt^2 \Rightarrow 1.500 = 5t^2 \Rightarrow \boxed{t = 17{,}32\ s}$$

a.2) $x = v_0 \cdot t \Rightarrow x = 110 \cdot 17{,}32 \Rightarrow \boxed{x = 1.905{,}3\ m}$

a.3) Ao atingir o solo a velocidade resultante é v_0 = 110 m/s e a velocidade vertical v_y:

$$v_y = g \cdot t \Rightarrow v_y = 10 \cdot 17{,}32 = 173{,}2 \frac{m}{s}$$

$$v^2 = v_0^2 + v_y^2 \Rightarrow v^2 = 110^2 + 173{,}2^2 \Rightarrow \boxed{v = 205{,}2 \frac{m}{s}}$$

b) Um corpo é lançado obliquamente no vácuo, com velocidade inicial de módulo $50\ \frac{m}{s}$. O ângulo de tiro é de 60°. Considerando $g = 10\ \frac{m}{s^2}$, determine:

1) as componentes vertical e horizontal da velocidade inicial e o módulo da velocidade;

2) as funções horárias do movimento na horizontal e na vertical;

3) a equação da trajetória;

4) a altura máxima e o alcance horizontal;

5) o tempo total até o corpo atingir o solo.

Solução

b.1) $v_x = v_0 \cdot \cos\theta \Rightarrow v_x = 50 \cdot 0{,}5 \Rightarrow \boxed{v_x = 25\ \frac{m}{s}}$

$v_y = v_0 \cdot \text{sen}\,\theta \Rightarrow v_y = 50 \cdot 0{,}866 \Rightarrow \boxed{v_y = 43{,}3\ \frac{m}{s}}$

$v^2 = 25^2 + 43{,}3^2 \Rightarrow v^2 = 625 + 1.874{,}9 \Rightarrow$

$\Rightarrow v^2 = 2.499{,}9 \Rightarrow \boxed{v \simeq 50\ \frac{m}{s}}$

b.2) Na horizontal o movimento é uniforme, logo:

$x = v_x \cdot t \Rightarrow \boxed{x = 25t}$

Na vertical temos MUV, logo:

$y = v_{0y} \cdot t - \frac{1}{2}\alpha t^2 \Rightarrow \boxed{y = 43{,}3t - 5t^2}$

b.3) Eliminaremos t das equações horárias do item anterior para obter a equação da trajetória, logo:

$$t = \frac{x}{25};\ y = 43{,}3 \cdot \frac{x}{25} - 5\left(\frac{x}{25}\right)^2 \Rightarrow \boxed{y = 1{,}73x - \frac{x^2}{125}}$$

b.4) Altura máxima:

$$h = \frac{v_0^2 \cdot \text{sen}^2\,\theta}{2\,g} \Rightarrow h = \frac{50^2 \cdot 0{,}75}{20} \Rightarrow \boxed{h = 93{,}7\ m}$$

Alcance horizontal:

$$a = \frac{v_0^2 \cdot \text{sen } 2\theta}{g} \Rightarrow a = \frac{50^2 \cdot 0{,}866}{10} \Rightarrow \boxed{a = 216{,}5 \text{ m}}$$

b.5) $$t_T = \frac{2v_0 \cdot \text{sen } \theta}{g} \Rightarrow t_T = \frac{2 \cdot 50 \cdot 0{,}866}{10} \Rightarrow \boxed{t_T = 8{,}66 \text{ s}}$$

EXERCÍCIOS PROPOSTOS

1. (Unesp-SP) A escada rolante que liga a plataforma de uma estação subterrânea de metrô ao nível da rua move-se com velocidade constante de 0,80 $\frac{m}{s}$.

   a) Sabendo-se que a escada tem uma inclinação de 30° em relação à horizontal, determine, com o auxílio dos dados abaixo, a componente vertical de sua velocidade.

   Dados: sen 30° = 0,50, sen 60° = 0,867, cos 30° = 0,867 e cos 60° = 0,500.

   b) Sabendo-se que o tempo necessário para que um passageiro seja transportado pela escada do nível da plataforma ao nível da rua é de 30 segundos, determine a que profundidade se encontra o nível da plataforma em relação ao nível da rua.

2. (UECE) Aline anda 40 m para o leste e certa distância X para o norte, de tal forma que fica afastada 50 m do ponto de partida. A distância percorrida para o norte foi de:

   a) 20 m　　b) 30 m　　c) 35 m　　d) 40 m

3. (UF Uberaba-MG) Uma bola é chutada segundo uma direção que forma um ângulo de 45° com a horizontal. Desprezando-se a resistência do ar, no ponto mais alto que a bola atinge, a intensidade de:

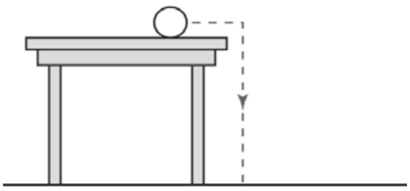
   a) sua velocidade é zero;
   b) sua aceleração é zero;
   c) sua velocidade é mínima, mas diferente de zero;
   d) sua aceleração é mínima, mas diferente de zero;
   e) n.d.a.

4. (UFGO) Uma esfera rola sobre uma mesa horizontal, abandona-a com velocidade inicial V_0 e toca o solo após 1 s. Sabendo-se que a distância horizontal percorrida pela bola é igual à altura da mesa, a velocidade V_0, considerando-se $g = 10 \frac{m}{s^2}$, é de:

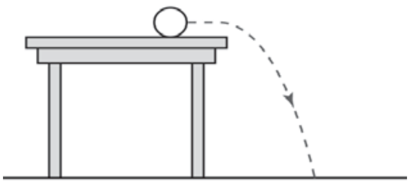
a) $1{,}25 \frac{m}{s}$
b) $10{,}00 \frac{m}{s}$
c) $20{,}00 \frac{m}{s}$
d) $5{,}00 \frac{m}{s}$
e) $2{,}50 \frac{m}{s}$

5. Quais das figuras propostas representa a trajetória percorrida pela bola depois de deixar a mesa?

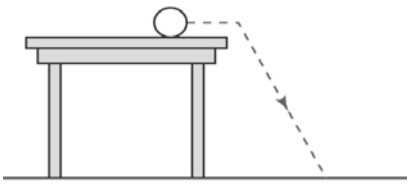
a)



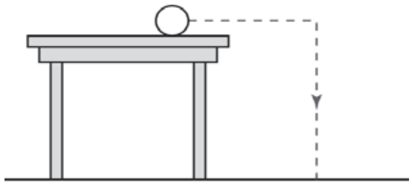
b)



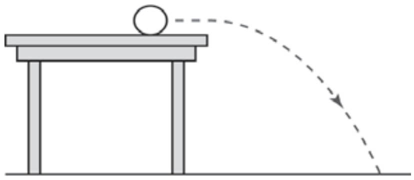
c)



d)



e)



6. (Fuvest-SP) Adote $g = 10 \frac{m}{s^2}$. Uma pessoa sentada num trem, que se desloca numa trajetória retilínea a $20 \frac{m}{s}$, lança uma bola verticalmente para cima e a pega de volta no mesmo nível do lançamento. A bola atinge uma altura máxima de 0,80 m em relação a este nível. Ache:

a) o valor da velocidade da bola, em relação ao solo, quando ela atinge a altura máxima;
b) o tempo durante o qual a bola permance no ar.

Capítulo 5

DINÂMICA

1. Introdução

A *dinâmica* é a parte da mecânica que estuda as causas que produzem e/ou modificam os movimentos dos corpos.

Devemos a Galileu Galilei* o estudo científico do movimento dos corpos, introduzindo métodos experimentais na Física, ou seja, a observação, a medição e o estabelecimento de leis físicas que regem os fenômenos.

Tomando como ponto de partida os trabalhos de Galilei e de Johannes Kepler, Isaac Newton estabeleceu três princípios. A partir desses princípios, ele desenvolveu a primeira teoria consistente sobre os movimentos dos corpos, que foi denominada Mecânica Clássica. Estes princípios são chamados de "Leis de Newton" ou "Leis da Dinâmica".

2. Grandezas da dinâmica

A grandeza que mede a intensidade da interação entre os corpos é chamada *força*. O resultado dessa interação é a variação da velocidade, a aceleração, que será maior ou menor em função da massa (quantidade de matéria agregada) dos corpos envolvidos.

*** Galileu Galilei (1564-1642)**
Nascido em Pisa, na Itália, é considerado um dos maiores cientistas de todos os tempos.

Em resumo, as grandezas básicas da dinâmica são a *força*, a *massa* e a *aceleração*.

A força e a aceleração são grandezas vetoriais; a massa, uma grandeza escalar. A soma das forças totais que agem sobre um corpo denomina-se força resultante. Caso a força resultante seja nula, diz-se que o corpo está em equilíbrio.

No SI utilizam-se as seguintes unidades:

- aceleração – $\frac{m}{s^2}$;
- massa – quilograma (kg);
- força – newton (N).

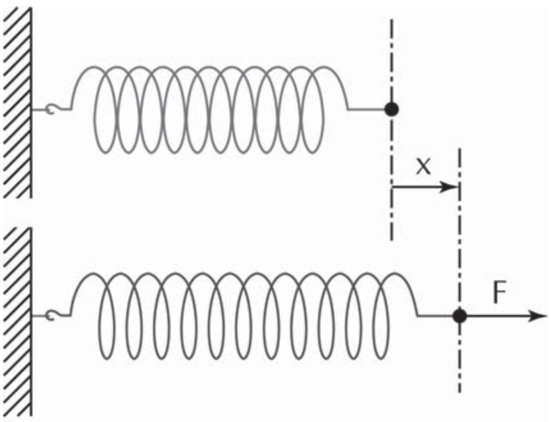
A unidade newton é, por definição, a força que, aplicada a um corpo de 1 kg, provoca a aceleração de 1 $\frac{m}{s^2}$.

3. Lei de Hooke

Quando aplicamos uma força em um ponto material, o único efeito que observamos é a aceleração. Quando o corpo é extensível, podemos observar outro efeito além da aceleração: a deformação do corpo.

Há vários fenômenos nos quais o efeito mais importante é a deformação, como no caso das molas.

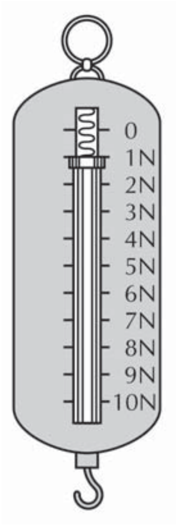
Robert Hooke experimentou a aplicação de forças em molas e verificou que a deformação sofrida pela mola (diminuição ou aumento de seu comprimento inicial) era diretamente proporcional à força aplicada, até um certo limite.



$\boxed{F = k \cdot x}$, onde F é a força aplicada, x é o valor da deformação sofrida e k é a constante elástica da mola.

A constante da mola depende de suas características físicas, de ser mais ou menos rígida. A unidade dessa constante é o newton por metro $\left(\frac{N}{m}\right)$.

A partir da utilização desses conhecimentos foram construídos aparelhos de laboratório para medir força, chamados *dinamômetros*.



O dinamômetro é composto por uma mola de constante elástica conhecida, destinada a sofrer a aplicação de uma força desconhecida. O valor da força aplicada pode ser lido sobre uma escala que está relacionada à deformação no comprimento original da mola.

Exemplos

a) Qual é a força aplicada a uma mola que está estendida em 3 cm de seu comprimento original, sabendo-se que a constante da mola é $k = 500\ \frac{N}{m}$?

Solução

$$F = k \cdot x \Rightarrow F = 500 \cdot 0{,}03 \Rightarrow \boxed{F = 15\ N}$$

b) Na mesma mola do exemplo anterior, aplicou-se uma força de compressão de 50 N. Qual foi a deformação sofrida pela mola?

Solução

$$x = \frac{F}{k} \Rightarrow x = \frac{50}{500} \Rightarrow x = 0{,}1\ m \Rightarrow \boxed{x = 10\ cm}$$

c) Qual é a constante da mola que será usada em um amortecedor, que pode ser comprimido no máximo 5 cm quando acionado por uma força de 1.500 N?

Solução

$$k = \frac{F}{x} \Rightarrow k = \frac{1.500}{0{,}05} \Rightarrow \boxed{k = 30.000\ \frac{N}{m}}$$

4. Leis de Newton

4.1. Primeira Lei de Newton*

> Um corpo livre da ação de forças ou está em repouso ou realiza movimento retilíneo e uniforme.

A tendência que um corpo possui de permanecer em repouso ou em MRU, quando em equilíbrio, é uma propriedade denominada *inércia*.

Quanto maior a massa de um corpo, maior sua inércia e mais difícil a ação de tirá-lo do repouso ou do MRU.

Exemplos

a) Quando um trem parte, o passageiro sente seu corpo atirado para trás em relação ao sentido do movimento, pois sua tendência é permanecer em repouso em relação ao solo. Ao segurar-se, ele recebe uma força que o acelera juntamente com a composição.

b) Quando estamos nos locomovendo em um determinado veículo e freamos, sentimos que nosso corpo é arremessado para a frente, ou seja, tendemos a continuar o movimento por inércia.

c) Se um corpo estiver no vácuo, livre da atração gravitacional e de outras forças, ao sofrer a ação de uma força instantânea ou impulso, este corpo entrará indefinidamente em movimento retilíneo e uniforme.

4.2. Segunda Lei de Newton

> A resultante das forças sobre um corpo produz uma aceleração de tal modo que $\vec{F} = m \cdot \vec{a}$, onde $\vec{F}$ é a força aplicada, m é a massa do corpo e $\vec{a}$ é a aceleração.

*** Isaac Newton (1642-1727)**
Físico e matemático inglês, foi responsável pela criação do cálculo. Considerado o pai da Física Clássica, estabeleceu as bases da Física até o século XX.

A força e a aceleração têm a mesma direção e o mesmo sentido, conforme pode ser observado a seguir:

$\vec{a}$ e $\vec{v}$ têm o mesmo sentido: movimento acelerado.

$\vec{a}$ e $\vec{v}$ têm sentidos opostos: movimento retardado.

4.3. Peso de um corpo

A força exercida pela Terra sobre os corpos é chamada *peso*, o qual pode ser expresso por $\vec{P} = m \cdot \vec{a}$, onde $\vec{P}$ é o peso do corpo, m, a massa, e $\vec{a}$, a aceleração da gravidade.

O sistema técnico de unidades utiliza o quilograma-força (kgf) para medir a intensidade da força. Esta unidade é definida pelo peso de um corpo de massa 1 kg em um local de aceleração da gravidade $g = 9{,}800665\ \dfrac{m}{s^2}$. Logo:

$$\boxed{1\ \text{kgf} = 9{,}80665\ \text{N}}$$

Ou seja, um corpo de massa 1 kg pesa 1 kgf; outro de massa 2 kg pesa 2 kgf e assim por diante.

Observação: É muito comum dizermos que alguém pesa um determinado valor em quilogramas. Na verdade, esse modo de expressão não é correto, pois o peso é uma grandeza vetorial, uma *força*. Estará correto se dissermos o valor em quilograma-força (kgf). Quando usamos quilograma, estamos nos referindo a uma grandeza escalar que é a *massa*, ou seja, a medida quantitativa da resistência à aceleração, a inércia.

A aceleração da gravidade em outros planetas

A tabela a seguir nos fornece os valores aproximados das acelerações da gravidade, em $\frac{m}{s^2}$, nos planetas do sistema solar, além de no Sol e na Lua.

Mercúrio	3,6	Saturno	11,3
Vênus	8,6	Urano	11,4
Terra	9,8	Netuno	11,5
Marte	3,7	Sol	274
Júpiter	25,8	Lua	1,67

Então, uma pessoa que possui massa 50 kg na Terra, pesaria em

Mercúrio $\rightarrow$ 180 N

Júpiter $\rightarrow$ 1.290 N

Lua $\rightarrow$ 83,5 N

Sol $\rightarrow$ 13.700 N

4.4. Terceira Lei de Newton

A toda ação corresponde uma reação, de mesmo módulo, mesma direção e sentido oposto.

Exemplos

a) A Terra atrai os corpos com uma força, que é o peso do corpo (ação). Por este princípio, vemos que o corpo atrai a Terra com força de mesma intensidade e direção, mas com sentido oposto (reação).

b) Quando chutamos uma bola, aplicamos uma força (ação) sobre ela que é correspondida com outra força (reação), aplicada sobre nosso pé. Observe que, se chutarmos uma bola com peso elevado, sentiremos esse efeito de maneira mais aguda em nosso pé.

5. Referenciais inerciais

Denominamos *referencial inercial* a um referencial para o qual a Primeira Lei de Newton é sempre válida. Tomando um ponto para o qual um corpo em "equilíbrio" está em repouso ou em MRU, este ponto é um referencial inercial.

Por exemplo: uma árvore plantada próxima a um ponto de ônibus. Esta árvore pode ser usada como referencial inercial em relação aos móveis que trafegam em sua proximidade. Uma bola solta dentro de um vagão de trem que não esteja em repouso ou MRU não pode ser adotada como referencial inercial, pois ela estará sofrendo aceleração devido ao movimento do trem.

Em função do movimento de rotação, a Terra não pode ser adotada como referencial inercial. Nos problemas em que o tempo de duração é bem inferior a 24 h, podemos desprezar esse movimento e adotar a Terra como referencial inercial.

Exemplos

a) Um corpo está em MRU. Podemos afirmar que o corpo está recebendo ação de:
   1) forças responsáveis por seu movimento;
   2) forças que, somadas, são nulas;
   3) uma aceleração constante.

Solução

Para um corpo em MRU, temos aceleração nula; por conseguinte, a ação resultante de forças sobre o corpo também é nula. Assim, a alternativa correta é a 2.

b) Uma força constante é aplicada em um objeto apoiado sobre um plano perfeitamente liso e horizontal, imprimindo-lhe determinada aceleração. No momento em que esta força é retirada, o corpo:
   1) pára após diminuição gradual da velocidade;
   2) adquire aceleração negativa até parar;
   3) adquire movimento acelerado;
   4) continua movimentando-se com velocidade igual à do momento em que a força foi retirada.

Solução

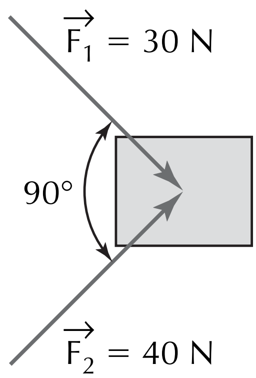
Pela Primeira Lei de Newton, quando a força é retirada, não havendo outra força envolvida, o corpo se movimenta em MRU. Então, a alternativa correta é a 4.

c) Um corpo de massa 5 kg, inicialmente em repouso, é submetido à ação de uma força de 30 N. Qual é a aceleração que o corpo adquire, desprezando-se outras interações?

Solução

$$F = m \cdot a \Rightarrow a = \frac{30}{5} \Rightarrow \boxed{a = 6\,\frac{m}{s^2}}$$

d) Um corpo de 5 kg, em repouso, é submetido ao esquema de forças mostrado na figura ao lado. Qual será sua velocidade após 5 s, desprezando-se outras interações quaisquer?



Solução

$$|\vec{F}_R|^2 = |\vec{F}_1|^2 = |\vec{F}_2|^2 \Rightarrow |\vec{F}_R|^2 = 30^2 + 40^2$$

$$\Rightarrow |\vec{F}_R| = 50\ \text{N}$$

$$a = \frac{50}{5} = 10\,\frac{m}{s^2} \Rightarrow v = v_0 + at \Rightarrow$$

$$v = 10 \cdot 5 \Rightarrow \boxed{v = 50\,\frac{m}{s}}$$

e) A massa de uma pessoa é 65 kg. Determine seu peso na Terra e na Lua, sabendo que a aceleração da gravidade na Terra é de 9,8 $\frac{m}{s^2}$ e na Lua, de 1,6 $\frac{m}{s^2}$.

Solução

$P = m \cdot g$

$P_{TERRA} = 65 \cdot 9{,}8 \Rightarrow \boxed{P_{TERRA} = 637\ N}$

$P_{LUA} = 65 \cdot 1{,}6 \Rightarrow \boxed{P_{LUA} = 104\ N}$

f) Uma pedra está apoiada sobre uma mesa. A Terra aplica-lhe uma força a que chamamos *peso da pedra*. A superfície da mesa reage sobre a pedra com força:

1) de mesma intensidade, direção e sentido;

2) de mesma intensidade, direção e sentido oposto;

3) com a intensidade do peso multiplicado por g.

Solução

Pela lei da ação e reação, a mesa aplicará sobre a pedra uma força de mesma intensidade e direção, com sentido contrário. Assim, 2 é a alternativa correta.

g) Um corpo de 1,5 kg está em MUV com aceleração 10 $\frac{m}{s^2}$. Qual é a resultante das forças que atuam sobre esse corpo?

Solução

$F = m \cdot a \Rightarrow$

$F = 1{,}5 \cdot 10 \Rightarrow F = 15\ N$

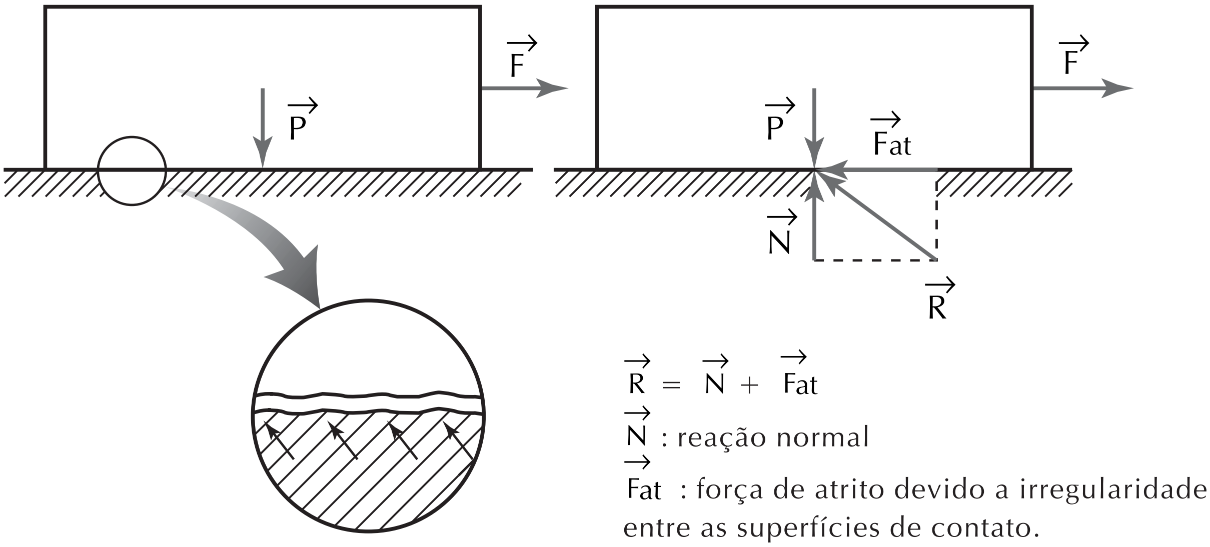
6. Descrição de forças

6.1. Força de tração em um fio

Um fio tenso aplica, sobre o ponto em que está preso, uma força que denominamos *tração*. A força de tração tem a mesma direção que o fio e o sentido de uma extremidade a outra. Caso o fio seja uniforme (ideal), as trações nas duas extremidades terão o mesmo módulo.

6.2. Força normal e força de atrito

Considere um corpo de peso $\vec{P}$ em repouso sobre uma superfície horizontal. Aplicando ao corpo uma força $\vec{F}$, que tende a deslocá-lo na direção horizontal, observaremos que uma força tenderá a dificultar-lhe o movimento devido à rugosidade entre as superfícies.



As forças que agem sobre o corpo devido à interação com a superfície têm uma resultante $\vec{R}$ que pode ser decomposta em $\vec{N}$ e $\vec{F}_{at}$. O vetor $\vec{N}$ é a reação normal à superfície e equilibra o peso $\vec{P}$. O vetor $\vec{F}_{at}$ é denominado *força de atrito* e seu sentido é sempre contrário ao do movimento ou à tendência de movimento do corpo em relação à superfície.

O atrito é denominado *estático* quando inexiste movimento do corpo em relação à superfície. Quando há movimento, o atrito é chamado *dinâmico*.

A força de atrito estático varia com a intensidade da força aplicada ao corpo e é máxima na iminência do início do movimento desse corpo. Para que o corpo entre em movimento é preciso vencer a ação da força de atrito estático máxima. Uma vez iniciado o movimento, a força de atrito terá intensidade constante e será denominada força de atrito dinâmico. Esta força tem intensidade menor que a força de atrito estático máxima.

A força de atrito estático máxima e a força de atrito dinâmico têm intensidades diretamente proporcionais à intensidade da força normal de compressão entre os corpos que se atritam.

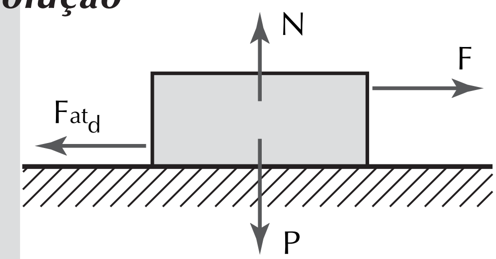
A força de atrito estático é calculada pelo produto entre o coeficiente de atrito estático (μ_e) e a intensidade da força normal. Já a força de atrito dinâmico é dada pelo produto entre o coeficiente de atrito dinâmico (μ_d) e a intensidade da força normal. Os coeficientes de atrito (μ_e e μ_d) dependem da natureza das superfícies em contato e são adimensionais.

Valores aproximados de coeficientes de atrito estático (Me) e cinético (Mc) entre alguns materiais		
Materiais	**Me**	**Mc**
Cobre e ferro	1,1	0,3
Borracha e concreto	1,0	0,8
Vidro e vidro	0,9	0,4
Aço e aço	0,7	0,6
Madeira e madeira	0,3 a 0,5	0,2
Gelo e gelo	0,1	0,03

Exemplos

a) Um corpo de massa 3 kg é puxado horizontalmente sobre um plano com uma força de intensidade 9 N. O coeficiente de atrito entre o corpo e o plano é 0,25. Determine a aceleração do corpo, considerando $g = 10 \frac{m}{s^2}$.

Solução



$\vec{F}_R = \vec{F} - \vec{F}_{at_d} \Rightarrow F_{at_d} = \mu_d \cdot N \Rightarrow$

$\Rightarrow N = P = m \cdot g$

$F_{at_d} = 0{,}25 \cdot 3 \cdot 10 \Rightarrow \quad F_{at_d} = 7{,}5\ N$

$F_R = 9 - 7{,}5 \Rightarrow F_R = 1{,}5\ N$

$a = \frac{F_R}{m} \Rightarrow a = \frac{1{,}5}{3} = \boxed{a = 0{,}5 \frac{m}{s^2}}$

b) Um corpo de massa m, apoiado em um plano horizontal com coeficiente de atrito estático 0,4, entra em movimento com a aplicação de uma força horizontal de 12 N. Qual será a massa do corpo, considerando-se $g = 10 \dfrac{m}{s^2}$?

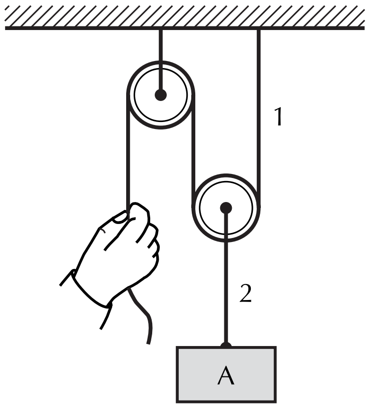
Solução

F_{at_e} é ligeiramente menor que 12 N; logo:

$$F_{at_e} = \mu_e \cdot N \Rightarrow N = \frac{12}{0,4} = 30\ N$$

$$N = P \Rightarrow m = \frac{N}{g} \Rightarrow m = \frac{30}{10} \Rightarrow \boxed{m = 3\ kg}$$

c) Determine a força T que deve ser aplicada ao fio 1 do sistema ao lado, para que fique em equilíbrio. A massa do corpo A é de 25 kg. O peso das polias e os atritos podem ser desprezados.



Solução

Sendo R o módulo da força resultante sobre a polia, temos:

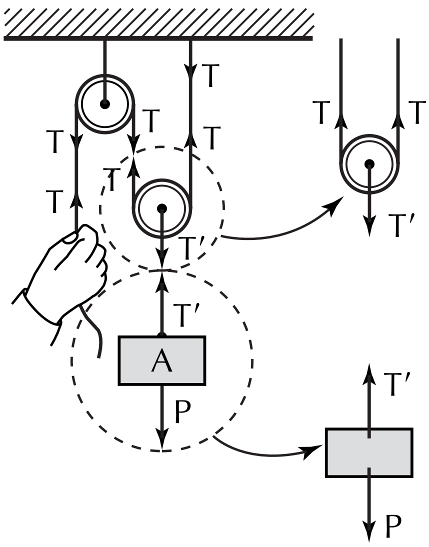
$R = 2T - T'$

$R = 0 \Rightarrow T' = 2T$ (1)

Sendo R′ o módulo da força resultante sobre o corpo A, temos:

$R' = T' - P$

$R' = 0 \Rightarrow T' = P$ (2)



Das equações (1) e (2), temos:

$2T = P \quad$ ou $\quad T = \dfrac{P}{2}$, mas

$P = m \cdot g = 25 \cdot 10 \Rightarrow P = 250\ N$

Logo: $\boxed{T = 125\ N}$

Este dispositivo multiplica por 2 a força aplicada.

d) Um guindaste, alça uma carga de peso 5,5 ton. Qual o módulo da tração do cabo de aço que suspende o corpo?

Solução

$$T = P = m \cdot g \Rightarrow T = 5.500 : 10 \Rightarrow \boxed{T = 55\ kN}$$

6.3. Força de resistência do ar

Quando um corpo se move, ele recebe influência do meio em que está agregado. Se o corpo está na água ou no ar, estes elementos aplicam forças que se opõem ao movimento do corpo.

Para o movimento no ar, a força de resistência tem intensidade igual a $F_R = K \cdot v^2$, em que K é a constante aerodinâmica do corpo e v é o módulo da velocidade instantânea.

A constante aerodinâmica depende da forma do corpo e sua unidade é $\frac{N \cdot s^2}{m^2}$.

Exemplos

a) Analise o movimento de um pára-quedas, calculando teoricamente sua velocidade máxima durante o trajeto de um pára-quedista do salto até a chegada ao solo.

Solução

Inicialmente, a velocidade de queda aumenta devido à ação da gravidade. Sendo $F_R = K \cdot v^2$ a força de resistência do ar, conforme a velocidade aumenta a aceleração total diminui. Quando a força de resistência é igual ao peso do conjunto pára-quedas e pára-quedista, a velocidade não aumenta mais e atinge um valor limite até o final do trajeto.

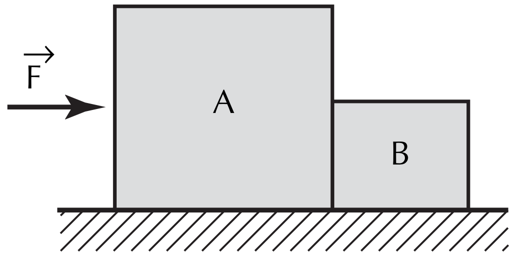
$$\boxed{v_{lim.} = \sqrt{\frac{P}{K}}}$$

b) Adotando o peso de um pára-quedista como 800 N e $K = 100\ \frac{N \cdot s^2}{m^2}$, determine a máxima velocidade do pára-quedas, que tem peso 40 N.

Solução

$$v_{lim.}^{\ 2} = \frac{800 + 40}{100} \Rightarrow \boxed{v_{lim.} = 2{,}89\ \frac{m}{s}}$$

c) Aplica-se uma força de intensidade 20 N a um bloco A, conforme a figura ao lado. O bloco A tem massa 3 kg e o bloco B, massa 1 kg. Despreze outras forças de interação e determine a aceleração do sistema, bem como a força que o bloco A exerce no bloco B.



Solução

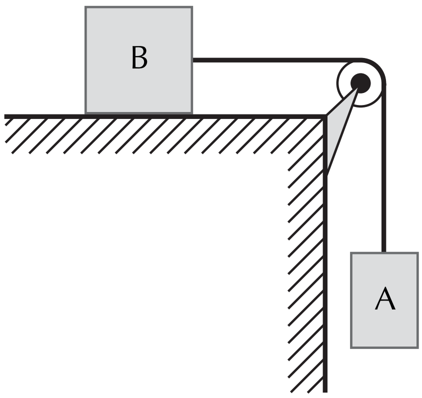
Para calcular a aceleração, podemos considerar os dois blocos como um só, de massa 4 kg. Os pesos e as forças normais se equilibram. Assim, temos:

$F = m \cdot a \Rightarrow 20 = 4 \cdot a \Rightarrow \boxed{a = 5 \frac{m}{s^2}}$

Para calcular a intensidade da força que o bloco A exerce em B, basta aplicar a aceleração do conjunto isoladamente sobre o bloco B:

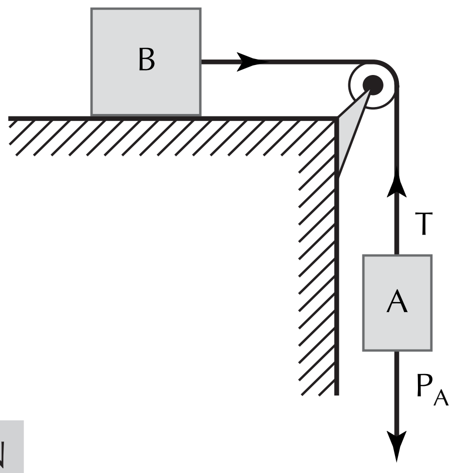
$F = 1 \cdot 5 \Rightarrow \boxed{F = 5\ N}$

d) Os blocos A e B estão ligados por um fio ideal que passa por uma polia de atrito desprezível. Considere que a superfície onde B está apoiado é horizontal e de atrito também desprezível. As massas de A e B são, respectivamente, 3 kg e 2 kg. Determine a aceleração dos corpos e a tração do fio que os une.



Solução

A representação das forças é mostrada ao lado:



$P_A = m_A \cdot g \Rightarrow P_A = 3,0 \cdot 10 = 30\ N$

$R_A = m_A \cdot a \Rightarrow P_A - T = m_A \cdot a$ (1)

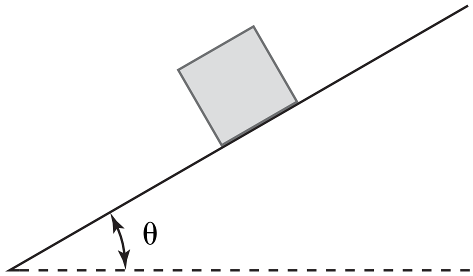
$R_B = m_B \cdot a \Rightarrow T = m_B \cdot a$ (2)

(1) + (2) $\Rightarrow P_A = (m_A + m_B)a \Rightarrow$

$\Rightarrow 30 = (3,0 + 2,0)a \Rightarrow \boxed{a = 6,0 \frac{m}{s^2}}$

$T = m_B \cdot a \Rightarrow T = 2,0 \cdot 6,0 \Rightarrow \boxed{T = 12\ N}$

e) Qual a aceleração de um bloco abandonado sobre um plano inclinado, conforme a figura ao lado, desprezando-se o atrito?



Solução

$P_t = P \cdot \text{sen } \theta$, $P_n = P \cdot \cos \theta$

$R_N = 0 \Rightarrow N - P \cdot \cos \theta = 0$

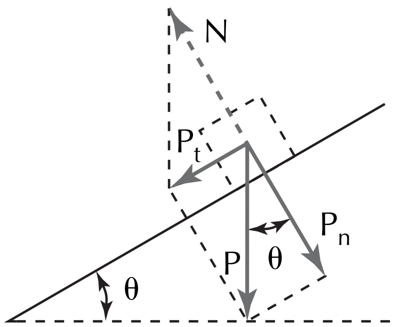
$R_t = P \cdot \text{sen } \theta$

Devido a R_t, teremos uma aceleração escalar; logo:

$P = m \cdot g \Rightarrow R_t = m \cdot g \cdot \text{sen } \theta \Rightarrow$

$\Rightarrow \; m \cdot a = m \cdot g \cdot \text{sen } \theta \Rightarrow$

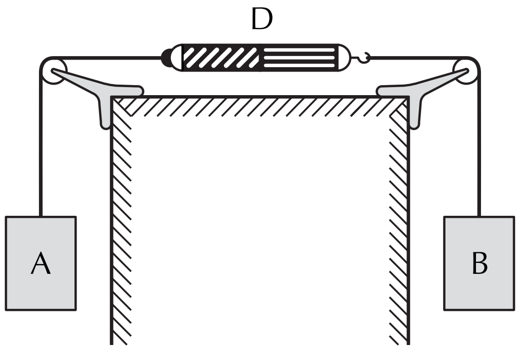
$\Rightarrow \; \boxed{a = g \cdot \text{sen } \theta}$



$P_t = P \cdot \text{sen } \theta$

$P_n = P \cdot \cos \theta$

f) Na figura ao lado, as polias e os fios são ideais. A massa do corpo A é igual a 20 kg e o dinamômetro D tem massa desprezível. Sabendo-se que o corpo A desce com velocidade constante, que os atritos são desprezíveis e que $g = 10 \dfrac{m}{s^2}$, determine a massa do corpo B e a leitura do dinamômetro.

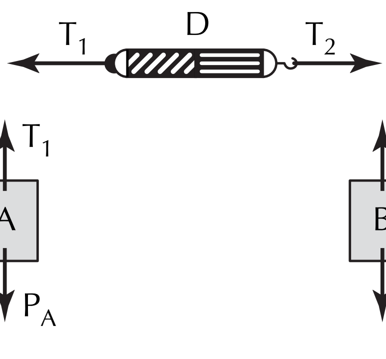


Solução

Sendo a velocidade constante, a aceleração será nula; logo, o peso do corpo B será igual ao de A.

$\boxed{m_B = 20 \text{ kg}}$

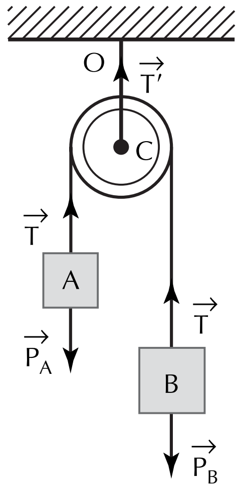
A leitura do dinamômetro será:



$T_2 = T_1 = P_A = P_B$

$T_2 = m_A \cdot g = 20 \cdot 10 \Rightarrow g = 200 \text{ N} \Rightarrow \boxed{T_2 = 200 \text{ N}}$

g) Dois corpos A e B, de massas 4 kg e 6 kg, respectivamente, estão ligados por um fio ideal e sem peso, que passa por uma polia sem atrito e de peso desprezível. Adotando $g = 10\ \dfrac{m}{s^2}$, determine a aceleração dos corpos, a tração no fio que une os corpos A e B e a tração no fio $\overline{OC}$ que sustenta o sistema.



Solução

O peso de A é 40 N e de B, 60 N.

Sendo o peso de A menor que o peso de B, a aceleração de A é para cima e a de B, para baixo. Para o corpo A, temos:

$T - P_A = m_A \cdot a \Rightarrow T - 40 = 4{,}0 \cdot a$ (1)

Para o corpo B, temos:

$P_B - T = m_B \cdot a \Rightarrow 60 - T = 6{,}0$ (2)

Somando-se as equações (1) e (2):

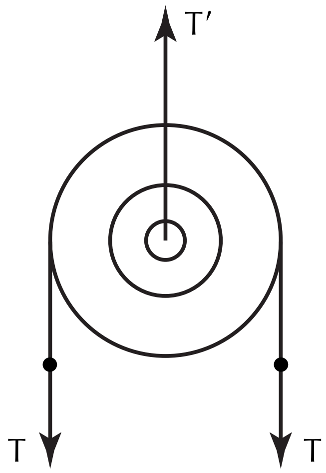
$60 - 40 = (6{,}0 + 4{,}0)a \Rightarrow \boxed{a = 2{,}0\ \dfrac{m}{s^2}}$

Para determinar as trações solicitadas, fazemos o seguinte:

$T - 40 = 4{,}0 \cdot 2{,}0 \Rightarrow \boxed{T = 48\ N}$

Assim, a tração $\overline{OC}$ vale:

$T' = 2T \Rightarrow \boxed{T' = 96\ N}$



EXERCÍCIOS PROPOSTOS

1. (Fuvest-SP) O motor de um foguete de massa m é acionado em um instante em que ele se encontra em repouso sob ação da gravidade g constante. O motor exerce uma força constante perpendicular à força exercida pela gravidade. Desprezando-se a resistência do ar e a variação da massa do foguete, podemos afirmar que, no movimento subseqüente, a velocidade do foguete mantém:
   a) mesmo módulo;
   b) módulo constante e direção constante;

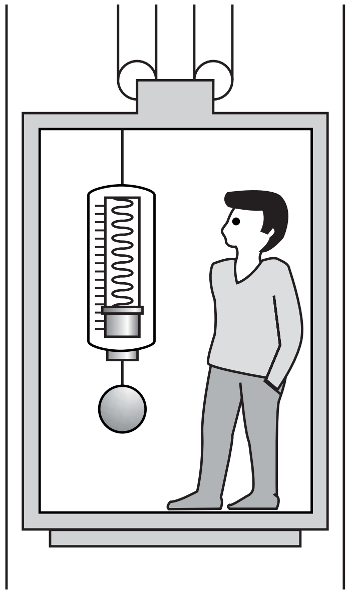
c) módulo constante e direção variável;

d) módulo variável e direção constante;

e) módulo variável e direção variável.

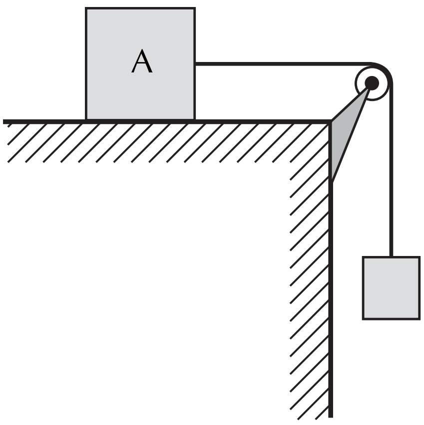
Enunciado para as questões 2 e 3

(ITA-SP) O peso do bloco de ferro suspenso na extremidade do dinamômetro é de 1,6 N, mas o dinamômetro marca 2 N.



2. O elevador pode estar:
   a) subindo com velocidade constante;
   b) em repouso;
   c) subindo e aumentando a velocidade;
   d) descendo com velocidade constante;
   e) descendo e aumentando a velocidade.
3. Na questão anterior, o módulo da aceleração do elevador poderia ser aproximadamente:

   a) zero b) $2{,}5\ \frac{m}{s^2}$ c) $5\ \frac{m}{s^2}$ d) $10\ \frac{m}{s^2}$ e) n.d.a.
4. No sistema da figura ao lado, o bloco A possui massa 10 kg e os coeficientes de atrito estático e dinâmico entre o bloco A e a mesa são de 0,3 e 0,25, respectivamente. Considere $g = 10\ \frac{m}{s^2}$ e despreze o atrito da roldana. A massa pendurada é de 4 kg e o sistema está em equilíbrio.



O valor da força de atrito que está atuando sobre o bloco A é de:

a) 60 N

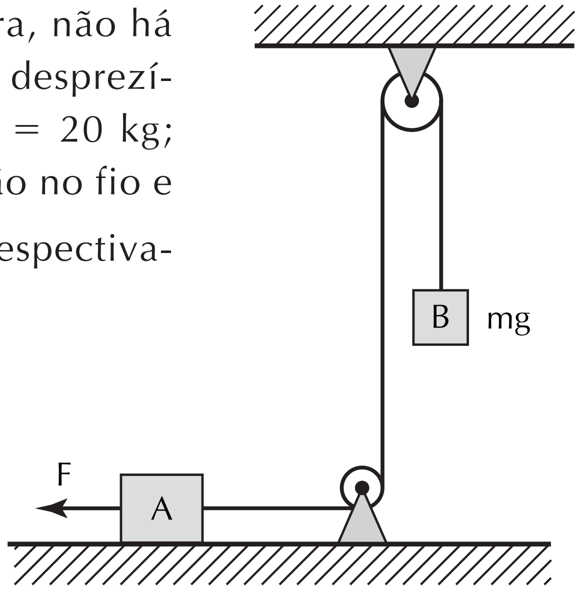
b) 12 N

c) 10 N

d) 30 N

e) 40 N

5. No sistema apresentado na figura, não há forças de atrito e o fio tem massa desprezível. São dados: $F = 600$ N; $m_A = 20$ kg; $m_B = 15$ kg; $g = 10 \frac{m}{s^2}$. A tração no fio e a aceleração do sistema valem, respectivamente:



a) 372 N; 11,4 $\frac{m}{s^2}$

b) 258 N; 17,1 $\frac{m}{s^2}$

c) 150 N; 30 $\frac{m}{s^2}$

d) 150 N; 15 $\frac{m}{s^2}$

e) 344 N; 12,8 $\frac{m}{s^2}$

6. (UFES) A aceleração gravitacional na superfície da Terra é de $10 \frac{m}{s^2}$ e na de Júpiter, $30 \frac{m}{s^2}$. Um objeto de 60 kg de massa na superfície da Terra apresentará, na superfície de Júpiter, massa de:

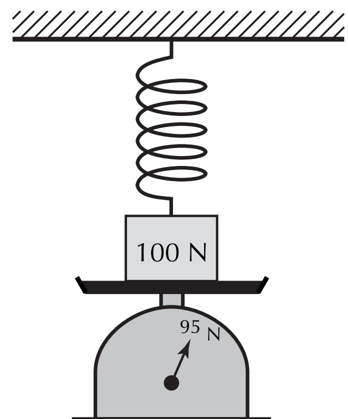
a) 20 kg b) 60 kg c) 180 kg d) 600 kg e) 1.800 kg

7. Um bloco de 4 kg que desliza sobre um plano horizontal está sujeito a uma força $F_1 = 20$ N, horizontal e para a direita, e $F_2 = 10$ N, horizontal e para a esquerda. A aceleração do corpo é de:

a) 2,5 $\frac{m}{s^2}$ b) 5 $\frac{m}{s^2}$ c) 10 $\frac{m}{s^2}$ d) 4 $\frac{m}{s^2}$ e) 8 $\frac{m}{s^2}$

8. (UFSC) Um corpo cujo peso é 100 N está suspenso por uma mola de constante elástica K, desconhecida. Quando o corpo distender a mola em 0,1 m, estará apoiado no prato de uma balança, que indicará, então, uma leitura de 95 N.

Qual é, em $\frac{N}{m}$, a constante elástica da mola?

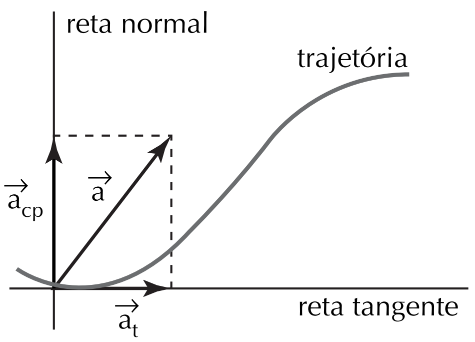


Capítulo 6

Movimentos curvilíneo, periódico e circular uniforme

1. Movimento curvilíneo

Na cinemática vetorial, analisamos a aceleração vetorial decompondo o vetor aceleração segundo as direções normal e tangencial à trajetória. As componentes obtidas desta operação têm características específicas.



$\vec{a}_{cp}$ – aceleração centrípeta: indica a variação da direção da velocidade ao longo do tempo;

$\vec{a}_t$ – aceleração tangencial: indica a variação do módulo da velocidade ao longo do tempo.

Assim, podemos afirmar que a aceleração vetorial $\vec{a}$ é a soma vetorial da aceleração centrípeta $\vec{a}_{cp}$ e da aceleração tangencial $\vec{a}_t$.

$$\vec{a} = \vec{a}_{cp} + \vec{a}_t$$

A força resultante $\vec{F}$ sobre o móvel sob aceleração $\vec{a}$ pode ser calculada da seguinte maneira:

$$\vec{F} = m \cdot \vec{a} \Rightarrow \vec{F} = m(\vec{a}_{cp} + \vec{a}_t) \Rightarrow \vec{F} = m \cdot \vec{a}_{cp} + m \cdot \vec{a}_t$$

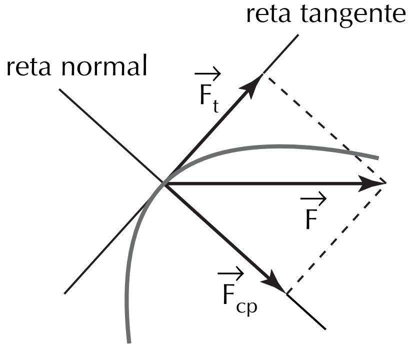
O produto de $m \cdot \vec{a}_{cp}$ é chamado de *força resultante centrípeta* $\vec{F}_{cp}$, e o produto de $m \cdot \vec{a}_t$, de *força resultante tangencial*, $\vec{F}_t$. Logo:

$$\boxed{\vec{F} = \vec{F}_{cp} + \vec{F}_t}$$

Analogamente ao que vimos quanto às funções específicas de $\vec{a}_{cp}$ e $\vec{a}_t$, temos:

$\vec{F}_{cp}$ – ocasiona a variação de direção da velocidade;

$\vec{F}_t$ – ocasiona a variação do módulo da velocidade.



Os módulos das forças resultantes são obtidos a partir das fórmulas já conhecidas:

$$a_{cp} = \frac{v^2}{r} \Rightarrow \boxed{F_{cp} = \frac{m \cdot v^2}{r}}$$

onde r é o raio de curvatura da trajetória,

$$\boxed{a_t = |\alpha| = \frac{\Delta v}{\Delta t} \Rightarrow F_t = m \cdot |\alpha|}$$

e α, a aceleração escalar.

Exemplos

a) Determine a força resultante sobre um automóvel que faz uma curva de 10 m de raio com aceleração escalar constante de $2{,}0\ \frac{m}{s^2}$, num instante em que sua velocidade é de $5{,}0\ \frac{m}{s}$. A massa do automóvel é de 1.200 kg.

Solução

$\alpha = 2{,}0\ \frac{m}{s^2}$, $m = 1{,}2 \cdot 10^3$ kg, $v = 5\ \frac{m}{s}$, $r = 10$ m

$F_t = m_\alpha = 1{,}2 \cdot 10^3 \cdot 2{,}0 = 2{,}4 \cdot 10^3$ N

$$F_{cp} = \frac{m \cdot v^2}{r} = \frac{1{,}2 \cdot 10^3 \cdot 5^2}{10} = 3{,}0 \cdot 10^3$$

$F^2 = F_t^2 + F_{cp}^2 \Rightarrow F^2 = (2{,}4 \cdot 10^3)^2 + (3{,}0 \cdot 10^3)^2 \Rightarrow$

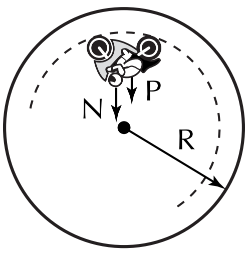
$\Rightarrow \boxed{F = 3{,}8 \cdot 10^3 \text{ N}}$

b) Um motociclista realiza um movimento circular em um plano vertical no interior de um globo da morte. A soma das massas do homem e da moto é de 1.000 kg. O raio do globo é de 5,0 m. Determine a intensidade da reação normal N que o piso aplica na moto na posição mais elevada, sabendo que a velocidade escalar da moto nesta posição é de $10\ \frac{m}{s}$. Adote $g = 10\ \frac{m}{s^2}$.

Determine também a mínima velocidade que o motociclista deve ter para conseguir percorrer o globo.

Solução

Podemos representar a situação na figura a seguir.



Logo:

$N + P = m\frac{v^2}{r} \Rightarrow N = m\frac{v^2}{r} - P \Rightarrow$

$\Rightarrow N = \left(1{,}0 \cdot 10^3 \cdot \frac{10{,}0^2}{5{,}0}\right) - (1{,}0 \cdot 10^4) \Rightarrow$

$\Rightarrow \boxed{N = 1 \cdot 10^4 \text{ N}}$

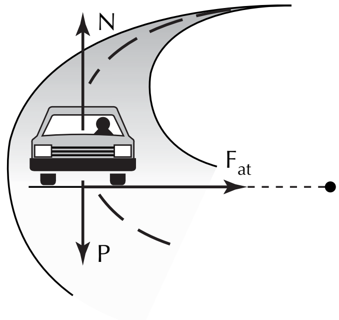
A velocidade mínima pode ser calculada da seguinte maneira:

$N = 0_{\text{[limite de aderência]}} \Rightarrow F_{cp} - P = 0 \Rightarrow F_{cp} = P \Rightarrow$

$\Rightarrow m \cdot \dfrac{v^2}{r} = m \cdot g \Rightarrow v = \sqrt{g \cdot r} \Rightarrow v = \sqrt{10{,}0 \cdot 5{,}0} \Rightarrow$

$\Rightarrow \boxed{v = 7{,}1 \dfrac{m}{s}}$

c) Um carro de massa 1.000 kg percorre, com velocidade de $108 \dfrac{km}{h}$, uma curva de raio 150 m. Determine o mínimo valor do coeficiente de atrito lateral, entre os pneus e a pista, para que o carro não derrape.



Solução

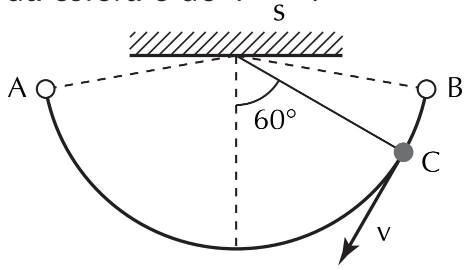
$108 \dfrac{km}{h} = 108 \cdot \dfrac{1.000 \text{ m}}{3.600 \text{ s}} = 30 \dfrac{m}{s}$

$F_{at} = m \cdot \dfrac{v^2}{r}$, $N = m \cdot g \Rightarrow F_{at} \leqslant \mu \cdot N$

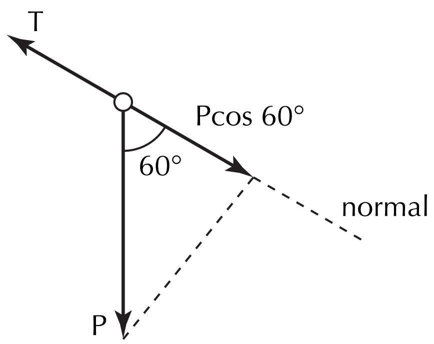
$m \cdot \dfrac{v^2}{r} \leqslant \mu \cdot m \cdot g \Rightarrow \mu \geqslant \dfrac{v^2}{r \cdot g} \Rightarrow$

$\Rightarrow \mu_{min} = \dfrac{v^2}{r \cdot g} \Rightarrow \mu_{min} = \dfrac{30^2}{1 \cdot 10^2 \cdot 10} \Rightarrow \boxed{\mu_{min} = 0{,}9}$

d) Uma esfera de massa 2 kg, presa a um fio ideal de comprimento 0,40 m, oscila num plano vertical. Determine a intensidade da força de tração no fio na posição C, indicada na figura, onde a velocidade da esfera é de $4 \dfrac{m}{s}$.



Solução

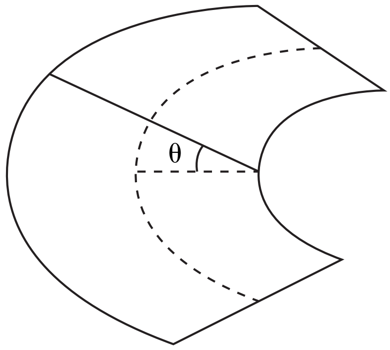


$T - P \cdot \cos 60° = m \cdot \dfrac{v^2}{r} \Rightarrow$

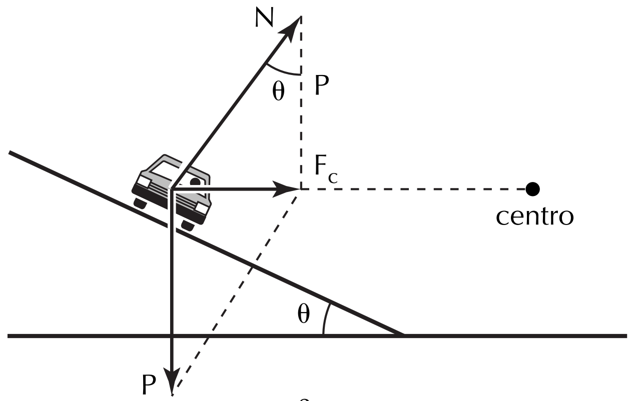
$\Rightarrow T - 20 \cdot \dfrac{1}{2} = 2 \cdot \dfrac{4{,}0^2}{0{,}40} \Rightarrow$

$\Rightarrow \boxed{T = 90 \text{ N}}$

e) Um automóvel de massa 800 kg percorre, com velocidade de 25 $\frac{m}{s}$, uma curva de raio 100 m, em uma estrada onde a margem externa é mais elevada que a interna. Determine o ângulo de sobrelevação da pista com a horizontal para que o carro consiga efetuar a curva independentemente da força de atrito. Considere $g = 10\ \frac{m}{s^2}$.



Solução

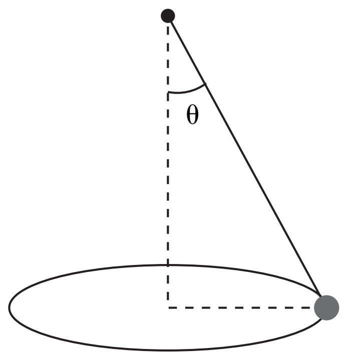


$$\text{tg}\ \theta = \frac{F_{cp}}{P} \Rightarrow \text{tg}\ \theta = \frac{m \cdot \frac{v^2}{r}}{m \cdot g} \Rightarrow \text{tg}\ \theta = \frac{v^2}{r \cdot g} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \text{tg}\ \theta = \frac{25^2}{1{,}0 \cdot 10^2 \cdot 10} \Rightarrow \text{tg}\ \theta = 0{,}625 \Rightarrow \boxed{\theta = 32°}$$

EXERCÍCIOS PROPOSTOS

1. (UFSE) Uma esfera de massa m, presa à extremidade de um fio fixo pela outra ponta, gira num plano horizontal (pêndulo cônico). Sendo g a aceleração local da gravidade, o módulo de tração do fio é:



a) $m \cdot g$
b) $m \cdot g \cdot \text{sen}\ \theta$
c) $m \cdot g \cdot \cos\theta$
d) $m \cdot g/\text{sen}\ \theta$
e) $m \cdot g/\cos\theta$

2. Um caminhão transporta em sua carroceria, uma carga de 2,0 t. Determine, em newtons, a intensidade da força normal exercida pela carga sobre o piso da carroceria, quando o veículo, a 30 $\frac{m}{s}$, passa pelo ponto mais baixo de uma depressão com 300 m de raio. Dado: $g = 10\ \frac{m}{s^2}$.

a) $2{,}6 \cdot 10^4$ c) $3{,}0 \cdot 10^4$ e) $2{,}0 \cdot 10^3$
b) $2{,}0 \cdot 10^4$ d) $3{,}0 \cdot 10^3$

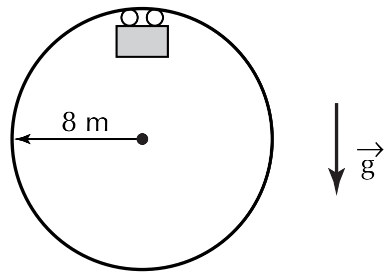
3. Um avião descreve um *loop* num plano vertical, com velocidade de 720 $\frac{km}{h}$. Para que, no ponto mais baixo da trajetória, a intensidade da força que o piloto exerce no banco seja o triplo de seu peso, é necessário que o raio do *loop* seja de:

a) 1,5 km b) 2,0 km c) 1,0 km d) 2,5 km e) 3,0 km

4. Um automóvel, de massa 1.000 kg, descreve uma curva cujo raio é de 250 m, em uma estrada plana e horizontal. O coeficiente de atrito entre os pneus e a estrada vale 0,5. Qual a velocidade máxima, em que o automóvel pode alcançar nesta curva sem derrapar?

a) 70 b) 45 c) 17,5 d) 105 e) 35

5. (Fuvest-SP) A figura mostra, num plano vertical, parte dos trilhos do percurso circular de uma montanha-russa de um parque de diversões. A velocidade mínima que o carrinho deve ter ao passar pelo ponto mais alto da trajetória, para não desgrudar dos trilhos, vale, em metros por segundo:



a) $\sqrt{20}$ b) $\sqrt{40}$ c) $\sqrt{80}$ d) $\sqrt{160}$ e) $\sqrt{320}$

2. Movimento periódico

2.1 Período e freqüência

Movimento periódico é o movimento que se repete em intervalos iguais de tempo. Exemplos: movimentos dos ponteiros de relógios, movimento de pêndulos etc.

Período (T) é o intervalo de tempo no qual o movimento se repete.

Freqüência (f) é o número de vezes que o movimento se repete em uma unidade de tempo.

Podemos relacionar matematicamente a freqüência e o período da seguinte maneira:

$$\boxed{f = \frac{1}{T}}$$

No SI, o período é medido em segundos (s) e a freqüência, em Hertz (Hz), de tal modo que:

$$\boxed{1\ \text{Hz} = \frac{1}{\text{s}}}$$

É muito comum usarmos, para o sistema técnico de unidades, a medida da freqüência como rotações por minuto, ou rpm, que equivale a:

$$\boxed{1\ \text{rpm} = \frac{1}{60}\ \text{Hz}}$$

Exemplos

a) Um motor executa 3.600 rpm. Determine sua freqüência em hertz e seu período, em segundos.

Solução

A freqüência do motor é 3.600 rpm, ou seja, o motor executa 3.600 rotações a cada minuto. Assim, será necessário calcular o número de rotações que ele executará em um segundo para conhecermos sua freqüência:

$$f = \frac{3.600}{60} \Rightarrow \boxed{f = 60\ \text{Hz}}$$

$$T = \frac{1}{f} = \frac{1}{60} \Rightarrow \boxed{T = 0{,}017\ \text{s}}$$

b) Um satélite artificial completa 12 voltas em torno da Terra em 24 h. Qual o período, em horas, de rotação do satélite em torno da Terra?

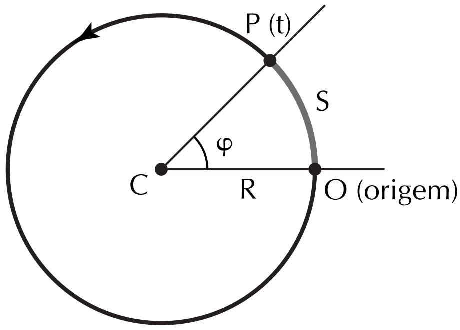
Solução

T = 24 h/12 voltas ⇒ T = 2 h

2.2. Grandezas angulares

Consideremos um móvel em trajetória circular de raio R e centro C, orientada no sentido anti-horário, por exemplo.

O é a origem dos espaços e P, a posição do móvel num instante t.



O espaço angular φ é o ângulo de vértice C que se relaciona ao arco de trajetória $\overset{\frown}{OP}$. Sendo o arco $\overset{\frown}{OP}$ o espaço S, o ângulo φ em radianos é dado por:

$$\boxed{\varphi = \frac{S}{R} \quad \text{ou} \quad S = \varphi \cdot R}$$

Para que seja possível determinar a posição do móvel ao longo da trajetória indicada, utilizaremos o espaço S ou o espaço angular φ.

No SI, a unidade de medida de ângulos é o radiano (rad).

2.3. Velocidade angular

Define-se *velocidade angular média*, ω_m, no intervalo de tempo t_1 a t_2, como a relação entre o deslocamento angular $\Delta\varphi$ e o intervalo de tempo Δt:

$$\boxed{\omega_m = \frac{\Delta\varphi}{\Delta t}}$$

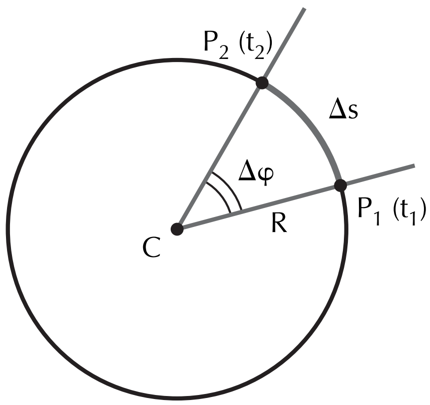
A *velocidade angular instantânea* é o limite para o qual tende a velocidade angular média quando o intervalo de tempo Δt tende a zero.

$$\boxed{\omega = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta \varphi}{\Delta t}}$$

A unidade de velocidade angular no SI é o radiano por segundo $\left(\frac{rad}{s}\right)$.

2.4. Relação entre velocidade escalar e velocidade angular

A partir do que já estudamos, podemos concluir, com o auxílio da figura abaixo, algumas relações:



$$\Delta S = R \cdot \Delta \varphi$$

Dividindo ambos os membros da equação pelo intervalo de tempo Δt e aplicando o limite com Δt tendendo a zero, temos:

$$\boxed{v = R \cdot \omega}$$

Assim, podemos relacionar o módulo da aceleração centrípeta em função da velocidade angular como se segue:

$$a_c = \frac{v^2}{R} \Rightarrow a_c = \frac{R^2 \cdot \omega^2}{R} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \boxed{a_c = \omega^2 \cdot R}$$

3. Movimento Circular Uniforme (MCU)

No MCU, o período é o intervalo de tempo necessário para que o corpo execute uma volta completa.

A velocidade angular relaciona-se com o período por meio da fórmula $\omega = \frac{2\pi}{T}$.

Como $T = \frac{1}{f}$, temos $\boxed{\omega = 2\pi f}$.

3.1. Equação horária do MCU

Tomando a equação horária do MU e dividindo ambos os membros pelo raio R, teremos:

$$\frac{S}{R} = \frac{S_0}{R} + \frac{v}{R} \cdot t$$

Chamemos:

$$\frac{S}{R} = \varphi,\ \frac{S_0}{R} = \varphi_0,\ \frac{v}{R} = \omega \Rightarrow \varphi = \varphi_0 \omega t$$

3.2. Aceleração angular

Se a velocidade angular variar ao longo do tempo, o movimento circular será denominado *variado*. A grandeza que mede a variação da velocidade angular com o tempo é a *aceleração angular*. A aceleração angular média é dada por:

$$\boxed{\delta_m = \frac{\Delta\omega}{\Delta t}}$$

A aceleração angular instantânea é o limite para o qual tende a aceleração angular média quando o intervalo de tempo tende a zero:

$$\boxed{\delta = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta\omega}{\Delta t}}$$

A unidade da aceleração angular no SI é rad/s^2.

Com base nas fórmulas a seguir, podemos relacionar a aceleração escalar com a aceleração angular:

$$\gamma_m = \frac{\Delta\omega}{\Delta t},\ \Delta v = R \cdot \Delta\omega \Rightarrow \gamma_m = \frac{\Delta v}{R \cdot \Delta t} \Rightarrow \frac{\Delta v}{\Delta t} = R \cdot \gamma_m$$

$$\boxed{\alpha_m = R \cdot \gamma_m}$$

Passando ao limite quando (Δt) tende a zero, temos:

$$\boxed{\alpha = R \cdot \gamma}$$

3.3. Movimento Circular Uniformemente Variado (MCUV)

Considere um móvel em MUV, numa trajetória circular orientada no sentido anti-horário com origem em O. Seja S_0 o espaço inicial e V_0, a velocidade escalar inicial. Em um instante posterior t, seja S o espaço e v, a velocidade escalar.

Como o móvel considerado está em MUV, podemos escrever:

$$S = S_0 + v_0 \cdot t + \frac{\alpha \cdot t^2}{2}$$

$$v = v_0 + \alpha \cdot t, \; v^2 = {v_0}^2 + 2 \cdot \alpha \cdot \Delta S$$

Sabemos que a cada grandeza escalar corresponde uma angular; logo:

$$S \rightarrow \varphi$$
$$v \rightarrow \omega$$
$$\alpha \rightarrow \gamma$$

As funções horárias para o MCUV são:

$$\boxed{\varphi = \varphi_0 + \omega_0 \cdot t + \frac{\gamma \cdot t^2}{2},}$$

$$\boxed{\omega = \omega_0 + \gamma \cdot t} \quad \text{e} \quad \boxed{\omega^2 = {\omega_0}^2 + 2 \cdot \gamma \cdot \Delta\varphi}$$

Observação: a relação entre radianos e graus é estabelecida por:

$$2\pi \cdot \text{rad} = 360°$$

3.4. Transmissão de movimento

É muito comum vermos *transmissões de movimento* de uma roda (polia) para outra em vários tipos de máquinas. A ligação dessas rodas pode ser feita por contato (engrenagens dentadas) ou por correias.

Em ambas as situações, os pontos na periferia das rodas têm a mesma velocidade escalar. Sendo R_A e R_B os raios das rodas A e B e ω_A e ω_B suas velocidades angulares, respectivamente, podemos estabelecer as seguintes relações:

$$\boxed{\omega_A \cdot R_A = \omega_B \cdot R_B} \quad \text{ou} \quad \boxed{f_A \cdot R_A = f_B \cdot R_B}$$

Exemplos

a) Um corpo descreve um movimento circular uniforme, completando uma volta a cada 5 s. Qual é sua velocidade angular média?

Solução

$$\omega_m = \frac{\Delta\varphi}{\Delta t},\ \Delta\varphi = \varphi - \varphi_0 = 2\pi \text{ rad (1 volta)}$$

$$\omega_m = \frac{2\pi \text{ rad}}{5 \text{ s}} \Rightarrow \boxed{\omega_m = 0{,}4\pi \frac{\text{rad}}{\text{s}}}$$

b) Um móvel A parte de P e percorre a circunferência com velocidade constante de $3 \frac{\text{m}}{\text{s}}$, no sentido horário. Adotando a origem como ponto O, determine a função horária angular do movimento e em que instante ele passa por Q pela primeira vez.

Solução

$$v = 3 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$r = 0{,}5 \text{ m}$$

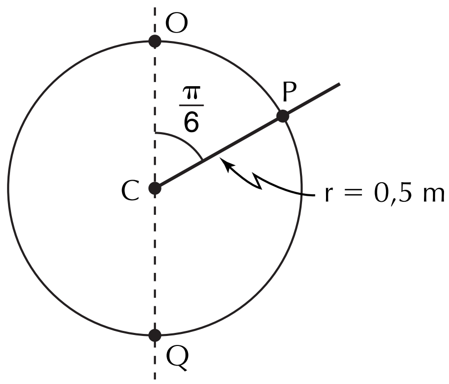
$$\omega = \frac{3}{0{,}5} \Rightarrow \omega = 6 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

$$\varphi_0 = \frac{\pi}{6} \Rightarrow \boxed{\varphi = \frac{\pi}{6} + 6t}$$

Em φ temos $\varphi = \pi$; logo:

$$\pi = \frac{\pi}{6} + 6t \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \boxed{t = 0{,}14\pi \text{ s}}$$



c) Duas polias, de raios 250 mm e 500 mm, giram solidárias em um mesmo eixo, que gira a 1.800 rpm. Qual a velocidade das correias que passam por estas polias?

Solução

$v = R \cdot \omega, \ \ \omega = 2\pi f$

$v = 2\pi f \cdot R$

$v_1 = 2\pi \cdot \dfrac{1.800}{60} \cdot 0{,}250 \Rightarrow v_1 = 15\pi \dfrac{m}{s}$

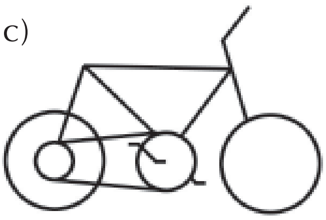
$v_2 = 2\pi \cdot \dfrac{1.800}{60} \cdot 0{,}500 \Rightarrow v_2 = 30\pi \dfrac{m}{s}$

d) (Enem-MEC) As bicicletas possuem uma corrente que liga uma coroa dentada dianteira, movimentada pelos pedais, a uma coroa localizada no eixo da roda traseira, como mostra a figura. O número de voltas dadas pela roda depende do tamanho relativo das coroas.

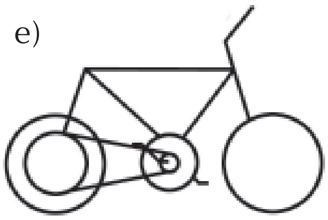
Em que opção abaixo a roda traseira dá o maior número de voltas por pedalada?

a)

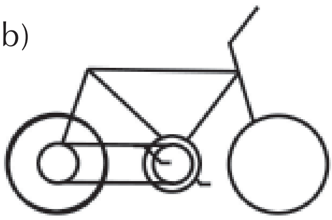
c)



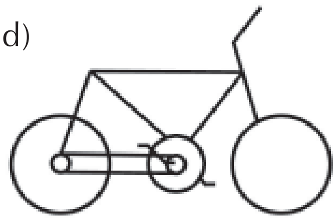
e)



b)



d)

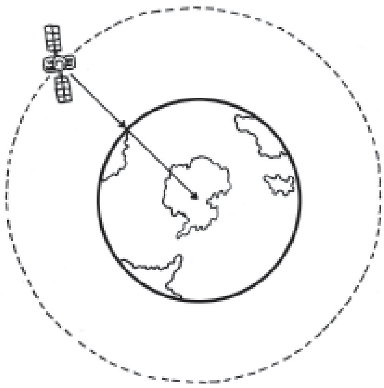


Solução

Se a coroa dianteira for maior que a traseira, uma volta da primeira significa mais voltas da segunda. Se encaixam nessa descrição os itens a e b. Mas o enunciado pede o maior número de pedaladas, logo a correta é a alternativa a.

e) Um satélite artificial completa uma órbita a cada 3 h. Sabendo-se que o satélite se encontra a 2.400 km em relação à superfície da Terra, determinar a velocidade do satélite.

Dado: raio da Terra: 6.400 km.



Solução

Para determinar a velocidade, aplicamos a expressão:

$$v = \frac{2\,\pi\,\gamma}{T}$$

Com base no enunciado, temos que

$T = 3$ h e $r = r_t + h = 6.400 + 2.400 = 8.800$ km

Assim

$$v = \frac{2\,\pi \cdot 8.800}{3} \Rightarrow \boxed{v \simeq 18.430\,\frac{km}{h}}$$

f) Determine a velocidade angular do movimento de rotação da Terra. Sabendo que o raio da Terra vale 6.400 km, determine também a velocidade escalar de um ponto no equador terrestre.

Solução

Como o período de rotação da Terra é $T = 24$ h ou $T = 86.400$ s, temos:

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{86.400} \Rightarrow \omega \simeq 7{,}2 \cdot 10^{-5}\,\frac{rad}{s}$$

Para um ponto no equador, temos:

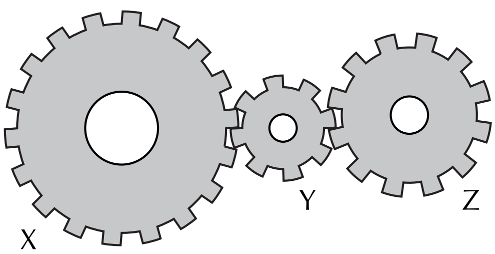
$r = 6.400 \cdot 10^3$ m

Logo:

$$v = \omega \cdot r = 7{,}2 \cdot 10^{-5} \cdot 6.400 \cdot 10^3 \Rightarrow \boxed{v \simeq 460\,\frac{m}{s}}$$

EXERCÍCIOS PROPOSTOS

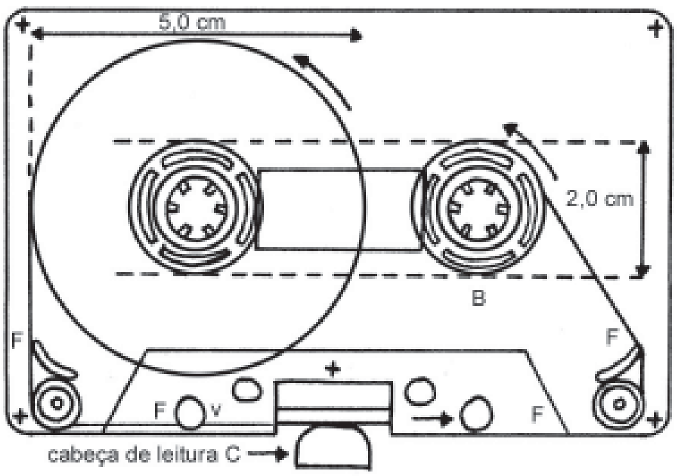
6. (Unesp-SP) Segundo uma estatística de tráfego, nas vésperas de feriado passam por certo posto de pedágio 30 veículos por minuto, em média.
   a) Determine a frequência média da passagem de veículos (dê a resposta em Hz).
   b) Determine o período médio da passagem de veículos (dê a resposta em segundos).
7. O raio da polia acoplada ao pedal de uma bicicleta é igual a 9 cm, e a catraca da roda traseira, a 3 cm. Em um dado trecho de um percurso, um ciclista dá quatro voltas por segundo no pedal. Quantas voltas por segundo dá a roda traseira da bicicleta?
8. Um móvel descreve um MCUV numa circunferência de raio igual a 20 cm. No instante t = 0, a velocidade angular é de $4{,}0\ \frac{\text{rad}}{\text{s}}$ e, 10 s após, é de $12\ \frac{\text{rad}}{\text{s}}$. Determine:
   a) a aceleração angular;
   b) a aceleração escalar;
   c) a velocidade angular no instante t = 30 s.
9. (Vunesp-SP) A fachada de uma loja tem um relógio cujo ponteiro dos segundos mede 2,0 m de comprimento. A velocidade da extremidade desse ponteiro, em $\frac{\text{m}}{\text{s}}$, é de aproximdamente:
   a) 0,1 b) 0,2 c) 0,5 d) 1,0 e) 5,0
10. (F.M.Pouso Alegre-MG) A figura mostra um sistema de três engrenagens acopladas, cada uma girando em torno de um eixo fixo. Os dentes das engrenagens são de mesmo tamanho e o número de dentes ao longo de sua circunferência é o seguinte: X = 18 dentes, Y = 8 dentes, Z = 12 dentes.



Se a engrenagem X dá 8 voltas, a engrenagem Z dará:

a) 144 b) 18 c) 12 d) 8 e) 4

11. (Fuvest–SP) Num toca-fitas, a fita F do cassete passa em frente à cabeça de leitura C com uma velocidade constante $v = 4{,}80\ \frac{cm}{s}$. O diâmetro do núcleo dos carretéis vale 2,0 cm. Com a fita completamente enrolada num dos carretéis, o diâmetro externo do rolo de fita vale 5,0 cm. A figura abaixo representa a situação em que a fita começa a se desenrolar do carretel A e a se enrolar no núcleo do carretel B.



Enquanto a fita é totalmente transferida de A para B, o número de rotações completas por segundo (rps) do carretel A:

a) varia de 0,32 a 0,80 rps

b) varia de 0,96 a 2,40 rps

c) varia de 1,92 a 4,80 rps

d) permanece igual a 1,92 rps

e) varia de 11,5 a 28,8 rps

12. (Vunesp-SP) Um farol marítimo projeta um facho de luz contínuo, enquanto gira em torno do seu eixo à razão de 10 rotações por minuto. Um navio, com o costado perpendicular ao facho, está parado a 6 km do farol. Com que velocidade um raio luminoso varre o costado do navio?

a) $60\ \frac{m}{s}$ b) $60\ \frac{km}{s}$ c) $6{,}3\ \frac{km}{s}$ d) $630\ \frac{m}{s}$ e) $1\ \frac{km}{s}$

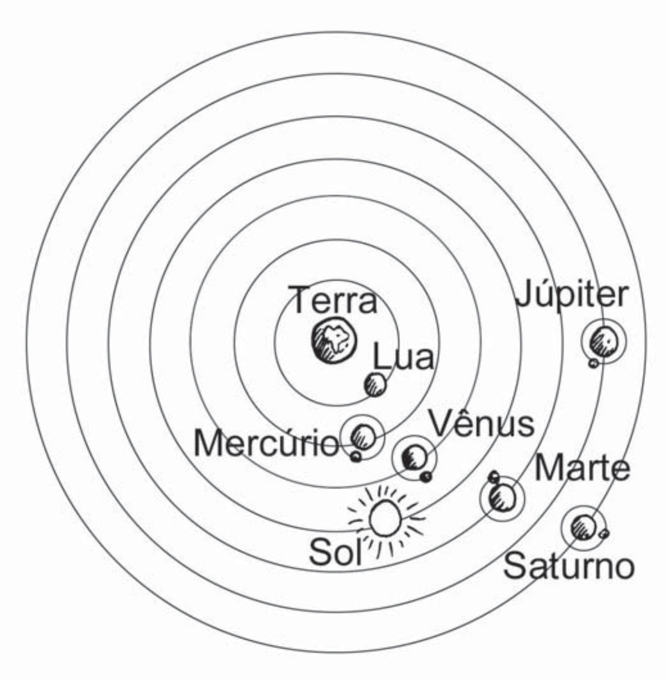
Capítulo 7

Gravitação e Movimento dos Astros

1. Introdução

A observação do céu, a movimentação dos astros e a duração dos dias desde há muito tem sido uma preocupação da humanidade por motivos bastante práticos, como as épocas de plantio e colheita entre outras.

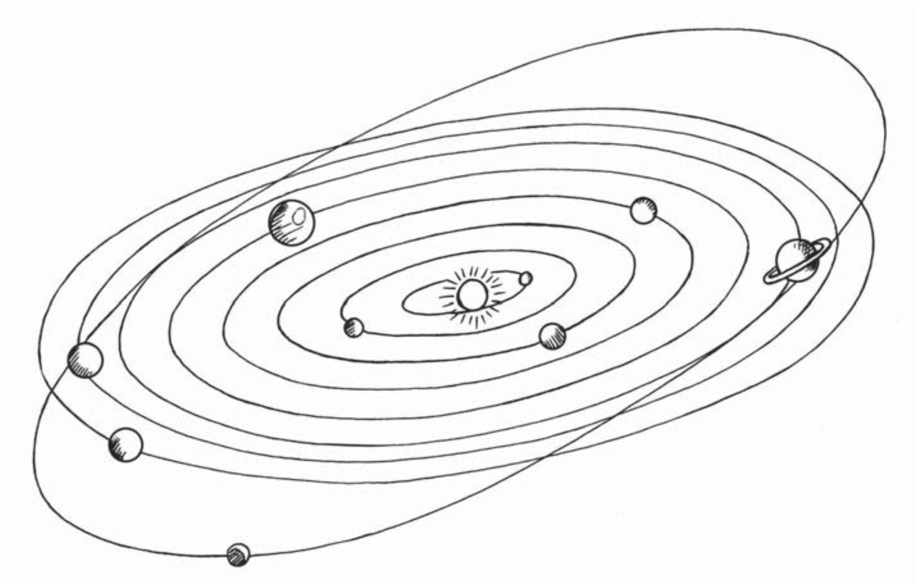
Os astrônomos da Antigüidade perceberam que as estrelas mantinham-se fixas no céu enquanto sete astros movimentavam-se. Existem vários modelos que tratam do movimento dos astros. Dois deles julgavam que os corpos celestes giravam em torno da Terra em órbitas circulares: o de Ptolomeu (século II d.C.) e o dos gregos (Aristóteles – século IV a.C.).



Sistema geocêntrico
(Aristóteles e Ptolomeu)

Mas esse modelo era insuficiente para descrever de maneira satisfatória o movimento dos planetas, uma vez que verificou-se que a velocidade dos mesmos não era constante.

Então, por volta de 1500 d.C., Nicolau Copérnico (1473-1543) idealizou o modelo heliocêntrico explicando de maneira satisfatória os fenômenos celestes.



Anos após a morte de Copérnico, Tycho Brahe observou por cerca de 20 anos o movimento dos astros. Os dados obtidos dessas observações foram tabelados e formaram a base para o trabalho de Johannes Kepler (século XVII) que era seu discípulo.

Leia sobre a Exploração Espacial no Encarte Colorido.

2. Lei da Gravitação Universal

Isaac Newton demonstrou que as três leis de Kepler (que se baseavam em observações) poderiam ser deduzidas a partir de sua lei de gravitação:

$$\boxed{F = G \cdot \frac{m_1 \cdot m_2}{d^2}}$$

---

* **Johannes Kepler (1571-1630)**
Astrônomo alemão que analisou e pesquisou por 17 anos os dados observacionais de Tycho Brahe, e formulou a partir deles três leis do movimento dos planetas, dando origem à mecânica celeste.

em que d é a distância entre as *partículas* e G é a constante da gravitação universal que vale para o SI:

$$G = 6{,}67 \cdot 10^{-11}\ \frac{N \cdot m^2}{kg^2}$$

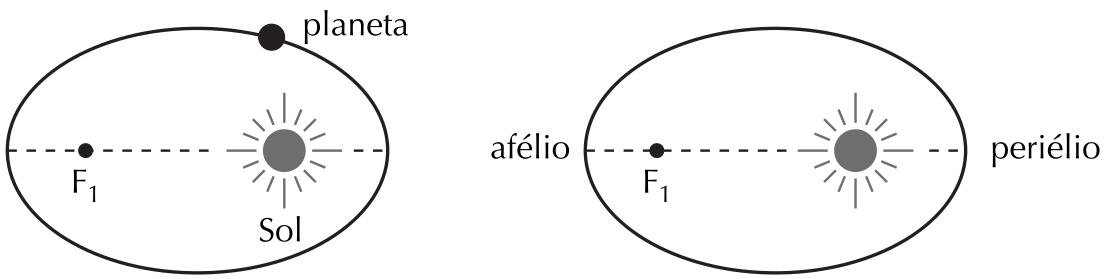
Isaac Newton concluiu que as forças gravitacionais eram responsáveis por manter os planetas em órbitas em torno do Sol.

3. Leis de Kepler

3.1. Primeira Lei de Kepler

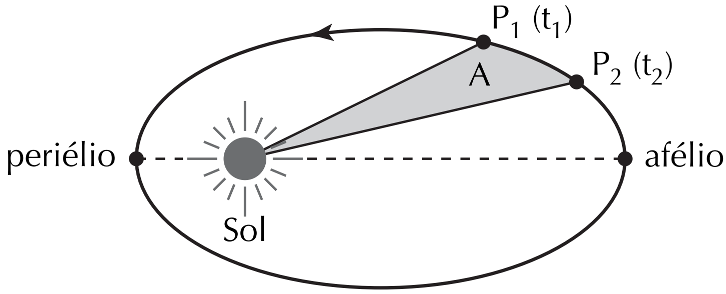
Em seu movimento em torno do Sol, os planetas descrevem órbitas elípticas, sendo um dos focos ocupado pelo Sol.

De acordo com esta lei, a distância entre os planetas até o Sol é variável. O ponto da trajetória mais próximo do Sol chama-se *periélio*; o ponto mais distante, *afélio*.



3.2. Segunda Lei de Kepler

A reta que une os centros de um planeta e o Sol percorre áreas iguais em tempos iguais.



Na figura acima, vemos que um planeta desloca-se da posição P_1 até P_2 em um intervalo de tempo $\Delta t = t_2 - t_1$. Considere A a área percorrida nesse intervalo de tempo. Essa lei é dada pela fórmula:

$$\boxed{A = K \cdot \Delta t}$$

A constante K (depende do planeta) é denominada *velocidade areolar do planeta*.

A velocidade de translação de um planeta ao redor do Sol não é constante, sendo máxima próxima ao periélio e mínima próxima ao afélio.

3.3. Terceira Lei de Kepler

O quadrado do período de revolução de qualquer planeta é proporcional ao cubo da distância média desse planeta ao Sol.

O que pode ser traduzido na fórmula

$$\boxed{\frac{T^2}{R^3} = k}$$

onde T é o período do planeta, R é a distância média do planeta ao Sol e k é uma constante válida para todos os planetas que giram em torno do Sol.

No estudo elementar de gravitação, as órbitas são consideradas circulares.

As leis de Kepler valem, de modo geral, para quaisquer corpos que gravitem em torno de outro de massa bem maior, como satélites artificiais que se movimentam em torno da Terra, por exemplo.

Considerações sobre o sistema solar

Apresentamos a seguir, uma tabela de dados sobre o sistema solar:

Planeta	Distância média do planeta ao Sol	Período de rotação em torno do próprio eixo (unidades terrestres)	Período de translação em torno do Sol ou duração do ano (unidades terrestres)	Diâmetro (quilomêtro)	Massa em relação à da Terra
Mercúrio	58.000.000	59,0 dias	88,0 dias	4.800	0,05
Vênus	108.000.000	249,0 dias	224,7 dias	12.200	0,81
Terra	150.000.000	23,9 horas	365,3 dias	12.700	1,00
Marte	230.000.000	24,6 horas	687,0 dias	6.700	0,11
Júpiter	780.000.000	19,8 horas	11,9 anos	143.000	317,80
Saturno	1.440.000.000	10,2 horas	29,5 anos	120.000	95,20
Urano	2.900.000.000	10,8 horas	84,0 anos	48.000	14,50
Netuno	4.500.000.000	15 horas	164,8 anos	45.000	17,20
Plutão	6.000.000.000	6,4 dias	248,4 anos	3.500	0,08

Exemplos

a) Determine o período, em anos terrestres, de um planeta hipotético que gravita em torno do Sol a uma distância 5 vezes maior que a da Terra.

Solução

Terra $\rightarrow R_1, \quad T_1$

planeta $\rightarrow R_2, \quad 5R_1$

$$\frac{T_1^{\,2}}{R_1^{\,3}} = \frac{T_2^{\,2}}{(SR_1)^3} \Rightarrow T_2 = 11{,}2T_1$$

Ou seja, 11,2 anos terrestres.

b) Um corpo de massa 8.000 kg está a 3.000 km da superfície da Terra. Determine a força de atração entre ambos, considerando a massa $6{,}0 \cdot 10^{29}$ kg e o raio da Terra $6{,}4 \cdot 10^6$ m.

Solução

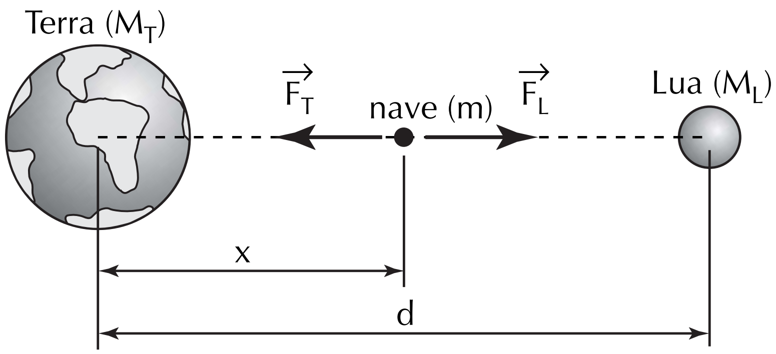
$$F = G \cdot \frac{m_1 \cdot m_2}{d^2}$$

$$F = 6{,}7 \cdot 10^{-11} \cdot \frac{6 \cdot 10^{29} \cdot 8 \cdot 10^3}{(3 \cdot 10^3 + 6{,}4 \cdot 10^6)^2} \Rightarrow \boxed{F = 7{,}8 \cdot 10^4 \text{ N}}$$

c) Uma espaçonave trafega numa trajetória retilínea que une os centros da Terra e da Lua. Calcule a que distância do centro da Terra estará a nave quando a força exercida pela Terra sobre ela for a mesma que a da Lua. Dê a resposta em função da distância d, que é a distância entre os centros da Terra e da Lua.

Dados: massa da Terra 81 vezes maior que a da Lua.

Solução



$F_T = F_L$

$$G \cdot \frac{M_T \cdot m}{x^2} = G \cdot \frac{M_L \cdot m}{(d - x)^2} \Rightarrow \frac{M_T}{x^2} = \frac{M_L}{(d - x)^2}$$

Como $M_T = 81\ M_L$, temos:

$$\frac{81\, M_L}{x^2} = \frac{M_L}{(d - x)^2} \Rightarrow \frac{81}{x^2} = \frac{1}{(d - x)^2} \Rightarrow \boxed{x = \frac{9d}{10}}$$

EXERCÍCIOS PROPOSTOS

1. (UFPI) Suponha que tenha sido descoberto um novo planeta no sistema solar com raio orbital $5 \cdot 10^{11}$ m. Sendo $K = 3{,}2 \cdot 10^{-19} \frac{s^2}{m^3}$ o valor da constante de Kepler, pode-se afirmar que o período de revolução do novo planeta é:

a) $2 \cdot 10^8$ s
c) $1{,}75 \cdot 10^9$ s
e) $4 \cdot 10^9$ s
b) $2{,}6 \cdot 10^8$ s
d) $2{,}8 \cdot 10^9$ s

2. (Fuvest-SP) A melhor explicação para o fato de a Lua não cair sobre a Terra é que:

a) a gravidade terrestre não chega até a Lua.

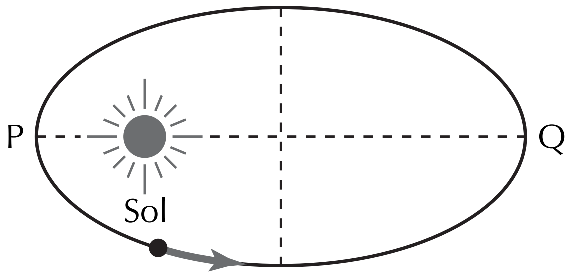
b) a Lua gira em torno da Terra.

c) a Terra gira em torno de seu eixo.

d) a Lua também é atraída pelo Sol.

e) a gravidade da Lua é menor que a da Terra.

3. (UFMG) A figura abaixo representa a órbita elíptica de um cometa em torno do Sol.



Com relação aos módulos das velocidades desse cometa nos pontos P e Q, v_p e v_q, e aos módulos das acelerações nesses mesmos pontos, a_p e a_q, pode-se afirmar que:

a) $v_p < v_q$ e $a_p < a_q$

b) $v_p < v_q$ e $a_p > a_q$

c) $v_p = v_q$ e $a_p = a_q$

d) $v_p > v_q$ e $a_p < a_q$

e) $v_p > v_q$ e $a_p > a_q$

4. (UFSE) Considere a massa de um corpo T = 900 vezes a de outro R. A distância entre os dois centros de massa destes corpos é d. Num ponto P, na reta definida por estes centros, a ação gravitacional resultante, devido a estes corpos, é nula. As dimensões de T e de R são extremamente menores do que d. A distância entre P e T vale:

a) $\frac{33}{34} \cdot d$

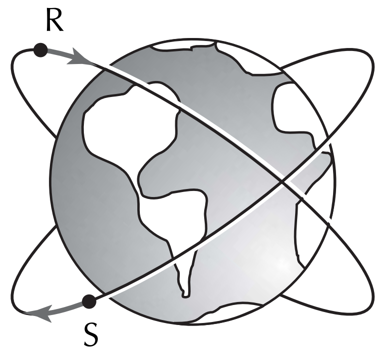
b) $\frac{32}{33} \cdot d$

c) $\frac{31}{32} \cdot d$

d) $\frac{30}{31} \cdot d$

e) $\frac{29}{30} \cdot d$

5. (UFMG) A figura ao lado mostra dois satélites artificiais, R e S, que estão em órbitas circulares de mesmo raio, em torno da Terra. A massa do satélite R é maior do que a do satélite S.



Com relação ao módulo das velocidades, v_r e v_s, e os períodos de rotação, T_r e T_s, pode-se afirmar que:

a) $v_r < v_s$ e $T_r = T_s$

b) $v_r < v_s$ e $T_r > T_s$

c) $v_r = v_s$ e $T_r = T_s$

d) $v_r = v_s$ e $T_r > T_s$

e) $v_r > v_s$ e $T_r > T_s$

6. Um satélite artificial terrestre, cuja massa é de 250 kg, descreve uma trajetória circular com velocidade constante em módulo. A aceleração centrípeta sobre o satélite é de 6 $\frac{m}{s^2}$. Qual é, em N, o módulo da força da atração gravitacional da Terra sobre o satélite?

a) zero

b) 0,024

c) 1.500

d) 3.000

e) 15.000

7. (Uneb-BA) Considere um planeta com massa igual ao dobro da massa da Terra e raio três vezes menor que o raio da Terra. Se a aceleração da gravidade na superfície da Terra é g, na superfície do planeta em questão, a aceleração da gravidade é:

a) 9g b) 18g c) 1,5g d) 6g e) 0,6g

8.(UFMG) A velocidade de um satélite artificial, numa órbita circular de raio $1{,}0 \cdot 10^7$ m, é de $6{,}3 \cdot 10^3$ $\frac{m}{s}$. A aceleração da gravidade, em qualquer ponto dessa órbita, é igual a:

a) zero

b) 0,16 $\frac{m}{s^2}$

c) 0,25 $\frac{m}{s^2}$

d) 4,0 $\frac{m}{s^2}$

e) 6,3 $\frac{m}{s^2}$

Capítulo 8

Energia Mecânica

1. Introdução

Nos capítulos anteriores, estudamos problemas que podiam ser resolvidos com a aplicação das leis de Newton. Nessas situações, a aceleração escalar dos corpos se apresentava constante e os demais cálculos decorrentes foram resolvidos com as fórmulas do MUV. Em muitos casos, a aceleração é variável e as fórmulas utilizadas até aqui não são mais válidas. Várias dessas questões são resolvidas com base nos conceitos de trabalho e energia que serão estudados a seguir.

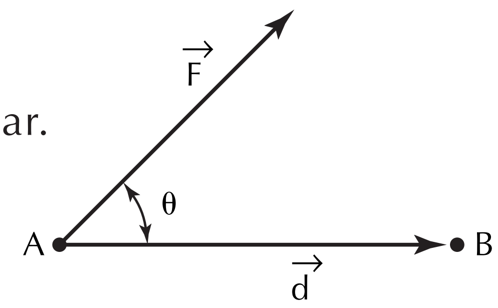
2. Trabalho de uma força constante

Consideremos uma força $\vec{F}$, cujo ponto de aplicação se desloca de A para B, sendo $\vec{d}$ o vetor deslocamento correspondente. Seja θ o ângulo formado entre os vetores $\vec{F}$ e $\vec{d}$.

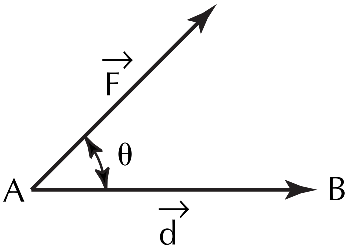
Define-se trabalho da força $\vec{F}$ no deslocamento $\vec{d}$ pela fórmula:

$$\boxed{\tau = F \cdot d \cdot \cos\theta}$$

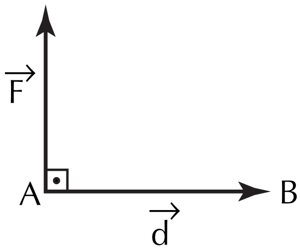
O trabalho é uma grandeza escalar.



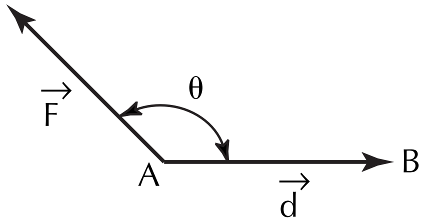
Em função do ângulo θ, o trabalho pode ser positivo, negativo ou nulo.



$0 \leqslant \theta < 90°$
$\tau > 0$
trabalho motor



$\theta = 90°$
$\tau = 0$
trabalho nulo



$90° < \theta \leqslant 180°$
$\tau < 0$
trabalho resistente

Quando o trabalho é positivo, devemos chamá-lo *motor*; quando negativo, *resistente*; quando a força $\vec{F}$ for perpendicular ao deslocamento $\vec{d}$, o trabalho da força $\vec{F}$ será *nulo*.

No SI, a unidade de trabalho é o joule (J).

$$\boxed{1\ \text{J} = 1\ \text{N} \cdot \text{m}}$$

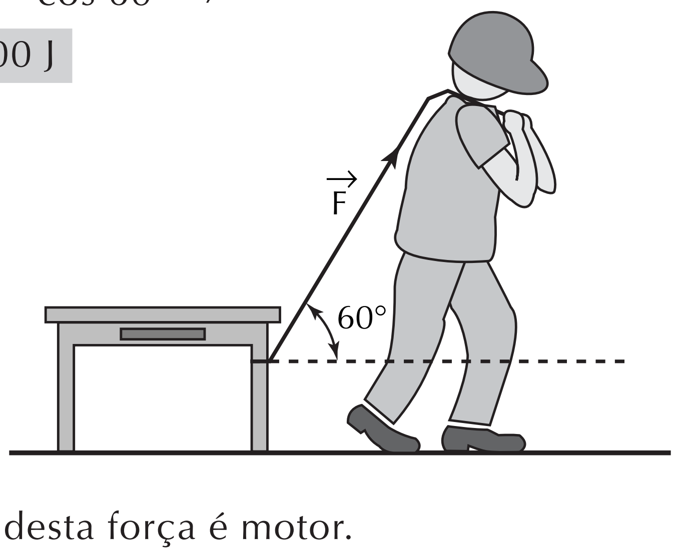
Exemplos

a) Um homem arrasta uma mesa aplicando uma força de intensidade 250 N utilizando uma corda, que forma um ângulo de 60° com a horizontal. Qual será o trabalho da força para um percurso de 8 m?

Solução

$\tau = 250 \cdot 8 \cdot \cos 60° \Rightarrow$

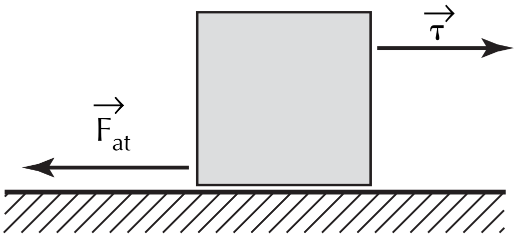
$\Rightarrow \boxed{\tau = 1.000\ \text{J}}$



O trabalho desta força é motor.

b) Uma peça desliza sobre uma superfície plana e sofre a ação de uma força de atrito de intensidade 2 N. Qual será o trabalho da força de atrito para um deslocamento de 2 m?

Solução



$\tau = 2 \cdot 2 \cdot \cos 180° \Rightarrow$

$\Rightarrow$ $\boxed{\tau = -4 \text{ J}}$

O trabalho dessa força é resistente.

c) Qual o trabalho necessário para erguer uma carga de 200 kg a 2 m de altura? Considere $g = 9{,}8 \ \dfrac{m}{s^2}$.

Solução

Os vetores força aplicada e deslocamento têm mesmo sentido e direção; logo, o ângulo entre os vetores é nulo.

$\tau = m \cdot g \cdot d \cdot \cos \theta \Rightarrow \tau = (200 \cdot 9{,}8) \cdot 2 \cdot \cos 0 \Rightarrow$

$\Rightarrow$ $\boxed{\tau = 3.920 \text{ J}}$

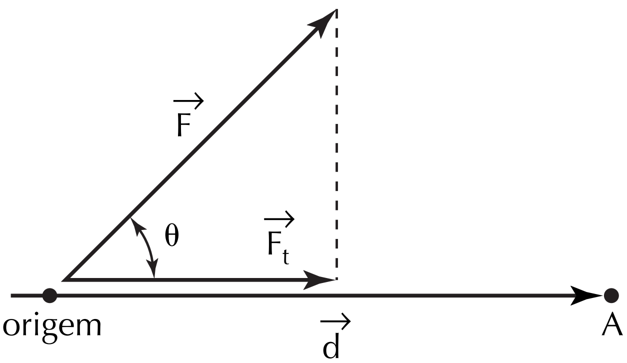
3. Trabalho de uma força qualquer

Já vimos que o trabalho de uma força $\vec{F}$ no deslocamento $\vec{d}$ vale $\tau = F \cdot d \cdot \cos \theta$.

Considere a figura a seguir, onde a componente $\vec{F}_t$ da força $\vec{F}$ na direção do deslocamento $\vec{d}$ é denominada *componente tangencial*.

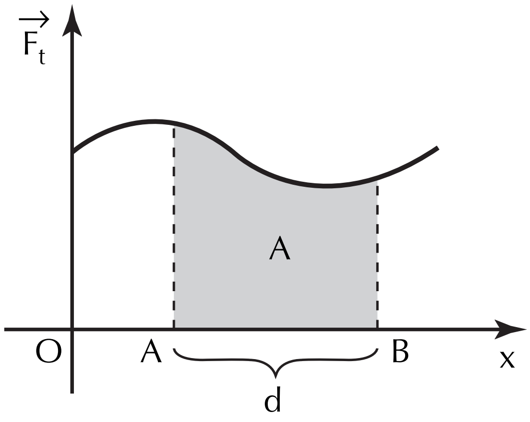
Assim, o trabalho da força $\vec{F}$ no deslocamento definido pelo vetor $\vec{d}$ pode ser escrito como:

$$\boxed{\tau = F_t \cdot d}$$



No caso de uma força variável, o cálculo do trabalho pode ser feito pelo método gráfico.

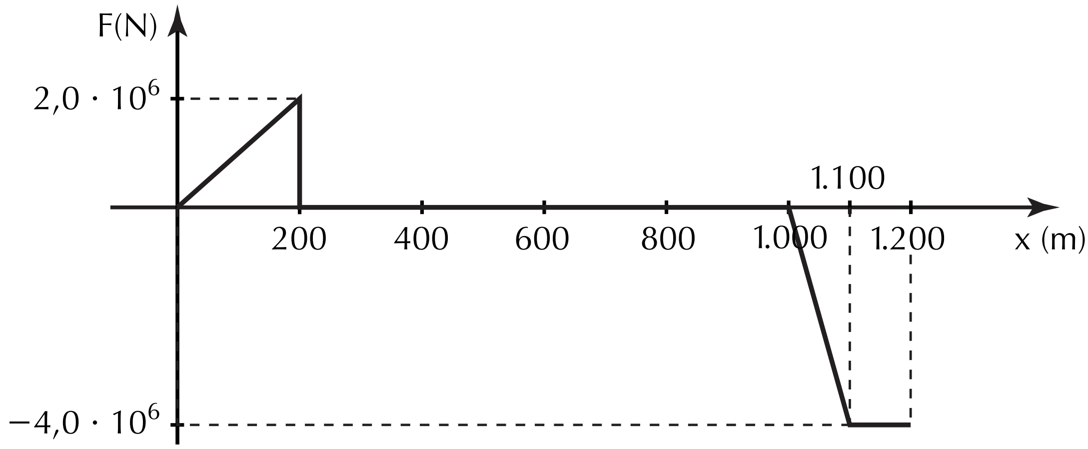
Considere o gráfico cartesiano da força tangencial F_t em função da posição x ao longo do deslocamento. O trabalho da força $\vec{F}$ entre duas posições A e B quaisquer é numericamente igual à área determinada entre a curva e o eixo horizontal.



$A = |\tau|$ (numericamente)

Exemplo

a) Uma composição ferroviária se desloca sob a ação de uma força motriz, conforme o gráfico a seguir. Determine o trabalho total da força motriz no trecho de 0 a 1.200 m.



Solução

Para x entre 0 e 200 m, temos:

$$A_1 = \frac{200 \cdot 2{,}0 \cdot 10^6}{2} = 2{,}0 \cdot 10^8 \text{ J}$$

Para x entre 200 e 1.000 m, temos MU; logo, o trabalho é nulo.

Para x entre 1.000 e 1.100 m, temos:

$$A_2 = \frac{100 \cdot (-4{,}0 \cdot 10^6)}{2} = 2{,}0 \cdot 10^8 \text{ J}$$

Para x entre 1.100 e 1.200 m, temos:
$A_3 = 100 \cdot (-4{,}0 \cdot 10^6) = -4{,}0 \cdot 10^8$

Portanto, o trabalho da força motriz no trecho de 0 a 1.200 m é dado por:
$\tau = A_1 + A_2 + A_3$
$\tau = 2{,}0 \cdot 10^8 + (-2{,}0 \cdot 10^8) + (-4{,}0 \cdot 10^8) \Rightarrow \boxed{\tau = -4{,}0 \cdot 10^8 \text{ J}}$

4. Trabalho de uma força elástica

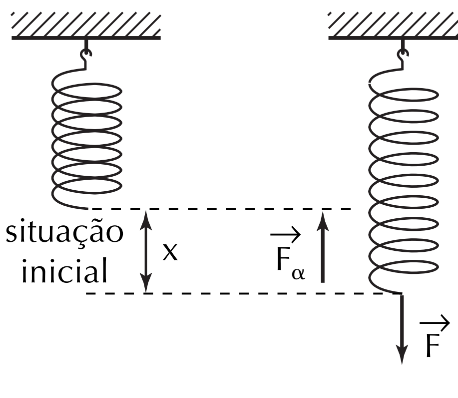
A deformação de uma mola é dita elástica quando, retirada a ação da força que produziu a deformação, ela volta à posição inicial.

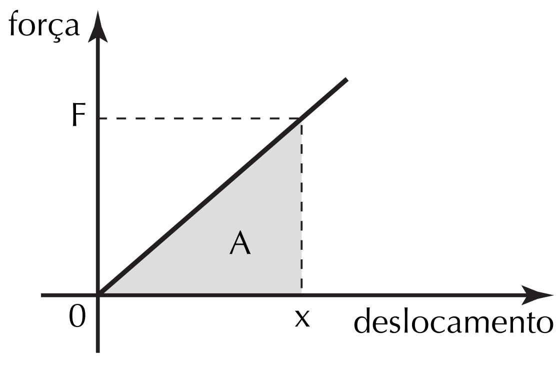
Nessas condições, aplicando-se uma força $\vec{F}$, a mola responde com uma força reativa dita elástica $\vec{F}_{el.}$, que se opõe à deformação, tendendo a trazer a mola para a posição inicial. Pela lei de Hooke, temos:

$$\boxed{F_{el.} = k \cdot x}$$

onde k é a constante elástica da mola. A unidade de k no SI é $\dfrac{N}{m}$.

Sendo a intensidade da força elástica variável, o trabalho é calculado pelo método gráfico:





Calculando a área A, temos:

$$\boxed{\tau = \frac{k \cdot x^2}{2}}$$

O trabalho da força é *motor* quando restitui a mola à posição inicial, e *resistente* quando a mola é alongada ou comprimida pela ação de outra força.

Exemplos

a) Uma mola tem $k = 150\ \frac{N}{m}$. O comprimento natural da mola é 0,25 m. Determine o trabalho da força elástica quando a mola é alongada até o comprimento 0,35 m.

Solução

$$\tau = \frac{-150 \cdot (0{,}10)^2}{2} \Rightarrow \boxed{\tau = -0{,}75\ J}\ \text{, trabalho resistente}$$

b) Supondo que da mola do exercício anterior seja retirada a ação da força que a alongou, qual será o trabalho da força elástica que a restitui ao comprimento original?

Solução

$$\boxed{\tau = 0{,}75\ J}\ \text{, trabalho motor}$$

5. Potência

Consideremos uma força $\vec{F}$ que realiza um trabalho τ em um intervalo de tempo Δt. Define-se potência média P_m da força $\vec{F}$, no intervalo de tempo Δt, como a relação entre o trabalho e o intervalo de tempo,

$$\boxed{P_m = \frac{\tau}{\Delta t}}$$

Outra maneira de representar a potência média é a seguinte:

$$P_m = \frac{\tau}{\Delta t} = \frac{F \cdot d}{\Delta t} \Rightarrow \boxed{P_m = F \cdot v_m}$$

No SI, a potência é medida em watt (W):

$$1\ W = 1\ \frac{J}{s}$$

O múltiplo quilowatt (kW) é muito usado na prática:

$$1\ kW = 1.000\ W = 10^3\ W$$

Em um gráfico cartesiano da potência em função do tempo, a área da figura formada entre a curva da potência e o eixo dos tempos é numericamente igual ao valor absoluto do trabalho realizado. Esta propriedade vale para potências constantes ou não, ao longo do tempo.

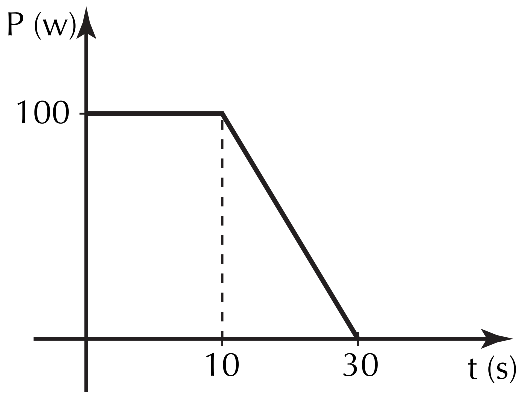
Exemplos

a) Calcule a potência média de uma força que realiza um trabalho de 2.000 J em 40 s.

Solução

$$P_m = \frac{\tau}{\Delta t} = \frac{2.000}{40} \Rightarrow \boxed{P_m = 50\ \text{W}}$$

b) Um corpo sobe um plano inclinado sem atrito, puxado por uma força $\vec{F}$ paralela ao plano. A potência da força em função do tempo é dada pelo gráfico ao lado. Determine o trabalho realizado pela força no intervalo de tempo 30 s.



Solução

Considere A, a área formada pela figura entre a curva representativa da força e o eixo dos tempos.

$$\tau = |A|,\ \ A = 100 \cdot 10 + \frac{100 \cdot 20}{2} \Rightarrow \boxed{\tau = 2.500\ \text{J}}$$

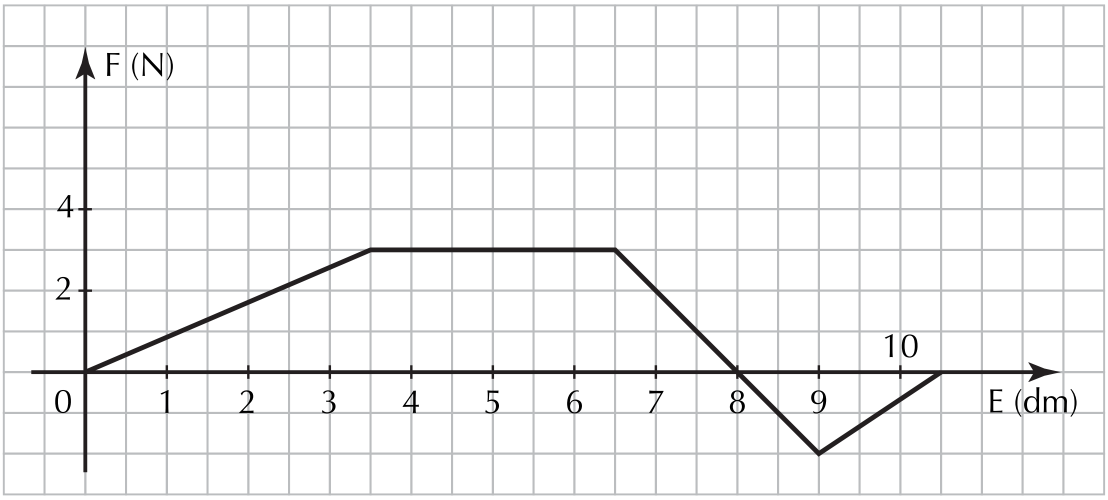
EXERCÍCIOS PROPOSTOS

1. (UFSC) Um homem ergue um bloco de 100 N a uma altura de 2,0 m em 4,0 s, com velocidade constante. Qual a potência, em watts, desenvolvida pelo homem?

2. Um motor de 50 kW de potência aciona um veículo durante uma hora. O trabalho desenvolvido pelo motor é de:

a) 5 kW
b) 50 kW
c) $5 \cdot 10^4$ J
d) $1,8 \cdot 10^5$ J
e) $1,8 \cdot 10^8$ J

3. (UFSE) Um balde cheio d'água é deslocado para cima, em movimento vertical, por uma força resultante $\vec{F}$, cuja intensidade varia com o deslocamento, conforme o gráfico abaixo:



Durante o deslocamento de zero dm a 10,5 dm, o trabalho executado pela força que atua sobre o balde, é, em joules, igual a:

a) 28 b) 19 c) 14 d) 2,8 e) 1,4

6. Energia

Energia é o trabalho que pode ser obtido de um sistema. A energia pode ser classificada em vários tipos. Em mecânica, temos a energia cinética, que é associada ao movimento do corpo, e a energia potencial, que é associada à posição que o corpo ocupa em relação a um referencial. Se um corpo está em repouso a uma altura h qualquer, ele possui energia potencial; ao ser abandonado, essa energia se transforma em energia cinética, de movimento.

A unidade de energia é a mesma do trabalho.

7. Conservação da energia

A energia nunca é criada ou destruída. Ela se transforma de um tipo em outro ou outros. Em um sistema isolado, o total de energia existente antes de uma transformação é igual ao total de energia obtido depois da transformação. Esse é o chamado *princípio de conservação da energia*.

Uma pilha transforma energia química em elétrica; um motor a combustão, energia química em mecânica; um freio, energia mecânica em térmica etc.

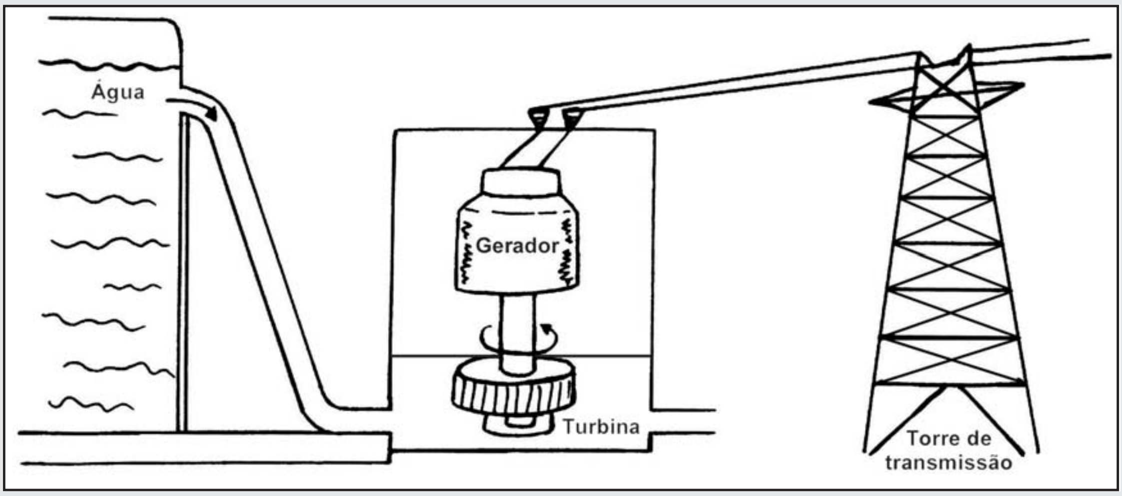
8. Energia cinética

A *energia cinética* é a energia associada a um corpo em movimento. Sendo m a massa do corpo e v sua velocidade num determinado instante, a energia cinética do corpo é dada por:

$$\boxed{E_c = \frac{1}{2} m \cdot v^2}$$

A Hidreletricidade

A hidreletricidade é a energia gerada a partir do aproveitamento da energia mecânica de grandes porções de água, o que pode ser observado no esquema a seguir.



Nesse caso, em particular, temos a energia potencial gravitacional da água acumulada na represa sendo transformada em energia cinética à medida que ela é conduzida pelo duto até a turbina.

Atualmente, a maior usina hidrelétrica do mundo é a de Itaipu, no Rio Paraná.

8.1. Teorema da energia cinética

O trabalho da força resultante sobre um corpo num determinado deslocamento é igual à variação da energia cinética do corpo neste deslocamento.

Se o corpo se moveu do ponto A para o ponto B e a força resultante realizou um trabalho τ neste deslocamento, temos:

$$\boxed{\tau = E_{cB} - E_{cA}}$$

Exemplos

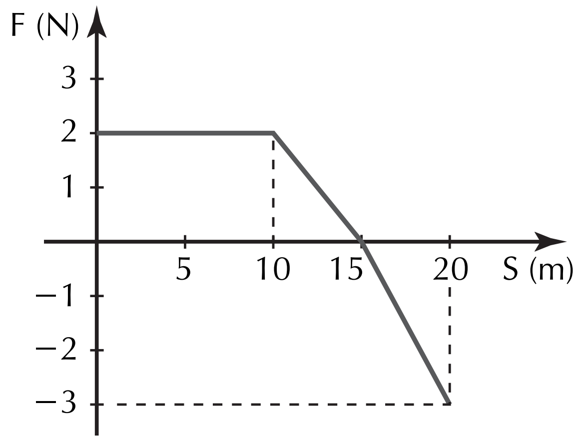
a) Um corpo de massa m = 5 kg desloca-se com velocidade inicial de $20\ \frac{m}{s}$. Sob a ação de uma força, sua velocidade passa a 50 m/s. Determine o trabalho realizado por essa força durante o tempo de sua atuação.

Solução

$$\tau = E_{c_B} - E_{c_A} \Rightarrow \tau = \frac{1}{2} \cdot 5 \cdot 50^2 - \frac{1}{2} \cdot 5 \cdot 20^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \boxed{\tau = 5.250\ \text{J}}$$

b) O gráfico ao lado representa a ação de uma força sobre um corpo de massa 3 kg que se move em linha reta. Na posição S = 0, ele está em repouso. Calcule sua velocidade em S = 20 m.



Solução

O trabalho total será a soma das áreas no gráfico. Logo:

$$A_T = 2 \cdot 10 + \frac{2 \cdot 5}{2} - \frac{2 \cdot 5}{2} \Rightarrow A_T = 20 \Rightarrow \tau = 20\ \text{J}$$

$$\tau = E_{c_2} - \cancel{E_{c_1}} \Rightarrow 20 = \frac{1}{2} \cdot 3 \cdot v^2 - \frac{1}{2} \cdot 3 \cdot 0^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \boxed{v = 3{,}6\ \frac{m}{s}}$$

9. Forças conservativas

Força conservativa é aquela cujo trabalho depende unicamente dos pontos de partida e chegada, independentemente da trajetória realizada entre os pontos.

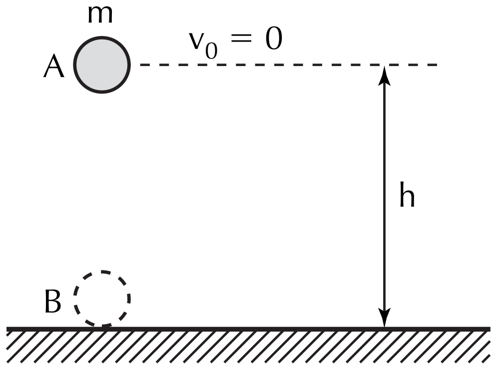
Como exemplo de forças conservativas, temos a força gravitacional (peso), a força elástica e a força elétrica.

10. Energia potencial

Consideremos um corpo sob a ação de uma força conservativa $\vec{F}$, posicionado em um ponto A. Um outro ponto, O, é considerado referencial para a medida da energia potencial; logo, no ponto O a energia potencial é nula. Caso o corpo se desloque de A até O, haverá um trabalho τ realizado pela força $\vec{F}$. Assim, o trabalho que se pode obter depende de A. Dependendo do ponto onde o corpo se encontra, a força conservativa poderá realizar mais ou menos trabalho, tomando O como referencial. O trabalho que fica armazenado no sistema, enquanto o corpo está na posição A, denomina-se *energia potencial*.

10.1. Energia potencial gravitacional

Consideremos o trabalho da força peso na figura abaixo.



Na posição A, o corpo não possui energia cinética, e sim a capacidade potencial de tê-la. Dessa maneira, na posição A o corpo tem uma energia, relacionada à sua posição, ainda não transformada em cinética. Ela é chamada de *energia potencial gravitacional* e é medida pelo trabalho realizado pelo peso quando o corpo passa da posição A para a posição B:

$$\boxed{E_p = m \cdot g \cdot h}$$

10.2. Energia potencial elástica

Uma mola apresenta um comprimento natural. Comprimida por uma força $\vec{F}$, sofre uma deformação x. O trabalho realizado para deformar a mola é dado por:

$$\boxed{\tau = \frac{k \cdot x^2}{2}}$$

Este trabalho representa a energia potencial armazenada na mola. Tomando como referência a mola em sua posição natural, temos:

$$\boxed{E_p = \frac{k \cdot x^2}{2}}$$

Exemplos

a) Uma caixa d'água localizada no décimo andar de um prédio está a 32 m de altura. Quando cheia, a caixa tem 4.500 ℓ de água. Calcule a energia potencial da porção de água em relação ao solo.

Solução

$$E_p = m \cdot g \cdot h \Rightarrow E_p = 4{,}5 \cdot 10^3 \cdot 10 \cdot 32 \Rightarrow \boxed{E_p = 1{,}44 \cdot 10^6 \text{ J}}$$

b) Distendendo uma mola de constante elástica $k = 80\ \frac{N}{m}$ em 5 cm, qual será o valor da energia potencial elástica armazenada por essa mola?

Solução

$$E_p = \frac{k \cdot x^2}{2} \Rightarrow E_p = \frac{80 \cdot (0{,}05)^2}{2} \Rightarrow \boxed{E_p = 1{,}0 \cdot 10^{-1} \text{ J}}$$

11. Sistemas conservativos

Quando nos referimos a um sistema, estamos falando de uma porção do Universo que está sob observação. Os sistemas em questão são conjuntos de corpos que interagem entre si.

Nos *sistemas conservativos*, somente forças conservativas realizam trabalho. Nesse tipo de sistema, toda a diminuição de energia potencial corresponde a um aumento de energia cinética, e vice-versa. Dessa maneira, a soma da energia cinética com a energia potencial é constante.

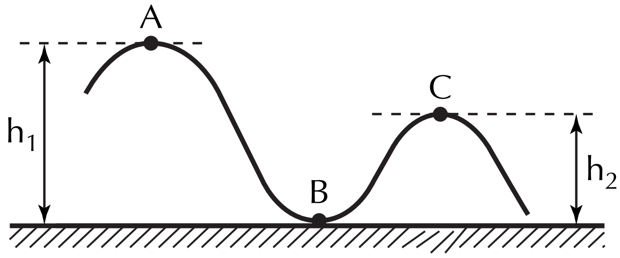
Chamamos de energia mecânica a soma da energia cinética com a energia potencial de um determinado corpo.

$$\boxed{E_m = E_c + E_p}$$

Em um sistema conservativo, a energia mecânica é sempre constante.

Exemplos

a) Na montanha-russa esquematizada abaixo, o carrinho parte do repouso no ponto A. Determine a velocidade do carrinho nos pontos B e C. Dados: $g = 10\ \frac{m}{s^2}$, $h_1 = 25$ m e $h_2 = 10$ m. Considere o sistema conservativo.



Solução

$v_A = 0 \Rightarrow E_{m_A} = E_{c_A} = E_{p_A} \Rightarrow E_{m_A} = E_{p_A} = m \cdot g \cdot h_1 \Rightarrow$

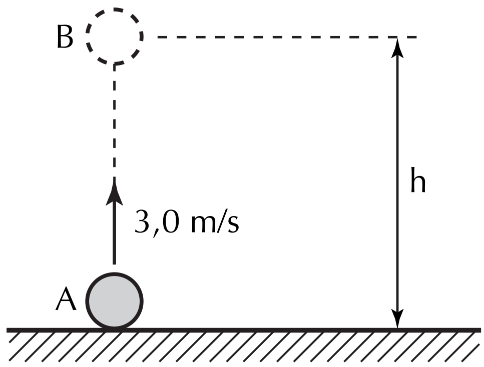
$\Rightarrow E_{m_A} = E_{m_B}$

$E_{m_B} = E_{c_B} + E_{p_B} \Rightarrow 0 \Rightarrow m \cdot g \cdot h_1 = \dfrac{m \cdot v_B^2}{2} \Rightarrow$

$\Rightarrow v_B{}^2 = 2g \cdot h_1 = 2 \cdot 10 \cdot 25 \Rightarrow \boxed{v_B = 22{,}4\ \frac{m}{s}}$

$\dfrac{500}{2} = 10 \cdot 10 + \dfrac{v_c{}^2}{2} \Rightarrow \boxed{v_c = 17{,}3\ \frac{m}{s}}$

b) Uma esfera é lançada verticalmente para cima, com velocidade de 3,0 $\frac{m}{s}$ a partir do ponto A, como indica a figura ao lado. Considere o sistema conservativo e g = 10 $\frac{m}{s^2}$. Qual será a altura atingida pela esfera?



Solução

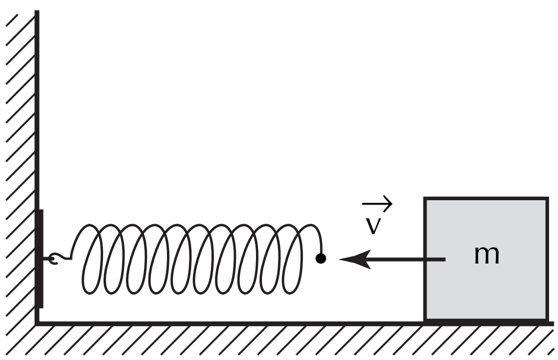
$$E_{m_B} = E_{m_A}, \quad v_A = 3{,}0\ \frac{m}{s}, \quad v_B = 0$$

$$E_{m_B} = E_{p_B} = m \cdot g \cdot h \Rightarrow E_{m_A} = E_{c_A}$$

$$m \cdot g \cdot h = \frac{m \cdot v_A^2}{2} \Rightarrow h = \frac{v_A^2}{2g} \Rightarrow h = \frac{3{,}0^2}{2 \cdot 10} \Rightarrow$$

$$\boxed{h = 0{,}45\ m}$$

c) Um corpo de massa m atinge uma mola com velocidade v, como mostra a figura ao lado. Determine a deformação da mola até o corpo parar. O sistema é conservativo para a constante elástica da mola k.



Solução

Situação A → inicial,

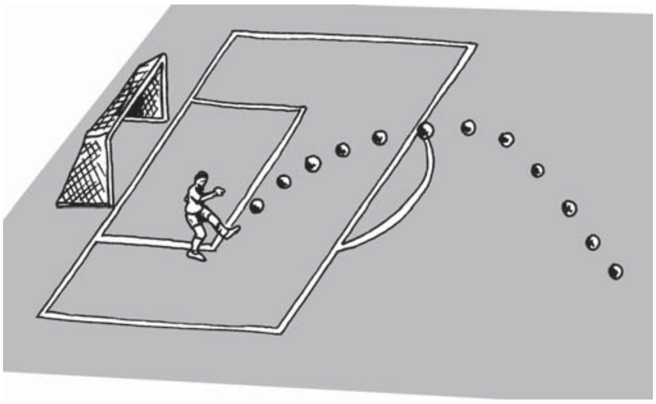
Situação B → final, v = 0 e mola comprimida

$$E_{c_A} + \cancel{E_{p_A}}^{0} = \cancel{E_{c_B}}^{0} + E_{p_B} \Rightarrow E_{c_A} = E_{p_B} \Rightarrow \frac{m \cdot v^2}{2} = \frac{k \cdot x^2}{2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \boxed{x = v \cdot \sqrt{\frac{m}{k}}}$$

EXERCÍCIO PROPOSTO

4. (UFRRJ) Um goleiro chuta uma bola que descreve um arco de parábola, como mostra a figura ao lado.



No ponto em que a bola atinge sua altura máxima, pode-se afirmar que:

a) a energia potencial é máxima;

b) a energia mecânica é nula;

c) a energia cinética é nula;

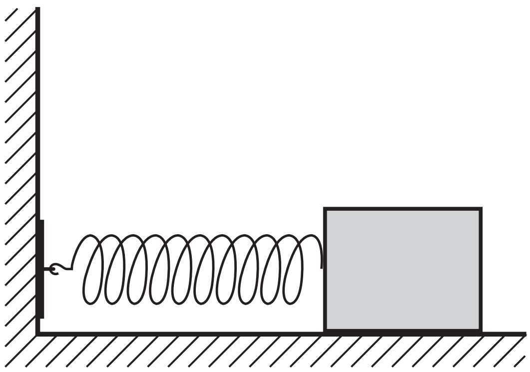
d) a energia cinética é máxima.

e) nada se pode afirmar sobre as energias, pois não conhecemos a massa da bola.

5. Qual será o trabalho realizado por uma força que age em um corpo de massa 2,0 kg, que teve sua velocidade alterada de 1,0 $\frac{m}{s}$ para 5,0 $\frac{m}{s}$?

a) 4,0 J b) 8,0 J c) 26,0 J d) 12,0 J e) 24,0 J

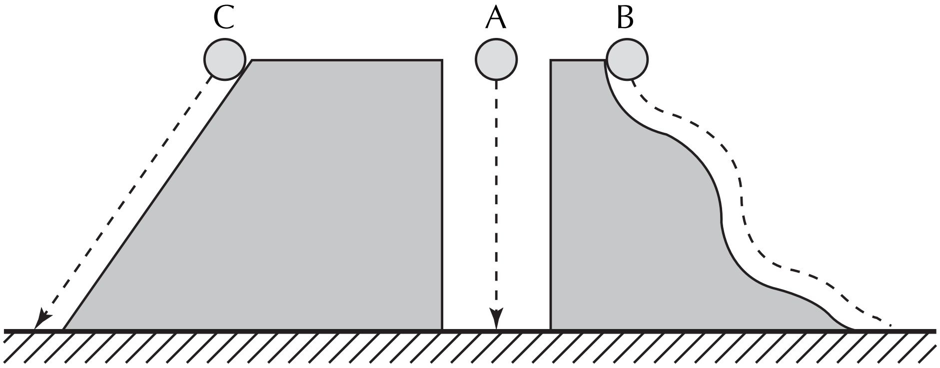
6. (Unesp-SP) Um bloco de madeira de massa 0,40 kg, mantido em repouso sobre uma superfície plana, horizontal e perfeitamente lisa, está comprimindo uma mola contra uma parede rígida, como mostra a figura.



Quando o sistema é liberado, a mola se distende, impulsiona o bloco e este adquire, ao abandoná-la, uma velocidade final de 2,0 $\frac{m}{s}$. Determine o trabalho da força exercida pela mola, ao se distender completamente:

a) sobre o bloco; b) sobre a parede.

7. (Cesgranrio-RJ) Três corpos idênticos de massa M deslocam-se entre dois níveis, como mostra a figura: A caindo livremente, B deslizando ao longo de um tobogã e C descendo uma rampa, sendo que em todos os movimentos, as forças dissipativas podem ser desprezadas. Com relação ao trabalho (W) realizado pela força peso dos corpos, pode-se afirmar que:



a) $W_C > W_B > W_A$

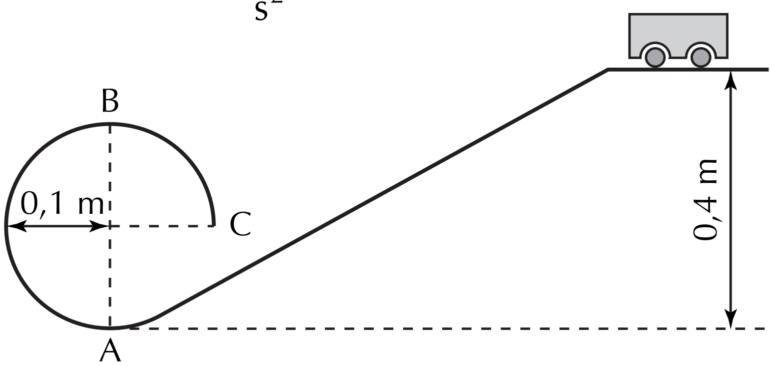
b) $W_C > W_B = W_A$

c) $W_C = W_B > W_A$

d) $W_C = W_B = W_A$

e) $W_C < W_B > W_A$

8. Na figura, representamos uma pista em que o trecho final ABC é um arco de circunferência. Larga-se o carrinho no topo da pista. Admitindo-se $g = 9{,}8\ \dfrac{m}{s^2}$ e a massa do carrinho 1 kg, determine:

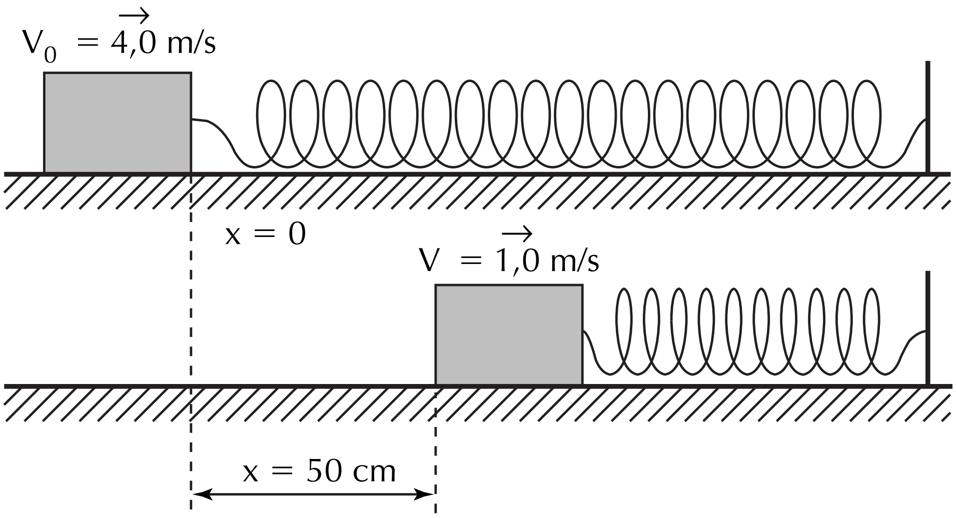


a) a energia cinética no ponto A;

b) o trabalho realizado pelo peso no percurso de A até B.

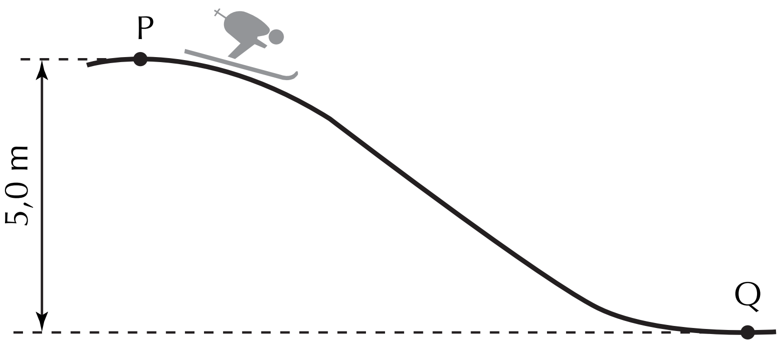
9. (UFPI) Ao colidir com uma mola ideal de constante elástica $k = 100\ \dfrac{N}{m}$, em repouso, sobre uma superfície horizontal, um corpo de massa igual a 2 kg possui velocidade de $4\ \dfrac{m}{s}$. Após comprimir a mola em 50 cm,

sua velocidade é reduzida para 1 $\frac{m}{s}$. Supondo ásperas as superfícies de contato e g = 10 $\frac{m}{s^2}$, o valor do coeficiente de atrito cinético entre as partes em contato corresponde a:



a) 0,25 b) 0,30 c) 0,35 d) 0,40 e) 0,60

10. (UFMG) Um esquiador de massa m = 70 kg parte do ponto P e desce pela rampa mostrada abaixo. Suponha que as perdas de energia por atrito sejam desprezíveis e considere g = 10 $\frac{m}{s^2}$.



A energia cinética e a velocidade do esquiador quando ele passa pelo ponto Q, que está 5,0 m abaixo do ponto P, são, respectivamente:

a) 50 J e 15 $\frac{m}{s}$
b) 350 J e 5,0 $\frac{m}{s}$
c) 700 J e 10 $\frac{m}{s}$
d) 3.500 J e 10 $\frac{m}{s}$
e) 3.500 J e 20 $\frac{m}{s}$

Capítulo 9

QUANTIDADE DE MOVIMENTO

1. Definição

Quantidade de movimento é uma grandeza vetorial definida como o produto da massa do corpo por sua velocidade.

Sendo m a massa e $\vec{v}$ a velocidade, temos:

$$\boxed{\vec{Q} = m \cdot \vec{v}}$$

A unidade da quantidade de movimento no SI é o kg · m/s.

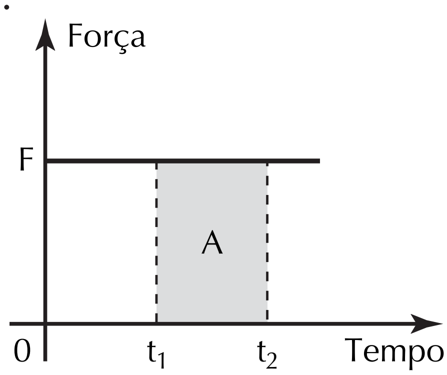
2. Impulso de uma força constante

Consideremos um ponto material sob a ação de uma força $\vec{F}$ constante, durante um intervalo de tempo Δt.

Impulso é uma grandeza vetorial definida como $\vec{I} = \vec{F} \cdot \Delta t$.

A unidade do impulso no SI é o N·s.

No caso da força $\vec{F}$ constante, o gráfico da intensidade da força em função do tempo se apresenta de acordo com o gráfico ao lado.



A área A é numericamente igual à intensidade do impulso I no intervalo de tempo Δt.

Quando a força $\vec{F}$ tiver direção constante, essa regra será válida mesmo com a intensidade da força variável.

3. Teorema do impulso

O impulso da força resultante sobre um corpo durante um determinado intervalo de tempo é igual à variação da quantidade de movimento do corpo no mesmo intervalo de tempo.

Sendo $\vec{I}$ o impulso da força resultante entre os instantes t_1 e t_2, e $\vec{Q}_1$ e $\vec{Q}_2$ as respectivas quantidades de movimento, temos:

$$\boxed{\vec{I} = \vec{Q}_2 - \vec{Q}_1}$$

Observe que $1\ N \cdot s = 1\ kg \cdot \frac{m}{s}$

4. Aplicação das fórmulas para movimentos retilíneos

No movimento retilíneo, temos as forças na mesma direção do movimento; logo, as grandezas podem ser consideradas escalares.

Define-se um sentido positivo para o movimento, e os vetores cujo sentido concorda com essa definição são substituídos por escalares positivos; os vetores cujo sentido é contrário à definição estabelecida são substituídos por escalares negativos.

Desta maneira, temos:

$$\boxed{\begin{gathered} Q = m \cdot v \\ I = F \cdot \Delta t \\ Q = Q_2 - Q_1 \end{gathered}}$$

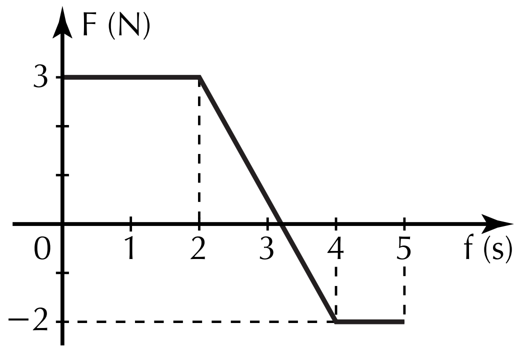
Exemplos

a) Qual o impulso de uma força constante de módulo 150 N que age durante 2 s sobre um corpo?

Solução

$I = F \cdot \Delta t \Rightarrow I = 150 \cdot 2 \Rightarrow \boxed{I = 300\ N \cdot s}$

b) Dado o seguinte gráfico da força em função do tempo, que representa a ação de uma força variável que age sobre um corpo, determine o impulso no intervalo de 1 a 4 s e de 4 a 5 s.



Solução

$$I = |A| \Rightarrow A_{1-4} = 2 \cdot 3 + \frac{1 \cdot 3}{2} - \frac{1-2}{2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow A_{1-4} = 6{,}5 \Rightarrow \boxed{I_{1-4} = 6{,}5\ \text{N}\cdot\text{s}}$$

$$A_{4-5} = -2 \cdot 1 \Rightarrow \boxed{I_{4-5} = -2\ \text{N}\cdot\text{s}}$$

c) Um móvel em MR desloca-se, obedecendo à função horária a seguir. A massa do corpo é 25 kg. Calcule o módulo da quantidade de movimento da partícula no instante t = 5 s.

$$S = 5{,}0t + 4{,}0t^2\ (\text{SI})$$

Solução

Da equação, temos: $v_0 = 5{,}0\ \frac{m}{s}$, $\alpha = 8{,}0\ \frac{m}{s^2}$. Logo:

$v = 5{,}0 + 8{,}0t \Rightarrow$ para t = 5 s, temos $v = 45\ \frac{m}{s}$

$$Q = m \cdot v \Rightarrow Q = 25 \cdot 45 \Rightarrow \boxed{Q = 1{,}125 \cdot 10^3\ \text{kg} \cdot \frac{m}{s}}$$

d) Um corpo de massa 2,0 kg realiza um MR com velocidade escalar $2{,}0\ \frac{m}{s}$. Sob a ação de uma força paralela à trajetória e no sentido do movimento, sua velocidade passa a $6{,}0\ \frac{m}{s}$. Essa força foi aplicada durante 2,0 s. Qual a intensidade do impulso desta força e a intensidade da mesma?

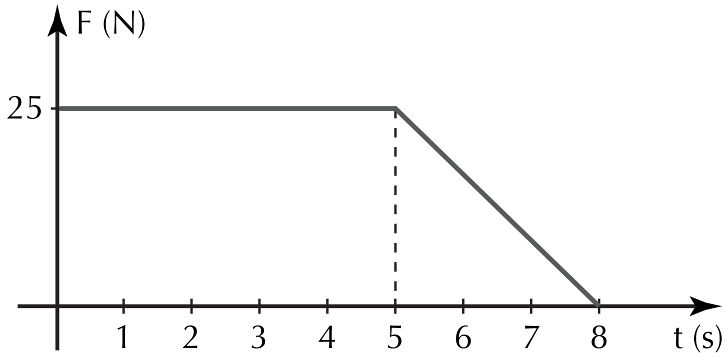
Solução

$$\vec{I} = \vec{Q}_2 - \vec{Q}_1 \Rightarrow \vec{I} = m \cdot \vec{v}_2 - m \cdot \vec{v}_1$$

$$I = 2{,}0 \cdot 6{,}0 - 2{,}0 \cdot 2{,}0 \Rightarrow \boxed{I = 8{,}0\ \text{N} \cdot \text{s}}$$

$$I = F \cdot \Delta t \Rightarrow F = \frac{8{,}0}{2{,}0} \Rightarrow \boxed{F = 4{,}0\ \text{N}}$$

e) O gráfico abaixo mostra a intensidade da força resultante sobre um corpo de 3,0 kg de massa que se move inicialmente em direção e sentido iguais aos da força. No instante t = 0, a velocidade do corpo é 2,0 $\frac{m}{s}$.
Determine sua velocidade no instante t = 8 s.



Solução

A área do gráfico representa numericamente a intensidade do impulso. Logo:

$$|I| = A = 5 \cdot 25 + \frac{3 \cdot 25}{2} \Rightarrow I = 162{,}5\ N \cdot s$$

$$I = Q_2 - Q_1 = m \cdot v_2 - m \cdot v_1 \Rightarrow v_1 = 2{,}0\ \frac{m}{s},$$

$$m = 3{,}0\ kg \Rightarrow 162{,}5 = 3{,}0 \cdot v_2 - 3{,}0 \cdot 2{,}0 \Rightarrow \boxed{v_2 = 56{,}2\ \frac{m}{s}}$$

5. Quantidade de movimento de um sistema

Dado um sistema de n corpos, cujas quantidades de movimento são $\vec{Q}_1, \vec{Q}_2 ..., \vec{Q}_n$, a soma vetorial dessas quantidades de movimento constitui a quantidade de movimento total do sistema.

$$\boxed{\vec{Q}_{sist.} = \vec{Q}_1 + \vec{Q}_2 + ... + \vec{Q}_n}$$

Se todos os vetores tiverem a mesma direção, teremos:

$$\boxed{Q_{sist.} = Q_1 + Q_2 + ... + Q_n}$$

6. Conservação da quantidade de movimento

Considere um sistema de pontos materiais P_1, P_2, ..., P_n, de massas m_1, m_2, ..., m_n, respectivamente. Sejam $\vec{v}_{11}$, $\vec{v}_{12}$, ..., $\vec{v}_{1n}$ suas velocidades num certo instante t_1 e $\vec{v}_{21}$, $\vec{v}_{22}$, ..., $\vec{v}_{2n}$, em um instante posterior t_2.

Aplicando o teorema do impulso a cada ponto, obtemos:

$$\vec{I}_1 = m_1 \cdot \vec{v}_{21} - m_1 \cdot \vec{v}_{11}$$
$$\vec{I}_2 = m_2 \cdot \vec{v}_{22} - m_2 \cdot \vec{v}_{12}$$
$$\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots$$
$$\vec{I}_n = m_n \cdot \vec{v}_{2n} - m_n \cdot \vec{v}_{1n}$$

Somando-se membro a membro essas igualdades, teremos:

$$\vec{I}_1 + \vec{I}_2 + \ldots + \vec{I}_n =$$
$$= (m_1 \cdot \vec{v}_{21} + m_2 \cdot \vec{v}_{22} + \ldots + m_n \cdot \vec{v}_{2n})$$
$$- (m_1 \cdot \vec{v}_{11} + m_2 \cdot \vec{v}_{12} + \ldots + m_n \cdot \vec{v}_{1n})$$

Pelo princípio da ação e reação, os impulsos das forças internas se anulam mutuamente e, supondo o sistema isolado, temos:

$$\boxed{\vec{I}_1 + \vec{I}_2 + \ldots + \vec{I}_n = 0}$$

Nessas condições:

$$m_1 \cdot \vec{v}_{21} + m_2 \cdot \vec{v}_{22} + \ldots + m_n \cdot \vec{v}_{2n}$$
$$= m_1 \cdot \vec{v}_{11} + m_2 \cdot \vec{v}_{12} + \ldots + m_n \cdot \vec{v}_{1n}$$

Logo:

$$\boxed{\vec{Q}_{final} = \vec{Q}_{inicial}}$$

Assim, em um sistema isolado, a quantidade de movimento do sistema é constante.

Exemplos

a) Um projétil de massa 5,0 kg é disparado na direção horizontal, com velocidade de 550 $\frac{m}{s}$, por um canhão de massa 2.200 kg, em repouso. Determine a velocidade de recuo do canhão.

Solução

$$\vec{Q}_{antes} = \vec{Q}_{depois} = 0$$

$$m_1 \cdot \vec{v}_1 + m_2 \cdot \vec{v}_2 = 0 \Rightarrow m_1 \cdot \vec{v}_1 + m_2 \cdot \vec{v}_2 = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 5{,}0 \cdot 550 + 2.200 \cdot v_2 = 0 \Rightarrow \boxed{v_2 = -1{,}25 \frac{m}{s}}$$

b) Dois astronautas X e Y estão em repouso no espaço, livre da ação de forças. Em um dado momento, eles se empurram mutuamente e se separam. O astronauta X, de massa $M_x = 85$ kg, adquire veloci dade $v_x = 2{,}5 \frac{m}{s}$. Determine o módulo da velocidade adquirida pelo astronauta Y, sendo sua massa, M_y igual a 60 kg.

Solução

$$\cancel{\vec{Q}}^{\,0}_{antes} = \vec{Q}_{depois} = 0 \Rightarrow$$

$$M_x \cdot v_x + M_y \cdot v_y = 0 \Rightarrow 85 \cdot 2{,}5 + 60\, v_y = 0 \Rightarrow \boxed{v_y = 23{,}5 \frac{m}{s}}$$

7. Quantidade de movimento nos choques

Para que possamos aplicar o princípio da conservação da quantidade de movimento aos choques, precisamos de um sistema isolado, ou seja, de um sistema no qual não haja interações relevantes com forças externas a ele.

Para um choque entre dois corpos A e B, num sistema isolado, temos:

$$\boxed{\vec{Q}_A + \vec{Q}_B = \vec{Q}'_A + \vec{Q}'_B}$$

Sendo os choques na mesma direção e adotando-se um sentido positivo, podemos definir escalarmente a fórmula:

$$Q_A + Q_B = Q'_A + Q'_B \quad \text{ou}$$

$$m_A \cdot v_A + m_B \cdot v_B = m_A \cdot v'_A + m_B \cdot v'_B$$

8. Choques elásticos e inelásticos

Choque elástico é o choque em que não há a presença de forças dissipativas. Não existem choques dessa natureza no universo macroscópico, apenas no universo microscópico ou no nível das partículas atômicas.

Choque inelástico é o choque no qual há a presença de forças dissipatipativas, como calor, som etc. Um choque totalmente inelástico (anelástico) é aquele em que os corpos permanecem unidos no instante posterior ao choque.

9. Coeficiente de restituição

Consideremos duas esferas A e B realizando um choque direto.

As propriedades elásticas dos corpos envolvidos em choques são caracterizadas por uma grandeza chamada *coeficiente de restituição.*

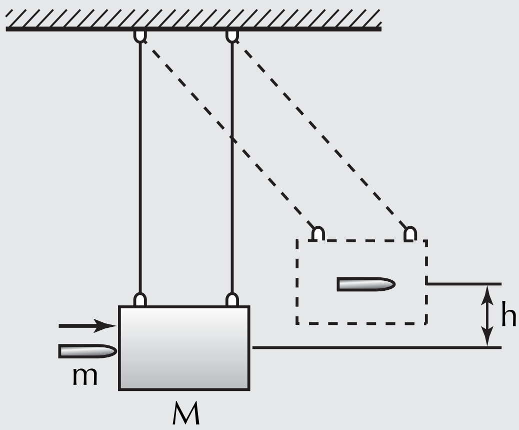
O coeficiente de restituição *e* é definido como o quociente entre o módulo da velocidade relativa de afastamento dos corpos imediatamente *após* o choque e o módulo da velocidade relativa de aproximação imediatamente *antes* do choque.

$$e = \frac{|\text{velocidade relativa após o choque}|}{|\text{velocidade relativa antes do choque}|}$$

O coeficiente de restituição é adimensional e varia de 0 a 1. Quando o valor é 1, temos um choque perfeitamente elástico.

O pêndulo balístico

O *pêndulo balístico* é o dispositivo mais antigo usado na determinação da velocidade de projéteis. Criado no século XVIII, é estruturado com um bloco de massa M suspenso por fios de massa desprezível, conforme mostra a figura ao lado. O projétil de massa m é lançado horizontalmente com velocidade v e aloja-se no bloco. Dessa maneira, ele se desloca a uma altura h.



Para determinarmos a velocidade do projétil, temos:

$$m \cdot v = (M + m) \cdot v \Rightarrow v = \frac{m \cdot v}{M + m} \quad (1)$$

A energia cinética após a colisão é convertida em energia potencial quando o corpo constituído do bloco e do projétil atinge a altura h, logo:

$$\frac{(M + m)}{2} \cdot v^2 = (M + m)g \cdot h \Rightarrow v = \sqrt{2g \cdot h} \quad (2)$$

Substituindo (1) em (2) temos:

$$\frac{m \cdot v}{M + m} = \sqrt{2g \cdot h} \Rightarrow \boxed{v = \frac{M + m}{m}\sqrt{2g \cdot h}}$$

Exemplos

a) Uma esfera de massa m = 5,0 kg e velocidade $v = 3,0\ \frac{m}{s}$, choca-se com outra esfera idêntica, inicialmente em repouso. Admitindo-se o choque elástico e frontal, determine a velocidade das esferas após o choque.

Solução

$$m_A \cdot v_A + m_B \cdot v_B = m_A \cdot v'_A + m_B \cdot v'_B$$

$$5,0 \cdot 3,0 + 0 = 5,0\, v'_A + 5,0\, v'_B \Rightarrow v'_A + v'_B = 3,0 \quad (1)$$

como o choque é elástico, e = 1. Logo:

$$e = \frac{v'_B - v'_A}{v_A - v_B} = 1 \Rightarrow \frac{v'_B - v'_A}{5,0} = 1 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \boxed{v'_B - v'_A = 5,0} \quad (2)$$

$$(1) \rightarrow (2)\, x \Rightarrow v'_A + (5,0 + v'_A) = 3,0 \Rightarrow \boxed{v'_A = -1,0\ m/s}$$

$$v'_B - (-1,0) = 5,0 \Rightarrow \boxed{v'_B = 4,0\ m/s}$$

b) Um corpo A, de massa $m_A = 5{,}0$ kg e velocidade $v_A = 20\ \dfrac{m}{s}$, choca-se com um corpo B, de massa $m_B = 3{,}0$ kg e velocidade $v_B = 25\ \dfrac{m}{s}$, que se movia na mesma direção e no mesmo sentido. Sabendo-se que o choque foi anelástico, determine a velocidade do conjunto após o choque.

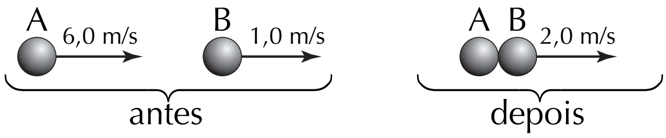
Solução

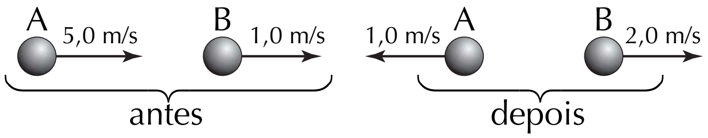
$$m_A \cdot v_A + m_B \cdot v_B = (m_A + m_B) \cdot v_{AB}$$

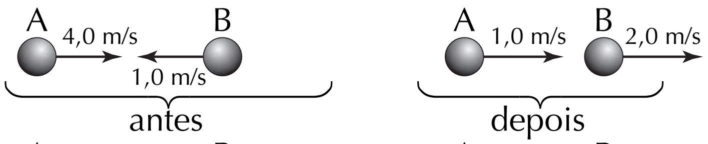
$$\Rightarrow 5{,}0 \cdot 20{,}0 + 3{,}0 \cdot 25{,}0 = (5{,}0 + 3{,}0) \cdot v_{AB}$$

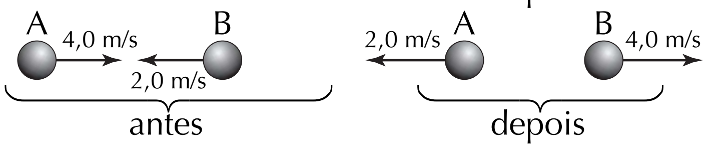
$$\Rightarrow \boxed{v_{AB} = 21{,}9\ \frac{m}{s}}$$

c) Considere duas esferas A e B, realizando um choque frontal. A seguir, representamos as esferas antes e imediatamente depois do choque. Determine o coeficiente de restituição para cada caso.

a) 

b) 

c) 

d) 

Solução

a) $e = \dfrac{v'_B - v'_A}{v_A - v_B} = \dfrac{0}{6{,}0 - 1{,}0} \Rightarrow e = 0$

b) $e = \dfrac{v'_B + v'_A}{v_A - v_B} = \dfrac{2{,}0 + 1{,}0}{5{,}0 - 1{,}0} \Rightarrow e = 0{,}75$

c) $e = \dfrac{v'_B - v'_A}{v_A + v_B} = \dfrac{2{,}0 - 1{,}0}{4{,}0 + 1{,}0} \Rightarrow e = 0{,}20$

d) $e = \dfrac{v'_B + v'_A}{v_A + v_B} = \dfrac{2{,}0 + 4{,}0}{4{,}0 + 2{,}0} \Rightarrow e = 1{,}0$

d) Um projétil de massa m = 15,0 g atinge um corpo de teste de 10,0 kg do aparelho pêndulo balístico. A medida da altura h foi de 5,0 cm. Determine a velocidade do projétil antes do impacto.

Solução

$$v = \frac{M + m}{m} \cdot \sqrt{2g \cdot h}$$

$$v = \frac{10{,}0 + (15{,}0 \cdot 10^{-3})}{15{,}0 \cdot 10^{-3}} \cdot \sqrt{2 \cdot 10{,}0 \cdot 5{,}0 \cdot 10^{-2}} \Rightarrow$$

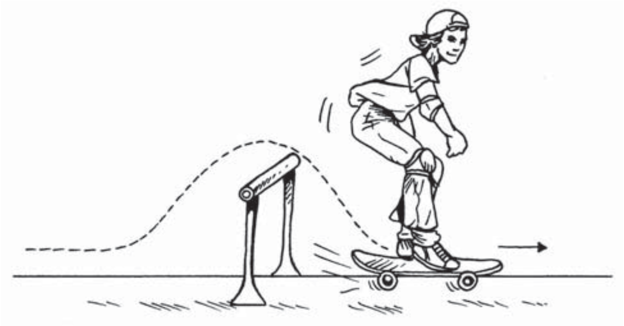
$$\Rightarrow \boxed{v = 667{,}7\ \frac{m}{s}}$$

EXERCÍCIOS PROPOSTOS

1. (Cesgranrio-RJ) Num rinque de patinação no gelo, horizontal e sem atrito, estão os patinadores A e B, de mesma massa, 40 kg, imóveis. Cada um deles segura uma bola de 0,4 kg de massa. Passados alguns instantes, eles arremessam a bola com velocidade de 10 $\frac{m}{s}$, sendo o arremesso de A paralelo ao rinque, e o de B, perpendicular a este. Imediatamente após o arremesso, os módulos das velocidades dos patinadores A e B são, respectivamente, iguais a $\left(\frac{m}{s}\right)$:

a) zero e zero
b) zero e 0,1
c) 0,1 e zero
d) 0,1 e 0,1
e) 0,4 e 0,4

2. (Fuvest–SP) Um menino de 40 kg está sobre um *skate*, que se move com velocidade constante de 3,0 $\frac{m}{s}$ numa trajetória retílinea e horizontal.
Defronte de um obstáculo, ele salta e após 1,0 s cai sobre o *skate* que durante todo o tempo manteve velocidade de 3,0 $\frac{m}{s}$.
Desprezando-se eventuais forças de atrito, calcule:

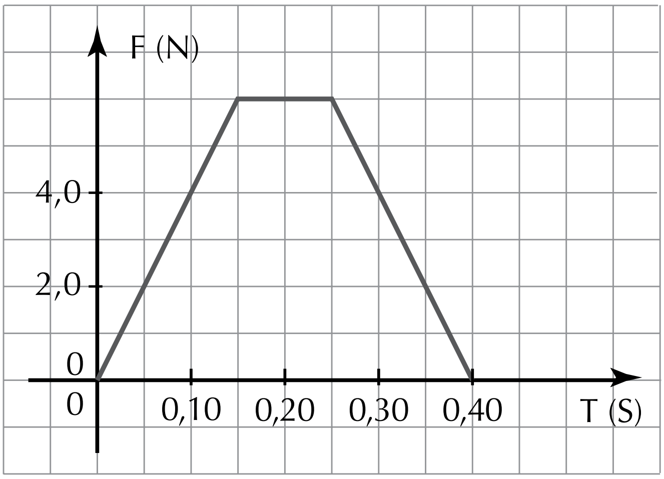


a) a altura que o menino atingiu no seru salto, tomando como referência a base do *skate*;

b) a quantidade de movimento no ponto mais alto de sua trajetória.

Enunciado para as questões 3 a 5.

(UFSE) Uma bola, com massa 800 g, ao ser chutada, é submetida a uma força que varia com o tempo, conforme o gráfico abaixo.



A bola estava em repouso no início da interação (arredondar os cálculos para 3 algarismos significativos sempre que o resultado implicar em mais de 3).

3. A energia transferida para a bola pelo chute foi, em joules, um valor mais próximo de:

a) 1,4 b) 2,9 c) 3,2 d) 5,2 e) 6,4

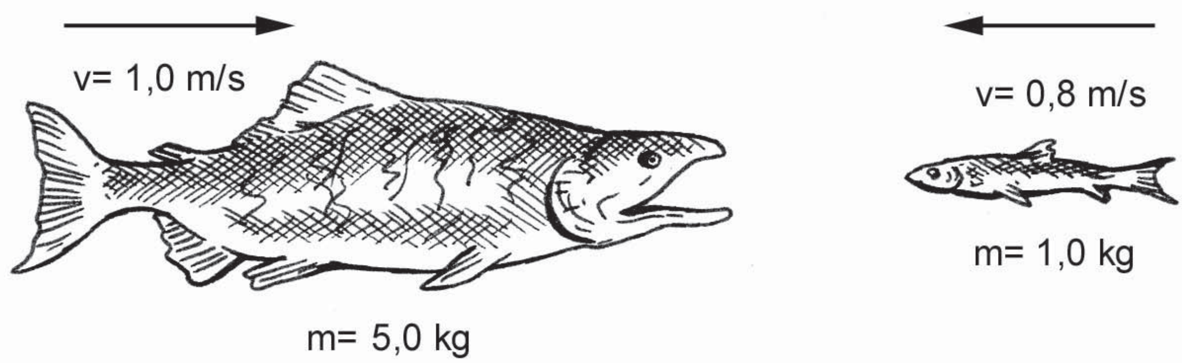
4. O impulso recebido pela bola durante a interação foi, em N·s, igual a:

a) 0,800 b) 1,00 c) 1,30 d) 1,40 e) 1,50

5. A velocidade da bola no fim da interação é, em $\frac{m}{s}$, mais próxima de:

a) 1,88 b) 1,65 c) 1,42 d) 1,15 e) 0,723

6. (UFPI) Na figura abaixo, o peixe maior, de massa M = 5,0 kg, nada para a direita a uma velocidade v = 1,0 $\frac{m}{s}$, e o peixe menor, de massa m = 1,0 kg, se aproxima dele a uma velocidade u = 8,0 $\frac{m}{s}$, para a esquerda. Após engolir o peixe menor, o peixe maior terá velocidade de (despreze qualquer efeito de resistência da água):



a) 0,50 $\frac{m}{s}$, para a esquerda;
b) 1,0 $\frac{m}{s}$, para a esquerda;
c) nula;
d) 0,50 $\frac{m}{s}$, para a direita;
e) 1,0 $\frac{m}{s}$, para a direita.

7. (Fuvest-SP) Um vagão A de massa 10.000 kg move-se com velocidade igual a 0,4 $\frac{m}{s}$ sobre trilhos horizontais sem atrito, até colidir com outro vagão B de massa 20.000 kg, inicialmente em repouso. Após a colisão, o vagão A fica parado. A energia cinética final do vagão B vale:

a) 100 J
b) 200 J
c) 400 J
d) 800 J
e) 1.600 J

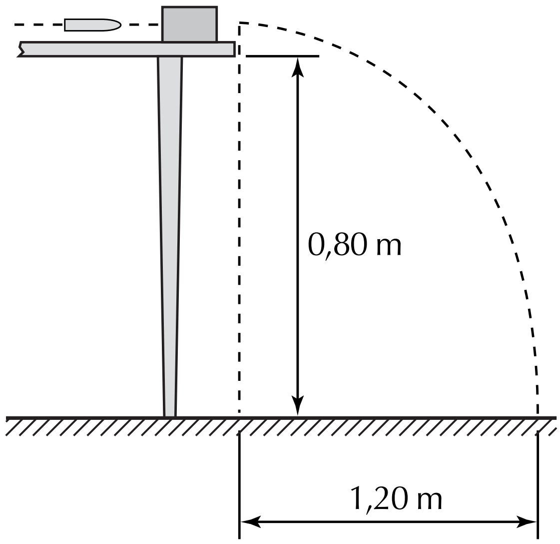
8. A quantidade de movimento de uma partícula de massa 400 g tem módulo 1.200 g · $\frac{m}{s}$. Nesse instante, a energia cinética da partícula é, em joules:

a) 9,0 b) 1,2 c) 3,0 d) 1,8 e) 0,8

9. Um avião a jato voa a 720 $\frac{km}{h}$. Um pássaro de 1,0 kg choca-se perpendicularmente contra o vidro dianteiro inquebrável da cabine do avião. Que força é aplicada ao vidro, se o choque dura um milésimo de segundo?

10. (Unesp-SP) Uma bala atinge um bloco de madeira de 0,990 kg colocado a 0,80 m do solo sobre uma mesa plana horizontal e perfeitamente lisa (ver figura ao lado).

A bala disparada horizontalmente contra o bloco em repouso alojou-se nele, e o conjunto (bala + bloco) foi lançado com velocidade v, atingindo o solo a 1,20 m da borda da mesa.



a) Adotando-se g = 10 $\frac{m}{s^2}$, determine a velocidade v do conjunto, ao abandonar a mesa. Despreze a resistência e o empuxo do ar.

b) Determine a velocidade com que a bala atingiu o bloco, sabendo-se que sua massa é igual a 0,010 kg.

Capítulo 10

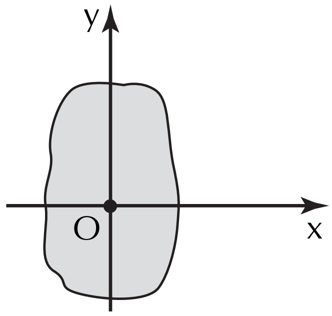
Equilíbrio dos Sólidos

1. Introdução

Para que se possa estudar o equilíbrio dos corpos, é fundamental que se estudem algumas características dos mesmos. Quando aplicamos uma força a um corpo extenso, temos que considerar em que ponto do corpo esta força é aplicada, para que seja possível estudar o fenômeno.

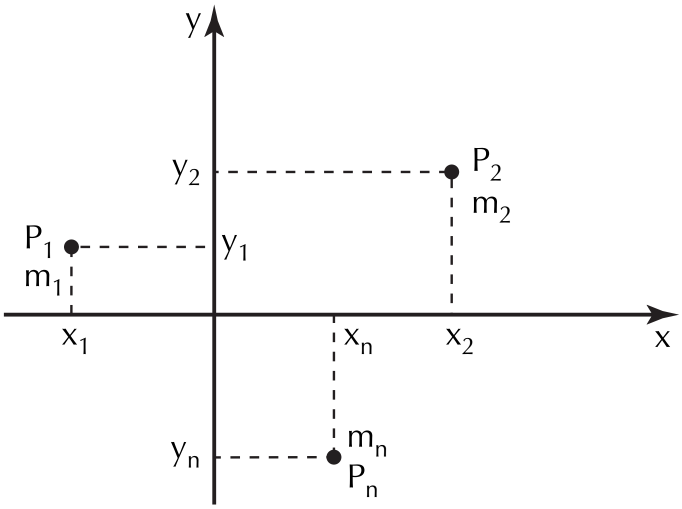
2. Centro de massa de um corpo

Determinados corpos possuem uma forma tal que, para estudá-los, é necessário determinar um ponto que possa representar a massa total do corpo, ou seja, o centro de massa. O mesmo se aplica quando temos vários corpos em conjunto, como se fora um único.



O → centro de massa

Para determinar o centro de massa de um conjunto de pontos materiais em um único plano, consideramos um conjunto de pontos materiais P_1, P_2, ... P_n, de massas m_1, m_2, ..., m_n. Em relação a um sistema cartesiano, estes pontos estão nas posições (x_1, y_1), (x_2, y_2), ..., (x_n, y_n) do gráfico a seguir.



Centro de massa é o ponto cujas coordenadas x e y são dadas pelas médias ponderadas das coordenadas x e y dos diversos pontos, sendo as massas dos corpos os pesos na média. Assim:

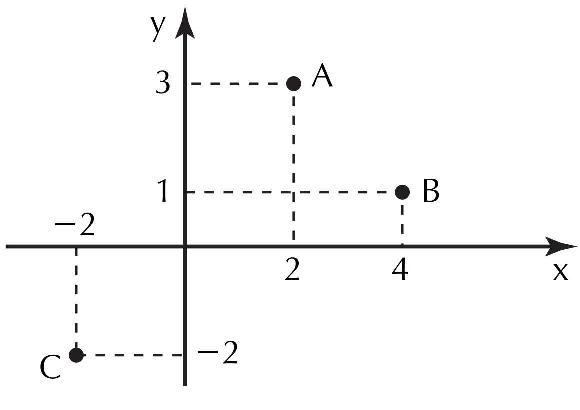
$$x = \frac{m_1x_1 + m_2x_2 + \dots m_nx_n}{m_1 + m_2 + \dots + m_n}$$

$$y = \frac{m_1y_1 + m_2y_2 + \dots m_ny_n}{m_1 + m_2 + \dots + m_n}$$

Um conjunto de corpos em um sistema isolado pode ser estudado externamente como se fora um só corpo, tomando-se como base o seu centro de massa.

Exemplo

a) Dado o sistema de pontos materiais ao lado, determinar o centro de massa do sistema, uma vez que a massa de A é 2 kg, a de B é 1 kg e a de C é 5 kg.



Solução

$$x = \frac{2 \cdot 2 + 1 \cdot 4 + 5 \cdot (-2)}{2 + 1 + 5} \Rightarrow \boxed{x = -\frac{1}{4}}$$

$$y = \frac{2 \cdot 3 + 1 \cdot 3 + 5 \cdot (-2)}{2 + 1 + 5} \Rightarrow \boxed{y = -\frac{3}{8}}$$

$$CM\left(-\frac{1}{4}, -\frac{3}{8}\right)$$

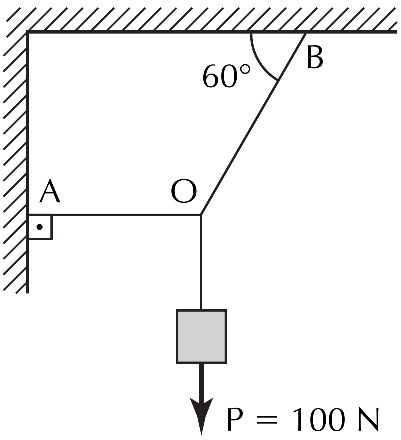
3. Equilíbrio de um ponto material

Para que um ponto material esteja em equilíbrio, basta que a força resultante sobre ele seja nula.

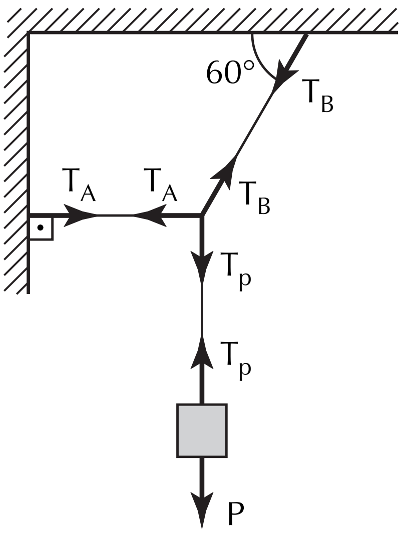
Serão analisadas, agora, apenas situações em que as forças estão no mesmo plano. Podemos analisar o sistema, decompondo as forças atuantes em um par de eixos perpendiculares, com origem no ponto de referência onde se queira analisar. Dessa maneira, a somatória das forças nos dois eixos tem que ser nula.

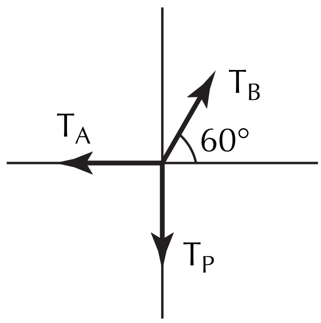
Exemplo

Supondo o sistema ao lado em equilíbrio, calcule a tração nos fios A e B.



Solução





$$\Sigma x = T_B \cdot \cos 60° - T_A = 0 \Rightarrow T_A = \frac{T_B}{2}$$

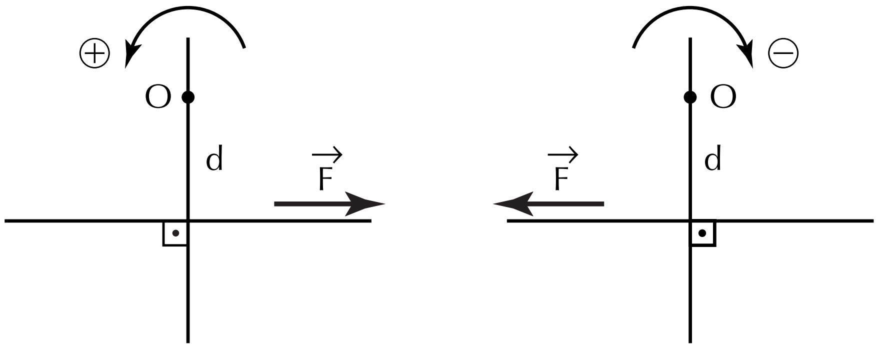
$$\Sigma y = T_B \cdot \text{sen } 60° - T_P = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow T_B = \frac{100}{\text{sen } 60°} \simeq 115{,}5 \text{ N}$$

$$T_A \simeq \frac{115{,}5}{2} = 57{,}75 \text{ N} \Rightarrow \boxed{T_A \simeq 57{,}7 \text{ N};\ T_B \simeq 115{,}5 \text{ N}}$$

4. Momento (torque) de uma força

Define-se o *momento* de uma força em relação a um ponto O, também chamado pólo, como o produto da intensidade da força $\vec{F}$ pela distância d do pólo à linha de ação da força.

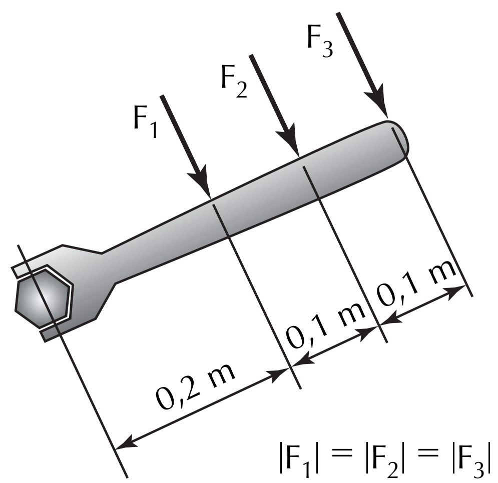


$M = +F \cdot d$ $\qquad$ $M = -F \cdot d$

Por convenção, adota-se o sinal positivo para o momento em que a força tende a gerar, em torno do pólo, rotação no sentido anti-horário; quando a força tende a gerar, em torno do pólo, rotação no sentido horário, adota-se o sinal negativo.

Exemplo

a) Calcule o momento produzido pelas forças indicadas na figura ao lado, e mostre qual delas é mais eficiente para retirar a porca indicada.



Solução

$$\left.\begin{aligned} M_1 &= -F_1 \cdot 0{,}2 \\ M_2 &= -F_2 \cdot 0{,}3 \\ M_3 &= -F_3 \cdot 0{,}4 \end{aligned}\right\} \Rightarrow M_3 > M_2 > M_1$$

A força F_3 é mais eficiente, pois produz maior torque sobre a porca.

No exemplo acima, quanto maior a haste da ferramenta, uma vez aplicada a força na extremidade da haste, menor será a força necessária para girar a porca. A esse efeito dá-se o nome de *efeito de alavanca*.

Utilidades da alavanca

O efeito de alavanca tem uma infinidade de aplicações práticas, uma vez que, com uma pequena força e a utilização de um braço de alavanca, podemos obter momentos ou torques consideráveis.

Outro exemplo de torque está na caixa de câmbio de um automóvel, que é constituída de elementos mecânicos que compatibilizam o torque e a velocidade do motor com a necessidade de torque e velocidade nas rodas. Observe que, em uma "subida", utilizamos a chamada primeira marcha para obter alto torque e, em conseqüência, obtemos baixa velocidade. Não conseguimos que o automóvel vença a "subida" na quinta marcha, que é de baixo torque e alta velocidade.

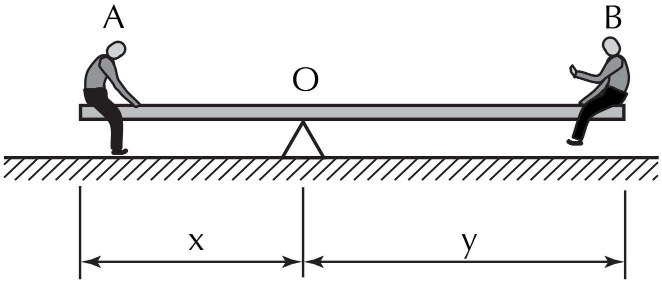
5. Equilíbrio de um corpo extenso

Para que um corpo extenso esteja em equilíbrio, devem ser satisfeitas as condições:

- a soma vetorial das forças que agem sobre o corpo deve ser nula;
- a soma dos momentos das forças que agem sobre o corpo, em relação a um ponto qualquer, deve ser nula.

Exemplos

a) Dois meninos estão sentados nas extremidades de uma gangorra de 3,6 m de comprimento. O garoto da extremidade A tem 25 kg de massa, e o da extremidade B, 20 kg. Determine os comprimentos x e y indicados na figura para que a gangorra fique em equilíbrio no ponto de apoio.



Solução

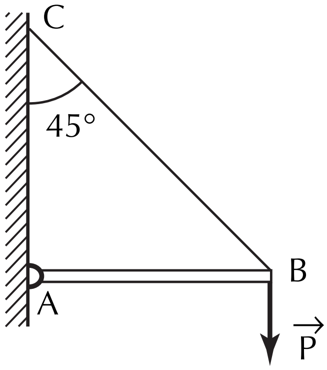
$\Sigma M_0 = 0 \Rightarrow P_A \cdot x = P_B \cdot y \Rightarrow 25x = 10y$ 1

$x + y = 3{,}6\ \text{m} \Rightarrow x = 3{,}6 - y$ 2

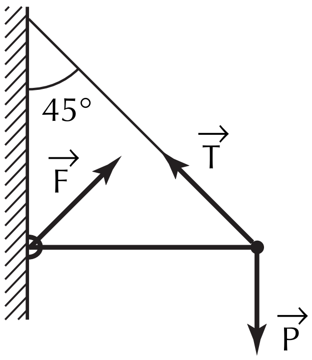
1 $\rightarrow$ 2 $\Rightarrow 25\,(3{,}6 - y) = 20y \Rightarrow$ $y = 2\ \text{m}$

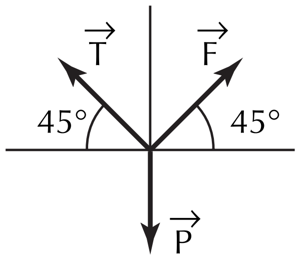
$x + 2 = 3{,}6 \Rightarrow$ $x = 1{,}6\ \text{m}$

b) Na figura ao lado, mostramos uma estrutura em que a barra AB é rígida e o fio BC é ideal. Sendo o peso da carga P = 200 N, determine a tração no fio BC e as componentes horizontal e vertical da força na articulação A.



Solução





$\Sigma F_x = 0 \Rightarrow F \cdot \cos 45° - T \cdot \cos 45° = 0$

$\Sigma F_y = 0 \Rightarrow F \cdot \text{sen}\ 45° + T \cdot \text{sen}\ 45° - P = 0$

$F \cdot \cos 45° = T \cdot \cos 45° \Rightarrow F = T$

$F \cdot \text{sen}\ 45° + T \cdot \text{sen}\ 45° = P$

$2\,F \cdot \text{sen}\ 45° = P$

$$F = \frac{P}{2 \cdot \text{sen } 45°} = \frac{200}{2 \cdot \text{sen } 45°} \simeq 141{,}4 \text{ N}$$

$$T = F \simeq 141{,}4 \text{ N} \Rightarrow \boxed{T \simeq 141{,}4 \text{ N}}$$

$$F_x = F \cdot \cos 45° = 100 \text{ N} \Rightarrow \boxed{F_x \simeq 100 \text{ N}}$$

$$F_y = F \cdot \text{sen } 45° = 100 \text{ N} \Rightarrow \boxed{F_y \simeq 100 \text{ N}}$$

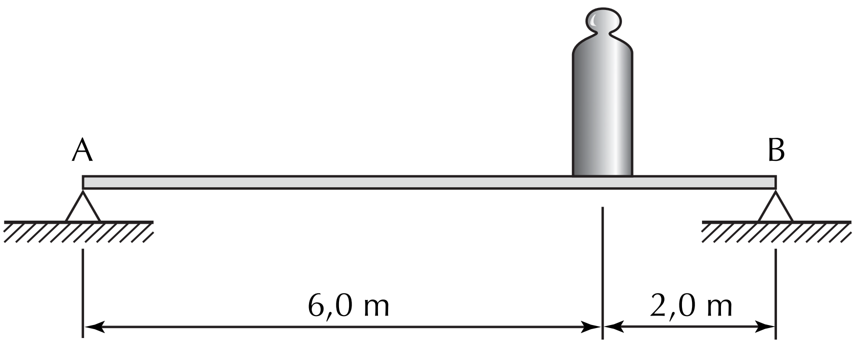
EXERCÍCIOS PROPOSTOS

1. (UFRRJ) Na figura abaixo suponha que o menino esteja empurrando a porta com uma força $F_1 = 5$ N, atuando a uma distância $d_1 = 2$ m das dobradiças (eixo de rotação) e que o homem exerça uma força $F_2 = 80$ N a uma distância de 10 cm do eixo de rotação.

Nestas condições, pode-se afirmar que:

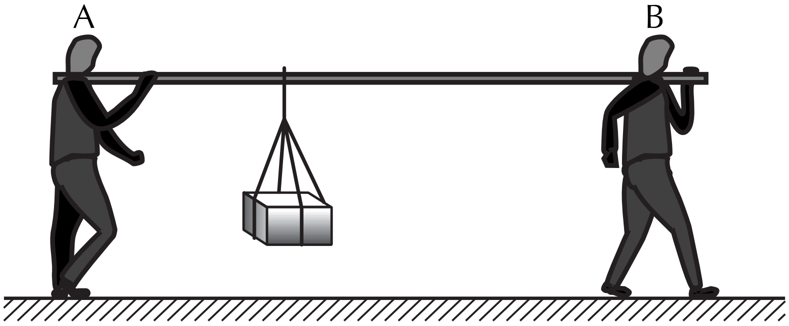
a) a porta estaria girando no sentido de ser fechada;
b) a porta estaria girando no sentido de ser aberta;
c) a porta não gira em sentido algum;
d) o valor do momento aplicado à porta pelo homem é maior que o valor do momento aplicado pelo menino;
e) a porta estaria girando no sentido de ser fechada, pois a massa do homem é maior do que a massa do menino.

2. (UFSC) A barra da figura abaixo é homogênea, com 8,0 m de comprimento e 18,0 N de peso. A 2,0 m da extremidade B é colocado um peso de 8,0 N. Na situação de equilíbrio, calcule o módulo da reação que o apoio B exerce na barra. Dê sua resposta em newtons.

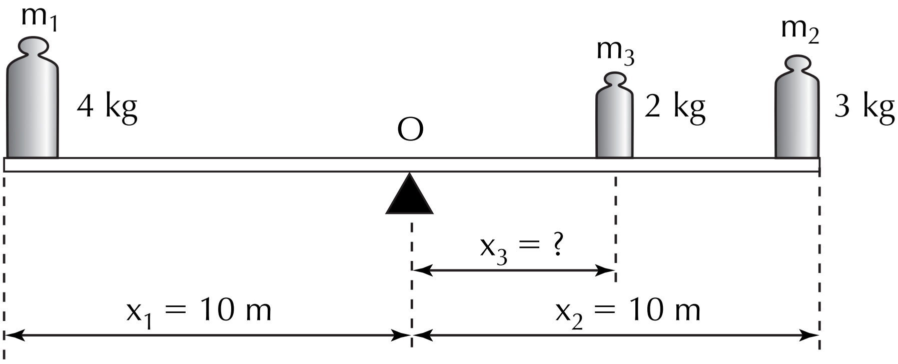


3. Duas pessoas carregam um pacote que pesa 500 N, suspenso em uma barra AB de peso desprezível, de 2,0 m de comprimento, cujas extremidades apóiam-se em seus ombros. O pacote está a 0,6 m da extremidade A. A força aplicada pela extremidade B ao ombro do carregador será de:

a) 250 N
b) 150 N
c) 300 N
d) 350 N
e) 100 N

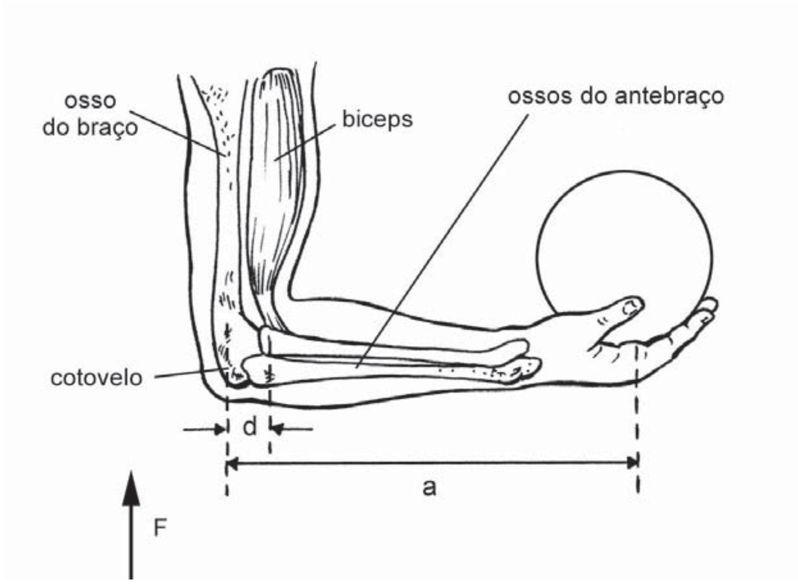


4. (UFSC) Os três corpos da figura a seguir têm massas respectivamente iguais a 4, 3 e 2 kg. Eles estão colocados sobre uma barra rígida e de peso desprezível, que se encontra sobre um apoio central. Qual a distância x_3 (em metros), em relação ao ponto O, onde devemos colocar a massa m_3, para que o sistema permaneça em equilíbrio na horizontal?



5. (Unicamp–SP) O bíceps é um dos músculos envolvidos no processo de dobrar nossos braços. Esse músculo funciona num sistema de alavanca como é mostrado na figura a seguir. O simples ato de equilibrarmos um objeto na palma da mão, estando o braço em posição vertical e o antebraço em posição horizontal, é o resultado de um equilíbrio das seguintes forças: o peso P do objeto, a força F que o bíceps exerce sobre um dos ossos do antebraço e a força C que o osso do braço exerce sobre o cotovelo. A distância do cotovelo até a palma da mão é de a = 0,30 m e a dis-

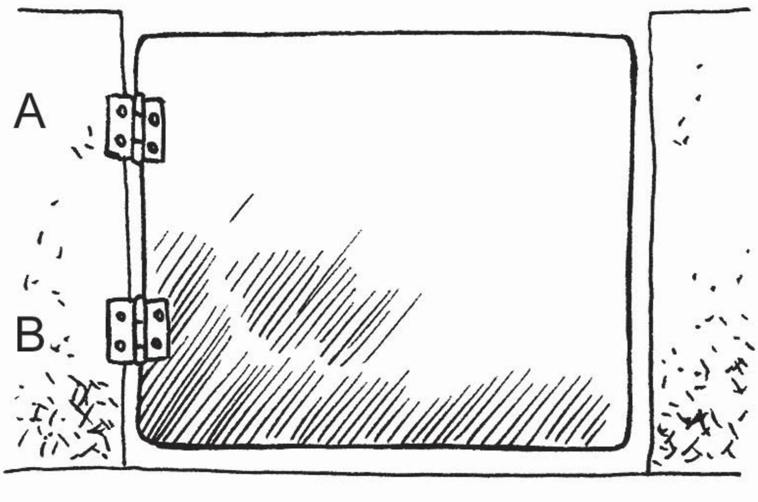
tância do cotovelo até o ponto em que o bíceps está ligado a um dos ossos do antebraço é de d = 0,04 m. O objeto que a pessoa está segurando tem massa m = 2,0 kg. Despreze o peso do antebraço e da mão.



a) Determine a força F que o bíceps deve exercer no antebraço.

b) Determine a força C que o osso do braço exerce nos ossos do antebraço.

6. (Enem-MEC) Um portão está fixo em um muro por duas dobradiças A e B, conforme mostra a figura, sendo P o peso do portão.



Caso um garoto se dependure no portão pela extremidade livre, e supondo que as reações máximas suportadas pelas dobradiças sejam iguais,

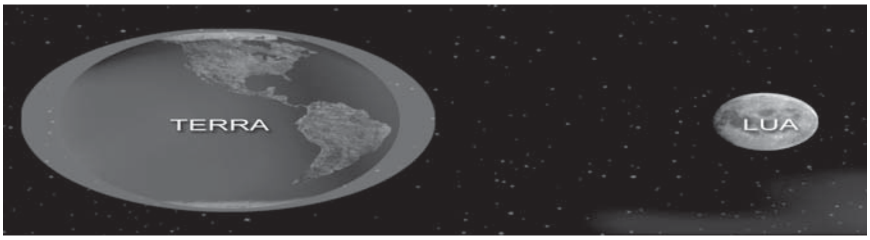
a) é mais provável que a dobradiça A arrebente primeiro que a B.

b) é mais provável que a dobradiça B arrebente primeiro que a A.

c) seguramente as dobradiças A e B arrebentarão simultaneamente.

d) nenhuma delas sofrerá qualquer esforço.

e) o portão quebraria ao meio, ou nada sofreria.



EQUILÍBRIO DOS FLUIDOS

1. Fluidos

Fluidos são corpos que não apresentam forma própria.

Quando despejamos um fluido em um recipiente, ele adquire a forma desse recipiente.

Os líquidos e os gases são considerados fluidos.

Os gases têm o volume variável e preenchem totalmente o volume do recipiente que os contém, ao passo que os líquidos têm volume quase invariável, ou seja, são praticamente incompressíveis.

2. Pressão

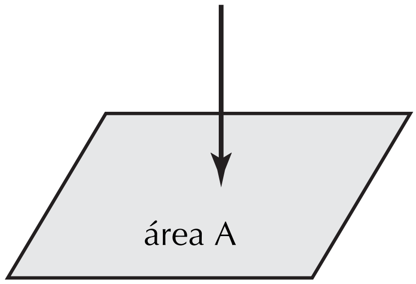
Consideremos uma superfície de área A sobre a qual se distribui perpendicularmente um sistema de forças de resultante igual a $\vec{F}$.

Chamamos de *pressão média* na superfície em questão, o qüociente entre o módulo da força e a área da superfície considerada.

$$\boxed{p_m = \frac{F}{A}}$$

Para um sistema de forças com distribuição uniforme sobre a superfície, a pressão média será igual à pressão em qualquer ponto.

$$\boxed{p = \frac{F}{A}}$$



No SI, a unidade de pressão é o pascal (Pa), que equivale a um Newton por metro quadrado $\left(\frac{N}{m^2}\right)$.

$$\boxed{1\ \text{Pa} = 1\ \frac{N}{m^2}}$$

Exemplo

a) Uma área de 1,5 m^2 está submetida a uma pressão uniforme de 10 Pa. Qual a força total, em newtons, que age sobre a superfície?

Solução

$F = p \cdot A \Rightarrow F = 10 \cdot 1{,}5 \Rightarrow \boxed{F = 15\ N}$

2.1. Pressão atmosférica

A Terra está envolta por uma camada de gases, o ar, chamada *atmosfera*. Como o ar também tem peso, ele exerce uma pressão sobre a superfície da Terra chamada *pressão atmosférica*. No nível do mar, a pressão atmosférica vale $1{,}0 \cdot 10^5$ Pa. Este valor é chamado de *pressão atmosférica normal*.

Atmosfera (atm) é outra unidade usada como medida para a pressão.

$$\boxed{1\ \text{atm} = 1{,}0 \cdot 10^5\ \text{Pa}}$$

3. Densidade

Consideremos um corpo de massa m e volume V. A densidade do corpo é definida como o quociente da massa pelo volume.

$$\boxed{d = \frac{m}{V}}$$

A unidade para a densidade no SI é o quilograma por metro cúbico $\left(\frac{kg}{m^3}\right)$.

Lembramos que a unidade litro (ℓ) também é muito usada para a medida de volume, equivalendo a:

$$1\ell = 1\ dm^3 = 1{,}0 \cdot 10^{-3}\ m^3$$

Apresentamos, a seguir, uma tabela de densidades para vários materiais:

Materiais	**Densidade** $\left(\frac{kg}{m^3}\right)$
Ar (20°C e 1 atm)	1,2
Álcool etílico	$0{,}79 \cdot 10^3$
Gelo	$0{,}92 \cdot 10^3$
Água	$1{,}00 \cdot 10^3$
Vidro	$2{,}60 \cdot 10^3$
Alumínio	$2{,}70 \cdot 10^3$
Ferro	$7{,}60 \cdot 10^3$
Mercúrio	$13{,}60 \cdot 10^3$
Ouro	$19{,}30 \cdot 10^3$
Platina	$21{,}40 \cdot 10^3$

Exemplos

a) Um bloco de massa 20 kg ocupa um volume de 0,02 m^3. Qual é o valor de sua densidade?

Solução

$$d = \frac{m}{V} \Rightarrow d = \frac{20}{0{,}02} \Rightarrow d = 1{,}0 \cdot 10^3\ \frac{kg}{m^3}$$

b) Determine a massa de um litro de água e de um litro de mercúrio.

Solução

Massa de 1 ℓ de água:

$d_{água} = 1,0 \cdot 10^3 \dfrac{kg}{m^3} \Rightarrow V_{água} = 1,0 \cdot 10^{-3}\ m^3$

$m = d \cdot V \Rightarrow m = 1,0 \cdot 10^3 \cdot 1,0 \cdot 10^{-3} \Rightarrow \boxed{m = 1,0\ kg}$

Massa de 1ℓ de mercúrio:

$d_{mercúrio} = 13,6 \cdot 10^3 \dfrac{kg}{m^3}$

$m = d \cdot V \Rightarrow m = 13,6 \cdot 10^3 \cdot 1,0 \cdot 10^{-3} \Rightarrow \boxed{m = 13,6\ kg}$

c) Uma força de 25 N é exercida por um martelo na cabeça de um prego, cuja área de contato com uma superfície de madeira é de 0,30 mm^2. Calcule, em Pa, a pressão exercida pela ponta do prego na madeira.

Solução

$A = 0,30\ mm^2$. Convertendo essa área de mm^2 para m^2, temos $3,0 \cdot 10^{-7}\ m^2$.

$$p = \frac{F}{A} \Rightarrow p = \frac{25}{3,0 \cdot 10^{-7}} \Rightarrow \boxed{p = 8,3 \cdot 10^7\ Pa}$$

d) Para determinar a pureza de uma peça de ouro de 5,02 g, mergulhou-se a peça em um recipiente graduado contendo água. Pela diferença do nível da água antes e depois de mergulhar a peça, determinou-se o volume da peça em 0,26 cm^3. A peça é realmente de ouro?

Solução

$m_p = 5,02;\ g = 5,02 \cdot 10^{-3}\ kg;$

$V_p = 0,26\ cm^3 = 2,6 \cdot 10^{-7}\ m^3$

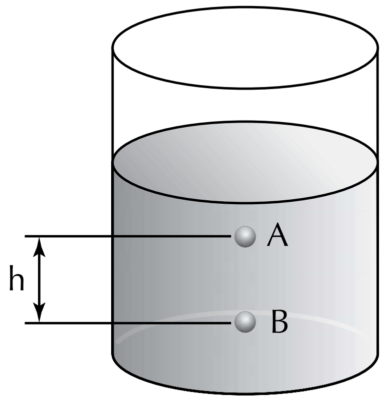
$$d_p = \frac{m_p}{V_p} \Rightarrow d_p = \frac{5,02 \cdot 10^{-3}}{2,6 \cdot 10^{-7}} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \boxed{d_p = 1,93 \cdot 10^4 \frac{kg}{m^3}}$$

A peça é de ouro, pois apresenta a mesma densidade desse metal.

4. Lei de Stevin

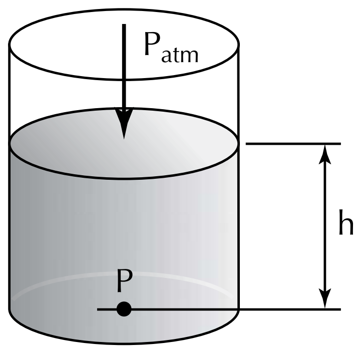
Considerando um líquido em equilíbrio no interior de um recipiente, sendo p_A e p_B as pressões nos pontos A e B, a diferença das pressões é diretamente proporcional à densidade (d) do líquido, à aceleração da gravidade local (g) e à diferença de nível entre os pontos (h).



$$\boxed{p_B - p_A = d \cdot g \cdot h}$$

Como conseqüência dessa lei, dois pontos no mesmo nível estarão sujeitos à mesma pressão, atendendo à condição de equilíbrio do líquido.

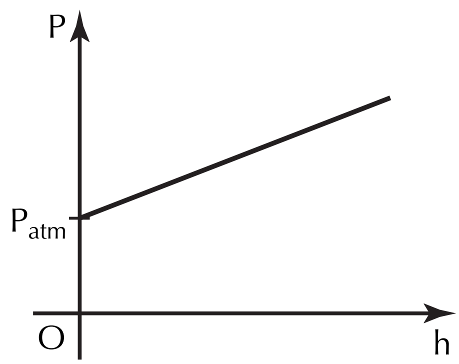
Quando a superfície do líquido está sujeita à ação da pressão atmosférica, o cálculo da pressão no ponto P é realizado com base na seguinte fórmula:



$$\boxed{p = p_{atm} + d \cdot g \cdot h}$$

A parcela $d \cdot g \cdot h$ da equação acima é chamada pressão hidrostática ou efetiva, e p, pressão total ou absoluta.

$$\boxed{p_{total} = p_{atm} + p_{hidrostática}}$$



O gráfico ao lado representa essa fórmula.

Leia sobre As Marés no Encarte Colorido.

Exemplos

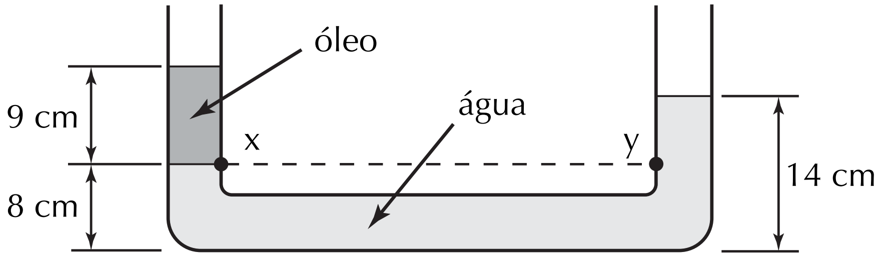
a) Um peixe de água salgada está submerso no mar a 50 m de profundidade, em um local onde a pressão atmosférica é de 1,0 atm. Sabendo-se que a densidade da água do mar é $d = 1{,}03 \cdot 10^3 \ \frac{kg}{m^3}$ e $g = 10 \ \frac{m}{s^2}$, determine a pressão a que o peixe está submetido.

Solução

$p = p_{atm} + d \cdot g \cdot h$ e $p_{atm} = 1{,}0 \cdot 10^5$ Pa

$p = 1{,}0 \cdot 10^5 + 1{,}03 \cdot 10^3 \cdot 10 \cdot 50 \Rightarrow \boxed{p = 6{,}15 \cdot 10^5 \text{ Pa}}$

b) Um tubo foi enchido com dois líquidos diferentes, água e óleo. Após o equilíbrio do sistema, temos a situação abaixo:



Calcule a densidade do óleo usado no sistema.

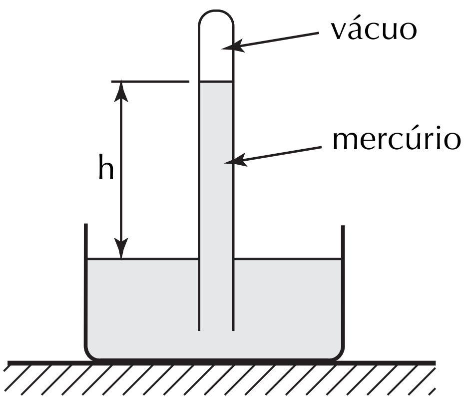
Solução

$$\left.\begin{aligned} p_x &= p_{atm} + d_o \cdot g \cdot h_1 \\ p_y &= p_{atm} + d_a \cdot g \cdot h_2 \end{aligned}\right\} p_x = p_y \Rightarrow$$

$d_o \cdot g \cdot (9 \cdot 10^{-2}) = 1{,}0 \cdot 10^3 \cdot g \cdot (14 \cdot 10^{-2} - 8 \cdot 10^{-2}) \Rightarrow$

$\Rightarrow \boxed{d_o = 6{,}7 \cdot 10^2 \ \frac{kg}{m^3}}$

c) Sabendo-se que o barômetro é um instrumento usado para a medida da pressão atmosférica, baseado na lei de Stevin e de acordo com a figura ao lado, determine a pressão local (SI). Dados: densidade do mercúrio $d = 13.600 \ \frac{kg}{m^3}$, $g = 10 \ \frac{m}{s^2}$ e $h = 50$ cm.

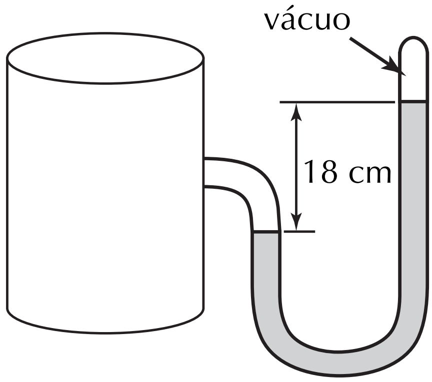


Solução

$p_{atm} = d \cdot g \cdot h \Rightarrow p_{atm} = 1{,}36 \cdot 10^4 \cdot 10 \cdot 50 \cdot 10^{-2} \Rightarrow$

$\Rightarrow \boxed{p_{atm} = 6{,}8 \cdot 10^4\ \text{Pa}}$ ou $\boxed{p_{atm} = 6{,}8 \cdot 10^{-1}\ \text{atm}}$

d) Na figura ao lado, vemos um recipiente com gás rarefeito e um medidor de pressão (manômetro) de mercúrio acoplado. Calcule a pressão do gás (SI) utilizando d e g do exemplo anterior.



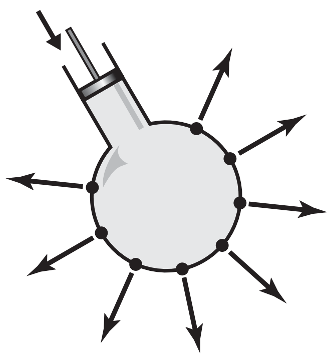
Solução

$p = d \cdot g \cdot h \Rightarrow p = 1{,}36 \cdot 10^4 \cdot 10 \cdot 18 \cdot 10^{-2} \Rightarrow$

$\Rightarrow \boxed{p = 2{,}4 \cdot 10^4\ \text{Pa}}$

5. Princípio de Pascal*

Tome-se uma esfera oca provida de orifícios tampados com material adequado e cheia de líquido, sendo possível aplicar pressão por meio de um êmbolo, conforme mostra a figura a seguir. Ao ser acionado o êmbolo em um determinado instante, todos os tampões se soltam simultaneamente, provando que a pressão exercida pelo êmbolo se transmite uniformemente por todo o líquido e paredes do recipiente.



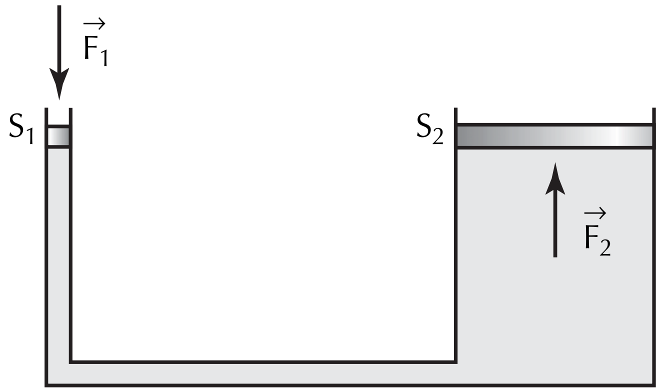
O princípio de Pascal é uma conseqüência da lei de Stevin.

> A variação de pressão provocada em um ponto de um líquido se transmite integralmente a todos os pontos do líquido e as paredes do recipiente que o contém.

---

* **Blaise Pascal (1623-1662)**
Matemático, físico, filósofo religioso e homem de letras nascido na França.

Este princípio tem aplicação prática na prensa hidráulica, esquematizada ao lado, largamente utilizada no dia-a-dia.



Aplicando-se sobre a superfície S_1 uma força $\vec{F}_1$, haverá sobre o líquido um acréscimo de pressão dado por:

$$\boxed{\Delta P = \frac{F_1}{S_1}}.$$

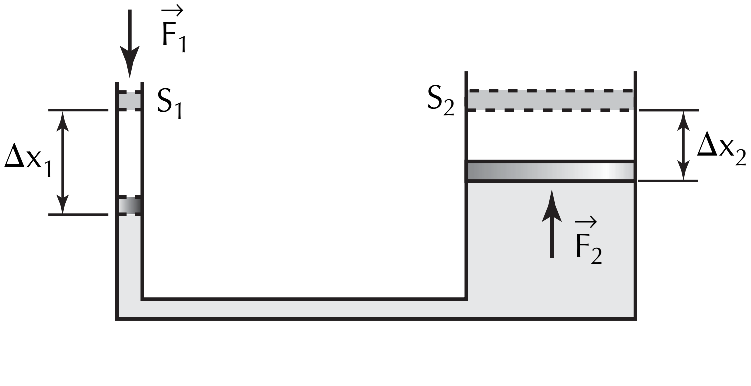
O acréscimo de pressão se transmite para o líquido e exerce pressão sobre a superfície maior S_2. Assim, temos:

$$\boxed{\Delta P = \frac{F_2}{S_2} \quad \Rightarrow \quad \frac{F_1}{S_1} = \frac{F_2}{S_2}}$$

As forças atuantes na prensa hidráulica têm intensidades diretamente proporcionais às áreas dos êmbolos.

A prensa hidráulica é utilizada em situações onde é necessário, com a aplicação de uma força de pequena intensidade, obter forças de grande intensidade, como nos elevadores de postos de troca de óleo para veículos, prensas de fardos etc.

Observe que o volume de líquido deslocado do primeiro recipiente, após o movimento dos êmbolos, passa a ocupar o recipiente maior. Logo, o deslocamento dos êmbolos será inversamente proporcional à suas respectivas áreas:



$$\boxed{\Delta x_1 \cdot S_1 = \Delta x_2 \cdot S_2}$$

Exemplos

a) Uma prensa hidráulica consta de dois tubos cujas áreas são 10 cm^2 e 50 cm^2, respectivamente. Aplica-se no êmbolo do cilindro menor uma força de intensidade 50 N. Determine a força exercida pelo êmbolo maior e o seu deslocamento para cada 5,0 cm do êmbolo menor.

Solução

Para o cálculo da força exercida pelo embolo maior, temos:

$$\frac{F_1}{S_1} = \frac{F_2}{S_2} \Rightarrow F_2 = \frac{50}{10} \cdot 50 \Rightarrow \boxed{F_2 = 250\ \text{N}}$$

Para o deslocamento solicitado, temos:

$$\Delta x_1 \cdot S_1 = \Delta x_2 \cdot S_2 \Rightarrow S_2 = \frac{5{,}0 \cdot 10}{50} \Rightarrow \boxed{S_2 = 1{,}0\ \text{cm}}$$

b) Um elevador de veículos é acionado por um cilindro de 45 cm^2 de área útil, no qual se pode aplicar uma força máxima de 1.200 N. O óleo pelo qual é transmitida a pressão é comprimido em um outro cilindro de 765 cm^2. Qual é a capacidade de levantamento do elevador? Dê a resposta em quilogramas. Use $g = 10\ \frac{m}{s^2}$.

Solução

$$F_2 = \frac{F_1}{S_1} \cdot S_2 \Rightarrow F_2 = \frac{1.200}{45} \cdot 765 = 20{,}4 \cdot 10^3\ \text{N}$$

$$C = \frac{20{,}4 \cdot 10^3\ \text{N}}{10\ \frac{kg}{s^2}} \Rightarrow \boxed{C = 2{,}04 \cdot 10^3\ \text{kg ou } 2{,}04\ \text{ton}}$$

c) Uma bomba de alta pressão bombeia óleo hidráulico por um encanamento que o leva a um pistão de área útil 80 cm^2. Sabendo-se que o óleo é mantido pela bomba a uma pressão de 500 $\frac{N}{cm^2}$, determine a força que o pistão tem condições de exercer. Considere quaisquer perdas desprezíveis.

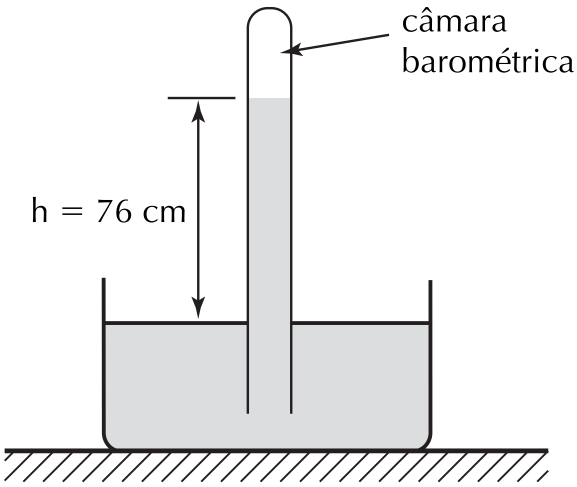
Solução

$$p = \frac{F}{S} \Rightarrow F = 500\ \frac{N}{cm^2} \cdot 80\ cm^2 \Rightarrow \boxed{F = 4{,}0 \cdot 10^4\ \text{N}}$$

6. Experiência de Torricelli — outras unidades de pressão

O instrumento utilizado por Torricelli para sua experiência consta de um tubo de aproximadamente 1 m, completamente cheio de mercúrio, invertido em uma cuba que também contém mercúrio. Liberando-se o tubo, o nível do mercúrio desce até chegar a uma altura de 76 cm, conforme a figura a seguir, no caso de a experiência ter sido realizada no nível do mar, onde $g = 9{,}8\ \frac{m}{s^2}$, e à temperatura de 0 °C. Acima do mercúrio, forma-se a chamada *câmara barométrica*, onde encontramos praticamente vácuo.

Na experiência descrita, a pressão atmosférica na superfície do líquido é equilibrada pela pressão que exerce a coluna de mercúrio com 76 cm.



As colunas líquidas, como o tubo do barômetro (instrumento utilizado para a medida de pressão) de Torricelli, exercem uma pressão que não depende do diâmetro do tubo. Por essa razão, é comum medir a pressão atmosférica em unidades correspondentes à altura de colunas líquidas.

A pressão atmosférica normal corresponde a uma coluna de mercúrio com 76 cm de altura, medida a 0°C em um local de $g = 9{,}8\ \frac{m}{s^2}$. Essa medida constitui a unidade atmosfera normal ou simplesmente atmosfera (atm). Sua equivalência com a unidade centímetro de mercúrio (cmHg) ou milímetro de mercúrio (mmHg), também chamada Torricelli (torr), a unidade SI, é apresentada a seguir:

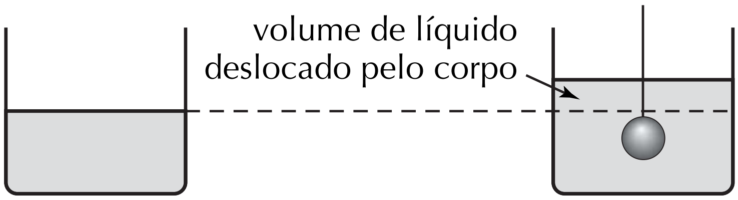
$$1\ \text{atm} = 76\ \text{cmHg} = 760\ \text{mmHg}$$
$$1\ \text{atm} \simeq 1{,}013 \cdot 10^5\ \frac{N}{m^2}$$

Para uma temperatura ambiente normal e para qualquer ponto da superfície da Terra, costuma-se, na prática, tomar a leitura da coluna de mercúrio como medida direta da pressão atmosférica, sem efetuar correções.

7. Princípio de Arquimedes*

Um corpo, ao ser mergulhado em um líquido, aparentemente tem seu peso diminuído, chegando às vezes a ser totalmente anulado quando o corpo flutua. Esse fenômeno ocorre devido a uma força que atua de baixo para cima, aplicada pelo líquido sobre o corpo, sempre que o mesmo é mergulhado. A essa força chamamos *empuxo* (E).

Tomando um recipiente graduado contendo água, conforme a figura abaixo, mergulha-se nele um corpo. É possível observar que a presença do corpo deslocou um determinado volume (V) de líquido.



Com base nessa experiência, Arquimedes estabeleceu o seguinte princípio:

> Um corpo mergulhado em um fluido em equilíbrio, recebe um empuxo vertical, de baixo para cima, cuja intensidade é igual ao peso do fluido deslocado pelo corpo.

Tomando um fluido de densidade constante, temos:

$$\boxed{E = P_f} \quad (P_f = \text{peso do fluido deslocado})$$

---

* **Arquimedes (287-212 a.C.)**
Inventor e matemático grego. Principalmente conhecido como notório matemático e contribuidor para diversos ramos da Física.

Sendo V_1 o volume do fluido deslocado e d_f , a densidade do fluido, temos:

$$\boxed{P_f = d_f \cdot V_f \cdot g}$$

Logo:

$$\boxed{E = d_f \cdot V_f \cdot g}$$

Para o caso de mergulho de corpos em líquidos, temos três situações distintas:

a) *O corpo é mais denso que o líquido*, logo, o mesmo fica totalmente imerso e o volume do líquido deslocado é igual ao volume do corpo.

$$\boxed{P_c > E \ \Rightarrow \ d_c > d_L,}$$

Onde P_c é o peso do corpo, d_c, a densidade do corpo, e d_L, a densidade do líquido.

b) *O corpo tem a mesma densidade do líquido*, logo, o mesmo fica totalmente imerso e o volume do líquido deslocado é igual ao volume do corpo.

$$\boxed{P_c = E \Rightarrow d_c = d_L}$$

As forças que agem sobre o corpo são nulas, seja qual for a profundidade do corpo imerso.

c) *O corpo é menos denso que o líquido*; logo, o corpo ficará parcialmente imerso e sujeito, de início, à ação de uma força resultante de baixo para cima, denominada força ascensional, até que, à medida que o corpo vai emergindo e o volume do líquido deslocado diminui – e, por conseguinte, a força ascensional também diminui –, o equilíbrio é atingido. Quando o equilíbrio é atingido, o volume do líquido deslocado será menor que o volume do corpo.

$$\boxed{P_c < E \Rightarrow d_c < d_L}$$

(antes do equilíbrio)

A flutuabilidade dos balões

O ar tem sua densidade reduzida ao ser aquecido. Como o ar dentro do balão é aquecido por uma chama, quando ele se dilata, parte do ar escapa e o que permanece dentro do balão tem sua densidade reduzida.

Pelo fato de o ar externo ser mais denso que o interno ao balão, o empuxo sobre o balão será maior que seu peso, fazendo-o flutuar, e, regulando-se a temperatura do ar interno, o balão sobe ou desce.

Exemplos

a) Um corpo de 300 cm^3 está totalmente submerso em água, apoiado no fundo de um recipiente. Sabendo-se que a densidade do corpo é igual a 6.000 $\frac{kg}{m^3}$, determine a força que o corpo exerce no fundo desse recipiente. Considere $g = 10\ \frac{m}{s^2}$.

Solução

A força solicitada será o peso do corpo, subtraído do empuxo ao qual o mesmo está submetido. Logo:

$F = P - E$

$P = m \cdot g = d_c \cdot V_c \cdot g$

$P = 6.000 \cdot 300 \cdot 10^{-6} \cdot 10 \Rightarrow P = 18\ N$

$E = d_L \cdot V_L \cdot g$

$E = 1.000 \cdot 300 \cdot 10^{-6} \cdot 10 \Rightarrow E = 3\ N$

$F = 18 - 3 \Rightarrow \boxed{F_p = 15\ N}$

b) Um bloco com peso P_c = 2.700 N, flutua com 60% de seu volume submerso. Determine a densidade do líquido (d_L) no qual o bloco está parcialmente submerso.

Solução

$P_c = E = 2.700\ N$

$E = d_L \cdot V_L \cdot g \quad \Rightarrow \quad V_L = 0{,}6 \cdot 0{,}5\ m^3 = 0{,}3\ m^3$

$$d_L = \frac{2.700}{0{,}3 \cdot 10} \quad \Rightarrow \quad \boxed{d_L = -900\ \frac{kg}{m^3}}$$

c) Um corpo totalmente imerso em mercúrio está em equilíbrio. Calcule o peso desse corpo, sabendo-se que o volume deslocado foi de 30 cm^3. Considere $g = 10\ \frac{m}{s^2}$.

Solução

$E = P_c \ \Rightarrow \ d_c = d_L = 13{,}6 \cdot 10^3\ \frac{kg}{m^3}$

$V_c = V_{deslocado} = 30\ cm^3$

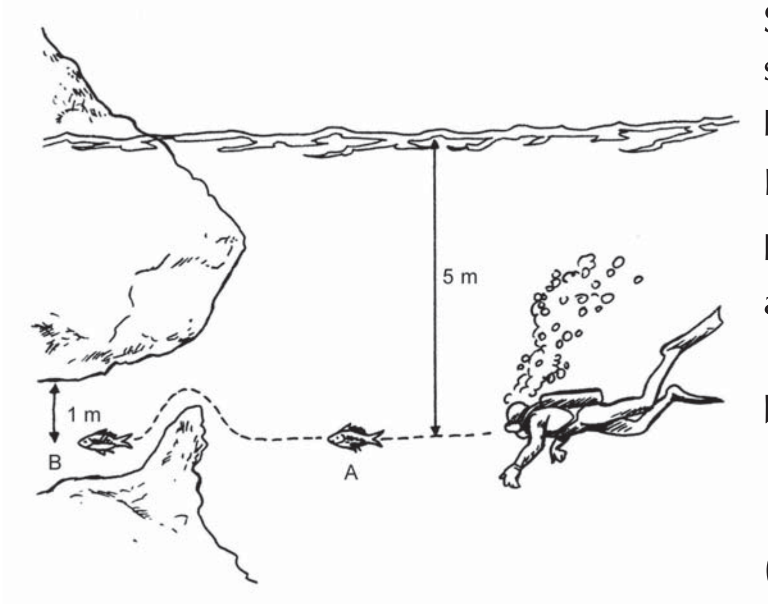
$P_c = E = d_L \cdot V_L \cdot g \ \Rightarrow P_c = 13{,}6 \cdot 10^3 \cdot 30 \cdot 10^{-6} \cdot 10$

$\Rightarrow \ \boxed{P_c = 4{,}08 \cdot 10^{-1}\ N}$

1. (Unicamp-SP) Ao serem retirados 128 litros de uma caixa d’água de forma cúbica, o nível da água baixa 20 centímetros.
   a) Calcule o comprimento das arestas da referida caixa.
   b) Calcule sua capacidade em litros (1 litro equivale a 1 decímetro cúbico).

2. Sabendo-se que a densidade de um dado óleo comestível é $0{,}8\ \frac{g}{cm^3}$, pergunta-se:
   a) Quanto pesa o óleo contido em uma lata de 900 ml?
   b) Quantas latas de 900 ml são necessárias para armazenar 180 kg de óleo?

3. (Unicamp–SP) Um mergulhador persegue um peixe 5,0 m abaixo da superfície de um lago. O peixe foge da posição A e se esconde em uma gruta na posição B, conforme mostra a figura:



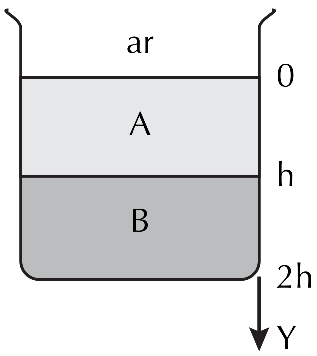
Sabendo-se que a pressão atmosférica na superfície da água é igual a $P = 1{,}0 \cdot 10^5 \dfrac{N}{m^2}$, responda:

a) Qual a pressão sobre o mergulhador?

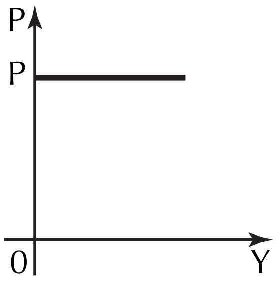
b) Qual a variação de pressão sobre o peixe nas posições A e B?

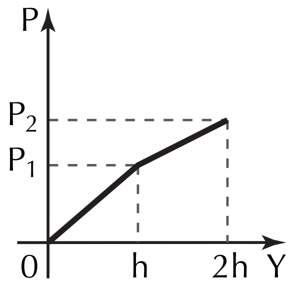
$\left(\text{Adote } g = 10 \dfrac{m}{s^2}\right)$

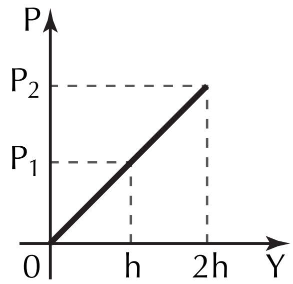
4. (UFSE) Dois líquidos A e B, não miscíveis, foram colocados dentro de um recipiente como na figura ao lado.

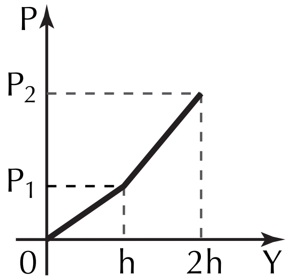


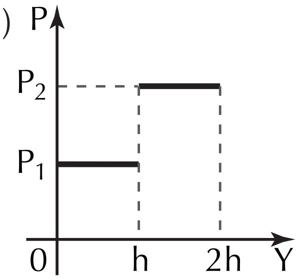
O gráfico que melhor representa a variação da pressão P nos pontos no interior dos líquidos em função da distância à superfície, Y, é:

a) 

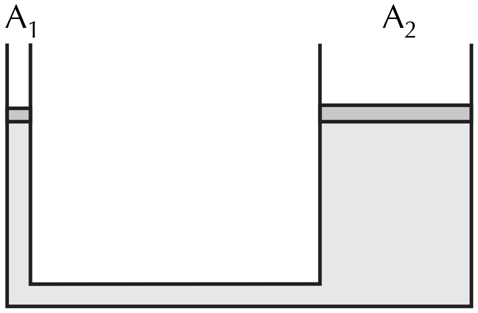
c) 

e) 

b) 

d) 

5. (UFMG) Observe a figura que representa o corte de um elevador hidráulico.



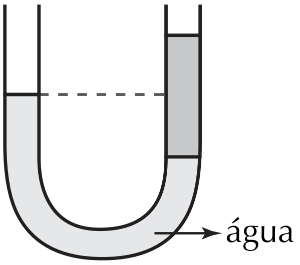
Este elevador possui dois pistões, o menor com área A_1 e o maior, com área $A_2 = 16\ A_1$.

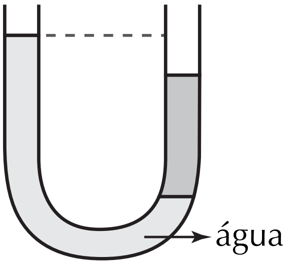
Se um corpo de massa M for colocado sobre o pistão maior, será preciso, para equilibrar o conjunto, colocar sobre o pistão menor um outro corpo cuja massa deverá ser igual a:

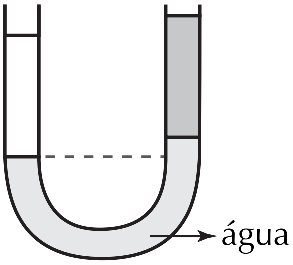
a) $\dfrac{M}{16}$ b) $\dfrac{M}{4}$ c) M d) 4M e) 16M

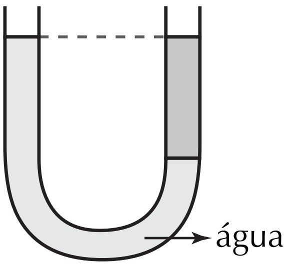
6. (UFMG) Um certo volume de água é colocado num tubo U, aberto nas extremidades. Num dos ramos do tubo, adiciona-se um líquido de densidade menor do que a da água, o qual não se mistura com ela.

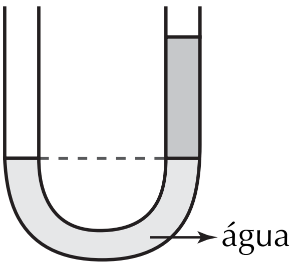
Após o equilíbrio, a posição dos dois líquidos no tubo está corretamente representada pela figura:

a)


c)


e)


b)


d)


7. (Cesgranrio-RJ) Colocou-se um recipiente com água sobre um dos pratos de uma balança. A seguir, mergulhou-se na água do recipiente uma pedra, suspensa por um fio preso a um suporte fixo. A balança desequilibrou-se do lado do recipiente, ao mesmo tempo que o nível d'água subiu. Em seguida, retirou-se água até a balança ficar equilibrada. Pode-se afirmar que o volume de água retirada é igual ao (à):

Dados: densidade da água = 1,0 $\dfrac{g}{cm^3}$

densidade da pedra = 3,0 $\dfrac{g}{cm^3}$

a) volume da pedra;

b) dobro do volume da pedra;

c) triplo do volume da pedra;

d) metade do volume da pedra;

e) terça parte do volume da pedra.

8. (Fuvest-SP) Uma esfera de volume 0,6 cm^3 tem massa m_1 = 1,0 g. Ela está completamente mergulhada em água e presa, por um fio fino, a um dos braços de uma balança de braços iguais, como mostra a figura a seguir. É sabido que o volume de 1,0 g de água é de 1,0 cm^3. Então, a massa m_L que deve ser suspensa no outro braço da balança, para mantê-la em equilíbrio, é:

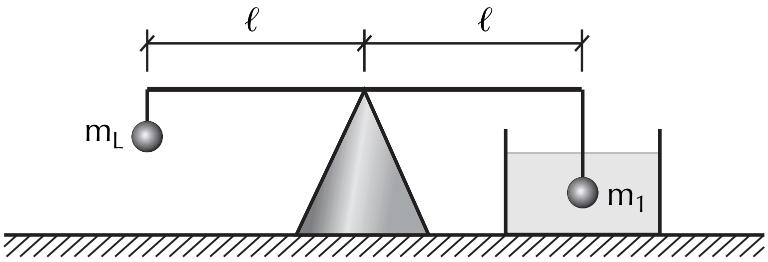
a) 0,2 g

b) 0,3 g

c) 0,4 g

d) 0,5 g

e) 0,6 g



9. (UFSC) Assinale as afirmações corretas.

a) A pressão atmosférica nos diferentes pontos da superfície da Terra é variável e depende da altitude considerada.

b) O teorema de Arquimedes só pode ser utilizado para corpos completamente mergulhados na água.

c) Num mesmo plano horizontal e no mesmo líquido em repouso, todos os pontos estão sujeitos a pressões iguais.

d) Num mesmo líquido e num mesmo lugar, a pressão hidrostática varia linearmente com a profundidade, isto é, a pressão é tanto maior quanto maior for a profundidade.

e) A pressão exercida sobre um líquido se transmite igualmente em todas as direções.

f) A prensa hidráulica é um dispositivo multiplicador de força e que tem seu funcionamento baseado no princípio de Pascal.

10. (Unicamp–SP) A atração gravitacional da Lua e a força centrífuga do movimento conjunto de rotacão da Lua e da Terra são as principais causas do fenômeno das marés. Essas forças fazem com que a água dos oceanos adquira a forma esquematizada (e exagerada) da figura a seguir. A influência do Sol no fenômeno das marés é bem menor, mas não disprezível, porque, quando a atração do Sol e da Lua se conjugam, a maré torna-se mais intensa.

a) Quantas marés altas ocorrem em um dia, em um mesmo local?

b) Como estará a maré no Brasil quando a Lua estiver bem acima do Japão?

c) Faça um desenho mostrando a Terra, a Lua e o Sol na situação em que a maré é mais intensa. Qual é a fase da Lua nessa situação?

11. (Unesp-SP) Considere o princípio de Arquimedes aplicado às situações descritas e responda.

a) Um submarino está completamente submerso, em repouso, sem tocar no fundo do mar. O módulo do empuxo exercido pela água no submarino é igual, maior ou menor que o peso do submarino?

b) Quando o submarino passa a flutuar, em repouso, na superfície do mar, qual o novo valor do empuxo exercido pela água no submarino, em relação à situação anterior?

Capítulo 12

Escalas de Temperatura – comportamento térmico da matéria

1. Temperatura

As partículas que constituem os corpos se agitam continuamente. Por exemplo: se observarmos um corpo sólido qualquer, como uma barra de ferro, macroscopicamente não haverá movimento aparente. No campo microscópico, no entanto, as moléculas se movimentam continuamente em seus campos de ação.

Temperatura é a grandeza que mede a maior ou menor intensidade dessa agitação, chamada *agitação térmica*.

1.1. Escalas termométricas

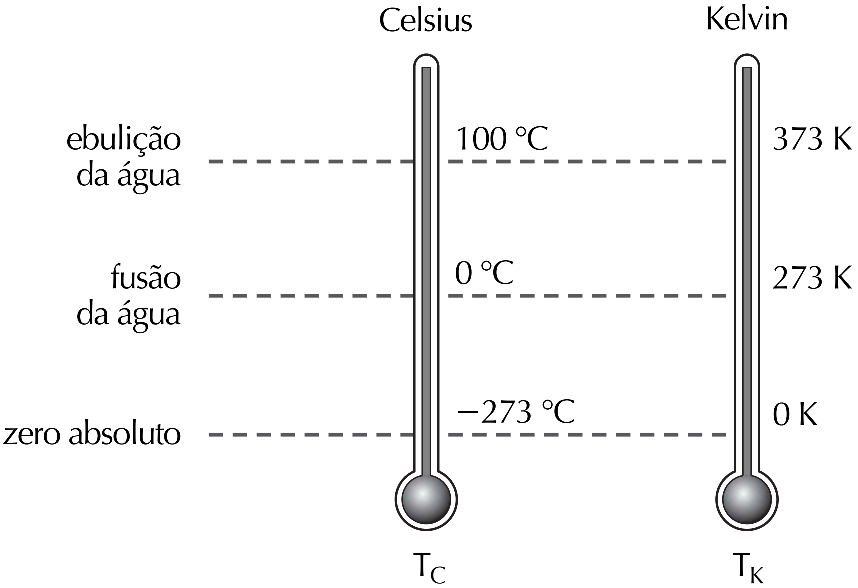
Para a graduação do termômetro de mercúrio, instrumento destinado à medição de temperatura, usamos a escala Celsius, oriunda dos antigos graus centígrados que atribuíam os valores 0 °C e 100 °C às temperaturas de fusão e ebulição da água, sob pressão normal, que correspondem a dois pontos da altura h do termômetro. O intervalo entre esses dois pontos é dividido em 100 partes.

Existe uma determinada temperatura na qual a agitação molecular atinge um valor mínimo. Essa temperatura é conhecida como *zero absolut*o e é a menor temperatura possível.

O zero absoluto corresponde a aproximadamente −273,15 °C.

A escala de temperatura Kelvin*, escala absoluta, atribui o valor zero de temperatura ao zero absoluto e tem, por normas internacionais, uma série de valores de referência.

A relação entre as escalas Celsius e Kelvin é mostrada a seguir:



$$\boxed{T_c = T_K - 273}$$

Nos países de língua inglesa, ainda é comum o uso da escala Fahrenheit, na qual as temperaturas de fusão do gelo e ebulição da água, sob pressão normal, são 23 °F e 212 °F, respectivamente, dividindo o intervalo entre esses pontos em 180 partes. A fórmula de conversão para a escala Celsius é dada a seguir:

$$\boxed{T_c = \frac{5T_F - 160}{9}}$$

---

* **William Thompson Kelvin (1824-1907)**
Físico escocês, que resolveu várias questões, tal como propor a escala de temperatura absoluta.

Exemplos

a) Um termômetro de mercúrio foi graduado a partir das medidas $\ell = 1$ cm para o ponto de fusão e $\ell = 10$ cm para o ponto de ebulição. Determine o comprimento x correspondente a 30 °C.

Solução

$$\left.\begin{array}{l} \ell = 1\,\text{cm} \rightarrow T = 0\ °C \\ \ell = 10\ \text{cm} \rightarrow T = 100\ °C \end{array}\right\} \Rightarrow \frac{x-1}{10-1} = \frac{30-0}{100-0} \Rightarrow \boxed{x = 3{,}7\ \text{cm}}$$

b) Quais são as temperaturas Celsius e Kelvin correspondentes a 14 °F?

Solução

$$\frac{T_C}{5} = \frac{T_F - 32}{9} \Rightarrow T_C = \left(\frac{14-32}{9}\right) \cdot 5 \Rightarrow T_C = -10\ °C$$

$$T_K = 273 - 10 \Rightarrow \boxed{T_K = 263\ K}$$

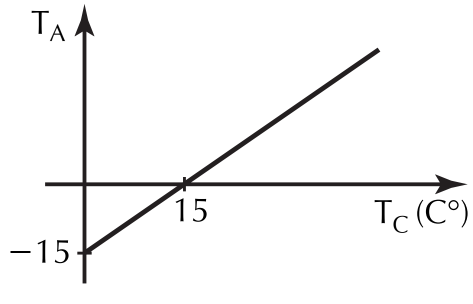
c) Um termômetro graduado na escala Celsius e outro na escala Fahrenheit atingem o mesmo valor numérico quando mergulhados em um líquido. Determine o valor da temperatura medida.

Solução

$$T_C = A\ °C \text{ e } T_F = A\ °F \Rightarrow \frac{T_C}{5} = \frac{T_F - 32}{9} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{A}{5} = \frac{A-32}{9} \Rightarrow \boxed{A = -40\ °C = -40\ °F}$$

d) O gráfico ao lado representa indicações de temperatura em um termômetro A, com as correspondentes indicações de um termômetro graduado na escala Celsius.



Determine a fórmula de conversão entre as indicações de escala dos dois termômetros.

Solução

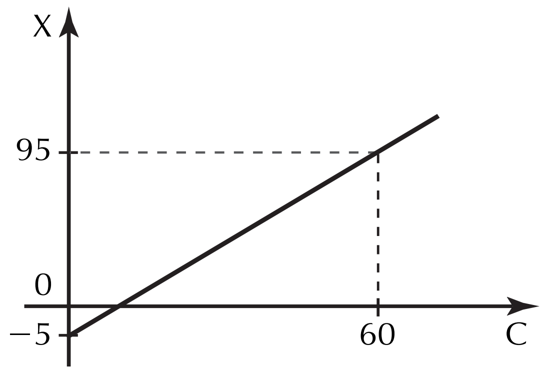
$$\left.\begin{array}{l} T_C = 0 \Rightarrow T_A = -15 \\ T_A = 0 \Rightarrow T_C = 15 \end{array}\right\} \boxed{T_A = -15 + T_C}$$

EXERCÍCIOS PROPOSTOS

1. (UFRR) Colocam-se em um mesmo recipiente três termômetros: um Celsius, um Fahrenheit e um Kelvin. Aquece-se o sistema até que a variação de leitura fornecida pelo termômetro Celsius seja de 45 °C. Quais as variações de leitura obtidas pelos outros termômetros?

   a) 81 °F, 113 K
   b) 81 °F, 45 K
   c) 113 °F, 81 K
   d) 113 °F, 45 K
   e) 45 °F, 81 K

2. Comparando-se a escala X de um termômetro com a escala C (Celsius), obtém-se o gráfico de correspondência entre as medidas representado ao lado. Considerando o gráfico, no ponto de fusão do gelo o termômetro X marca:



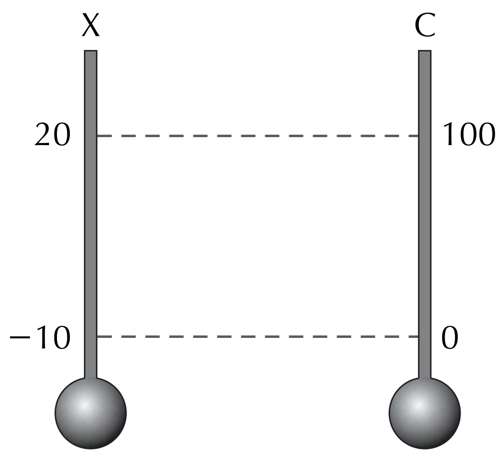
   a) −5
   b) −10
   c) 10
   d) zero
   e) n.d.a.

3. (UFAC) A temperatura de uma máquina na escala Fahrenheit é de 122 °F. Qual é sua temperatura na escala Celsius?

   a) 40 °C
   b) 46 °C
   c) 50 °C
   d) 60 °C
   e) 80 °C

4. Duas escalas termométricas estão relacionadas na figura ao lado, uma em °X e a outra em °C (Celsius).

   Qual a indicação na escala Celsius quando a escala X marcar 5 °X?



   a) 15 °C
   b) 30 °C
   c) 50 °C
   d) 5 °C
   e) n.d.a.

2. Estados de agregação da matéria

Classicamente, existem três estados distintos de agregação da matéria – estados sólido, líquido e gasoso –, estabelecidos por Aristóteles.

No estado sólido, há uma forte coesão molecular, resultando em forma e volume bem caracterizados.

No estado líquido, a força de coesão molecular é menos intensa, resultando em volume definido mas em forma variável. O líquido assume a forma do recipiente que o contém.

No estado gasoso, a força de coesão é muito fraca; assim, volume e forma são indefinidos. Nesse estado, a substância se distribui por todo o espaço para ela disponível.

O estado em que uma substância se apresenta depende das condições de temperatura e pressão a que ela está submetida. Podemos utilizar a água pura como exemplo. Sob condições normais de pressão, a água está no estado sólido em temperaturas inferiores a 0 °C, no estado líquido entre 0 °C e 100 °C e no estado gasoso em temperaturas acima de 100 °C.

3. Comportamento térmico dos corpos sólidos

À medida que aumenta a temperatura de um corpo, aumenta a amplitude de suas agitações ou vibrações moleculares e, em conseqüência desse fato, as distâncias médias entre as moléculas aumentam, alterando as dimensões físicas do corpo que tem seu volume aumentado (dilatação). Quando a temperatura do corpo diminui, temos o efeito contrário: a diminuição do volume (contração).

3.1. Dilatação térmica linear

Tomando o comprimento de uma barra L_0 na temperatura T_0 e ocorrendo um aumento na temperatura, que passa a valer

T, o comprimento passa a valer L. A fórmula para o fenômeno será:

$$\boxed{L = L_0(1 + \alpha \cdot \Delta T)}$$

se:

$$\Delta L = L - L_0 \Rightarrow \boxed{\Delta L = L_0 \cdot \alpha \cdot \Delta T}$$

O coeficiente de proporcionalidade α é uma característica do material e é denominado *coeficiente de dilatação térmica linear*.

$$\boxed{\alpha = \frac{\Delta L}{L_0 \cdot \Delta T}}$$

A unidade de α é 1/ °C ou $°C^{-1}$.

Na tabela a seguir, podemos conhecer o coeficiente de dilatação térmica linear de vários materiais:

Material	α ($°C^{-1}$)	**Material**	α ($°C^{-1}$)
Alumínio	$2{,}4 \cdot 10^{-5}$	Ferro	$1{,}2 \cdot 10^{-5}$
Latão	$2{,}0 \cdot 10^{-5}$	Aço	$1{,}2 \cdot 10^{-5}$
Prata	$1{,}9 \cdot 10^{-5}$	Platina	$0{,}9 \cdot 10^{-5}$
Ouro	$1{,}4 \cdot 10^{-5}$	Vidro	$0{,}9 \cdot 10^{-5}$
Cobre	$1{,}4 \cdot 10^{-5}$	Vidro pirex	$0{,}3 \cdot 10^{-5}$

Alguns efeitos da dilatação

Em estruturas que sofrem dilatação térmica, tais como em pontes, trilhos de trem e estradas de concreto, é necessário que sejam incluídas no projeto as chamadas *juntas de dilatação.*

Exemplos

a) Um trilho de ferro tem comprimento inicial de 100 m a uma temperatura de 15 °C. Qual a variação de comprimento para um acréscimo de temperatura de 20 °C?

Solução

$\Delta L = L_0 \cdot \alpha \cdot \Delta T \Rightarrow \Delta L = 100 \cdot 1{,}2 \cdot 10^{-5}(20 - 15) \Rightarrow$

$\Rightarrow \boxed{\Delta L = 6{,}0 \cdot 10^{-3}\ \text{m}}$

b) Qual o coeficiente de dilatação térmica linear de uma barra que aumenta um milésimo de seu comprimento a cada 2 °C de elevação da temperatura?

Solução

$\Delta T = 2\ °\text{C}$

$L = L_0 + L_0 \cdot 10^{-3} \Rightarrow \Delta L = L_0 \cdot 10^{-3}$

$$\alpha = \frac{\Delta L}{L_0 \cdot \Delta T} \Rightarrow \alpha = \frac{L_0 \cdot 10^{-3}}{L_0 \cdot 2} \Rightarrow$$

$\Rightarrow \boxed{\alpha = 5 \cdot 10^{-4}\ °\text{C}^{-1}}$

c) Uma barra de ferro está a 20 °C e tem o comprimento de 10 cm. A barra deverá ser encaixada perfeitamente em um sistema que lhe oferece um espaço de 9,998 cm. Para quantos graus Celsius a barra deve ser resfriada, no mínimo, para atender à condição estipulada?

Solução

$$\left.\begin{array}{l} T_0 = 20\ °\text{C} \\ \Delta L = -0{,}002\ \text{cm} \\ \alpha = 1{,}2 \cdot 10^{-5}\ °\text{C}^{-1} \end{array}\right\} \quad \Delta T = \frac{\Delta L}{\alpha \cdot L_0} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \Delta T = \frac{-0{,}002}{1{,}2 \cdot 10^{-5} \cdot 10{,}000} \Rightarrow \Delta T = -16{,}7\ °\text{C}$$

$\Delta T = T - T_0 \Rightarrow T = 20{,}0 - 16{,}7 \Rightarrow \boxed{T = 3{,}3\ °\text{C}}$

A barra deve ser resfriada para 3,3 °C.

3.2. Dilatação térmica superficial

Para uma placa de área A_0 e temperatura T_0, se a temperatura muda para T a área será A. Assim, vale a relação:

$$\boxed{A = A_0\,(1 + \beta \cdot \Delta T)}$$

onde β depende do material e é o *coeficiente de dilatação térmica superficial do material*. O valor desse coeficiente é praticamente o dobro do coeficiente de dilatação linear para todos os materiais.

$$\boxed{\beta = 2\alpha}$$

3.3. Dilatação térmica volumétrica

Para um bloco de volume V_0 e temperatura T_0, se a temperatura muda para T o volume será V. Assim, vale a relação $V = V_0(1 + \gamma \cdot \Delta T)$, onde γ depende do material e é o *coeficiente de dilatação térmica volumétrica do material*. O valor desse coeficiente é praticamente o triplo do coeficiente de dilatação térmica linear para todos os materiais.

$$\boxed{\gamma = 3\alpha}$$

Os coeficientes de dilatação térmica podem ser relacionados da seguinte maneira:

$$\boxed{\frac{\alpha}{1} = \frac{\beta}{2} = \frac{\gamma}{3}}$$

É conveniente observar que a dilatação térmica de um corpo sólido oco se dá como se o corpo fosse maciço. Dada uma esfera oca, sua dilatação volumétrica é a mesma que ocorreria se a esfera fosse maciça. Da mesma maneira, um orifício feito em uma placa aumenta com a temperatura, como se o orifício fosse preenchido com o material da placa.

Exemplos

a) Uma chapa metálica bastante fina tem sua área aumentada em 0,1% quando aquecida em 80 °C. Determine os coeficientes de dilatação térmica superficial, linear e volumétrica do material que constitui a chapa.

Solução

$$\left.\begin{array}{l}\Delta A = \beta \cdot A_0 \cdot \Delta T \\ \Delta A = 10^{-3}\ A_0 \\ \Delta T = 80°C\end{array}\right\} \beta = \frac{10^{-3} \cdot A_0}{A_0 \cdot 80} \Rightarrow \boxed{\beta = 1{,}250 \cdot 10^{-5}\ °C^{-1}}$$

$$\alpha = \frac{\beta}{2} \Rightarrow \boxed{\alpha = 6{,}250 \cdot 10^{-6}\ °C^{-1}}$$

$$g = 3\alpha \Rightarrow \boxed{\gamma = 1{,}875 \cdot 10^{-5}\ °C^{-1}}$$

b) Uma placa fina de ouro a 25 °C tem um orifício circular de diâmetro igual a 30 cm. Qual o diâmetro do orifício se a temperatura for aumentada em 150 °C?

Solução

$$A = A_0 \cdot (1 + \beta \cdot \Delta T) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{\pi d^2}{4} = \frac{\pi 30^2}{4}(1 + 2{,}8 \cdot 10^{-5} \cdot 150) \Rightarrow \boxed{d = 30{,}06\ cm}$$

c) Uma esfera oca de cobre a 20 °C tem um volume interno de 1 m^3. Qual o novo volume interno se a temperatura da esfera passar a ser de 120 °C?

Solução

$$V = V_0\,(1 + \gamma \cdot \Delta T) \Rightarrow V = 1 \cdot (1 + 4{,}3 \cdot 10^{-5} \cdot 100) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \boxed{V = 1{,}004\ m^3}$$

4. Comportamento térmico dos líquidos

Para os líquidos, só se considera a dilatação térmica volumétrica, uma vez que os líquidos não têm forma própria.

Apresentamos ao lado uma tabela com os coeficientes de dilatação térmica volumétrica de alguns líquidos

Líquidos	γ (°C^{-1})
água	$20{,}7 \cdot 10^{-5}$
éter	$165{,}6 \cdot 10^{-5}$
glicerina	$48{,}5 \cdot 10^{-5}$
mercúrio	$18{,}2 \cdot 10^{-5}$
álcool etílico	$74{,}5 \cdot 10^{-5}$

Para que se possa medir seu coeficiente de dilatação térmica, o líquido deve estar contido em um recipiente graduado. É importante lembrar que, quando a temperatura varia, tanto o líquido quanto o recipiente têm seus volumes alterados.

Chamamos de variação de volume aparente (ΔV_{ap}) o valor lido no recipiente graduado após uma variação de temperatura ΔT. Sendo ΔV_f a variação do volume do frasco e ΔV a variação de volume real do líquido, obtemos $\Delta V = \Delta V_{ap} + \Delta V_f$.

Como V_0 é o volume inicial do líquido, chegamos a $V = V_0(1 + \gamma \cdot \Delta T) \Rightarrow \Delta V = V_0 \cdot \gamma \cdot \Delta T$, onde γ é o coeficiente de dilatação real do líquido. Considerando γ_{ap} o coeficiente de dilatação aparente, temos $\Delta V_{ap} = V_0 \cdot \gamma_{ap} \cdot \Delta T$.

Tomando γ_f como o coeficiente de dilatação do recipiente, chegamos a

$$\boxed{\Delta V_f = V_0 \cdot \gamma_f \cdot \Delta T}$$

Portanto,

$$\boxed{\gamma = \gamma_{ap} + \gamma_f}$$

Exemplos

a) Um frasco graduado de vidro contém álcool etílico a 10 °C, com volume determinado em 80,0 dm³. Aquecendo o conjunto até 60 °C, qual será o novo volume do álcool etílico?

Solução

$V = V_0 \cdot (1 + \gamma \cdot \Delta T) \Rightarrow V = 80{,}0 \cdot (1 + 74{,}5 \cdot 10^{-5} \cdot 50)$

$\Rightarrow \boxed{V = 83{,}0 \text{ dm}^3}$

b) Um frasco de vidro graduado contém água. A 20 °C é determinado um volume de 50,00 cm³. Aquecendo-se o conjunto até 80 °C, determina-se o novo volume em 50,55 cm³. Determine o coeficiente de dilatação volumétrica da água nesse intervalo.

Solução

$$\left.\begin{array}{l} T_0 = 20\ °C \Rightarrow V_0 = 50{,}00 \text{ ml} \\ T = 80\ °C \Rightarrow V_{ap} = 50{,}55 \text{ ml} \end{array}\right\} \begin{array}{l} \Delta V_{ap} = 0{,}55 \text{ ml} \\ \Delta T = 60\ °C \end{array}$$

$$\Delta V_{ap} = V_0 \cdot \gamma_{ap} \cdot \Delta T \Rightarrow \gamma_{ap} = \frac{0,55}{50,00 \cdot 60} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \gamma_{ap} = 1,83 \cdot 10^{-4}\ °C^{-1}$$

$$\gamma_f = \alpha_{vidro} \cdot 3 = 2,7 \cdot 10^{-5}\ °C$$

$$\gamma = \gamma_{ap} + \gamma_f \Rightarrow \gamma = 1,83 \cdot 10^{-4} + 2,7 + 10^{-5} \Rightarrow$$

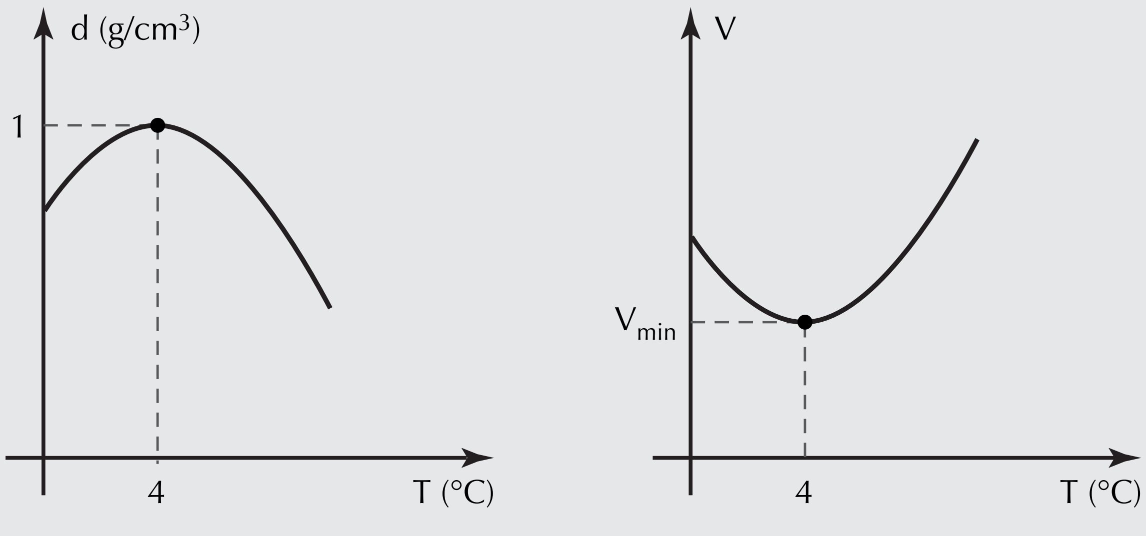
$$\Rightarrow \boxed{\gamma = 2,1 \cdot 10^{-4}\ °C^{-1}}$$

O comportamento anômalo da água

Se considerarmos uma porção de água sob pressão normal a 0 °C, e, em seguida, aumentarmos a temperatura para 4 °C, verificaremos a diminuição de seu volume, fenômeno ao qual denominamos *contração*.

Se continuarmos aquecendo essa porção de água, observaremos o aumento de seu volume, ao qual denominamos dilatação.

A seguir podemos observar o que foi descrito anteriormente por meio de gráficos.



O da esquerda representa a densidade e o da direita, o volume da água em função da temperatura.

Para uma determinada massa de água à temperatura de 4 °C, temos um volume mínimo e, por conseguinte, uma densidade máxima.

Esse comportamento anômalo da água é explicado pelas características especiais de sua natureza química.

Pelas razões descritas, podemos entender por que, em um clima frio, os lagos congelam superficialmente, enquanto que no fundo a água permanece em estado líquido, a 4 °C. Como a densidade da água é máxima nessa temperatura, ela permanece no fundo, não havendo possibilidade de equilíbrio térmico em função da diferença de densidade.

5. Comportamento térmico dos gases

Para estudar o comportamento dos gases, adotamos um modelo hipotético, chamado *gás ideal*, que se baseia nas seguintes hipóteses:

- Gás é um conjunto de moléculas em movimento caótico, que chocam-se elasticamente entre si e com as paredes do recipiente que as contém, não exercendo ação mútua, exceto nas colisões.
- O volume próprio das moléculas pode ser desprezado quando comparado com o volume ocupado pelo gás.

Sendo o volume do gás ideal V, a pressão p e a temperatura absoluta T, estando o gás em equilíbrio, podemos afirmar que:

- O volume do gás é o mesmo do recipiente que o contém.
- Do movimento molecular que provoca choques contínuos contra a parede do recipiente, resulta uma pressão. O valor dessa pressão é o qüociente da força média aplicada pelo gás às paredes e à área das paredes.
- A temperatura absoluta do gás é diretamente proporcional à energia cinética média de translação de suas moléculas.

É muito importante observar que um gás real se aproxima das condições ideais quanto mais elevada for sua temperatura e mais baixa for sua pressão.

O volume de um gás ideal à pressão constante varia da mesma maneira que o volume dos sólidos e líquidos:

$$\Delta V = \gamma_p \cdot V_0 \cdot \Delta T \quad \text{ou} \quad \boxed{V = V_0(1 + \gamma_p \cdot \Delta T)}$$

O coeficiente de proporcionalidade (γ_p) não depende da natureza do gás, sendo denominado *coeficiente de dilatação térmica do gás sob pressão constante*. Seu valor é de

$$\boxed{\gamma_p = \frac{1}{273}\ °C^{-1}}$$

Analogamente, a variação da pressão de um gás a volume constante vale $\Delta_p = \gamma_p \cdot p_0 \cdot \Delta T$ ou $p = p_0\,(1 + \gamma_v \cdot \Delta T)$.

O coeficiente de proporcionalidade γ_v não depende da natureza do gás, sendo denominado *coeficiente de variação da pressão a volume constante*. Seu valor é

$$\boxed{\gamma_v = \frac{1}{273}\ °C^{-1}}$$

Exemplos

a) Num recipiente onde é possível variar o volume livremente, há 819 cm^3 de gás ideal submetido à temperatura de 80 °C. Qual será o novo volume do gás se ele for resfriado para −20 °C?

Solução

$V_0 = 819\ cm^3$

$$\left.\begin{aligned} T_0 &= 80\ °C \\ T &= -20\ °C \end{aligned}\right\} \Delta T = -100\ °C$$

$$V = v_0\,(1 + \gamma_p \cdot \Delta T) \Rightarrow V = 819\left(1 + \frac{1}{273}(-100)\right) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \boxed{V = 519\ cm^3}$$

b) A pressão medida em um determinado volume constante de gás perfeito, quando sua temperatura é de 0 °C, vale 1 atm. Quando a temperatura do gás for elevada a 50 °C, qual será a nova pressão encontrada?

Solução

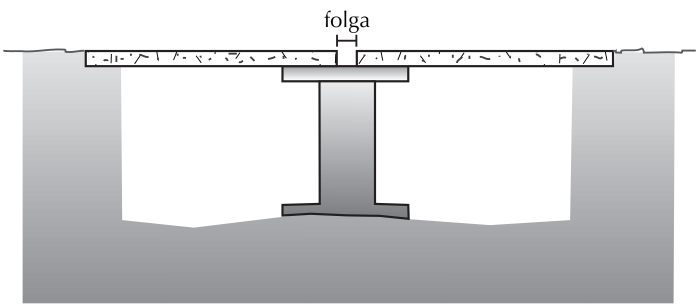
$p_0 = 1,0$ atm

$$\left.\begin{array}{l} T_0 = 0\ °C \\ T\ = 50\ °C \end{array}\right\} \Delta T = 50\ °C$$

$$p = p_0(1 + \gamma_v \cdot \Delta T) \Rightarrow p = 1\left(1 + \frac{1}{273} \cdot 50\right) \Rightarrow \boxed{p \simeq 1,2 \text{ atm}}$$

EXERCÍCIOS PROPOSTOS

5. (UFBA) Uma ponte de 100 m de comprimento é composta de duas vigas de ferro, como ilustra a figura a seguir. No local da ponte, a diferença de temperatura entre inverno e verão é de 50 °C. Calcule, em centímetros, a folga que deve ser deixada entre as duas partes da ponte, no inverno, para que a dilatação do ferro não a danifique no verão. Coeficiente térmico de dilatação linear do ferro: $1,0 \cdot 10^{-5}\ °C^{-1}$.



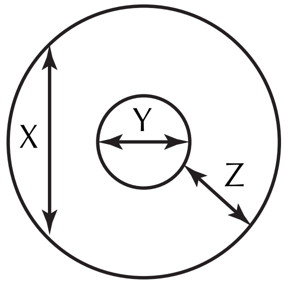
6. (UFAC) A chapa de um determinado metal tem área de 3,2 m^2 à temperatura de 22 °C; sabendo-se que o coeficiente linear do metal é $25 \cdot 10^{-6}\ °C^{-1}$, calcule sua área quando a temperatura for de 82 °C.

7. (UFSE) Uma barra metálica sofre acréscimo de 0,06% em relação ao seu comprimento inicial quando sua temperatura sofre uma variação de 40 °C. O coeficiente de dilatação linear médio desse metal, nesse intervalo de temperatura, é, em °C:

a) $12 \cdot 10^{-5}$
b) $8,0 \cdot 10^{-5}$
c) $6,0 \cdot 10^{-5}$
d) $1,5 \cdot 10^{-5}$
e) $1,2 \cdot 10^{-5}$

8. (UFSE) Os comprimentos X, Y e Z tomados sobre uma arruela, cuja temperatura é 20 °C, estão indicados no esquema ao lado. Aquecendo-se a arruela a 100 °C, X, Y e Z sofrem variações. Assinale a alternativa da tabela que indica a variação correta de cada comprimento.

	X	Y	Z
a)	aumenta	aumenta	aumenta
b)	aumenta	aumenta	diminui
c)	aumenta	diminui	aumenta
d)	diminui	aumenta	aumenta
e)	aumenta	diminui	diminui



9. (UFGO) Uma esfera de ferro de 10,00 cm de raio está apoiada sobre uma argola de alumínio de 9,99 cm de raio, mantida na horizontal e a 0 °C. Sendo o coeficiente de dilatação volumétrica do ferro $3{,}6 \cdot 10^{-5}$ °C^{-1} e o coeficiente de dilatação superficial do alumínio $4{,}8 \cdot 10^{-5}$ °C^{-1}, pergunta-se:
   a) Em que temperatura do conjunto a esfera cairá através da argola?
   b) Supondo a esfera de alumínio e a argola de ferro, em que temperatura a esfera cairá?

10. (Unimep-SP) Um frasco de vidro está totalmente cheio com 200 cm^3 de mercúrio a 20 °C. O conjunto é aquecido a 70 °C.

    Qual o volume do mercúrio que será transbordado?

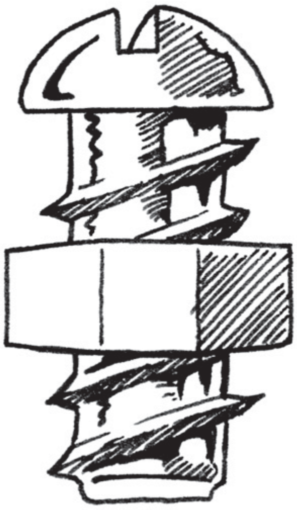
    Coeficiente de dilatação térmica volumétrica do vidro: $2{,}7 \cdot 10^{-5}$ °C^{-1} e do mercúrio: $1{,}8 \cdot 10^{-4}$ °C^{-1}.

    a) 2,07 cm^3
    b) 0,9 cm^3
    c) 9,0 cm^3
    d) 15,3 cm^3
    e) 1,53 cm^3

11. (UFSC) O pneu de um automóvel foi regulado de forma a manter uma pressão interna de 21 libras-força por polegada quadrada, a uma temperatura de 14 °C. Durante o movimento do automóvel, no entanto, a temperatura do pneu elevou-se a 55 °C. Determine a pressão interna correspondente, em libras-força por polegada quadrada, desprezando-se a variação de volume do pneu.

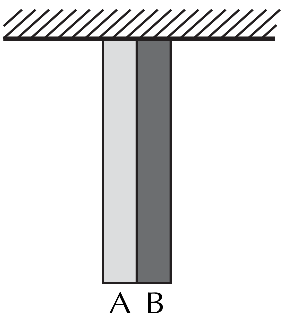
    Considere o pneu cheio de gás ideal.

12. (PUC-RJ) Uma porca está muito apertada num parafuso. O que você deve fazer para afrouxá-la?
    a) é indiferente esfriar ou esquentar a porca;
    b) esfriar a porca;
    c) esquentar a porca;
    d) é indiferente esquentar ou esfriar o parafuso;
    e) esquentar o parafuso.



13. Um gás real se aproxima do modelo ideal quando:
    a) sua pressão for elevada e a temperatura, baixa;
    b) seu volume for o mais elevado possível;
    c) sua temperatura for elevada e a pressão, baixa;
    d) sua pressão for a mais baixa possível.

14. (Cesgranrio-RJ) A figura ao lado representa uma lâmina bimetálica. O coeficiente de dilatação linear do metal A é a metade do coeficiente de dilatação linear de B. À temperatura ambiente, a lâmina está na vertical. Se a temperatura for aumentada em 200 °C, a lâmina:
    a) continuará na vertical;
    b) curvará para a frente;
    c) curvará para trás;
    d) curvará para a direita;
    e) curvará para a esquerda.



15. (UFPA) Quando resfriamos uma determinada massa de água de 4 °C até 0 °C, ocorre que:
    a) o volume e a densidade da água aumentam;
    b) o volume aumenta e a densidade diminui;
    c) o volume e a densidade diminuem;
    d) o volume diminui e a densidade aumenta;
    e) o volume permanece constante e a densidade aumenta.

Capítulo 13

Calor

1. Introdução

Calor é uma forma de energia que é transferida de um corpo para outro devido à diferença entre suas temperaturas.

À medida que a temperatura dos corpos se iguala, cessa a transferência de energia, e nessa situação é atingido o *equilíbrio térmico*.

O termo *calor* é usado para indicar a energia transferida de um corpo ou sistema a outro, não sendo usado para indicar a energia que um corpo possui.

A unidade de calor Q, no sistema SI, é o joule (J). As unidades mais usadas, no entanto, são a caloria (cal) e seu múltiplo, o quilocaloria (kcal).

$$\boxed{\begin{array}{c} 1\ \text{cal} = 4{,}18\ \text{J} \\ 1\ \text{kcal} = 10^3\ \text{cal} \end{array}}$$

2. Fonte térmica

Denomina-se *fonte térmica* ou de calor, um sistema que pode fornecer um fluxo de energia calorífica (calor) sem que sua temperatura varie. A chapa de um fogão elétrico pode fornecer calor continuamente com a mesma temperatura, por exemplo.

Uma fonte térmica tem "potência" ou "fluxo calorífico" determinado pelo quociente da quantidade de calor fornecida Q, pelo intervalo de tempo Δt.

$$\boxed{P = \frac{Q}{\Delta t}}$$

As unidades de fluxo ou potência calorífica são a caloria por segundo $\left(\frac{cal}{s}\right)$, a caloria por minuto $\left(\frac{cal}{min}\right)$ e a unidade de SI, watt (W), equivalente ao joule por segundo $\left(\frac{J}{s}\right)$.

Exemplos

a) Uma fonte fornece 50 cal a cada minuto. Determine a potência da fonte em watt. Dado: 1 cal = 4,18 J.

Solução

$$P = \frac{Q}{\Delta t} \Rightarrow P = \frac{50\ cal}{1\ min} = 50\ \frac{cal}{min} \quad \text{ou}$$

$$P = \frac{4{,}18 \cdot 50}{60} \Rightarrow P = 3{,}5\ \frac{J}{s} \quad \text{ou} \quad \boxed{P = 3{,}5\ W}$$

b) A potência de um chuveiro elétrico é 4.000 W. Determine a capacidade de fornecimento de calor em calorias por minuto, considerando o chuveiro como fonte ideal.

Solução

$$P = 4.000\ \frac{J}{s} \Rightarrow P = \frac{4.000}{4{,}18} \cdot 60\ \frac{cal}{min} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \boxed{P = 57{,}4\ \frac{kcal}{min}}$$

As calorias dos alimentos

O número de calorias de um alimento é dado pela soma das calorias transferidas ao organismo pelas gorduras, proteínas e hidratos de carbono consumidas.

A seguir estão alguns alimentos e bebidas e seus valores calóricos:

Chocolate (200 g)	940 cal
Feijão (250 g)	850 cal
Arroz (250 g)	940 cal
Cachorro quente	290 cal
Hambúrguer	260 cal
Milk shake de chocolate	380 cal
Garrafa de cerveja	300 cal
Maçã	80 cal

Assim a preocupação em ter uma alimentação balanceada e a prática de exercícios deve ser uma constante na vida de todos para manter a boa saúde e a boa forma.

3. Propagação de calor

Como já vimos, para que haja propagação de calor é necessário haver diferença de temperatura entre dois corpos ou sistemas.

O calor se propaga do corpo de temperatura mais alta para o de temperatura mais baixa.

A propagação de calor ocorre por três processos diferentes:

- condução;
- convecção;
- irradiação.

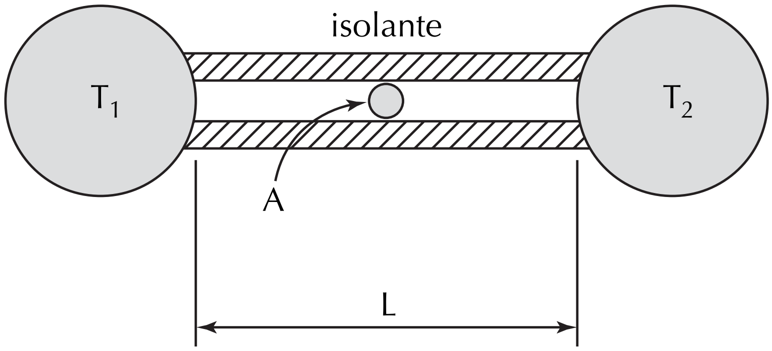
3.1. Condução térmica

Condução térmica é a transferência de energia do movimento (vibração) entre as moléculas de um sistema. Por exemplo: um bastão de aço que, ao ser aquecido em uma extremidade, após algum tempo, tem sua temperatura aumentada em toda sua extensão. As moléculas do material, do lado que está sendo aquecido, recebem energia e começam a aumentar sua vibração rapidamente. Essa vibração vai se estendendo ao longo da barra até a outra extremidade.

Dependendo do material, o processo de condução é mais rápido ou mais lento. Os materiais nos quais a condução é rápida são denominados *condutores*; aqueles nos quais a condução é demorada são os *isolantes* ou *mau condutores*. Como condutores podemos citar o aço, o alumínio, o cobre etc.; como isolantes, a borracha, a lã de vidro, o amianto, o isopor etc.

Esse conceito tem muitas aplicações. Quando precisamos que uma peça qualquer mantenha sua temperatura, podemos revesti-la com um material que seja isolante térmico, como uma capa de isopor para uma garrafa de cerveja que desejamos conservar gelada. Há situações em que precisamos de condução rápida de calor, como em um aquecedor qualquer ou um radiador automotivo, que deverá ser construído com um material que seja bom condutor.

A *Lei de Fourier* rege fenômenos de condução de calor entre dois pontos separados por um meio qualquer, desde que não haja variação de temperatura ao longo do tempo nesses pontos. Considere uma barra de comprimento L e secção transversal A, isolada em sua extensão, cujas extremidades estejam em contato com dois sistemas com temperaturas T_1 e T_2 constantes.



O fluxo de calor que se propaga pela barra é dado pela fórmula:

$$\boxed{P = K \cdot \frac{A(T_1 - T_2)}{L}}$$

A constante K em $\frac{cal}{s \cdot cm \cdot °C}$ é chamada *coeficiente de condutibilidade térmica* do material que constitui a barra. O valor numérico da constante é alto para condutores e baixo para isolantes, conforme podemos observar nos valores apresentados abaixo:

Materiais	**K** $\left(\frac{cal}{s \cdot cm \cdot °C}\right)$
Cobre	0,97
Ferro	0,12
Borracha	0,00045
Ar	0,000055
Água líquida	0,00143

Exemplos

a) Uma barra cujo coeficiente de condutividade térmica é $0,8 \frac{cal}{s \cdot cm \cdot °C}$, tem 1,0 m de comprimento e secção transversal de 20 cm^2. A barra é isolada nas laterais e tem uma de suas extremidades imersa em um líquido a 5 °C e a outra em um líquido a 80 °C. Determine o fluxo de calor ao longo da barra.

Solução

$$P = K \cdot \frac{A(T_1 - T_2)}{L} \Rightarrow P = 0,8 \cdot \frac{20 \cdot (80 - 5)}{100} \Rightarrow \boxed{P = 12 \frac{cal}{s}}$$

b) Uma placa de borracha, de espessura 1,0 cm e área de 0,2 m^2, separa dois recipientes com temperaturas de 25 °C e 85 °C, respectivamente. Determine o fluxo de calor através da placa de borracha.

Solução

$$P = K \cdot \frac{A(T_1 - T_2)}{L} \Rightarrow P = 0{,}00045 \cdot \frac{2.000 \cdot (85 - 25)}{1{,}0} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \boxed{P = 54 \frac{cal}{s}}$$

3.2. Convecção térmica

A *convecção térmica* se caracteriza nos fluidos, ou seja, líquidos, gases e vapores, motivada pela diferença de densidade entre as porções do fluido em um determinado sistema.

Considerando uma chaleira de cozinha cheia de água que está sendo aquecida sobre a chama de um fogão, observamos que a porção de líquido mais próxima à chama recebe calor e tem sua densidade diminuída, fazendo com que essa porção migre para a parte superior da massa líquida. Esse movimento gera uma corrente ascendente de líquido quente e descendente de líquido frio. Essa é a chamada *corrente de convecção*.

Leia sobre A Inversão Térmica no Encarte Colorido.

3.3. Irradiação térmica

Chama-se *irradiação* à transmissão de energia entre dois sistemas, que ocorre por meio de raios infravermelhos, sem que haja um contato físico entre eles e, por conseguinte, um meio material de propagação.

Ao observarmos a estrutura de uma garrafa térmica, vemos que a superfície interna da peça, que recebe o líquido quente, é espelhada. Isso é feito para que os raios infravermelhos sejam refletidos, minimizando o efeito da diminuição de temperatura do líquido interno por efeito da irradiação térmica.

4. Calor sensível e calor latente

Calor sensível é o calor trocado por um determinado sistema com outro ou outros, que provoca mudanças de temperatura. Quando aquecemos uma cuba com água, essa água tem sua temperatura alterada. A quantidade de calor responsável por essa mudança de temperatura é o calor sensível.

Dada uma porção de água em ebulição, se continuarmos cedendo calor a essa porção, começará a ocorrer a vaporização. A porção do líquido que é convertida em vapor recebeu energia calorífica para alterar seu arranjo molecular conforme o novo estado físico. Essa quantidade de energia ou calor é chamada *calor latente de vaporização*. O calor latente não propicia aumento de temperatura, e sim mudança de estado.

O *calor latente* é função das características da substância para cada mudança de estado sofrida e depende, ainda, da pressão a que a substância está submetida.

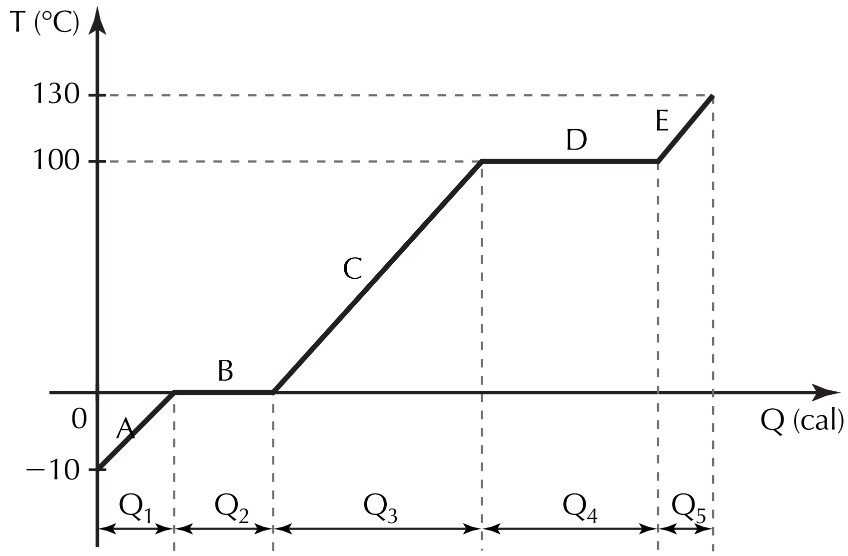
Para a água submetida à pressão normal, o calor latente de fusão e de vaporização valem, respectivamente:

$$\boxed{L_F = 80\ \frac{cal}{g}} \quad e \quad \boxed{L_V = 540\ \frac{cal}{g}}$$

Considerando m, a massa de uma substância que muda de estado e L, o calor latente dessa mudança, a quantidade de calor Q envolvida é dada por:

$$\boxed{Q = m \cdot L}$$

Para ilustrar esse conceito, elaboramos um gráfico cartesiano T (°C) x Q (cal) para a água à pressão normal em um processo de aquecimento:

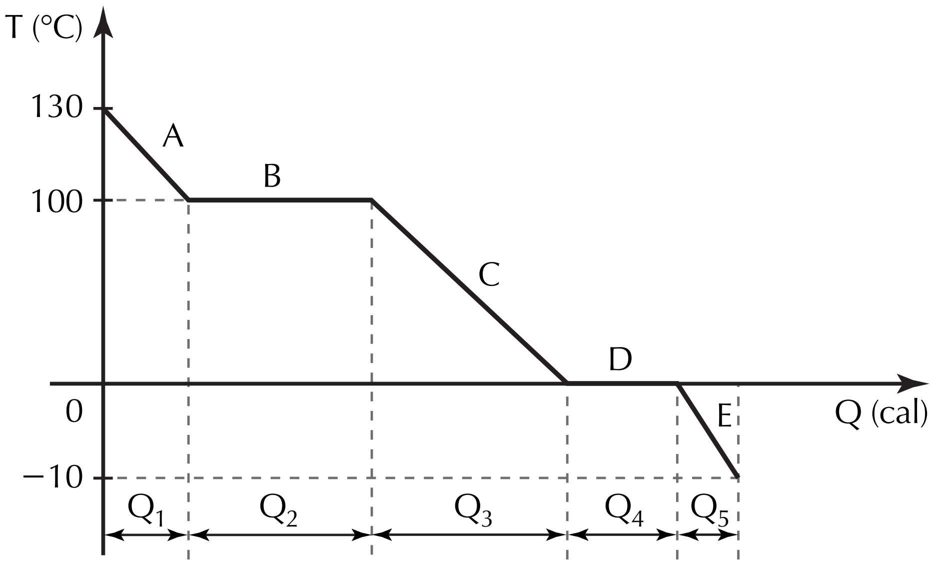


No gráfico:

A – aquecimento do gelo;
B – fusão;
C – aquecimento da água;
D – vaporização;
E – aquecimento do vapor;

Q_1, Q_3, Q_5 – calor sensível;
Q_2 – calor latente trocado na fusão;
Q_4 – calor latente trocado na vaporização.

Agora, analisemos a mesma situação para o resfriamento da água à pressão normal:



A – resfriamento do vapor;
B – condensação;
C – resfriamento do líquido;
D – solidificação;
E – resfriamento do gelo;

Q_1, Q_3, Q_5 – calor sensível;
Q_2 – calor latente trocado na condensação;
Q_4 – calor latente trocado na solidificação.

Observe que, se uma substância muda seu estado com o ganho de uma determinada quantidade de calor latente, para reverter o processo é necessário que ela perca a mesma quantidade de calor.

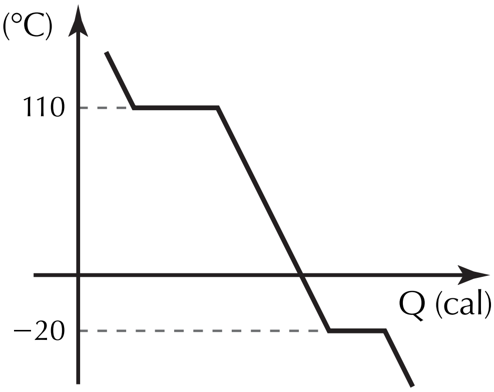
As quantidades de *calor latente de condensação* e *calor latente de solidificação* da água à pressão normal valem:

$$\boxed{L_C = -540\,\frac{\text{cal}}{\text{g}}} \quad \text{e} \quad \boxed{L_S = -80\,\frac{\text{cal}}{\text{g}}}$$

O sinal negativo significa, convencionalmente, que a substância perde calor na mudança de estado.

Exemplos

a) Apresentamos a seguir um gráfico de aquecimento de uma determinada substância pura, inicialmente em estado gasoso. A massa da substância aquecida é de 1.000 g. São dados o calor latente de vaporização da substância, $L_V = 250\,\frac{\text{cal}}{\text{g}}$, e o calor latente de fusão, $L_F = 50\,\frac{\text{cal}}{\text{g}}$. Determine as temperaturas de condensação e solidificação da substância e as quantidades de calor trocadas para cada mudança de estado.



Solução

A temperatura de condensação: $\boxed{T_C = 110\ °C}$.

A temperatura de solidificação: $\boxed{T_S = -20\ °C}$.

A quantidade de calor trocada na condensação vale:

$$Q = 1.000\ \text{g} \cdot \left(-250\,\frac{\text{cal}}{\text{g}}\right) \Rightarrow \boxed{Q = -250\ \text{kcal}}$$

A quantidade de calor trocada na solidificação vale:

$$Q = 1.000\ \text{g} \cdot \left(-50\,\frac{\text{cal}}{\text{g}}\right) \Rightarrow \boxed{Q = -50\ \text{kcal}}$$

b) O gráfico apresenta a variação com o tempo da temperatura de 500 g de uma substância pura, em estado inicial sólido. Até o instante 14 min, a substância está em contato com uma fonte térmica de potência $800\,\frac{\text{cal}}{\text{min}}$. Após 14 min, a fonte é retirada.

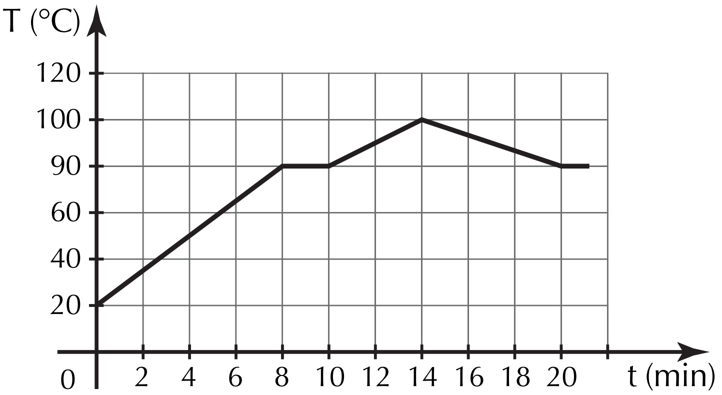
Determine:

1) a temperatura de fusão;

2) o calor latente de fusão;

3) a temperatura de solidificação;

4) o calor latente de solidificação.



Solução

b.1) Parando de aumentar a temperatura durante o fornecimento de calor pela fonte, há a indicação de que está ocorrendo a mudança de estado da substância. A temperatura de fusão corresponde ao primeiro patamar da representação gráfica (temperatura constante); logo:

$\boxed{T_F = 80\ °C}$.

b.2) A fusão demora um intervalo de 2 min. A potência da fonte é $P = 800\ \dfrac{cal}{min}$; logo:

$Q = 800 \cdot 2 = 1.600$ cal

Esse valor é a quantidade de calor recebida durante a fusão. O calor latente de fusão vale:

$$Q = m \cdot L_F \Rightarrow L_F = \frac{Q}{m}$$

$$\boxed{L_F = \frac{1.600}{500} = 3{,}2\ \frac{cal}{g}}$$

b.3) Sendo a fonte desligada, o corpo passa a perder calor até que se solidifique no próximo patamar do gráfico, que equivale à temperatura de $\boxed{T_S = 80\ °C}$

b.4) O calor latente de solidificação representa a situação inversa do cálculo do calor latente de fusão; logo:

$$\boxed{L_S = -3{,}2\ \frac{cal}{g}}$$

5. Capacidade térmica e calor específico

Consideremos um sistema que receba uma determinada quantidade de calor Q, que propicie uma mudança de temperatura ΔT sem mudanças de estado. Define-se como *capacidade térmica* ou calorífica C do sistema a relação:

$$\boxed{C = \frac{Q}{\Delta T}}$$

A unidade usual da capacidade térmica é a caloria por grau Celsius $\left(\frac{cal}{°C}\right)$.

Se uma determinada porção de uma substância recebe 50 cal e sua temperatura varia de 5 °C, sua capacidade térmica vale:

$$C = \frac{50\ cal}{5\ °C} \Rightarrow C = 10\ \frac{cal}{°C}$$

A capacidade térmica mede numericamente a quantidade de calor produzida por uma variação unitária de temperatura em um determinado corpo.

No exemplo citado anteriormente, a cada 10 cal que a porção de substância recebe, sua temperatura aumenta em 1 °C.

Tomando um corpo de massa m e capacidade térmica C, define-se capacidade térmica específica ou *calor específico* c da substância que constitui o corpo como sendo:

$$\boxed{c = \frac{C}{m}}$$

A unidade usual de calor específico é o quociente da caloria pelo produto grama vezes grau Celsius $\left(\frac{cal}{g \cdot °C}\right)$.

Admitindo-se a massa da substância do exemplo anterior como 50 g, seu calor específico vale:

$$c = \frac{10\ cal/°C}{50\ g} \Rightarrow c = 0{,}2\ \frac{cal}{g \cdot °C}$$

O calor específico é a medida numérica da quantidade de calor que propicia uma variação unitária de temperatura em uma unidade de massa da substância.

No exemplo anterior, a massa de 1 g da substância deve receber 0,2 cal para que sua temperatura aumente em 1°C.

O calor específico é uma grandeza que depende da natureza da substância e de seu estado de agregação.

Para a água, temos os seguintes valores de calor específico:

Estado da água	**c** $\left(\frac{cal}{g \cdot °C}\right)$
sólida	0,5
líquida	1
gasosa	0,48

Citamos, abaixo, o calor específico em caloria por grama e por grau Celsius para outras substâncias nas condições ambientes (20 °C e 1 atm):

Substância	**c** $\left(\frac{cal}{g \cdot °C}\right)$
Álcool	0,58
Chumbo	0,031
Ferro	0,11
Vidro	0,20
Alumínio	0,22

Leia sobre o Calor Específico da Água e Sua Influência no Clima no Encarte Colorido.

Exemplos

a) Um corpo recebe 5.000 kcal e sua temperatura varia de 10 °C para 250 °C. Qual é a capacidade térmica do corpo?

Solução

$$C = \frac{Q}{\Delta T} \Rightarrow C = \frac{5.000 \cdot 10^3}{250 - 10} \Rightarrow \boxed{C = 20,8 \ \frac{\text{kcal}}{°\text{C}}}$$

b) Um corpo de 1 kg recebe 2.000 cal para que sua temperatura se eleve 50 °C. Quais são a capacidade térmica do corpo e o calor específico da substância que o constitui?

Solução

Sua capacidade térmica vale:

$$C = \frac{Q}{\Delta T} \Rightarrow C = \frac{2.000}{50} \Rightarrow \boxed{C = 40 \ \frac{\text{cal}}{°\text{C}}}$$

O calor específico da substância vale:

$$c = \frac{C}{m} \Rightarrow c = \frac{40}{1 \cdot 10^3} \Rightarrow \boxed{c = 0,04 \ \frac{\text{cal}}{\text{g °C}}}$$

c) A capacidade térmica de 200 g de um líquido é 45 $\frac{\text{cal}}{°\text{C}}$. Qual é a capacidade térmica de 500 g do mesmo líquido?

Solução

$$c = \frac{45}{200} = 0,225 \ \frac{\text{cal}}{\text{g °C}} \quad \text{(calor específico do líquido)}$$

$$C = c \cdot m \Rightarrow C = 0,225 \cdot 500 \Rightarrow \boxed{C = 112,5 \ \frac{\text{cal}}{°\text{C}}}$$

EXERCÍCIOS PROPOSTOS

1. Assinale a(s) afirmativa(s) correta(s).
   Para que haja fluxo de calor entre um corpo e outro, é necessário que os corpos:
   a) tenham calores específicos diferentes;
   b) tenham temperaturas diferentes;
   c) tenham diferentes quantidades de calor;
   d) tenham capacidades térmicas diferentes.

2. Se há fluxo de calor de um corpo A para outro B, podemos afirmar que:
   a) a capacidade térmica de A é maior que a de B;
   b) B é melhor condutor que A;
   c) a temperatura de A é maior que a de B;
   d) a temperatura de B é maior que a de A;
   e) a capacidade térmica de A é menor que a de B.

3. Assinale a alternativa falsa.
   a) A energia solar chega até nós por radiação.
   b) A condução térmica é a transferência de calor molécula a molécula ou átomo a átomo.
   c) A convecção ocorre basicamente para os sólidos e líquidos.
   d) O calor se transfere de um lado a outro de uma barra metálica aquecida em uma extremidade por condução.

4. (UFRS) No interior de uma geladeira, a temperatura é aproximadamente a mesma em todos os pontos graças à circulação do ar. O processo de transferência de energia causado por essa circulação de ar é denominado:
   a) radiação;
   b) convecção;
   c) condução;
   d) compressão;
   e) reflexão.

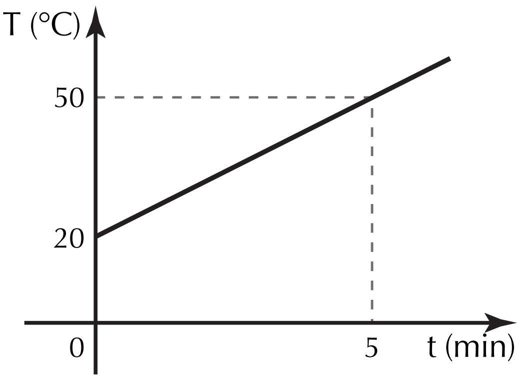
5. Considerando a temperatura ambiente 20 °C, o contato dos pés com um piso de ardósia parece mais frio que com um piso de madeira. Isto acontece porque:
   a) a madeira está sempre mais quente que o ambiente;
   b) a ardósia está sempre mais fria que o ambiente;
   c) o calor dos pés se transfere mais rapidamente para a ardósia, em virtude da maior condutividade térmica desse material em relação à madeira;
   d) a madeira possui maior condutividade térmica do que a ardósia;
   e) a madeira é isolante térmico.

6. Ao esmerilhar uma peça de ferro, um serralheiro é atingido por fagulhas de ferro incandescentes e não se queima. Isso acontece porque as fagulhas:
   a) têm calor específico elevado;
   b) estão mudando de estado;
   c) têm capacidade térmica muito pequena;
   d) têm alta capacidade térmica;
   e) têm calor específico pequeno.

7. Para que um andarilho do deserto suporte melhor o calor, é melhor que ele esteja:
   a) vestido com qualquer roupa;
   b) totalmente nu;
   c) com roupas de lã;
   d) com roupas de tecido de algodão bem fino.

8. (PUC-RS) A propagação de calor em dias frios, a partir de um condicionador de ar, numa sala, se dá principalmente por:
   a) convecção
   b) irradiação
   c) condução
   d) irradiação e condução
   e) irradiação, convecção e condução

9. (UFSE) A temperatura de um corpo sólido de massa igual a 100 g está representada no gráfico ao lado, em função do tempo t.



   Se o calor específico da substância de que o corpo é feito vale $0{,}80\ \dfrac{\text{cal}}{\text{g °C}}$, o número de calorias que o corpo recebeu por minuto é:
   a) $3{,}2 \cdot 10^2$
   b) $4{,}0 \cdot 10^2$
   c) $4{,}8 \cdot 10^2$
   d) $8{,}0 \cdot 10^2$
   e) $2{,}4 \cdot 10^3$

10. Uma placa de cortiça de espessura 3 cm e área 10 cm^2, separa dois sistemas cuja diferença de temperatura é 30 °C.

Sendo $0{,}00013\ \dfrac{\text{cal}}{\text{s} \cdot \text{cm} \cdot °\text{C}}$, o coeficiente de condutividade térmica da cortiça, determine o fluxo de calor conduzido através da placa em calorias por minuto.

11. (Cesgranrio-RJ) Para a refrigeração do motor de um automóvel, tanto pode ser usado ar como água. A razão entre a massa de ar e a massa de água para proporcionar a mesma refrigeração no motor do automóvel deverá ser igual a:

Dados: $C_{ar} = 0{,}25\ \dfrac{\text{cal}}{\text{g} \cdot °\text{C}}$ e $C_{água} = 1{,}0\ \dfrac{\text{cal}}{\text{g} \cdot °\text{C}}$

a) 0,25
b) 1,0
c) 1,2
d) 2,5
e) 4,0

6. Calorimetria – Trocas de calor

Combinando as fórmulas já estudadas para capacidade térmica e calor específico, temos:

$$C = \frac{Q}{\Delta T} \quad \text{e} \quad c = \frac{C}{m} \quad \Rightarrow \quad \boxed{Q = m \cdot c \cdot \Delta T}$$

A fórmula obtida anteriormente é chamada *fórmula geral da calorimetria*. Ela nos permite calcular a quantidade de calor Q trocada por um corpo de calor específico c, ao sofrer uma variação de temperatura ΔT.

A variação de temperatura ΔT é sempre dada pela diferença entre a temperatura final menos a inicial, o que definirá o sinal de Q como positivo ou negativo. Se o corpo receber calor, Q será positivo. Se o corpo perder calor, Q será negativo.

A soma das quantidades de calor trocadas por dois corpos isolados, até o estabelecimento do equilíbrio térmico, é zero.

Muitas experiências práticas em calorimetria são feitas em recipientes chamados *calorímetros*.

Os calorímetros são isolados termicamente para evitar perdas de calor, de tal forma que não haja interferência do mesmo nas trocas de calor em seu interior. Na prática, o isolamento térmico ideal é impossível; por isso, é definida a capacidade térmica do calorímetro, para que as experiências realizadas em seu interior cheguem a resultados satisfatórios.

Exemplos

a) São colocados, dentro de um calorímetro a 10 °C, 50 g de água pura a 25 °C. Sendo a capacidade térmica do calorímetro 1,5 $\frac{cal}{°C}$, determine a temperatura de equilíbrio.

Solução

A quantidade de calor trocada pelo calorímetro é:

$Q_1 = C \cdot \Delta T \Rightarrow Q_1 = 1{,}5 \cdot (T_F - 10) \Rightarrow Q_1 = 1{,}5T_F - 15$

A quantidade de calor trocada pela água é:

$Q_2 = m \cdot c \cdot \Delta T \Rightarrow Q_2 = 50 \cdot 1 \cdot (T_F - 25) \Rightarrow$

$Q_2 = 50T_F - 1.250$

Somando as quantidades de calor, temos:

$Q_1 + Q_2 = 0 \Rightarrow 1{,}5T_F - 15 + 50T_F - 1.250 = 0 \Rightarrow$

$\Rightarrow \boxed{T_F \simeq 24{,}6\ °C}$

b) Determine a quantidade de calor que 1ℓ de água deve perder para reduzir sua temperatura de 80 °C para 5 °C.

Solução

$Q = m \cdot c \cdot \Delta T \Rightarrow Q = 1.000 \cdot 1 \cdot (5 - 80) \Rightarrow \boxed{Q = 275\ kcal}$

c) Calcule a quantidade de calor necessária para transformar 100 g de gelo a −10 °C em água líquida a 20 °C. Dados: o calor específico do gelo, 0,50 $\frac{cal}{g\ °C}$; o calor latente de fusão do gelo, 80 $\frac{cal}{g}$; e o calor específico da água líquida, 1,0 $\frac{cal}{g\ °C}$. Mostre a representação gráfica da curva de aquecimento do processo.

Solução

Para o aquecimento do gelo, temos:

$Q_1 = m \cdot c \cdot \Delta T \Rightarrow Q_1 = 100 \cdot 0{,}5 \cdot (10) \Rightarrow Q_1 = 500 \text{ cal}$

Para a fusão do gelo, temos:

$Q_2 = m \cdot L \Rightarrow Q_2 = 100 \cdot 80 \Rightarrow Q_2 = 8.000 \text{ cal}$

Para o aquecimento da água líquida, temos:

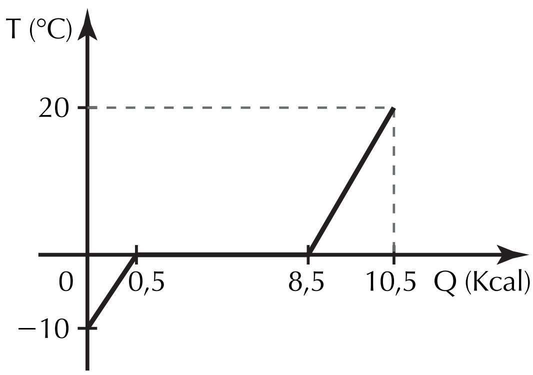
$Q_3 = m \cdot c \cdot \Delta T \Rightarrow Q_3 = 100 \cdot 1 \cdot (20) \Rightarrow Q_3 = 2.000 \text{ cal}$

A quantidade de calor total necessária no processo é:

$Q_T = Q_1 + Q_2 + Q_3 \Rightarrow Q_T = 500 + 8.000 + 2.000 \Rightarrow$

$\Rightarrow \boxed{Q_T = 10{,}5 \text{ kcal}}$

Para a representação gráfica pedida, temos:



EXERCÍCIOS PROPOSTOS

12. (UFMG) Um bloco de gelo de 80 g foi colocado em um calorímetro, bem-isolado, contendo 50 g de água. Depois de várias horas, observou-se uma situação final na qual havia, ainda, 80 g de gelo no interior do calorímetro. Pode-se concluir, desta experiência, que:

    a) a condutividade térmica do gelo é igual à da água;

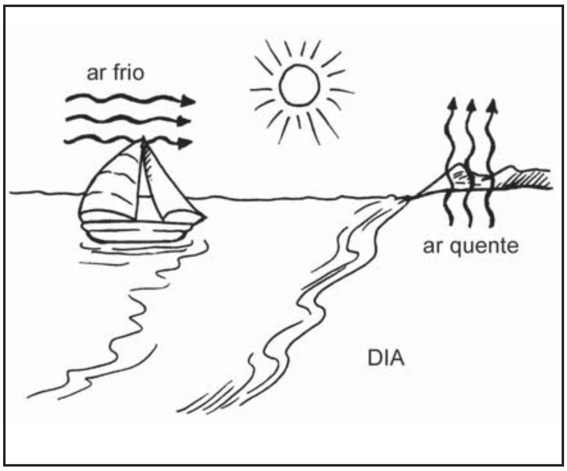
    b) as quantidades de calor contidas na água e no gelo, na situação final, tornaram-se iguais;

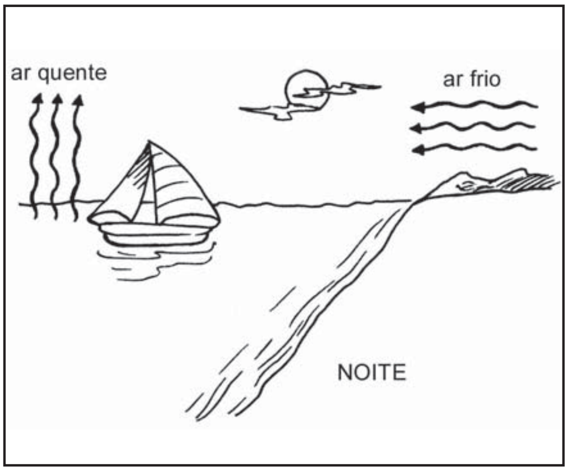
    c) a temperatura final do gelo e da água era de 0 °C;

    d) o calor específico do gelo é igual ao calor específico da água;

    e) o calor latente de fusão do gelo é maior do que a energia contida na água.

13. (PUC-SP) Observe as figuras a seguir sobre a formação de brisas marítima e terrestre.





Durante o dia, o ar próximo à areia da praia se aquece mais rapidamente do que o ar próximo à superfície do mar. Dessa forma, o ar aquecido do continente sobe e o ar mais frio do mar desloca-se para o continente, formando a brisa marítima. À noite, o ar sobre o oceano permanece aquecido mais tempo do que o ar sobre o continente, e o processo se inverte. Ocorre então a brisa terrestre. Dentre as alternativas a seguir, indique a que explica, corretamente, o fenômeno apresentado

a) É um exemplo de convecção térmica e ocorre pelo fato de a água ter um calor específico maior do que a areia. Dessa forma, a temperatura da areia se altera mais rapidamente.

b) É um exemplo de condução térmica e ocorre pelo fato de a areia e a água serem bons condutores térmicos. Dessa forma, o calor se dissipa rapidamente.

c) É um exemplo de irradiação térmica e ocorre pelo fato de a areia e a água serem bons condutores térmicos. Dessa forma, o calor se dissipa rapidamente.

d) É um exemplo de convecção térmica e ocorre pelo fato de a água ter um calor específico menor do que a areia. Dessa forma, a temperatura da areia se altera mais rapidamente.

e) É um processo de estabelecimento do equílibrio térmico e ocorre pelo fato de a água ter uma capacidade térmica desprezível.

14. (UFCE) Considere uma certa massa M de gelo a 0 °C, que deve ser misturada com igual massa M de água a uma certa temperatura inicial T. Qual deve ser essa temperatura, em °C, de modo que no final se tenha unicamente água a 0 °C? Considere o calor específico da água como $1 \frac{cal}{g\ °C}$ e o calor latente de fusão do gelo, $L = 80 \frac{cal}{g}$.

15. (UFSE) O calor de combustão de uma substância é a quantidade de calor que ela fornece por unidade de massa que sofre combustão total. Sabendo-se que o calor de combustão do álcool é de $6.400 \frac{cal}{g}$, pode-se afirmar que a massa mínima de álcool a ser utilizada como combustível para fundir um bloco de gelo de 400 g a 0 °C é, em gramas, de:

a) 2,0
b) 5,0
c) $1,6 \cdot 10$
d) $6,4 \cdot 10$
e) $4,0 \cdot 10^2$

16. (UFMS) Uma pessoa ingere 1,5 ℓ de água a 7 °C por dia e a temperatura de seu corpo é 37,0 °C. Considerando que um litro de água equivale a 1.000 g e que seu calor específico é $1,0 \frac{cal}{g\ °C}$, determine a quantidade de calor perdido por uma pessoa, por dia, em quilocalorias, devido unicamente à ingestão de água.

17. (UFPI) Num calorímetro que contém 1.000 g de água a 20 °C, introduzimos 500 g de gelo a −16 °C. O calorímetro é de cobre e sua massa é de 280 g. Supondo que não haja perdas de calor, a temperatura final do sistema e a massa de gelo fundida são, respectivamente:

a) 0 °C e 300 g
b) 1 °C e 280 g
c) 0 °C e 202 g
d) 2 °C e 400 g
e) 0 °C e 200 g

O calor específico do cobre é $0,0286 \frac{cal}{g\ °C}$.

Capítulo 14

Óptica

1. Introdução

O sentido da visão nos proporciona a percepção do mundo à nossa volta. É por meio desse sentido que, em um relance, recebemos inúmeras informações específicas e minuciosas. Dessa maneira, a luz é o agente que nos permite ver os objetos. É, também, uma forma de energia radiante, que se propaga pelo espaço.

A parte da Física que estuda o comportamento da luz é a óptica geométrica.

2. Fontes de luz e velocidade da luz

Para que possamos ver um objeto, por exemplo, é necessário que este seja uma fonte de luz, que pode ser:

Primária – são primárias as fontes que emitem luz própria, como o Sol, uma chama, uma lâmpada acesa etc.

Secundária – apenas refletem a luz de fontes primárias. Todos os objetos iluminados são fontes secundárias.

Uma fonte luminosa é chamada *puntiforme* quando suas dimensões podem ser desprezadas em relação às distâncias que a separam de outros corpos; caso contrário, é chamada *extensa*. A lâmpada acesa de um poste, vista por um passageiro através da janela de um avião, é uma fonte puntiforme, ao passo que a mesma lâmpada, vista por alguém que atravessa a rua, por exemplo, é uma fonte extensa.

A luz se propaga com uma velocidade muito grande. A velocidade da luz é função do meio de propagação. Para o vácuo, a velocidade de propagação da luz vale:

$$\boxed{c = 3{,}0 \cdot 10^8 \ \frac{m}{s}} \quad \text{ou} \quad \boxed{c = 300.000 \ \frac{km}{s}}$$

Em um meio material, a velocidade da luz é menor que no vácuo e seu valor depende do tipo de luz que se propaga.

Exemplos

a) A Terra dista $15 \cdot 10^7$ km do Sol. Qual o tempo de percurso da luz do Sol até a Terra?

Solução

$$V = c = \frac{d}{\Delta t} \Rightarrow \Delta t = \frac{d}{c} \Rightarrow \Delta t = \frac{15 \cdot 10^{10}}{3{,}0 \cdot 10^8} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \boxed{\Delta t = 500 \text{ s}} \text{ ou } \boxed{8 \text{ min } 20 \text{ s}}$$

b) Qual é a duração do percurso da luz de uma fonte até um objeto que está a 10 m da mesma?

Solução

$$\Delta t = \frac{d}{c} \Rightarrow \Delta t = \frac{10}{3{,}0 \cdot 10^8} \Rightarrow \boxed{\Delta t = 3{,}3 \cdot 10^{-8} \text{ s}}$$

c) Um ano-luz é definido como sendo a distância que a luz percorre em um ano no vácuo. Essa unidade é usada para medir distâncias muito grandes, como as astronômicas. Determine a distância da Terra até a estrela Alfa-Centauri, sabendo-se que a luz de Alfa-Centauri chega até a Terra em quatro anos e meio.

Solução

Um ano-luz vale:

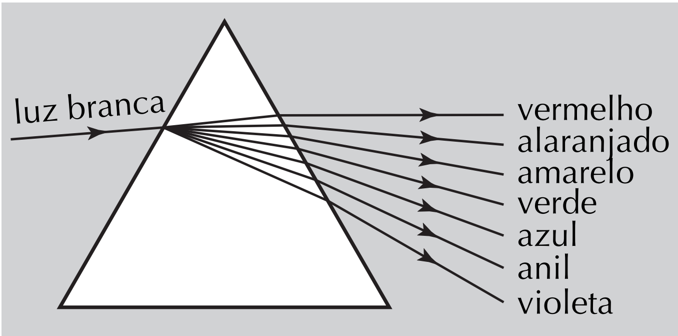
$d = 365 \cdot 24 \cdot 3.600 \cdot 3 \cdot 10^8 \text{ m} \Rightarrow d \simeq 9{,}46 \cdot 10^{12}$ km

Assim, Alfa-Centauri está distante da Terra:

$x \simeq 4{,}5 \cdot 9{,}46 \cdot 10^{12}$ km $\Rightarrow$ $x \simeq 4{,}26 \cdot 10^{13}$ km

3. Cores

Se a luz branca for dispersa em um prisma de vidro, podemos verificar que ela é decomposta em luzes, conforme mostra a figura a seguir.



A luz vermelha é a que se propaga mais rapidamente; a violeta é aquela que tem propagação mais lenta.

Toda luz que sofre dispersão em um prisma é chamada *policromática*, pois contém várias cores. A luz que não sofre dispersão é chamada *monocromática*, ou seja, contém apenas uma cor.

4. Meios de propagação

Um meio é chamado *transparente* à luz quando nele a luz se propaga por distâncias consideráveis e segundo trajetórias bem definidas, com formas geométricas determinadas. O vácuo, o ar, pequenas espessuras de água ou vidro, por exemplo, são transparentes.

Denomina-se *translúcido* o meio no qual a luz se propaga através de distâncias consideráveis, mas segundo trajetórias estatisticamente irregulares, de formas imprevisíveis. O vapor d'água, o vidro leitoso e o papel vegetal são alguns exemplos de meios translúcidos.

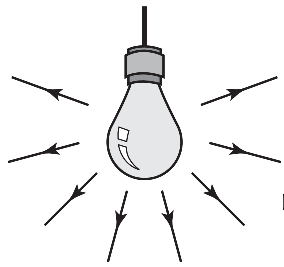
Quando a luz praticamente não consegue se propagar através de um meio, ele é denominado *opaco*. A madeira e os metais são exemplos de materiais opacos, a não ser que apresentem espessura muito pequena.

5. Princípios da óptica

5.1. Princípio da propagação retilínea da luz

Nas situações analisadas, podemos considerar que em um meio homogêneo e transparente a luz se propaga sempre em trajetórias retilíneas.

Para representar a propagação da luz entre dois pontos, utilizamos, em nossos estudos, a idéia do raio de luz.

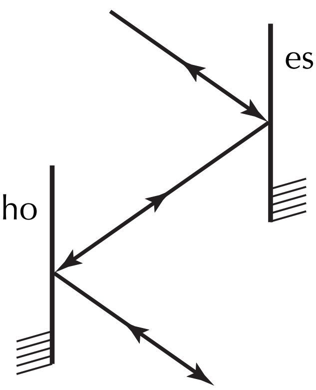


5.2. Princípio da independência dos raios de luz

Um raio de luz não interfere na propagação de outro.

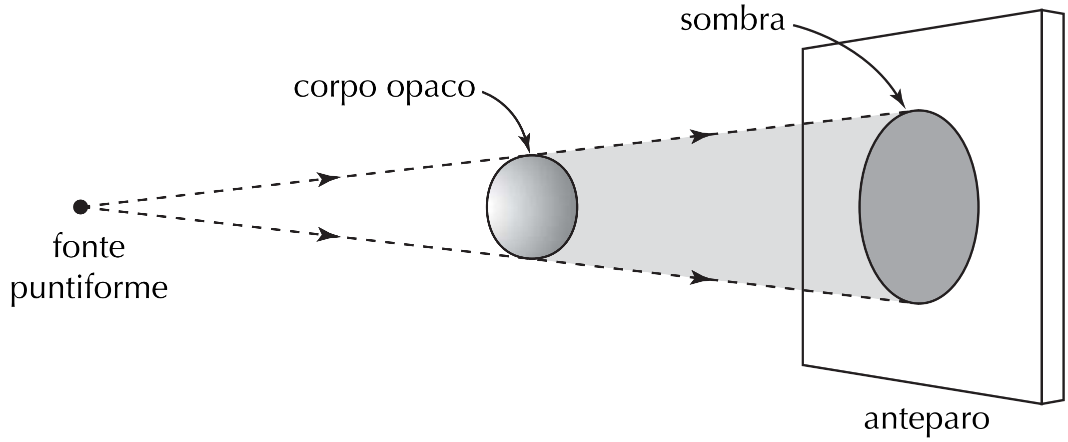
5.3. Princípio da reversibilidade dos raios de luz

Quando o sentido de propagação da luz é invertido, sua trajetória não muda.

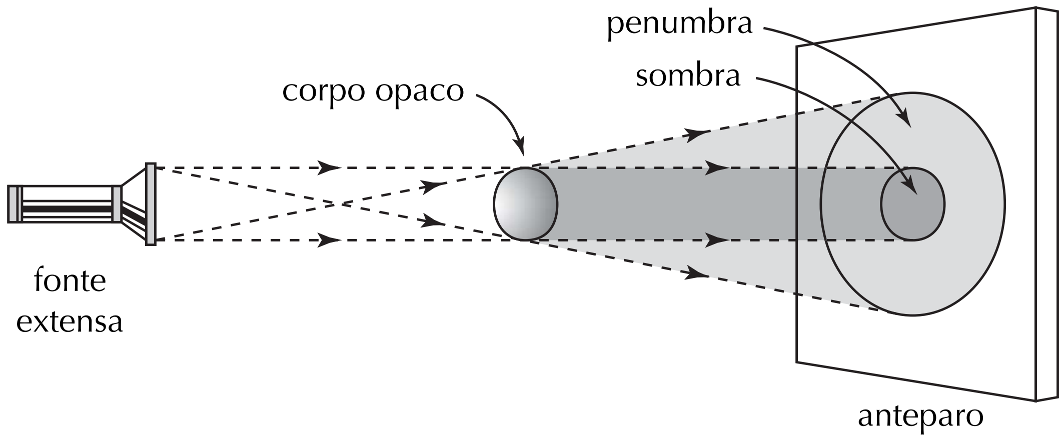


6. Sombra e penumbra

A formação das sombras é a prova do princípio da propagação retilínea da luz. A seguir, apresentamos uma representação geométrica da sombra. No caso de uma fonte de luz puntiforme, temos:



No caso de uma fonte extensa, ocorre uma região de sombra e outra de penumbra:



Leia sobre Eclipses no Encarte Colorido.

7. Reflexão, refração e absorção

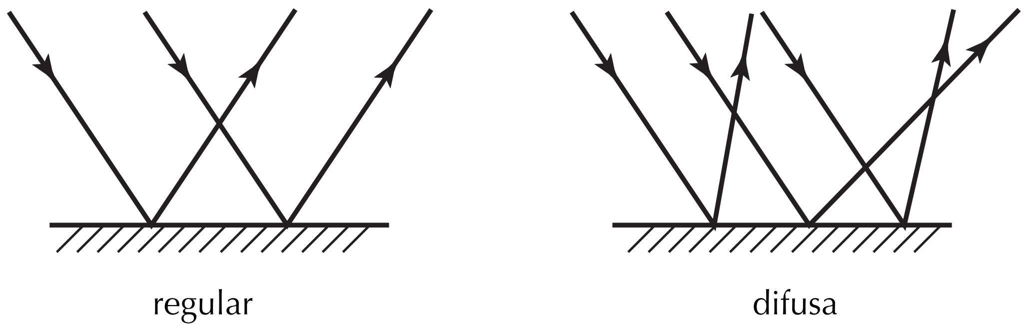
Quando uma "porção de luz", que se propaga em um determinado meio, atinge a superfície de outro meio, podem ocorrer vários fenômenos simultâneos: a reflexão, a refração e a absorção.

7.1. Reflexão

Quando a luz que se propaga em um determinado meio atinge uma superfície e retorna para o meio em que estava, dizemos que a luz sofreu *reflexão*.

Considere uma superfície perfeitamente polida, plana e regular, atingida por um feixe incidente de raios paralelos de luz. Este feixe irá se refletir também em raios paralelos. Nesse caso, chamamos a reflexão de *regular* ou *especular*.

Caso a superfície não seja regular, quando atingida por um feixe incidente de raios paralelos, haverá raios de luz refletidos em várias direções. Nesse caso, chamamos a reflexão de *difusa*.



7.2. Refração e absorção

Uma parcela de um feixe de luz monocromática, atingindo uma superfície de fronteira entre dois meios homogêneos e transparentes, como o ar e a água, sofre reflexão; outra parcela é absorvida pelo meio; o restante muda seu meio de propagação e é chamado *luz refratada*.

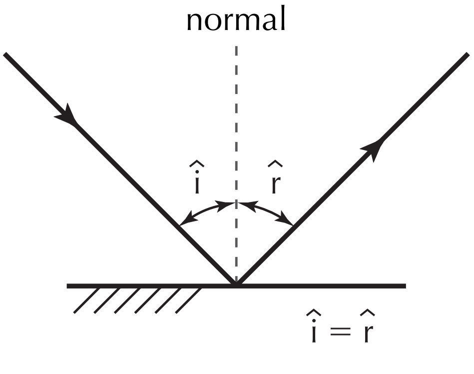
Essa porção de luz refratada muda sua velocidade de propagação em função do novo meio e pode ter sua direção alterada.

8. Estudo da reflexão da luz

A reflexão da luz é regida por duas leis:

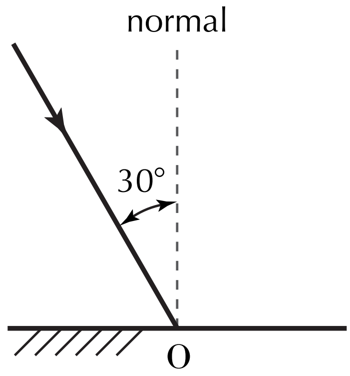
Primeira – O raio incidente, a reta normal à superfície de fronteira entre os dois meios, e o raio refletido estão no mesmo plano, ou seja, são coplanares.

Segunda – O ângulo de reflexão é igual ao ângulo de incidência.



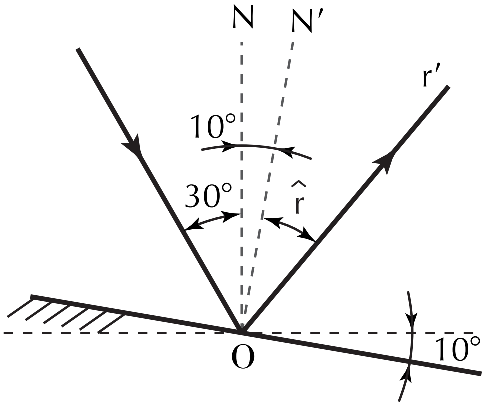
Exemplo

a) Um raio luminoso incide sobre uma superfície plana e polida, segundo um ângulo de 30° com a normal, conforme a figura ao lado. Determine o ângulo de reflexão quando a superfície gira no sentido horário em 10° em relação ao ponto O e o ângulo de giro do raio refletido após o movimento.



Solução

Quando a superfície sofre o giro, o mesmo se dá com a reta normal; logo, o novo ângulo de incidência será:

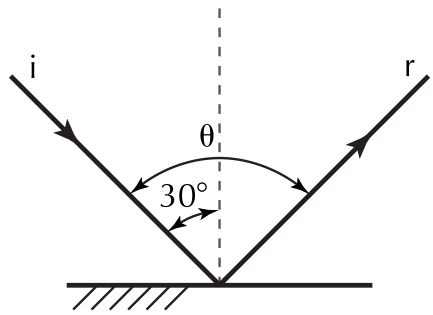


$\hat{i}' = 30° + 10° = 40°$

$\boxed{\hat{i}' = \hat{r}' = 40°}$

Na situação inicial, o ângulo formado entre o raio incidente e o refletido vale:

$\theta = 2 \cdot 30° = 60°$



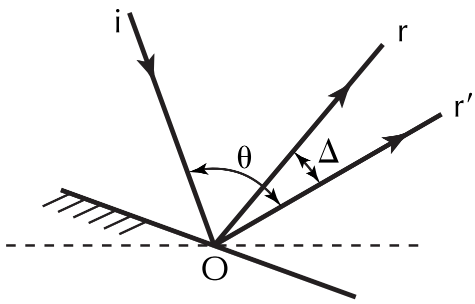
Após o giro, o raio incidente e o refletido formam um ângulo de:

$\theta' = 2 \cdot 40° = 80°$

O raio incidente se mantém inalterado; logo, o ângulo de giro será dado por:

$\Delta = \theta' - \theta = 80° - 60° \Rightarrow$

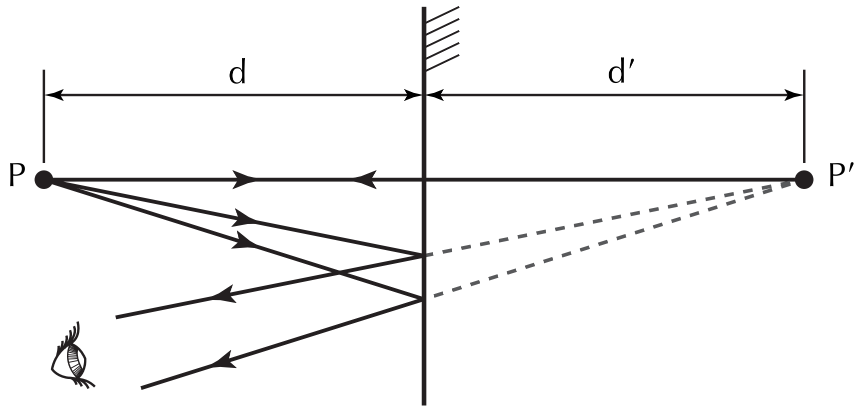
$\Rightarrow \boxed{\Delta = 20°}$



9. Espelho plano

Chamamos *espelho plano* uma superfície regular que tem a capacidade de refletir intensamente a luz.

Se um ponto luminoso é disposto diante de um espelho plano, os raios de luz oriundos do ponto serão refletidos pelo espelho. Caso um observador esteja olhando para o espelho, terá a impressão de que a luz observada por ele tem origem no ponto P′ ("saindo" do espelho).



O ponto P′ é chamado *ponto imagem virtual* e o ponto luminoso P, de *ponto objeto real*.

A distância d do ponto objeto real ao espelho e d′, do ponto imagem virtual ao espelho, são iguais.

Quando o objeto posto diante do espelho for extenso, a imagem será igual ao objeto (I = O).

Para o caso de um objeto extenso, apesar de a imagem e o objeto serem iguais, o lado direito do objeto será o esquerdo da imagem e vice-versa. Se você observar sua imagem no espelho, verá que, ao movimentar a mão direita, a imagem movimentará a esquerda.

Exemplos

a) Um homem se coloca diante de um espelho plano a uma distância de 5 m. Qual será a velocidade de afastamento da imagem caso o homem se afaste do espelho a 1 $\frac{m}{s}$?

Solução

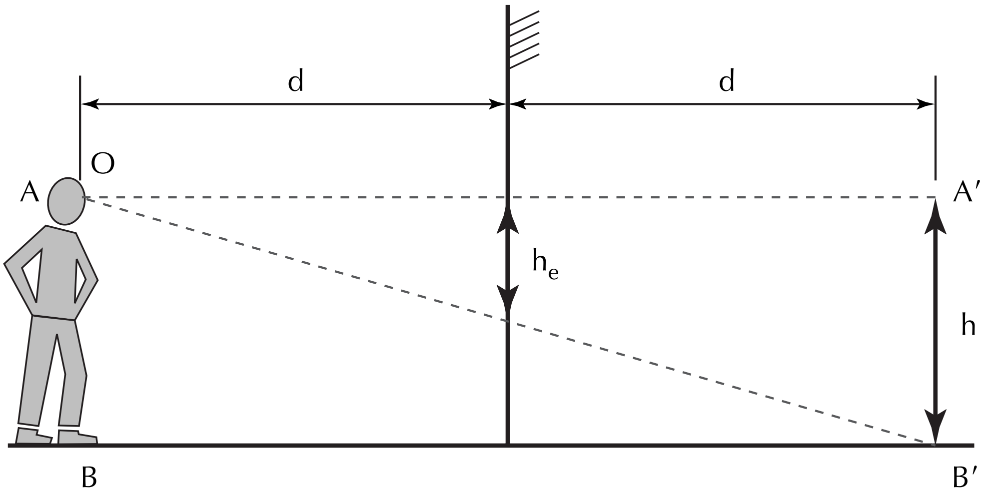
O movimento de afastamento da imagem será simultâneo ao de afastamento do homem, porém em sentido contrário. Considerando positiva a velocidade de afastamento do homem, a velocidade de afastamento da imagem será de:

$$\boxed{v = -1\,\frac{m}{s}}$$

b) Uma pessoa de 1,70 m está em pé diante de um espelho plano disposto verticalmente. Qual a altura mínima que deve ter o espelho para que a pessoa veja sua imagem de corpo inteiro?

Solução

Na figura a seguir, temos a representação do enunciado:



Para que a imagem possa ser vista por inteiro, os segmentos $\overline{A'O}$ e $\overline{B'O}$ têm que passar pelo espelho. Sendo h_e a mínima altura do espelho, temos:

$$\frac{h}{2d} = \frac{h_e}{d} \Rightarrow h_e = \frac{h}{2} \Rightarrow h_e = \frac{1{,}70}{2} \Rightarrow \boxed{h_e = 0{,}85\ m}$$

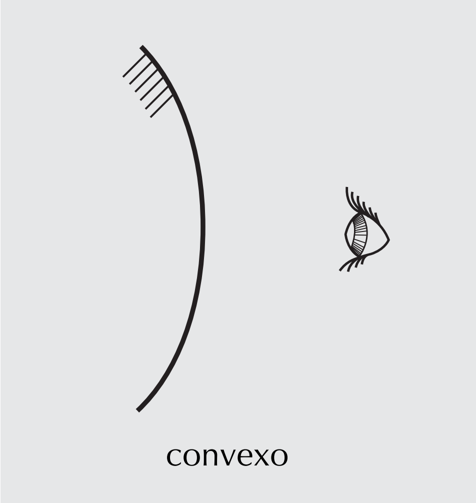
c) De que forma deve ser pintada a palavra "AMBULÂNCIA" na frente de um veículo, para que um motorista de um automóvel que esteja trafegando na frente da ambulância possa olhar no espelho retrovisor de seu automóvel e ler a palavra refletida corretamente?

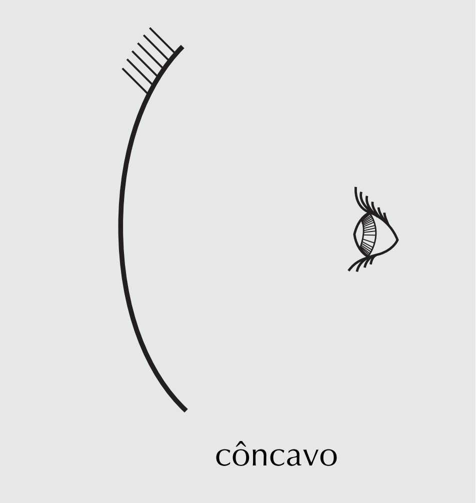
Solução

A I Ɔ N Â ⅃ U ᗺ M A

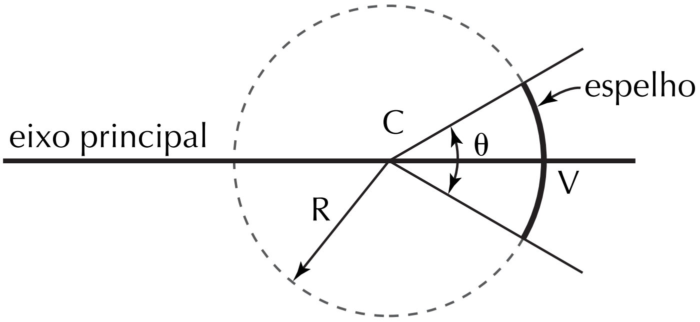
10. Espelhos esféricos

Espelho esférico é uma calota esférica espelhada em uma face. Quando a superfície refletora é a parte interna da calota, o espelho é chamado *côncavo*. Quando a superfície refletora é a parte externa da calota, o espelho é chamado *convexo*.





Na figura abaixo, vemos os elementos geométricos mais importantes de um espelho esférico:



V – vértice ou centro da calota esférica;

C – centro de curvatura;

R – raio de curvatura;

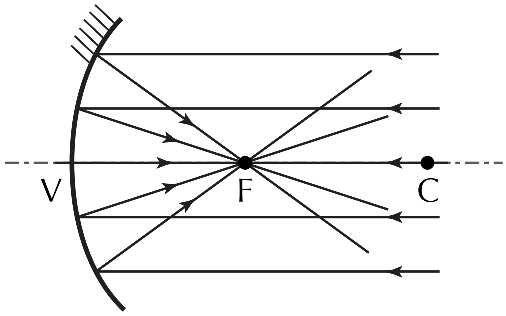
θ – ângulo de abertura.

Os espelhos esféricos de pequeno ângulo de abertura fornecem imagens nítidas; conforme o ângulo vai aumentando, menos nítida vai ficando a imagem.

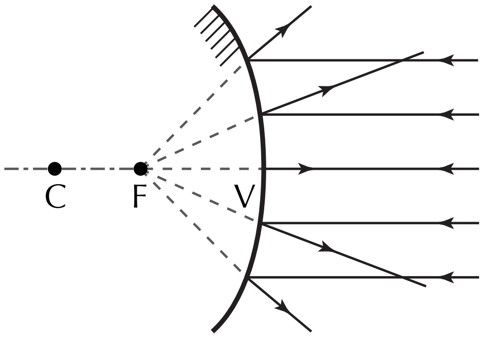
O *foco* de um espelho esférico é um ponto do eixo principal pelo qual passam os raios refletidos ou seus prolongamentos, quando incidem raios luminosos paralelos ao eixo principal do espelho, nas proximidades do vértice.

Para o espelho convexo, o foco é um ponto imagem virtual, já que é definido pelo cruzamento dos prolongamentos dos raios refletidos. Para o espelho côncavo, o foco é um ponto imagem real, definido pelo cruzamento dos raios luminosos refletidos.

A distância entre o foco (F) e o vértice (V) do espelho é denominada *distância focal* (f).



espelho côncavo



espelho convexo

Para os espelhos esféricos, podemos definir a relação

$$\boxed{R = 2f}$$

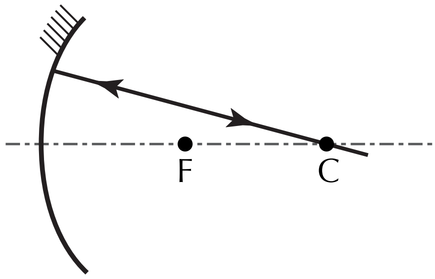
sendo R o raio de curvatura do espelho.

10.1. Estudo das imagens nos espelhos esféricos

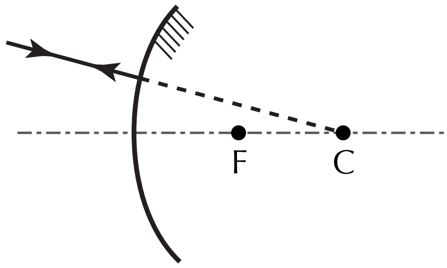
Para que seja possível estudar as imagens formadas por um espelho esférico a partir de um ponto objeto, apresentamos algumas particularidades:

Situação 1

Espelho côncavo



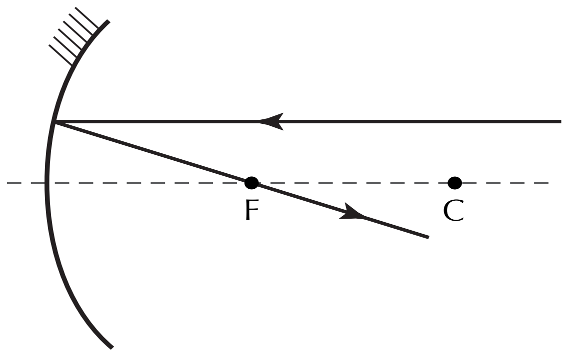
Espelho convexo



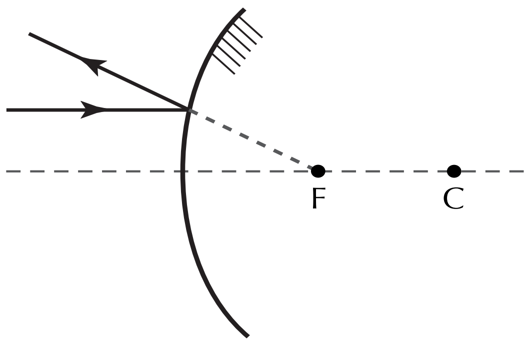
Todo raio que incide passando pelo centro de curvatura reflete-se sobre si mesmo.

Situação 2

Espelho côncavo



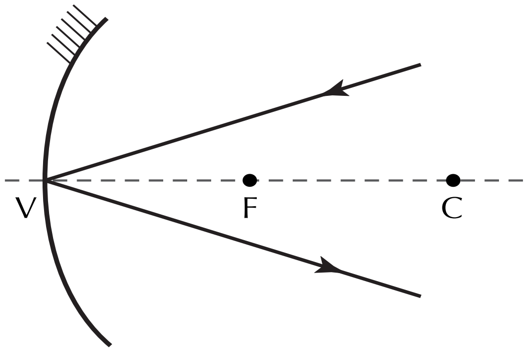
Espelho convexo



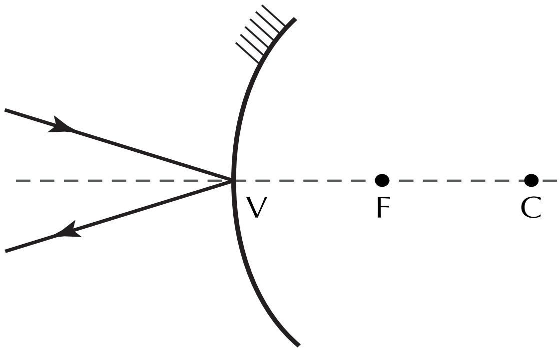
Todo raio que incide paralelamente ao eixo principal reflete passando pelo foco.

Situação 3

Espelho côncavo



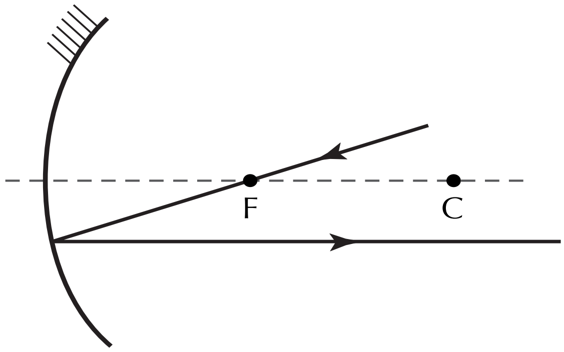
Espelho convexo



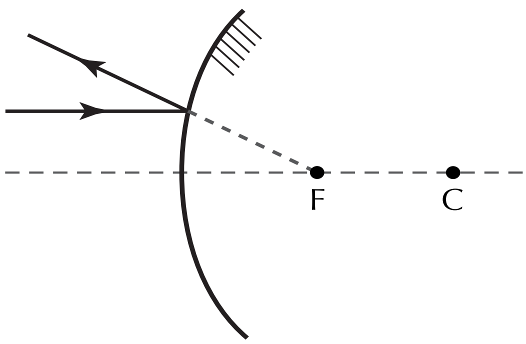
Todo raio que incide no vértice de um espelho reflete de tal modo que o ângulo de incidência e o ângulo de reflexão são iguais em relação ao eixo principal.

Situação 4

Espelho côncavo



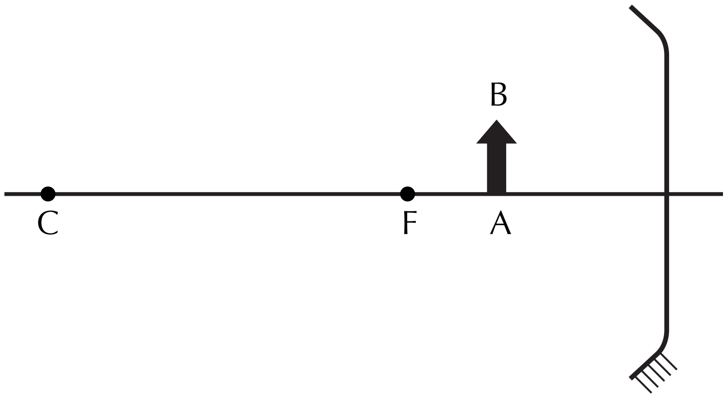
Espelho convexo



Todo raio que incide passando pelo foco reflete paralelamente ao eixo principal.

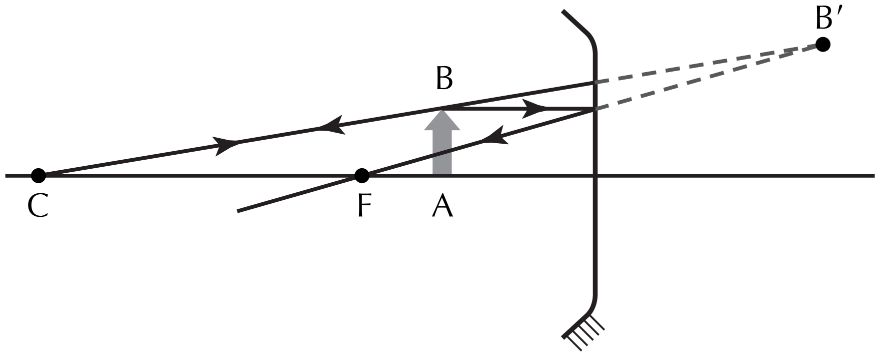
Exemplos

a) A figura ao lado apresenta um sistema com um espelho esférico côncavo e um objeto localizado entre o foco e o vértice do espelho. Represente a construção gráfica da imagem.

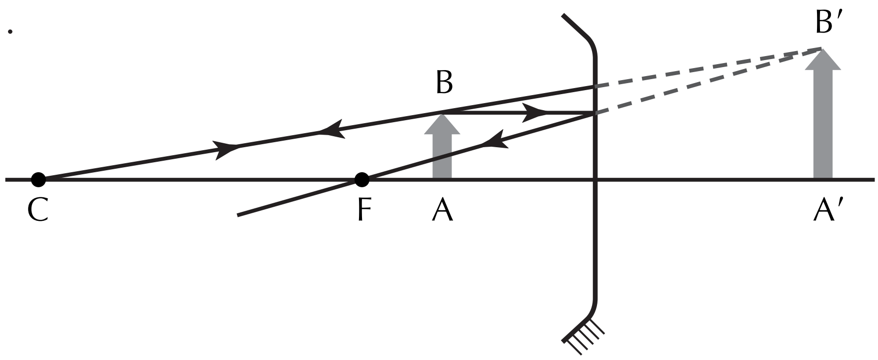


Solução

Para representar a imagem de B, utilizamos a representação de um raio de luz incidente, com direção que contém o centro de curvatura, que reflete sobre si mesmo. Também usamos a representação de um raio de luz que incide paralelamente ao eixo principal e reflete passando pelo foco.



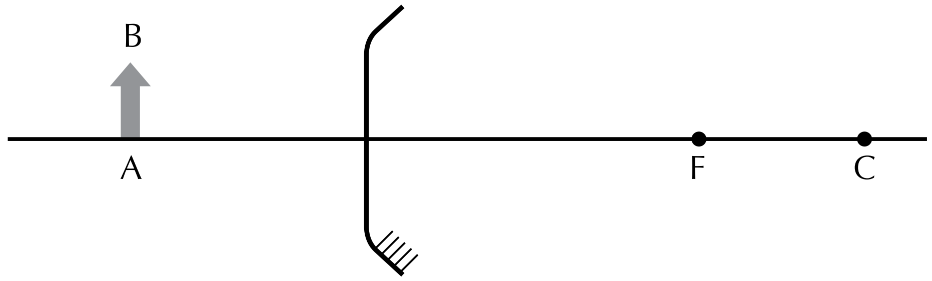
Obtivemos uma imagem virtual em B′. Para obter a imagem de A (A′), é só traçar uma perpendicular ao eixo principal, passando por B′.



O espelho formou uma imagem direita (não-invertida), virtual e ampliada. Para corpos situados entre o foco e o vértice, o espelho côncavo produz uma imagem com dimensões maiores que o objeto.

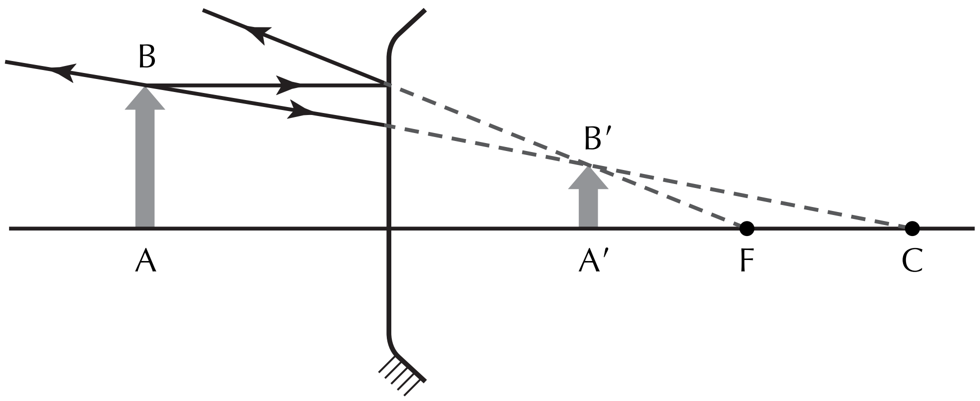
O espelho côncavo pode ser usado como espelho de aumento.

b) A figura abaixo apresenta um sistema com um espelho esférico convexo e um objeto. Represente a construção gráfica da imagem formada.



Solução

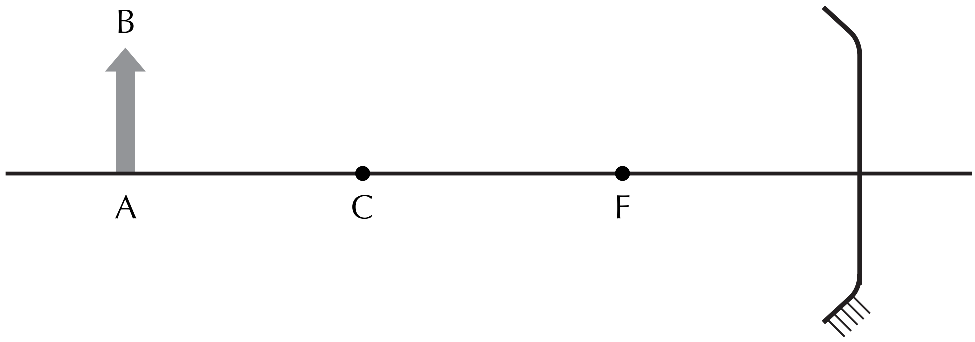
Usaremos o mesmo método descrito no exemplo a.



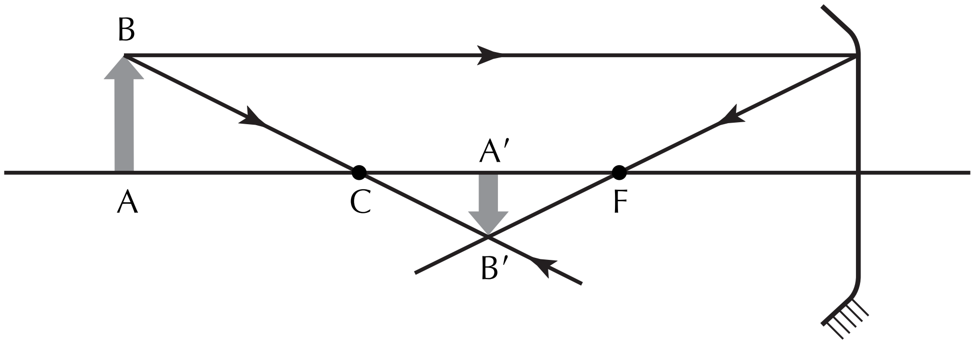
A imagem formada é direita, virtual e reduzida.

O espelho convexo é usado em retrovisores de motocicletas, pois, diminuindo as imagens formadas, ele aumenta o campo visual do usuário.

c) A figura a seguir apresenta um sistema com um espelho esférico côncavo e um objeto. Represente a construção gráfica da imagem formada.



Solução

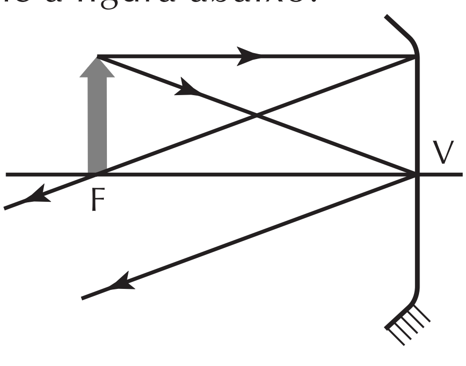


A imagem é real, invertida e reduzida.

Resumindo o que foi visto, temos:

A imagem fornecida por um espelho convexo de um objeto real é sempre uma imagem virtual, direita e menor que o objeto. No espelho côncavo, conforme a posição do objeto em relação ao centro de curvatura e foco principal, podemos ter imagens reais, virtuais, direitas e invertidas.

Uma situação particular digna de nota ocorre quando um objeto real é colocado com sua base no foco principal de um espelho côncavo, conforme a figura abaixo.

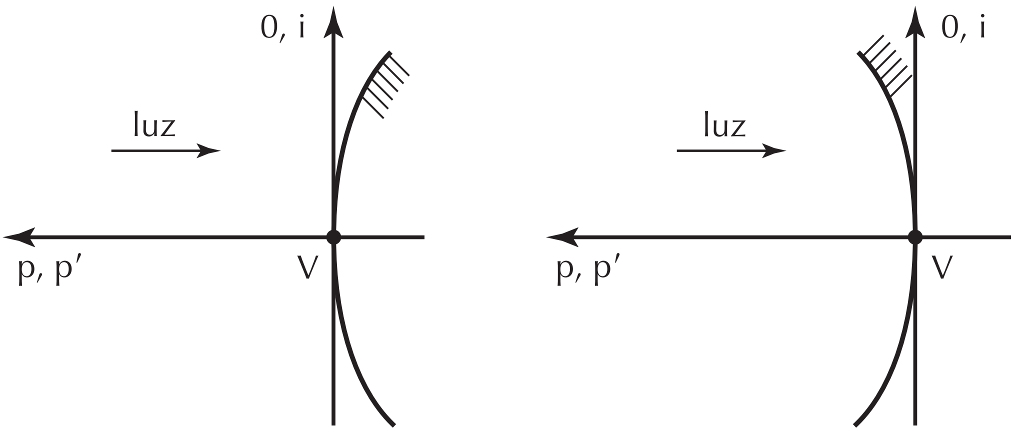


Neste caso, os raios de luz que partem de qualquer ponto do objeto, após a reflexão, são paralelos entre si. A imagem, para este caso, é chamada de *imprópria*, ou seja, não se forma.

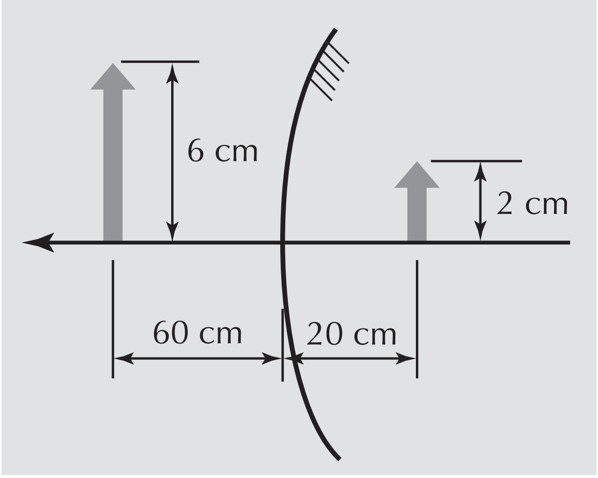
10.2. Relações algébricas para imagens nos espelhos esféricos

É possível determinar algebricamente as características das imagens em espelhos esféricos.

Para relacionar as posições do objeto e da imagem em relação ao espelho esférico, é comum adotar-se o sistema de referência de Gauss, conforme mostra o esquema abaixo:



Para exemplificar, apresentamos os seguintes esquemas com todas as dimensões referentes ao objeto e à imagem, e os valores das abscissas e das ordenadas, de acordo com o sistema de referência de Gauss.

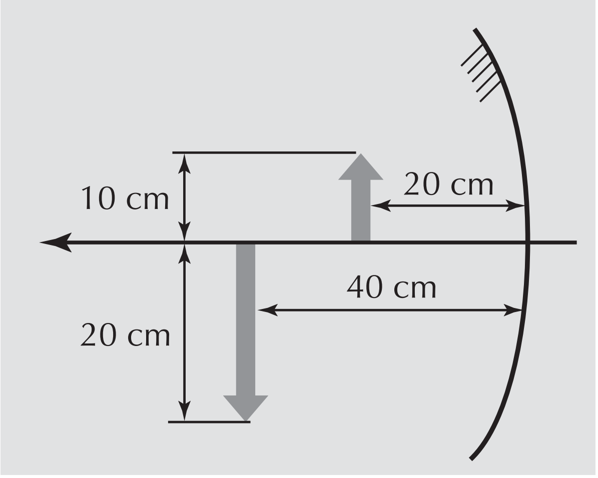


$p = 60$ cm

$p' = -20$ cm

$o = 6$ cm

$i = 2$ cm



$p = 20$ cm

$p' = 40$ cm

$o = 10$ cm

$i = -20$ cm

Observe que a imagem real tem abscissa positiva e a imagem virtual, negativa.

$$\text{imagem real: } p' > 0$$

$$\text{imagem virtual: } p' < 0$$

Admitindo-se p e o como sempre positivos, a abscissa da imagem p′ e sua ordenada i têm sempre sinais contrários. Logo:

$$\text{imagem real é invertida: } p' > 0;\ i < 0$$

$$\text{imagem virtual é direita: } p' < 0;\ i > 0$$

Sendo R o raio de curvatura do espelho, temos:

$$\text{espelho côncavo: } f = \frac{R}{2}$$

$$\text{espelho convexo: } f = -\frac{R}{2}$$

Para as abscissas p e p′ e as ordenadas o e i, vale a relação:

$$\boxed{\frac{i}{o} = -\frac{p'}{p}}$$

A relação entre as ordenadas i e o é chamada *aumento linear transversal* da imagem (A).

$$\boxed{A = \frac{i}{o}}$$

Nas condições apresentadas, é válida a equação:

$$\boxed{\frac{1}{f} = \frac{1}{p} + \frac{1}{p'}}$$

Essa equação é chamada *equação de Gauss* ou equação dos pontos conjugados. A equação relaciona as abscissas com a distância focal do espelho.

Exemplos

a) Um espelho convexo tem 40 cm de raio de curvatura. Caso um objeto de 5 cm de altura seja colocado a 30 cm do espelho, onde se formará sua imagem e com que tamanho?

Solução

O valor da distância focal f é dado por:

$f = -\dfrac{R}{2}$ (espelho convexo). Sendo R = 40 cm:

$$f = -\frac{40}{2} = -20 \text{ cm}$$

O valor de p é 30 cm. Aplicando a equação de Gauss para os valores apresentados, temos:

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{p} + \frac{1}{p'} \Rightarrow \frac{1}{(-20)} = \frac{1}{30} + \frac{1}{p'} \Rightarrow \quad p' = -12 \text{ cm}$$

A imagem é virtual, pois está localizada atrás do espelho ($p' < 0$).

Para o cálculo do tamanho da imagem, aplicamos a equação do aumento linear transversal:

$$\frac{i}{o} = -\frac{p'}{p} \Rightarrow \frac{i}{5} = -\frac{(-12)}{30} \Rightarrow \boxed{i = 2 \text{ cm}}$$

A imagem é direita em relação ao objeto, pois i e o tem o mesmo sinal.

b) Um objeto de 10 cm de altura é colocado a 20 cm do vértice de um espelho côncavo, cujo raio mede 50 cm.

Qual é a distância da imagem ao vértice do espelho e o tamanho dessa imagem?

Solução

Aplicando a equação de Gauss, temos:

$$\left.\begin{array}{l} p = 20 \text{ cm} \\ R = 50 \text{ cm} \Rightarrow f = \dfrac{50}{2} = 25 \text{ cm} \end{array}\right\} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{1}{25} = \frac{1}{20} + \frac{1}{p'} \Rightarrow \boxed{p' = -100 \text{ cm}}$$

A imagem está a 100 cm do vértice e é virtual.

Aplicando a equação do aumento linear transversal, temos:

$$\frac{i}{o} = -\frac{p'}{p} \Rightarrow \frac{i}{10} = -\frac{(-100)}{20} \Rightarrow \boxed{i = 50 \text{ cm}}$$

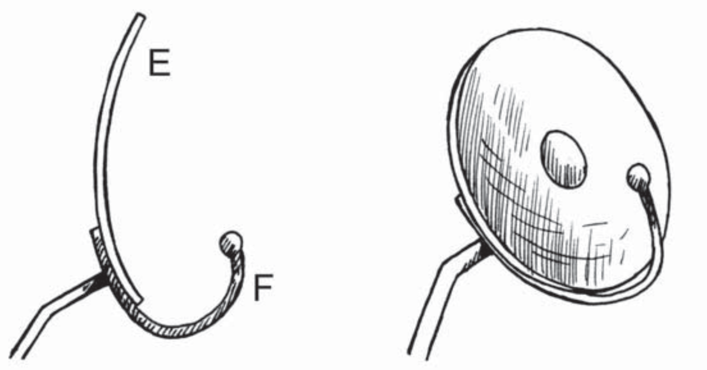
A imagem é direita e tem altura de 50 cm.

EXERCÍCIOS PROPOSTOS

1. (UFPA) Na manhã do dia 3 de novembro de 1994, uma grande sombra em forma de círculo, com 200 km de diâmetro, cobriu uma parte da região sul do Brasil. Em torno deste círculo de sombra formou-se um gigantesco anel de penumbra, estendendo-se até o norte do país. A formação destas regiões de sombra e penumbra, que correspondem respectivamente aos eclipses total e parcial do Sol, deve-se principalmente à:
   a) difração da luz do Sol em torno da Lua;
   b) independência dos raios luminosos;
   c) reflexão e refração da luz do Sol, respectivamente;
   d) interferência luminosa;
   e) propagação retilínea da luz.

2. (UFPB) A distância entre uma pessoa e sua imagem, formada por um espelho plano, é 200 cm. Se esta pessoa se aproximar 60 cm do espelho, a distância entre ela e sua imagem passará a ser de:
   a) 60 cm b) 80 cm c) 100 cm d) 120 cm e) 140 cm

3. (UFSCAR-SP) Os refletores das antenas parabólicas funcionam como espelhos esféricos para a radiação eletromagnética emitida por satélites retransmissores, localizados em órbitas estacionárias, a cerca de 36.000 km de altitude. As figuras representam uma miniantena parabólica, onde E é o refletor e F é o receptor, localizado num foco secundário do refletor.



a) Copie o esquema e represente o traçado da radiação eletromagnética proveniente do satélite retransmissor que incide no refletor E e se reflete, convergindo para o foco secundário F (faça um desenho semelhante ao traçado dos raios de luz). Coloque nessa figura uma seta apontando para a posição do satélite.

b) Nas miniantenas parabólicas o receptor é colocado no foco secundário e não no foco principal, localizado no eixo principal do refletor, como ocorre nas antenas normais. Por quê?

Sugestão: Lembre-se de que a energia captada pelo refletor da antena é diretamente proporcional à área atingida pela radiação do satélite.

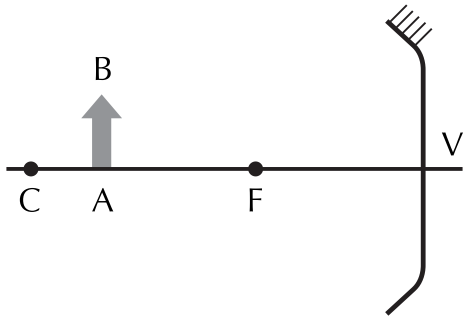
4. Utilizando-se de um espelho plano retrovisor, um motorista vê um caminhão que trafega atrás de seu carro. Observando certa inscrição pintada no pára-choque do caminhão, o motorista vê a seguinte imagem: CARINA.

Pode-se concluir que a inscrição pintada no pára-choque é:

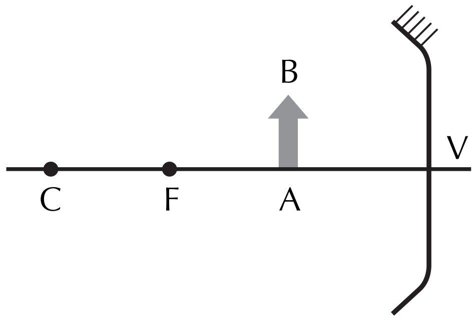
a) AИIЯAƆ
b) ∀NIЯ∀Ɔ
c) CARINA
d) ƆAЯIИA
e) C∀ЯIИ∀

5. Construa graficamente a imagem do objeto AB, classificando-a em real ou virtual e em direita ou invertida.

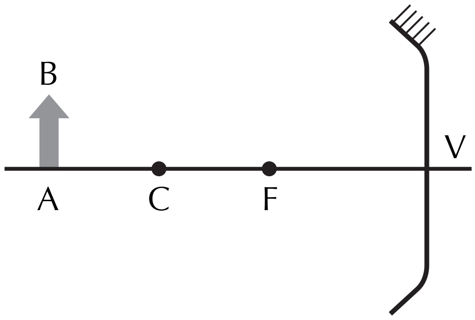
a)



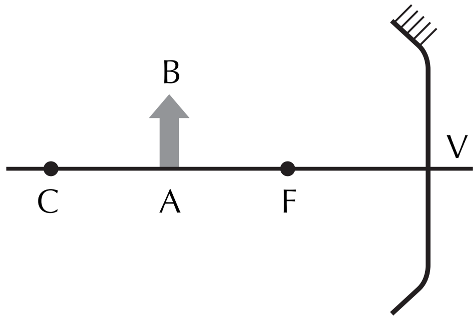
b)



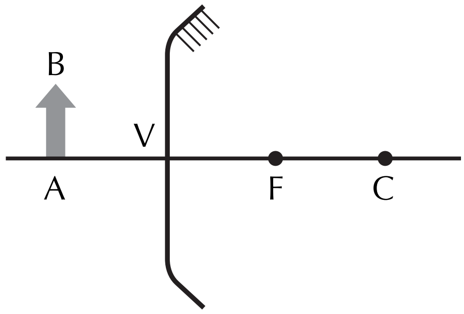
c)



d)



e)



6. A imagem não-invertida formada por um espelho côncavo de um objeto real é:
   a) virtual e menor que o objeto;
   b) virtual e maior que o objeto;
   c) real e maior que o objeto;
   d) real e menor que o objeto;
   e) do mesmo tamanho que o objeto e no plano focal.

7. (UFMG) O farol de um automóvel é constituído de um espelho côncavo e de uma lâmpada de dois filamentos I e II. Nas figuras 1 e 2, V, F e C são, respectivamente, o vértice, o foco e o centro de curvatura do espelho.

   Quando o farol está em luz baixa, apenas o filamento I está ligado, e a luz é refletida no espelho paralelamente ao seu eixo óptico, como na figura 1.

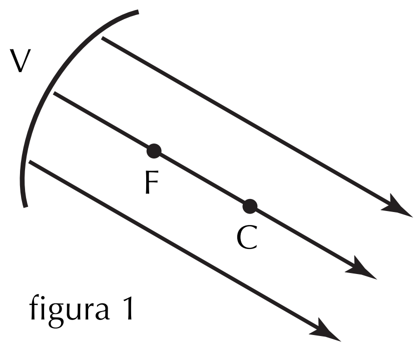


figura 1

   Quando o farol está em luz alta, apenas o filamento II está ligado, e o feixe de luz refletido é um pouco divergente, como na figura 2.

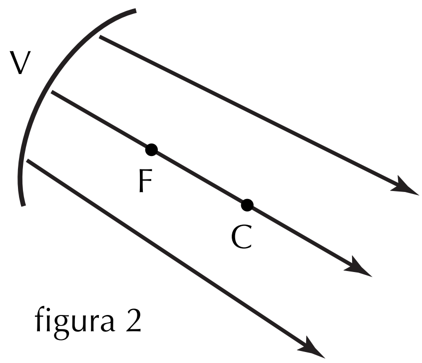


figura 2

Para que o farol funcione de acordo com estas descrições, a posição dos filamentos deve ser:

a) o filamento I em C e o filamento II à direita de C;

b) o filamento I em C e o filamento II entre C e F;

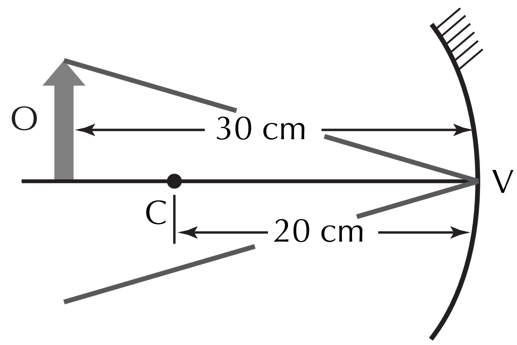
c) o filamento I em F e o filamento II entre F e C;

d) o filamento I em F e o filamento II entre F e V;

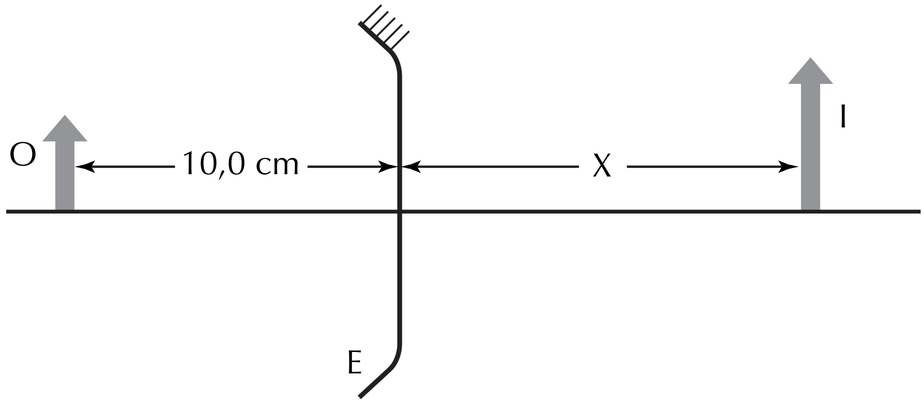
e) o filamento I em V e o filamento II entre V e F.

8. (UFSC) Com os dados fornecidos na figura ao lado (espelho côncavo), calcule a que distância do vértice (V) se encontra a imagem do objeto (O).

   C – Centro de curvatura



9. (UFSE) Um espelho esférico côncavo (E) de distância focal 30,0 cm, bem como o objeto (O) e a respectiva imagem (I), conjugada pelo espelho, estão representados no esquema abaixo.



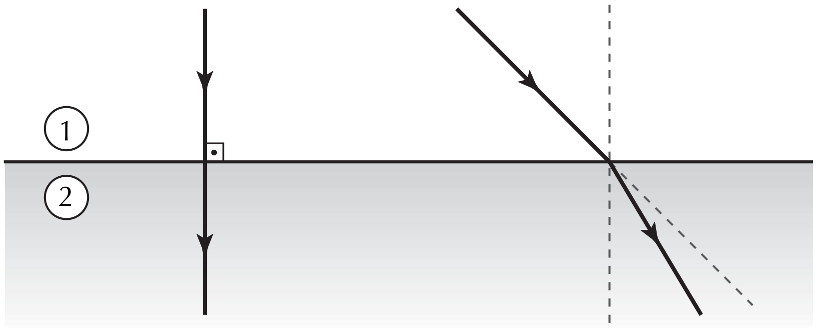
   Pelas indicações do esquema, o valor absoluto de X, em cm, é igual a:

   a) 3,00 b) 7,50 c) 10,0 d) 15,0 e) 20,0

10. Um espelho côncavo de raio de curvatura 20 cm, fornece a imagem de um objeto colocado entre o centro de curvatura e o foco principal. Se afastarmos o objeto 5 cm do espelho, sua imagem real se formará a 20 cm do vértice. Determine a distância inicial do objeto ao espelho.

11. Estudo da refração da luz

Quando um raio luminoso incide perpendicularmente na superfície de separação de dois meios, não há mudança de direção em sua propagação no novo meio, o que ocorre quando a incidência é oblíqua.



Com base na refração da luz encontramos a explicação para vários fenômenos ópticos. Por exemplo: um peixe que nada em água rasa nunca está exatamente no lugar onde é visto, mas sempre um pouco deslocado. Isso ocorre por causa da refração.

11.1. Índice de refração

Sejam v_1 e v_2 as velocidades de propagação de uma radiação luminosa em dois meios transparentes 1 e 2, respectivamente. Pode-se demonstrar que a mudança de direção dos raios de luz ao atravessarem a fronteira de separação dos dois meios é uma conseqüência da variação de velocidade de propagação da luz para cada meio. Define-se o índice de refração (n) do meio 1 em relação ao meio 2 como:

$$\boxed{n_{1-2} = \frac{v_1}{v_2}}$$

O índice de refração é uma grandeza adimensional. O índice de refração de um meio em relação ao vácuo é denominado *índice de refração absoluto*. Os índices de refração absolutos dos meios 1 e 2 são, respectivamente:

$$n_1 = \frac{c}{v_1}, \quad n_2 = \frac{c}{v_2} \Rightarrow \boxed{n_1 \cdot v_1 = n_2 \cdot v_2 = c},$$

em que c é a velocidade da luz no vácuo, sendo c = 300.000 km/s.

Nos meios materiais, a velocidade de propagação da luz é sempre menor que no vácuo; logo, o índice de refração para os meios materiais é sempre maior que a unidade.

O índice de refração absoluto de um meio indica quantas vezes a velocidade de propagação da luz é menor que no vácuo.

Apresentamos no quadro alguns valores de índices de refração absolutos para a luz caracterizada em freqüência média da faixa visível pelo olho humano.

Substância	**n**
Ar	1,000292
CO_2	1,000334
Gelo	1,310
Água	1,333
Glicerina	1,470
Vidro *crown* leve	1,516
Diamante	2,417

Podemos também determinar o índice de refração relativo de um meio 1 em relação a um meio 2 pela fórmula:

$$\boxed{n_{1-2} = \frac{n_1}{n_2}}$$

Entre dois meios considerados, diz-se mais refringente o que apresenta maior índice de refração, e menos refringente o que apresenta menor índice de refração.

Exemplos

a) Uma determinada luz monocromática apresenta num meio material uma velocidade de $2,0 \cdot 10^8 \frac{m}{s}$. Sabendo-se que a velocidade da luz no vácuo é $3,0 \cdot 10^8 \frac{m}{s}$, determine o índice de refração deste meio material para a luz em questão.

Solução

$$n = \frac{c}{v} \Rightarrow n = \frac{3,0 \cdot 10^8}{2,0 \cdot 10^8} \Rightarrow n = 1,5$$

b) Tomando a tabela de índices de refração absolutos apresentada, calcule o índice de refração relativo entre o gelo e a glicerina e a velocidade da luz nos dois meios. Considere $c = 3{,}0 \cdot 10^8 \dfrac{m}{s}$.

Solução

O índice de refração relativo entre gelo e glicerina vale:

$$n_{gelo-gl.} = \frac{1{,}310}{1{,}470} \Rightarrow \boxed{n_{gelo-gl.} = 0{,}891}$$

A velocidade da luz no gelo vale:

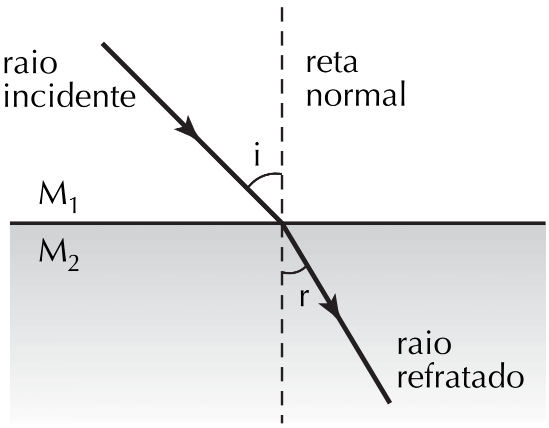
$$v_{gelo} = \frac{c}{r} = \frac{3{,}0 \cdot 10^8}{1{,}310} \Rightarrow \boxed{v_{gelo} = 2{,}3 \cdot 10^8 \frac{m}{s}}$$

A velocidade da luz na glicerina vale:

$$v_{gl.} = \frac{c}{r} = \frac{3{,}0 \cdot 10^8}{1{,}470} \Rightarrow \boxed{v_{gl.} = 2{,}04 \cdot 10^8 \frac{m}{s}}$$

11.2. Lei de Snell-Descartes

Considere a figura abaixo, que mostra um raio de luz incidindo na superfície de fronteira entre dois meios e sofrendo refração:



i é o ângulo de incidência e r, o de refração. O raio incidente, a reta normal e o raio refratado estão no mesmo plano.

A lei de Snell-Descartes enuncia que a razão entre os senos dos ângulos de incidência e refração é constante.

$$\boxed{\frac{\text{sen } i}{\text{sen } r} = n_{2-1}} \quad \text{ou} \quad \boxed{\text{sen } i \cdot n_1 = \text{sen } r \cdot n_2}$$

A constante n_{2-1} é o índice de refração do meio 2 em relação ao meio 1.

Leia sobre Como se Formam as Miragens no Encarte Colorido.

Exemplos

a) Um raio luminoso que se propaga no ar incide na superfície de um determinado líquido. Sabendo-se que o ângulo de incidência é de 30° e o de refração é de 22°, com a ajuda da tabela de índices de refração apresentada neste capítulo, determine qual é a substância líquida em questão.

Dados: sen 30° = 0,500 e sen 22° = 0,375.

Solução

$n_{ar} = 1$

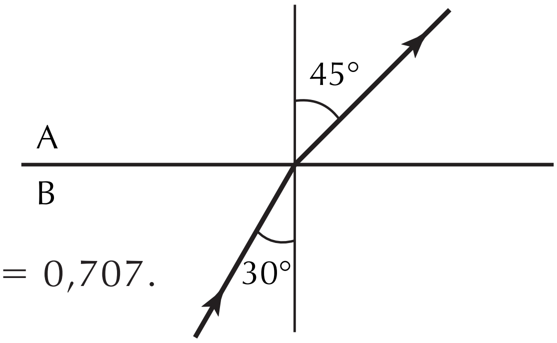
$\text{sen } 30° \cdot n_{ar} = \text{sen } 22° \cdot n \Rightarrow 0{,}5 \cdot 1 = 0{,}375 \cdot n \Rightarrow$

$\Rightarrow \boxed{n = 1{,}333}$

O líquido em questão é a água.

b) A figura ao lado representa a trajetória de um raio luminoso propagando-se do meio A para o meio B. Determine o índice de refração relativo do meio A em relação ao B.

Dados: sen 30° = 0,500 e sen 45° = 0,707.



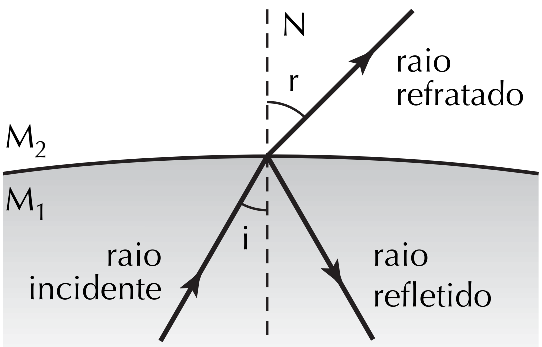
Solução

$$\text{sen } i \cdot n_A = \text{sen } r \cdot n_B \Rightarrow \frac{n_A}{n_B} = \frac{\text{sen } r}{\text{sen } i} \Rightarrow$$

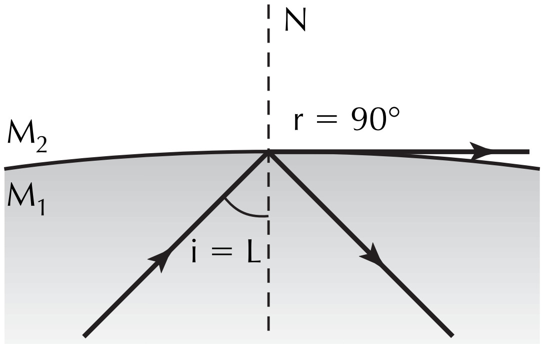
$$\Rightarrow n_{A-B} = \frac{0{,}707}{0{,}500} \Rightarrow \boxed{n_{A-B} = 1{,}414}$$

11.3. Reflexão total e ângulo limite

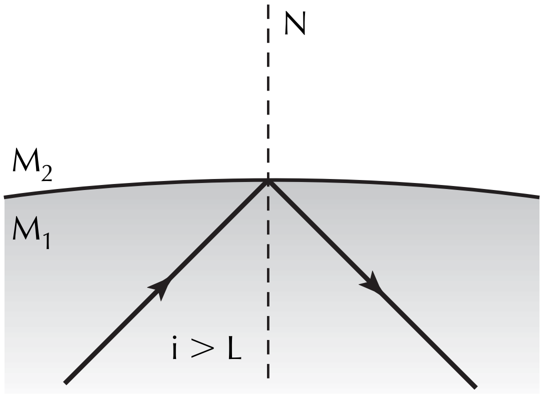
Analisamos, a seguir, o que pode ocorrer quando a luz passa de um meio mais refringente para um menos refringente, como o vidro e o ar.



Sendo $n_1 > n_2$, o ângulo de refração r é maior que o de incidência i. Podemos constatar que uma parte da luz é refletida e a outra, refratada.



Aumentando-se o ângulo de incidência, pode-se fazer com que o ângulo de refração fique igual a 90°. Na situação descrita, o ângulo de incidência é denominado *ângulo limite* (L).



Não ocorre refração para um ângulo de incidência maior que o ângulo limite L. Toda a luz incidente é refletida. Esta situação é denominada *reflexão total*.

Para calcular o ângulo limite, deve-se aplicar a lei de Snell-Descartes com o ângulo de refração igual a 90° e, conseqüentemente, i = L. Nestas condições:

$$\left.\begin{array}{l} \dfrac{\text{sen } L}{\text{sen } 90°} = n_{2-1} \\ \text{sen } 90° = 1 \end{array}\right\} \quad \boxed{\text{sen } L = n_{2-1}} \quad \text{ou} \quad \boxed{\text{sen } L = \dfrac{n_2}{n_1}}$$

Há instrumentos ópticos, como a máquina fotográfica e alguns tipos de binóculos, que utilizam o fenômeno da reflexão total por meio de sistemas chamados *prismas de reflexão total*.

Exemplos

a) Determine o seno do ângulo limite para a fronteira dos meios vidro–água.

Solução

O índice de refração do vidro é $n_v = 1,51$ e da água, $n_a = 1,33$.

Logo:

$$\text{sen } L = \frac{n_{\text{água}}}{n_{\text{vidro}}} \Rightarrow \text{sen } L = \frac{1,33}{1,51} \Rightarrow \boxed{\text{sen } L = 0,88}$$

b) O maior ângulo de incidência que permite à luz passar de um líquido para um determinado sólido transparente é 60°. Determine o índice de refração do sólido em relação ao líquido.

Dado: $\text{sen } 60° = \dfrac{\sqrt{3}}{2}$.

Solução

O ângulo limite é 60°; logo, $\text{sen } L = \text{sen } 60° = \dfrac{\sqrt{3}}{2}$

Relacionando o índice do sólido n_s e do líquido n_L, vem:

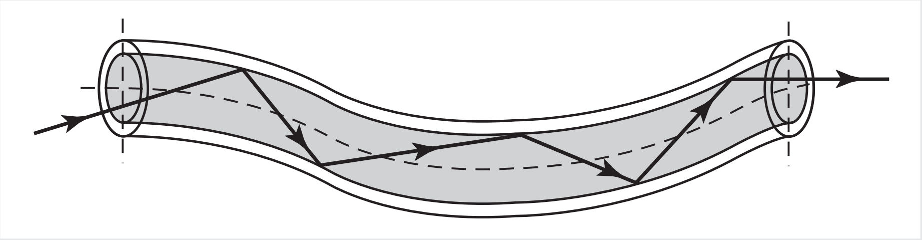
$$\text{sen } L = \frac{n_S}{n_L} \Rightarrow \boxed{\frac{n_S}{n_L} = \frac{\sqrt{3}}{2}}$$

A fibra óptica

Como exemplo de aplicação da reflexão total, citamos a fibra óptica. A fibra óptica pode ser comparada a um fio de cobre que transmite a energia elétrica, mas é constituída basicamente de vidro e transmite a energia luminosa.

A fibra óptica consiste de um núcleo de vidro com elevado índice de refração e de uma casca, feita de um vidro com índice de refração menor.

Um feixe luminoso que penetra na fibra vai sofrendo sucessivas reflexões totais na superfície de separação dos dois tipos de vidro e, assim, se propagando a grandes distâncias, com ínfima perda de energia.



A fibra óptica tem aplicação nas telecomunicações, na medicina etc. Nas telecomunicações, um filamento óptico pode transmitir mais de dez mil ligações telefônicas simultâneas, facilitando esse tipo de operação, cada vez mais solicitada pelo mundo da informática. As transmissões de sinais entre computadores e sistemas, via telefone, tornam-se comuns. A Internet, por exemplo, pode ligar computadores no mundo inteiro a uma infinidade de informações contidas em cada um dos outros computadores conectados à Rede.

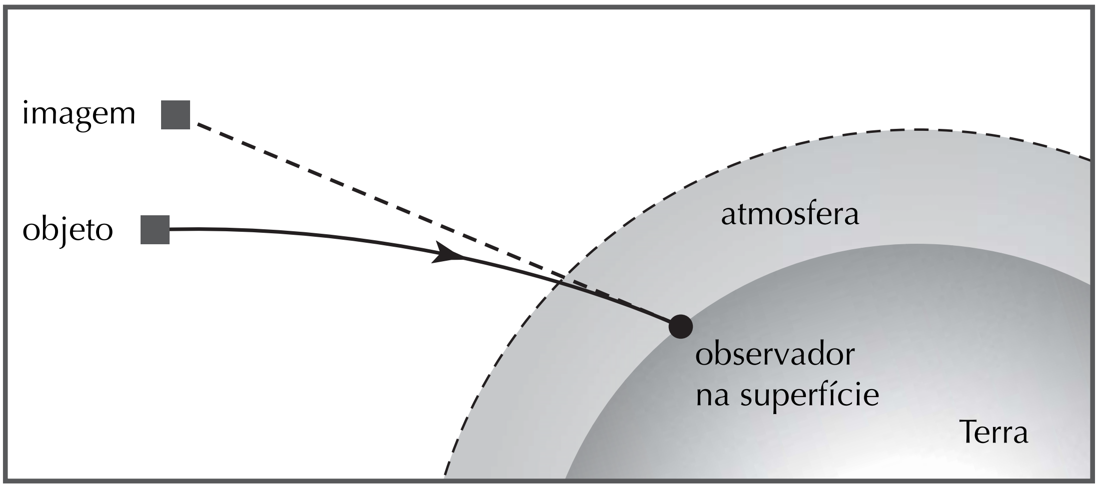
Outra aplicação comum das fibras ópticas, em grande expansão atualmente, é a transmissão de programas de televisão por cabo óptico.

Muito usado também na medicina, um filamento óptico pode penetrar com facilidade no corpo humano, levando sinais ópticos que permitem manipulações cirúrgicas e exames de vários tipos.

Leia sobre Dispersão Luminosa no Encarte Colorido.

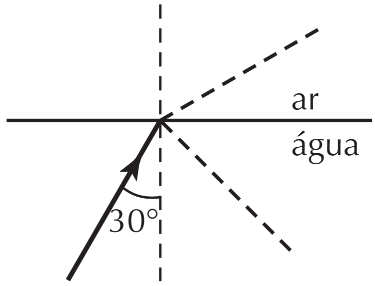
11.4. Refração atmosférica

A atmosfera terrestre é rarefeita em grandes altitudes e densa em baixas altitudes. Sabemos que o índice de refração é maior quanto maior a densidade; logo, a luz de um astro, observada na Terra, vai se refratando à medida que atravessa as camadas atmosféricas e, por conseguinte, desviando-se de sua direção original, até atingir o observador.



EXERCÍCIOS PROPOSTOS

11. (UFPB) Um raio luminoso, proveniente do fundo de uma piscina, atinge a superfície plana da água, como mostra a figura ao lado. Parte da luz é refletida e parte é refratada no ar. O ângulo entre o raio refletido e o raio refratado é:



a) menor que 30°;

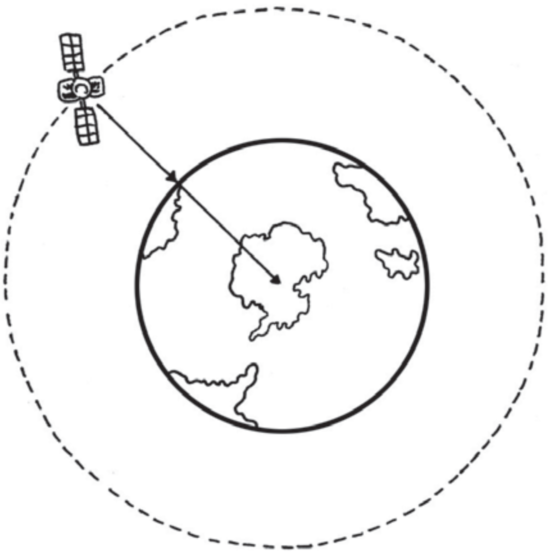
b) entre 30° e 60°;

c) entre 60° e 120°;

d) entre 120° e 150°;

e) entre 150° e 180°.

12. (PUC–SP) Um satélite artificial, em órbita fora da atmosfera terrestre, transmite para a Terra um sinal de freqüência de 100 MHz, de um programa de TV, com os preparativos para a entrevista de um ex-ministro. Dois receptores, um no continente e outro num submarino no fundo do mar, sintonizam a freqüência de 100 MHz para tentar captar sinal da TV. Considerando o índice de refração da água como 1,3, pergunta-se, respectivamente: os dois receptores poderão captar o sinal? Com que comprimento de onda (λ_A) o sinal chegará ao submarino?



Considere a velocidade da luz no ar e no vácuo: $3 \cdot 10^3 \dfrac{m}{s}$.

a) Os dois receptores captarão o sinal, pois a sua freqüência não é alterada quando a onda muda de meio de propagação: $\lambda_A = 2,3$ m.

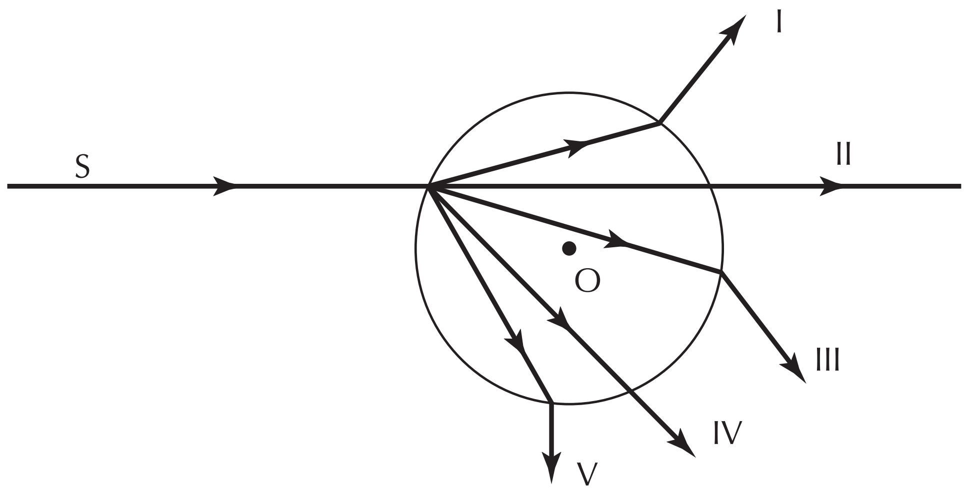
b) Somente o receptor tarrestre captará o sinal, porque a freqüência de onda muda ao atravessar a água; $\lambda_A = 2,3$ m.

c) Nenhum dos dois receptores captará o sinal, porque a freqüência da onda muda ao passar do vácuo para o ar e do ar para a água.

d) Somente o receptor submarino captará a transmissão, pois a freqüência da onda muda ao atravessar a atmosfera mas não muda na água; $\lambda_A = 5$ m.

e) Somente o receptor terrestre captará o sinal, porque o comprimento de onda muda ao atravessar a água; $\lambda_A = 3$ m.

13. (Cesgranrio-RJ) Um raio de sol S incide em P sobre uma gota de chuva esférica de centro O. Qual das opções representa corretamente o trajeto do raio luminoso através da gota?



a) I b) II c) III d) IV e) V

14. A visão de imagens especulares, semelhantes a poças d'água, em estradas nos dias quentes, é explicada como sendo:

a) Reflexão total, pois a camada de ar junto ao leito da estrada, estando mais quente que as camadas superiores, apresenta índice de refração maior.

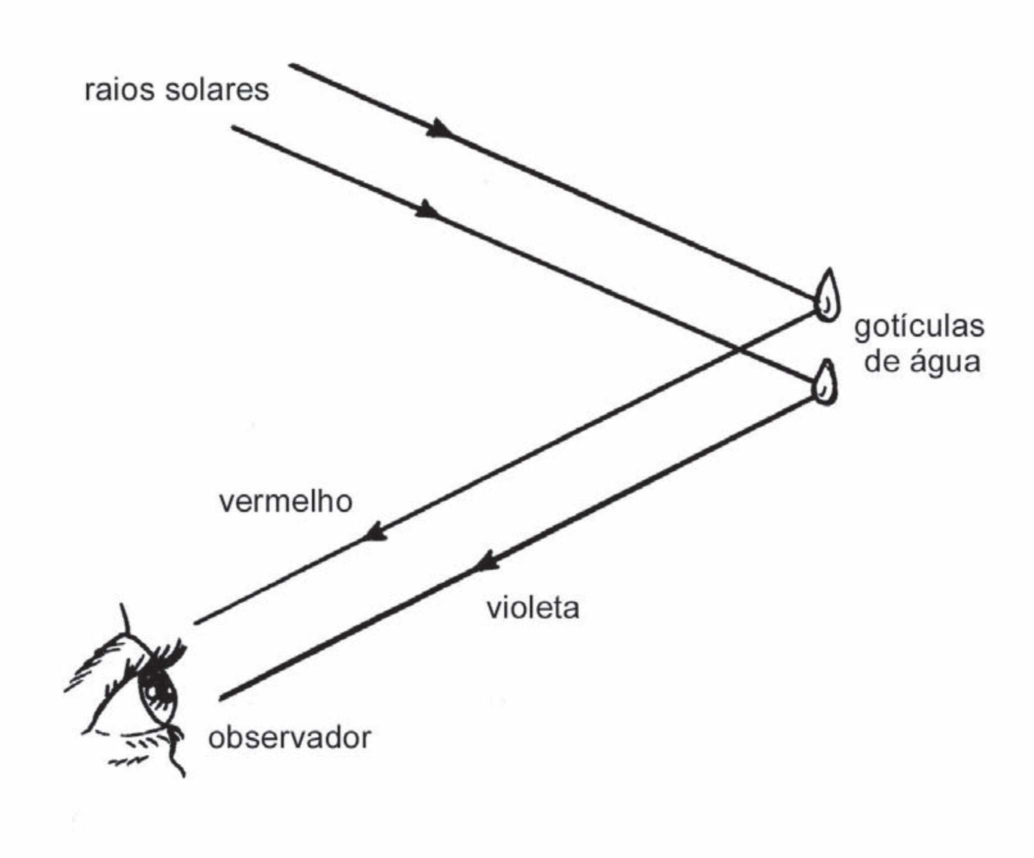
b) Reflexão total, pois a camada de ar junto ao leito da estrada, estando mais quente que as camadas superiores, apresenta índice de refração menor.

c) Refração total.

d) Reflexão total da luz no asfalto da estrada.

e) Nenhuma das anteriores.

15. (PUC–MG) Escolha a opção que relacione fenômenos óticos envolvidos na formação do arco-íris.



a) difração, refração, reflexão;

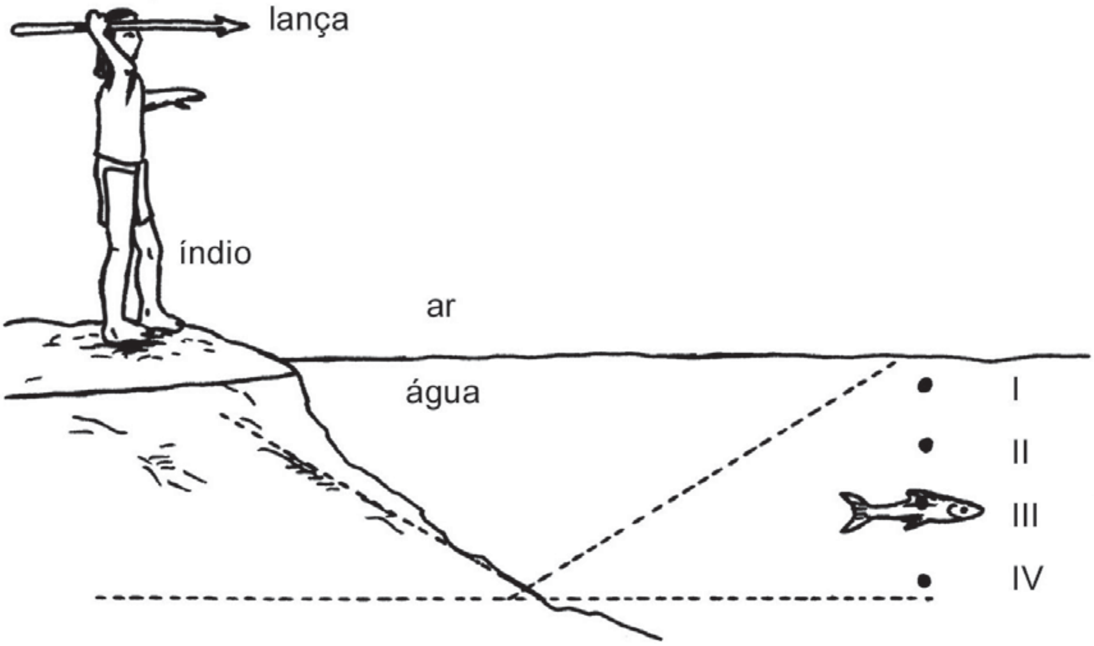
b) refração, reflexão, dispersão;

c) dispersão, interferência, polarização;

d) reflexão, difração, dispersão;

e) difração, interferência, polarização.

16. (UFRN) Ainda hoje, no Brasil, alguns índios pescam em rios de águas claras e cristalinas, com lanças pontiagudas, feitas de madeira. Apesar de não saberem que o índice de refração da água é igual a 1,33, eles conhecem, a partir da experiência do seu dia-a-dia, a lei da refração (ou da sobrevivência da natureza) e, por isso, conseguem fazer a sua pesca.



A figura acima é apenas esquemática. Ela representa a visão que o índio tem da posição em que está o peixe. Isto é, ele enxerga o peixe como estando na profundidade III. As posições I, II, III e IV correspondem a diferentes profundidades numa mesma vertical.

Considere que o peixe está praticamente parado nessa posição. Para acertá-lo, o índio deve jogar sua lança em direção ao ponto:

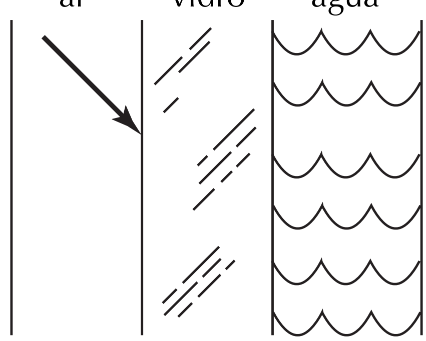
a) I b) II c) III d) IV

17. Um pescador, em um barco, olha verticalmente para baixo em águas límpidas e tranqüilas. Ele vê um peixe que parece situar-se a 30 cm de distância da superfície livre da água. Em que profundidade se encontra realmente o peixe?

Dado: índice de refração relativo da água para o ar = $\frac{4}{3}$.

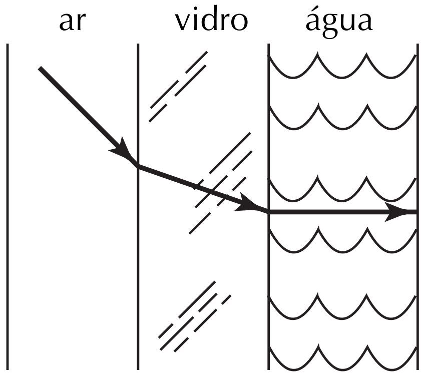
18. (UFMG) A figura ao lado mostra um feixe de luz incidindo sobre uma parede de vidro que está separando o ar e a água.

Os índices de refração são 1,00 para o ar, 1,50 para o vidro e 1,33 para a água.

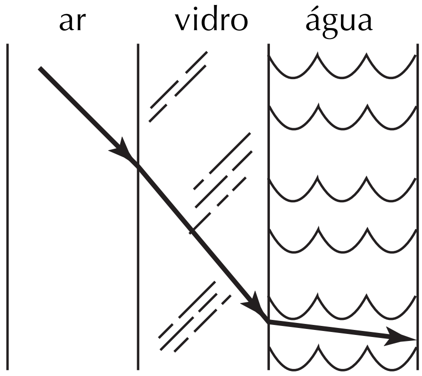


A alternativa que melhor representa a trajetória do feixe de luz passando do ar para a água é:

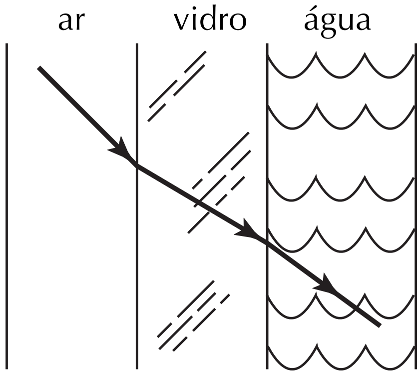
a)



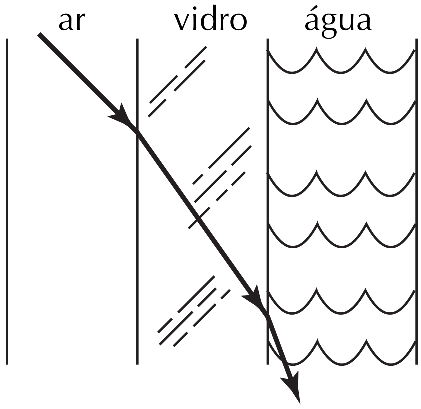
b)



c)



d)



19. (UFAM) Uma fibra óptica consiste basicamente em um filamento longo e delgado, de vidro ou plástico transparente, sendo muito utilizada em medicina para exames minuciosos do interior de órgãos como o coração e o estômago. A luz é enviada pela fibra óptica até o órgão, sem escapar através das paredes do filamento. O fenômeno óptico capaz de explicar o funcionamento da fibra óptica é a:

a) reflexão total b) difusão c) refração d) dispersão

20. (UMC-SP) Considere as seguintes proposições:

I. A imagem de um objeto, fornecida por um espelho plano, será sempre do mesmo tamanho do objeto.

II. Espelhos esféricos de pequena abertura, com raios incidentes próximos ao eixo principal e pouco inclinados em relação a este mesmo eixo, são sistemas praticamente estigmáticos.

III. As fibras ópticas transmitem a luz ao longo de distâncias apreciáveis, sem perdas, graças ao fenômeno da reflexão total.

a) Somente I é correta; II e III são incorretas.
b) Somente II é correta; I e III são incorretas.
c) Somente III é correta; I e II são incorretas.
d) Todas são corretas.
e) Todas são incorretas.

12. Lentes esféricas

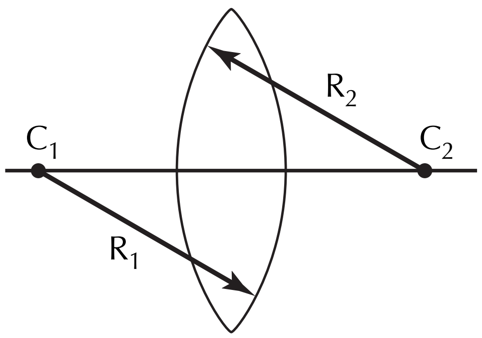
A reflexão da luz em uma fronteira esférica produz imagens nítidas de objetos, o que resulta na utilização de espelhos esféricos. A refração em uma fronteira esférica também produz imagens, redundando na utilização das *lentes esféricas*.

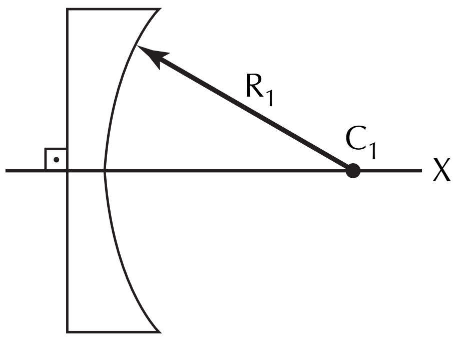
A lente esférica é um conjunto de três meios homogêneos e transparentes, separados por duas superfícies não simultaneamente planas.

As superfícies de separação da lente são denominadas *faces*. As faces da lente ou são ambas esféricas ou uma é esférica e a outra é plana.

As lentes são utilizadas em inúmeros instrumentos ópticos, como em lunetas, óculos, binóculos, lupas e microscópios. As lentes que consideramos aqui são as que têm os meios extremos idênticos e o intermediário é mais refringente. O mais comum são lentes de vidro imersas em ar.

Os elementos geométricos principais das lentes são mostrados abaixo.

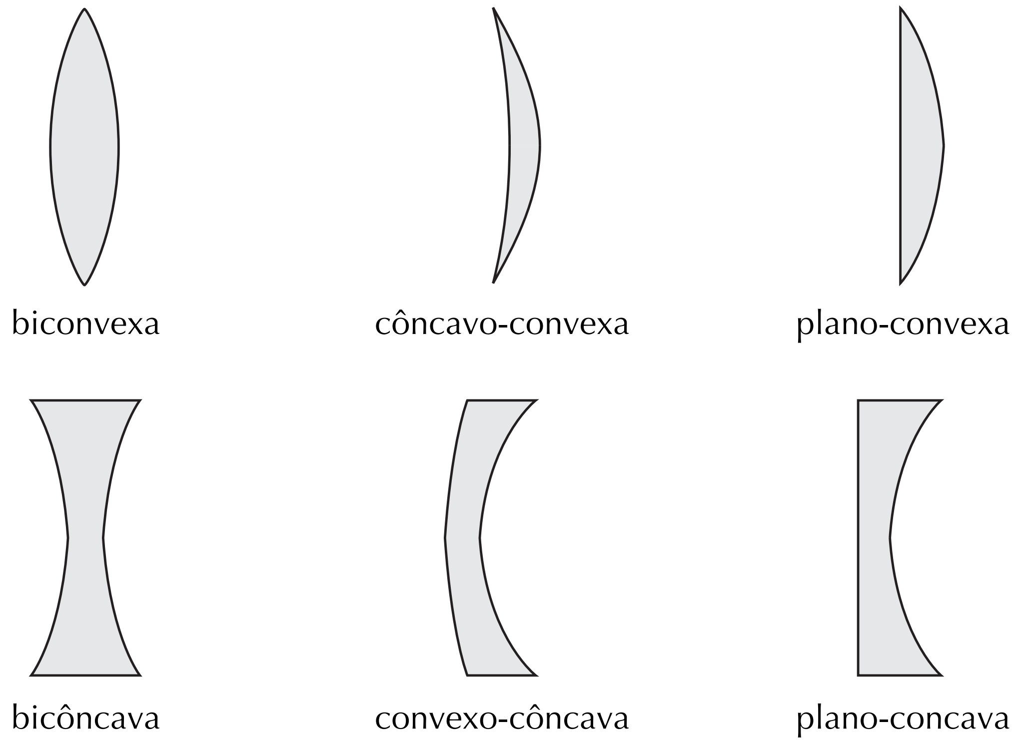




X – eixo principal da lente;
C_1 e C_2 – centros de curvatura das faces;
R_1 e R_2 – raios de curvatura das faces.

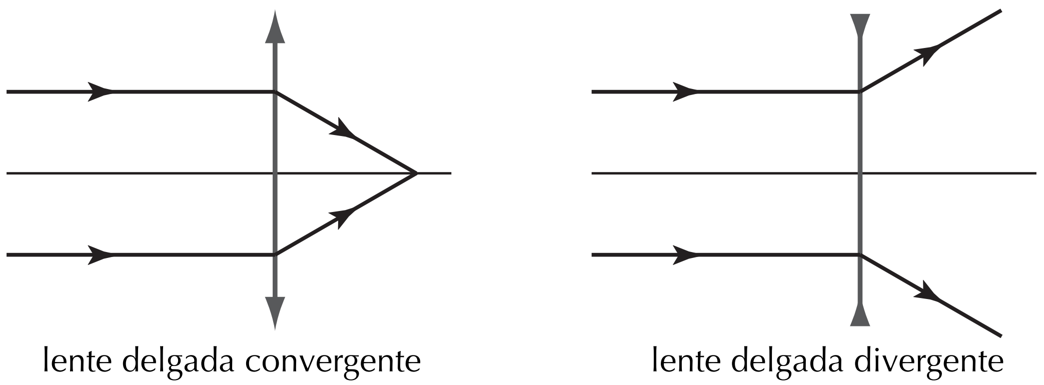
12.1. Tipos de lentes

Podemos individualizar dois grupos de lentes: *lentes convergentes*, que convergem um feixe luminoso incidente paralelo ao eixo principal, e o das *lentes divergentes*, que divergem o feixe incidente paralelo ao eixo principal. A seguir, apresentamos tipos de lentes separadas de acordo com grupos citados:



Chamam-se *lentes delgadas* as lentes cuja espessura é muito menor que os raios de curvatura das faces. Somente as lentes delgadas produzem imagens nítidas; são estigmáticas.

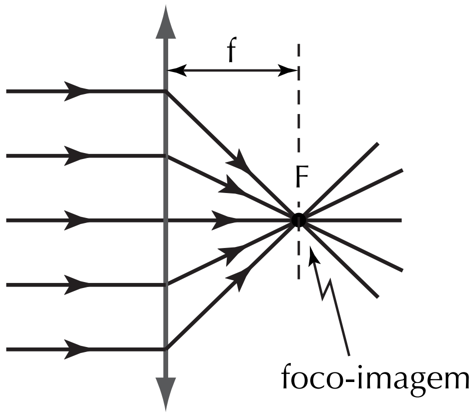
Representamos as lentes delgadas da seguinte maneira:



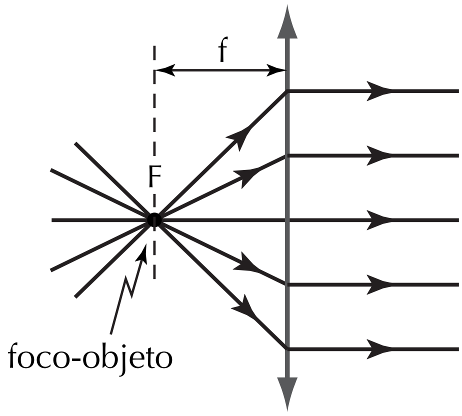
O ponto de intersecção da lente com o eixo principal é denominado *centro óptico*.

12.2. Focos de uma lente esférica delgada

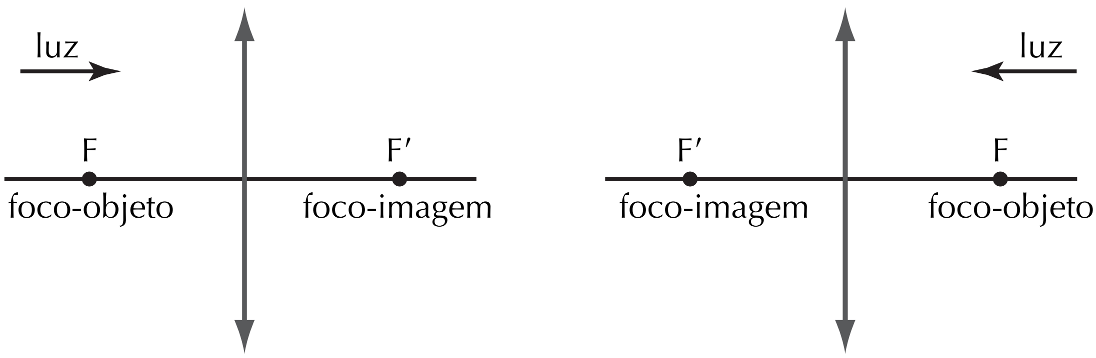
Fazendo incidir um feixe de luz, paralelo ao eixo principal, sobre uma lente convergente, a luz se concentra em um ponto F sobre o eixo principal. Esse ponto é o *foco-imagem* da lente. A distância entre o foco e a lente é a distância focal da lente (f).



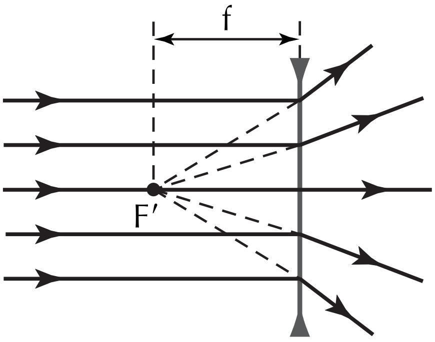
Se colocarmos sobre o eixo principal de uma lente convergente uma fonte de luz puntiforme, estando a fonte no foco da lente, teremos luz emergente num feixe paralelo ao eixo principal da lente. Esse ponto é chamado de *foco-objeto* da lente.



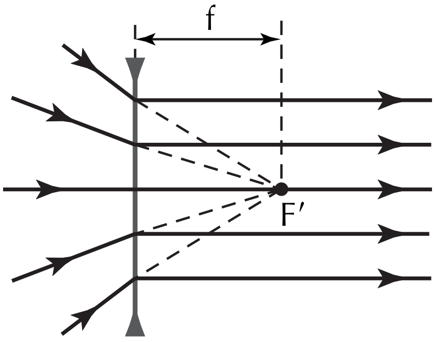
Resumindo, temos para a lente delgada convergente:



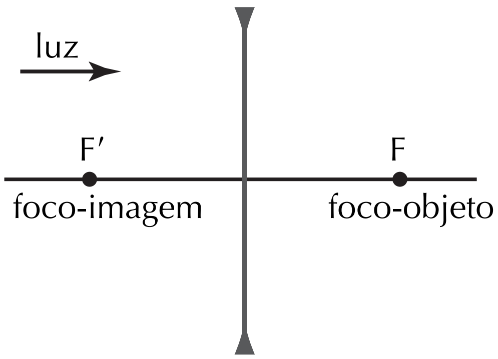
Fazendo incidir um feixe de luz paralelo ao eixo principal, sobre uma lente divergente, a luz se dispersa de forma que os prolongamentos dos raios se cruzem em um ponto. Esse ponto é o foco-imagem.

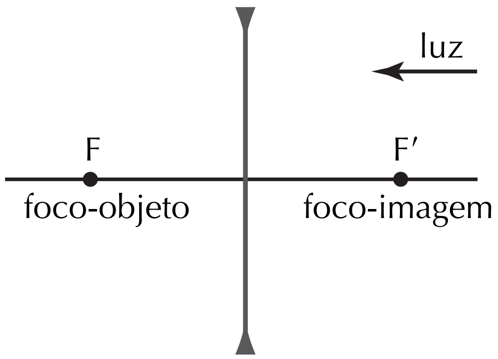


O foco-objeto é um ponto do outro lado da lente, à mesma distância que o foco-imagem. Caso incida um feixe convergente de luz, cujo vértice esteja no foco-objeto, o feixe emergente será paralelo.



Resumindo, temos para a lente delgada divergente:

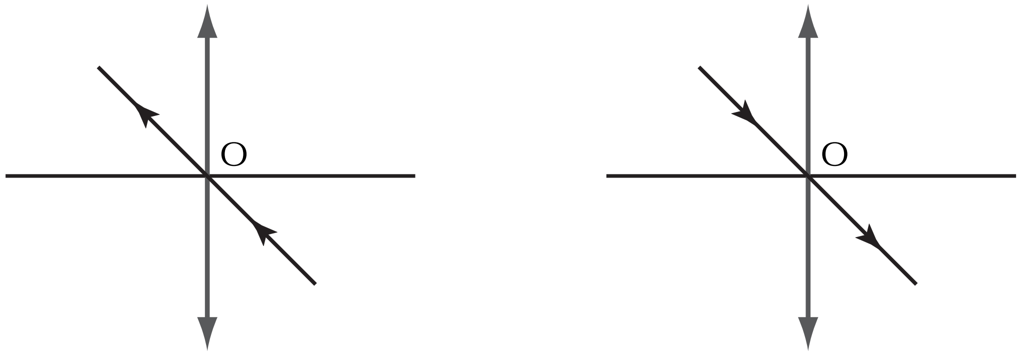




Em uma lente convergente, os focos são reais, pois estão no cruzamento efetivo dos raios luminosos. Em uma lente divergente, os focos são virtuais, pois estão no cruzamento dos prolongamentos dos raios luminosos.

Convenciona-se que, para uma lente convergente, que tem focos reais, a distância focal é positiva; para a lente divergente, que tem focos virtuais, a distância focal é negativa.

Seja em lente convergente ou divergente, nenhum raio luminoso que passar pelo centro óptico da lente sofrerá desvio.



Caso uma das lentes apresentadas seja imersa em um meio mais refringente que o meio que a constitui, a lente sofrerá uma inversão em seu comportamento óptico.

12.3. Vergência ou convergência de uma lente

Por definição, *vergência* ou *convergência* C de uma lente é dada pelo inverso de sua distância focal f.

$$\boxed{C = \frac{1}{f}}$$

A unidade de vergência é a dioptria (di), que corresponde ao inverso do metro (m^{-1}).

Para uma lente convergente, a vergência é positiva, como a distância focal; para a lente divergente, a vergência é negativa.

Podemos calcular a vergência em função dos raios de curvatura das duas faces R_1 e R_2, dos índices de refração da lente (n_2) e do meio que a envolve (n_1), pela seguinte fórmula:

$$\boxed{C = \left(\frac{n_2}{n_1} - 1\right)\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right)}$$

Para aplicar essa fórmula, convenciona-se que a face convexa tem raio positivo e a face côncava, raio negativo.

Exemplos

a) Seja um feixe de raios paralelos ao eixo principal de uma lente diverge após tê-la atravessado. O prolongamento dos raios de luz se cruzam num ponto situado a 20 cm do centro óptico da lente. Determine a distância focal e a vergência da lente.

Solução

A distância focal da lente é igual ao módulo da distância que separa o ponto do eixo principal, onde passam os prolongamentos dos raios luminosos emergentes, ao centro óptico da lente. Seu valor será negativo, pois trata-se de uma lente divergente ou seja, $f = -20$ cm.

A vergência da lente vale:

$$C = \frac{1}{f} \Rightarrow C = \frac{1}{-0{,}20} \Rightarrow \boxed{C = -5{,}0 \text{ di}}$$

b) Uma lente tipo biconvexa tem faces com raios de curvatura iguais a 25 cm cada uma. Sabendo-se que a lente está imersa em ar, cujo índice de refração vale 1,0 e que o índice de refração da lente vale 1,5, determine a distância focal e a vergência da lente.

Solução

A vergência da lente vale:

$$C = \left(\frac{n_2}{n_1} - 1\right)\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right) \Rightarrow$$

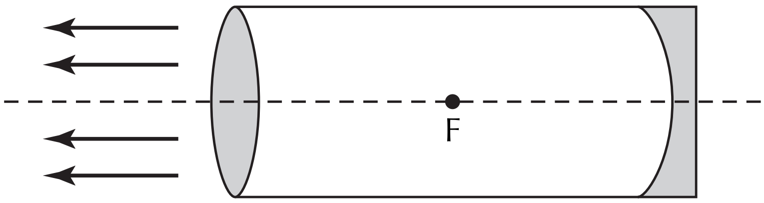
$$\Rightarrow C = \left(\frac{1{,}5}{1{,}0} - 1\right)\left(\frac{1}{0{,}25} + \frac{1}{0{,}25}\right) \Rightarrow C = 0{,}5 \cdot 8{,}00 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \boxed{C = 4{,}0 \text{ di}}$$

A distância focal vale:

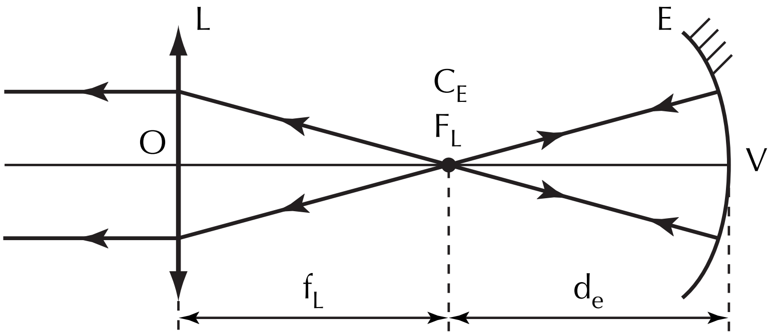
$$f = \frac{1}{C} \Rightarrow f = \frac{1}{4{,}0} \Rightarrow \boxed{f = 25 \text{ cm}}$$

c) Na figura a seguir, temos a representação de uma lanterna construída com um espelho côncavo e uma lente plano-convexa, ambos com distância focal 10 cm. Entre eles, instala-se, pelos meios adequados, uma fonte de luz com dimensões desprezíveis, de modo que o feixe emergente seja constituído exclusivamente por raios paralelos ao eixo principal. Determine a posição entre a lente e o espelho em que deve ser colocada a fonte puntiforme, elaborando um esquema da situação. Utilizando o esquema, mostre a distância entre o vértice do espelho e o centro óptico da lente.



Solução

A fonte luminosa deve coincidir com o foco do espelho e da lente; logo:

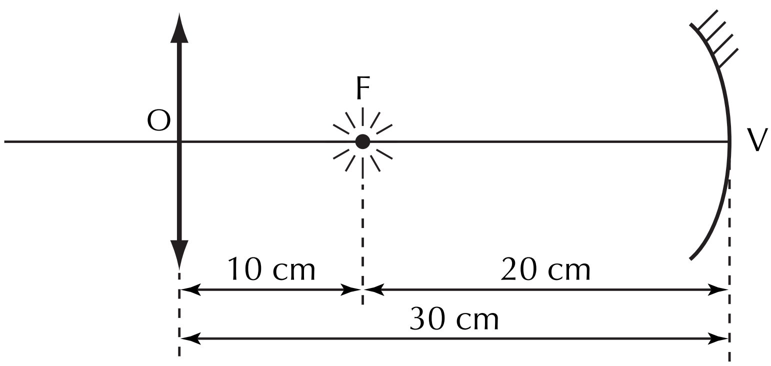


f_L = foco da lente

f_e = foco do espelho

$d_e = 2f_e \Rightarrow d_e = 2 \cdot 10 \Rightarrow \boxed{d_e = 20 \text{ cm}}$

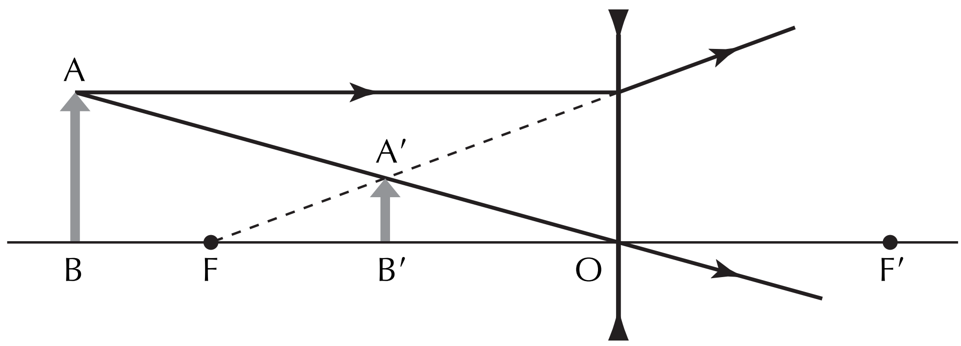
O esquema da situação pode ser visto na figura a seguir:



12.4. Determinação geométrica de imagens em lentes

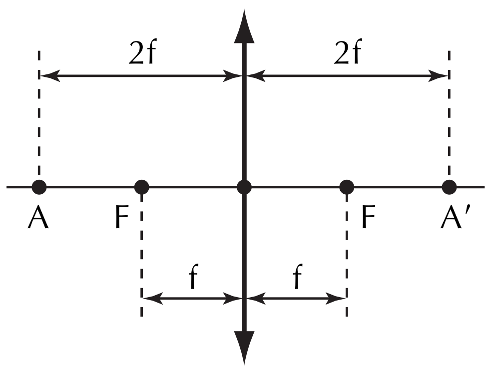
A imagem fornecida por uma lente esférica delgada é determinada pela luz que parte do objeto situado à frente de uma face e atravessa a lente.

Considere um objeto AB colocado sobre o eixo principal de uma lente convergente ou divergente. Para obter graficamente a imagem A′B′, traçamos a trajetória dos raios luminosos que partem da extremidade superior do objeto (A). Para tanto, basta considerar um raio luminoso paralelo ao eixo principal que é refratado na direção do foco e um raio luminoso que incide na direção do centro óptico. Na figura abaixo, temos a construção de imagem A′B′ do objeto AB, em uma lente divergente:



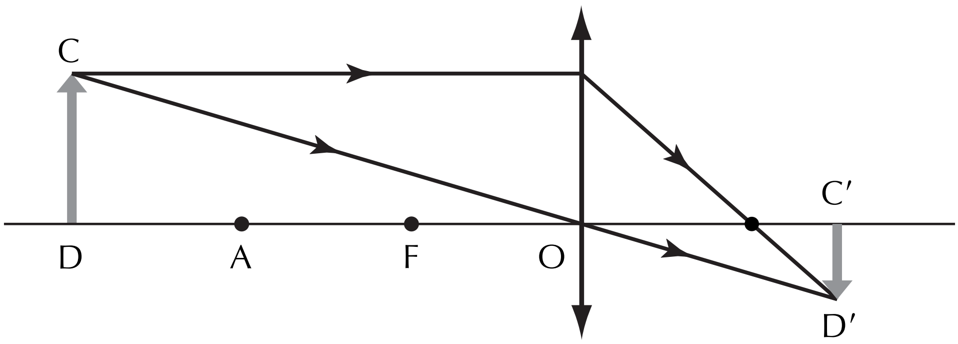
A imagem construída por uma lente divergente de um objeto real é sempre virtual, direita e menor que o objeto.

Para uma lente convergente, adotam-se dois pontos referenciais (A e A′), situados no eixo principal à distância que vale o dobro da distância focal, conforme esquema ao lado.

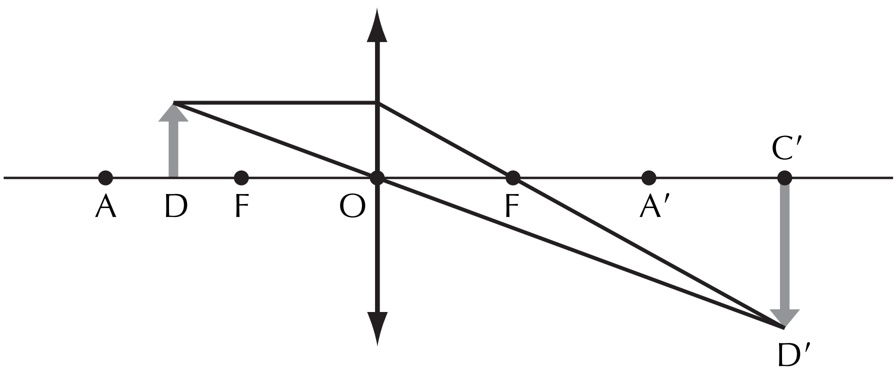


O ponto A é denominado ponto antiprincipal objeto A e o ponto A′, antiprincipal imagem A′.

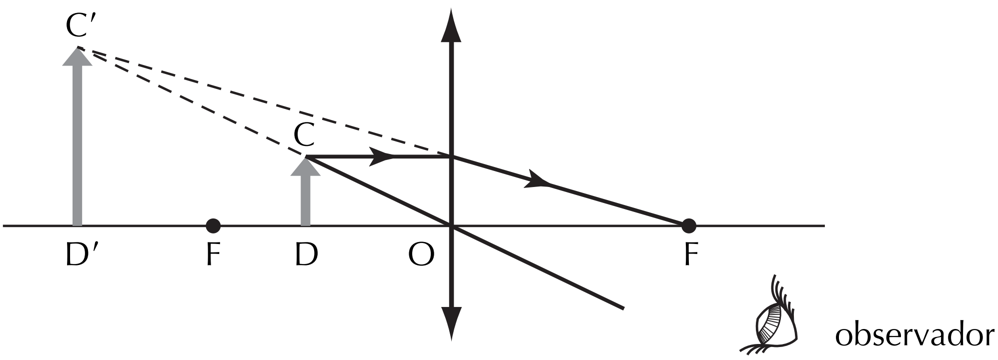
Com o auxílio dos pontos antiprincipal objeto A e antiprincipal imagem A′, podemos estudar vários tipos de formação de imagens nas lentes convergentes, representadas pelos esquemas a seguir.



Para o objeto posicionado antes do ponto antiprincipal objeto, a imagem formada é real, invertida e menor que o objeto. Esse sistema óptico é usado, por exemplo, nas máquinas fotográficas e em filmadoras. Para esses aparelhos, uma lente convergente projeta uma imagem real, invertida e menor que o objeto a sua frente, sobre um filme. Outro exemplo importante é o próprio globo ocular, que possui vários elementos (córnea, cristalino etc.) que funcionam como uma lente convergente com a função de projetar, sobre a retina, uma imagem real, invertida e menor que um objeto real.



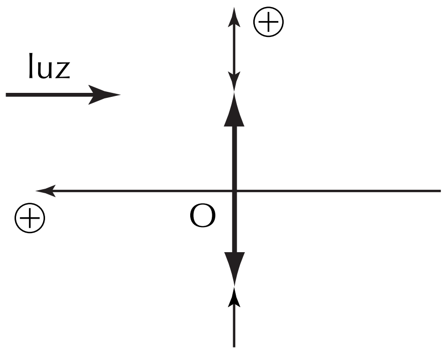
Para um objeto posicionado entre o ponto antiprincipal objeto e o foco da lente, temos a formação de uma imagem real, invertida e maior que o objeto. Exemplos de aplicação dessas lentes são as máquinas de projeção de *slides* e projetores cinematográficos.



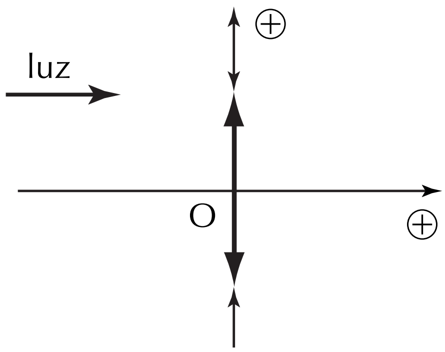
Na figura anterior, vemos o esquema de uma lupa ou lente de aumento, que consiste em uma lente convergente, sendo o objeto colocado entre o foco objeto e a lente. A imagem obtida é virtual, direita e maior que o objeto.

12.5. Relações algébricas de imagens em lentes

Como no caso dos espelhos, podemos determinar algebricamente o tamanho da imagem produzida por uma lente. Para atingirmos este objetivo, adotamos o esquema de referência de Gauss.



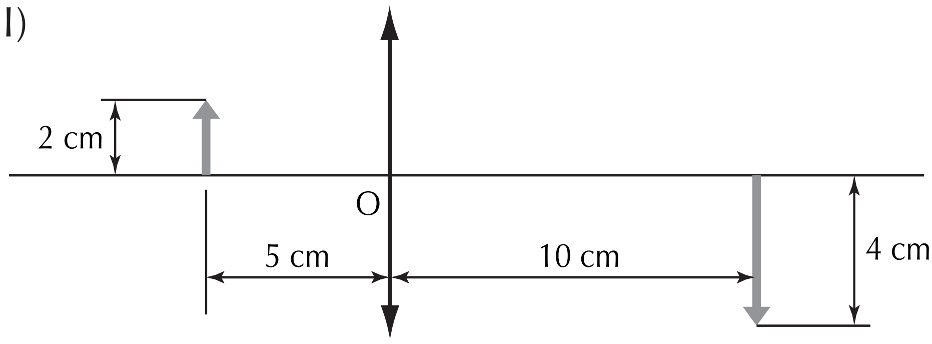
• *Sistema de cooordenadas para os objetos*: os objetos localizados do lado da luz incidente são reais e têm abscissa positiva; aqueles localizados no lado oposto da luz incidente são virtuais e têm abscissa negativa.



• *Sistema de coordenadas para as imagens*: as imagens localizadas do lado oposto da luz incidente são reais e têm abscissa positiva; aquelas localizadas no lado da luz incidente são virtuais e têm abscissa negativa.

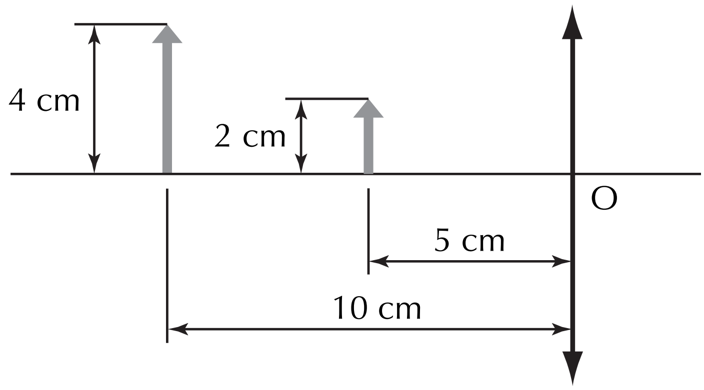
Para exemplificar, apresentamos abaixo um exemplo com valores:

I)



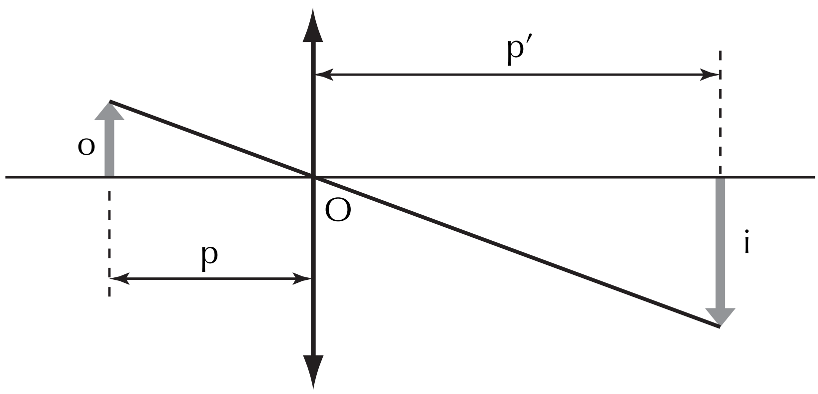
$p = 10$ cm
$p' = -5$ cm
$o = 2$ cm
$i = 4$ cm

II)



$p = 5$ cm
$p' = 10$ cm
$o = 2$ cm
$i = -4$ cm

Considere a figura a seguir:



Dessa figura, podemos obter, por semelhança de triângulos, a relação:

$$\boxed{\frac{i}{o} = -\frac{p'}{p}}$$

A relação entre as ordenadas do objeto e da imagem define o aumento linear transversal da imagem:

$$\boxed{A = \frac{i}{o}}$$

As abscissas do objeto e da imagem relacionam-se com a distância focal da lente pela equação de Gauss:

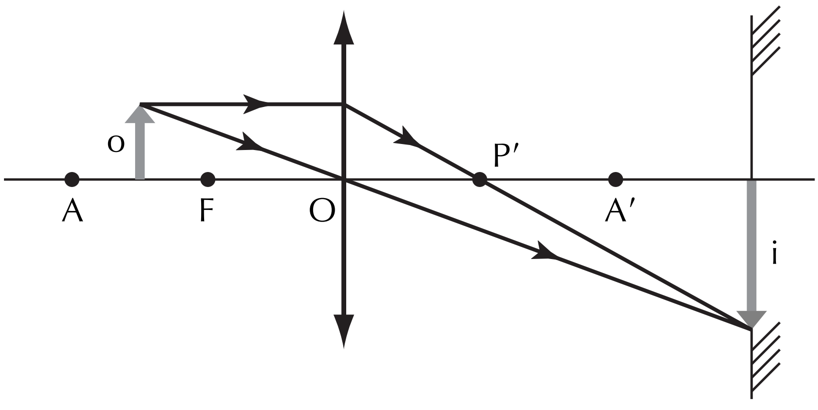
$$\boxed{\frac{1}{f} = \frac{1}{p} + \frac{1}{p'}}$$

Exemplos

a) Uma fonte luminosa está a 30 cm de uma lente convergente de distância focal igual a f = 25 cm. Determine a que distância da lente deve ser colocado um anteparo a fim de se obter sobre ele uma imagem real e nítida do objeto, bem como o aumento linear transversal.

Solução

O esquema abaixo mostra a construção geométrica da imagem da fonte:



Aplicando a equação de Gauss, temos:

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{p} + \frac{1}{p'} \Rightarrow \frac{1}{p'} = \frac{1}{25} - \frac{1}{30} \Rightarrow \frac{1}{p'} = \frac{10{,}5}{75} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \boxed{p' = 250 \text{ cm}}$$

O anteparo deve ser colocado à distância de 250 cm atrás da lente.

Para o cálculo do aumento linear transversal da imagem, temos que determinar o tamanho da imagem formada; logo:

$$\frac{i}{o} = -\frac{p'}{p} \Rightarrow \frac{i}{15} = -\frac{50}{30} \Rightarrow i = -124{,}5 \text{ cm}$$

A imagem formada é real, invertida e maior que o objeto. O aumento linear transversal vale:

$$A = \frac{i}{o} \Rightarrow A = \frac{-124{,}5}{15} \Rightarrow \boxed{A = -8{,}3}$$

b) Existem muitas máquinas fotográficas populares que utilizam objetiva de 35 mm (distância focal de 35 mm). Determine a posição da objetiva quando a máquina está regulada para fotografar um objeto a longa distância e para um objeto a 1,0 m de distância.

Solução

A objetiva da máquina é uma lente convergente ou um conjunto delas. A imagem deve se formar sobre o filme, para que a foto seja nítida.

Para objetos a grande distância, podemos considerar que a distância é muito maior que a distância focal da lente.

Utilizando a equação de Gauss:

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{p} + \frac{1}{p'}$$

Como p é muito maior que f, a parcela $\frac{1}{p}$ pode ser desprezada, logo:

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{p'} \Rightarrow p' = f$$

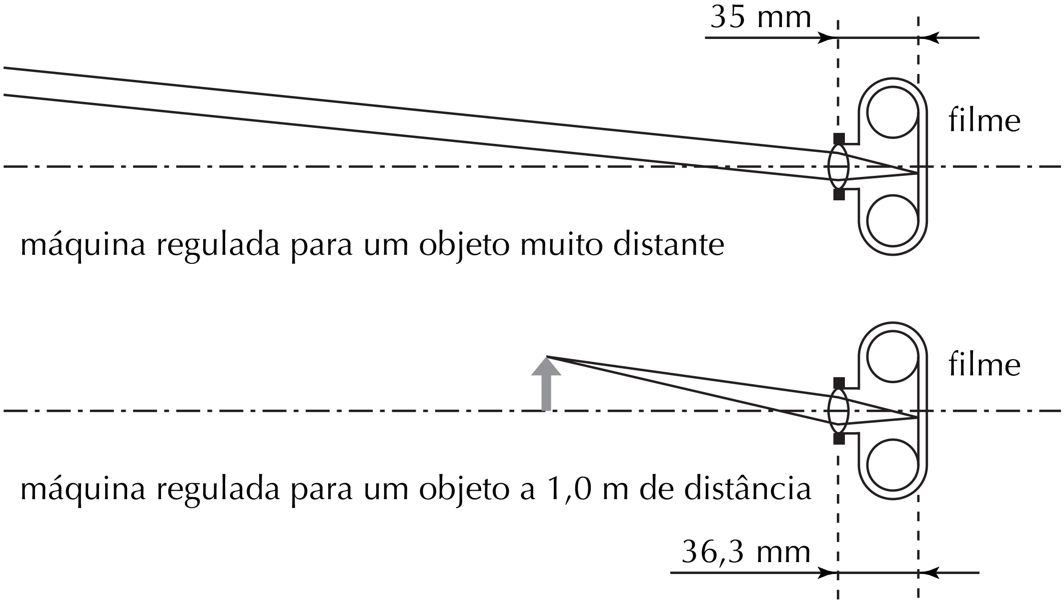
A imagem se forma a uma distância igual à distância focal; logo, a objetiva deve ficar a 35 mm do filme.

Para um objeto a 1,0 m de distância, temos:

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{p} + \frac{1}{p'} \Rightarrow \frac{1}{35} = \frac{1}{1.000} + \frac{1}{p'} \Rightarrow \boxed{p' \simeq 36{,}3 \text{ mm}}$$

Para este caso, a objetiva deve ficar posicionada a, aproximadamente, 36,3 mm do filme.

A seguir, apresentamos o esquema do que foi desenvolvido neste exemplo.



c) Tendo uma lupa com distância focal de 30 cm, a que distância deve ser colocado um objeto para que a imagem seja vista com aumento de três vezes?

Solução

Sendo a lupa uma lente convergente, o objeto deve ser colocado entre o foco e o centro óptico. O aumento linear transversal é $A = 3$; logo:

$$\frac{i}{o} = -\frac{p'}{p} = 3 \Rightarrow p' = -3p$$

Aplicando a equação de conjugação, temos:

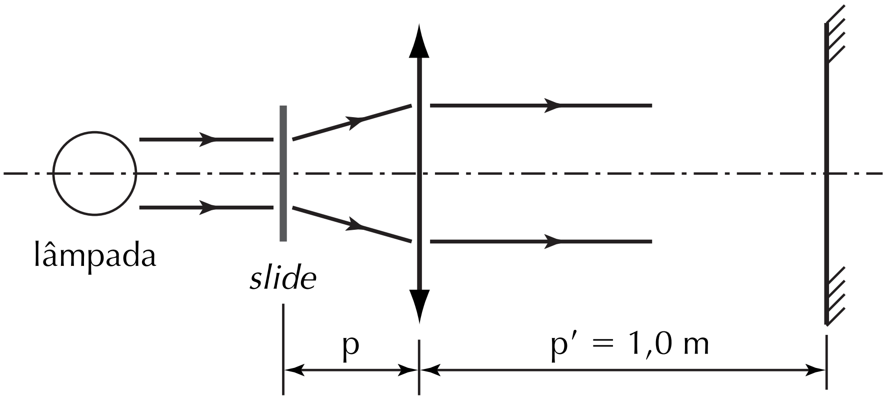
$$\frac{1}{30} = \frac{1}{p} + \frac{1}{-3p} \Rightarrow \boxed{p = 20 \text{ cm}}$$

O objeto deve ser colocado a 20 cm da lupa.

e) Temos um projetor de *slides* com objetiva de 10,0 cm de distância focal. Determine a posição em que deve ser colocado o *slide* para que sua imagem possa ser projetada numa tela a 1,0 m de distância da lente. Qual será o aumento produzido pela lente neste caso?

Solução

Apresentamos, abaixo, um esquema da situação.



Aplicando a equação de conjugação, temos:

$$\frac{1}{10,0} = \frac{1}{p} + \frac{1}{100} \Rightarrow \boxed{p \simeq 11,1 \text{ cm}}$$

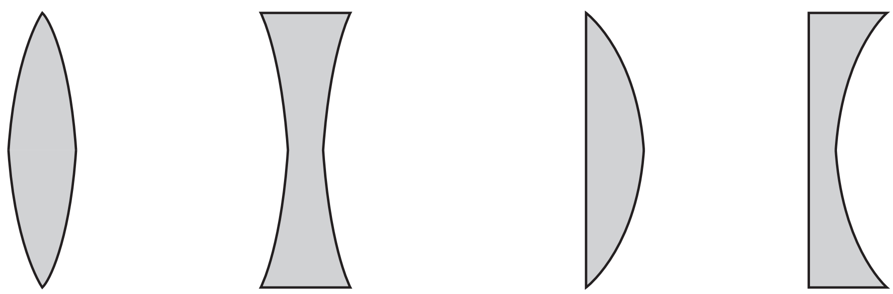
O *slide* deve ser colocado a 11,1 cm da lente. O aumento dado pela lente será:

$$A = \frac{i}{o} = -\frac{p'}{p} \Rightarrow A \simeq -\frac{100}{11,1} \Rightarrow \boxed{A \simeq -9,0}$$

Leia sobre A Visão Humana e Seus Defeitos no Encarte Colorido.

EXERCÍCIOS PROPOSTOS

21. Um aluno deseja realizar uma experiência que consiste em acender um palito de fósforo, concentrando, com apenas uma lente, um feixe de luz solar na cabeça desse palito de fósforo. O aluno dispõe de quatro lentes de vidro, cujos perfis são mostrados a seguir:



A B C D

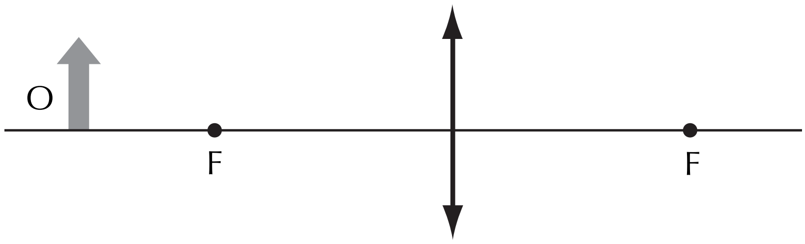
O estudante poderá usar as lentes:

a) A e B somente;
b) A e C somente;
c) A e D somente;
d) B e C somente;
e) B e D somente.

22. (UFPA) A convergência em dioptrias de uma lente biconvexa de raios 30 cm e 60 cm feita de material cujo índice de refração vale 1,5 é:

a) 0,4 b) 1,2 c) 1,8 d) 2,5 e) 3,5

23. (UFSC) Assinale a alternativa correta. A figura abaixo representa um objeto O, colocado sobre o eixo principal de uma lente convergente L, cujas distâncias focais se encontram assinaladas.



Nesta situação, a imagem será:

a) virtual, direita e menor;
b) virtual, invertida e menor;
c) virtual, direita e maior;
d) real, invertida e maior;
e) real, direita e menor;
f) real, direita e maior;
g) real, invertida e menor.

24. Para uma lente divergente, sendo o objeto real, pode-se afirmar que:

a) Jamais ela forma a imagem de qualquer objeto.
b) Ela só forma imagem real, qualquer que seja a distância do objeto.
c) Ela forma sempre imagem virtual e menor que o objeto.
d) A imagem será sempre no plano focal, para qualquer distância do objeto.
e) A imagem será real e virtual, dependendo da distância do objeto.

25. (UFSE) Um estudante pretende construir um projetor de *slides* caseiro. Na sua montagem, a distância do *slide* à lente é de 5 cm; por isso, ele deve usar uma lente:

a) Divergente, de vergência maior que 20 dioptrias.

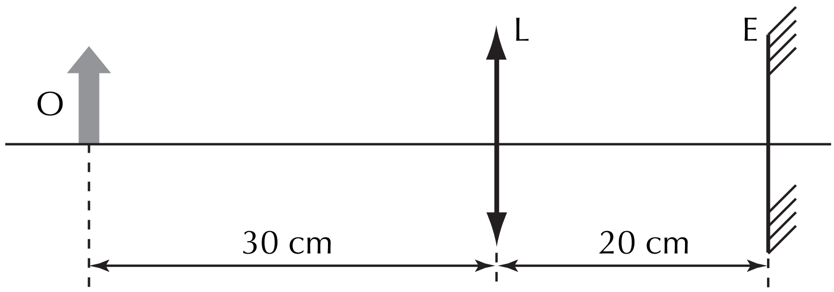
b) Divergente, de vergência igual a 10 dioptrias.

c) Divergente, de vergência menor que 5 dioptrias.

d) Convergente, de vergência menor que 5 dioptrias.

e) Convergente, de vergência maior que 20 dioptrias.

26. (UFES) No sistema óptico indicado na figura, a lente L é convergente e tem distância focal f = 10 cm. O espelho E é plano e o objeto O tem altura h = 3 cm.

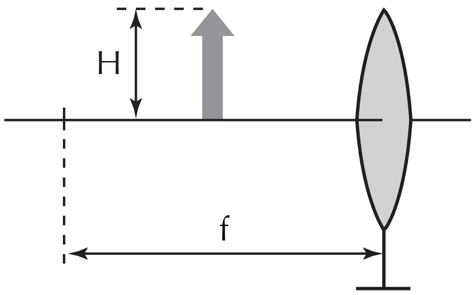


a) Determine, em relação à lente, as posições da imagem real produzida pela lente e pelo espelho.

b) Calcule os tamanhos das imagens.

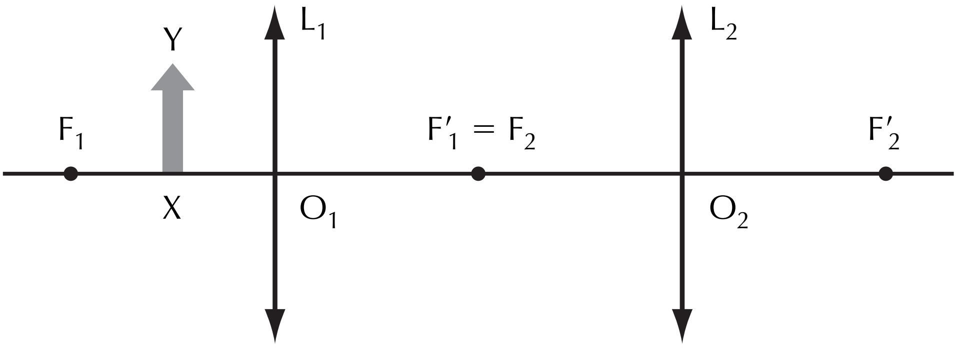
27. (UFSC) Uma lente convergente projeta uma imagem real a 0,72 m da posição do objeto. Qual a distância focal da lente, em cm, sabendo-se que a imagem é 5 vezes maior que o objeto?

28. (Covesp-PB) Um objeto de altura H está colocado a 5 cm de uma lupa cuja distância focal é 10 cm. Quantas vezes maior que H será a imagem do objeto?



29. Tem-se duas lentes delgadas convergentes iguais, de distância focal f, colocadas paralelamente entre si e com eixos ópticos coincidentes, de tal forma que um dos focos de uma coincida com um

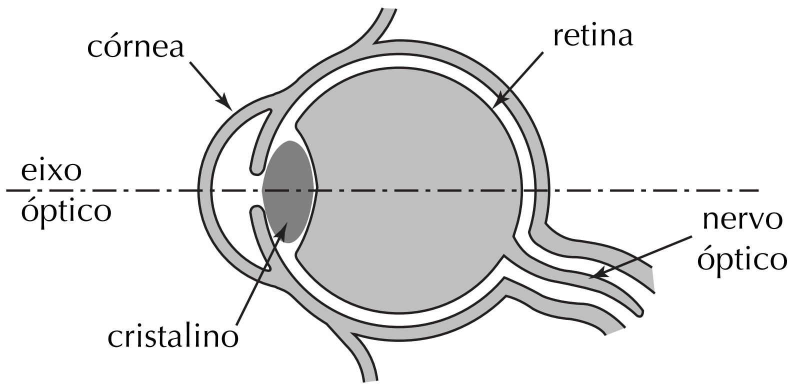
dos focos da outra. Dado um objeto frontal XY, desenhe uma imagem conjugada pela associação, quando:



a) XY está no plano focal f_1 da primeira lente;

b) XY está em posição tal que $\overline{XO_1} = \frac{1}{2}\overline{F_1O_1}$.

30. (UFPA) O olho humano pode ser considerado, de forma simplificada, como um sistema óptico que atua como uma lente biconvexa. Para que a imagem de um objeto se forme sempre na retina, é necessário que a vergência do globo ocular se altere. Um objeto muito distante (no infinito) pode se aproximar de um observador até o ponto próximo, distância mínima necessária para visão distinta. Para uma pessoa de visão normal, o ponto próximo pode ser assumido como 25 cm. A variação desta vergência do globo ocular durante o processo é denominada amplitude de acomodação visual.



Com base no enunciado, responda:

a) Quais as características da imagem formada na retina?

b) Enquanto o objeto se aproxima do olho do observador, o que acontece com os raios de curvatura da lente do globo ocular? (Não se alteram, aumentam ou diminuem?)

c) Quanto vale a amplitude de acomodação visual para uma pessoa normal?

31. O ponto remoto de uma pessoa encontra-se a 50 cm de seus olhos. Podemos afirmar que:

a) A pessoa deve usar uma lente convergente de −3,0 di.

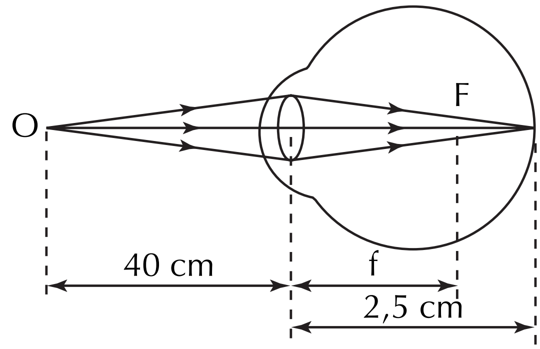
b) A pessoa deve usar uma lente divergente de −3,0 di.

c) A pessoa é míope e deve usar lentes divergentes de −2,0 di.

d) A pessoa é hipermétrope e deve usar lentes divergentes de −2,0 di.

e) A pessoa é míope e deve usar lentes convergentes de −2,0 di.

32. (UFPI) Um objeto é colocado a uma distância d = 40 cm de um olho humano, como mostra a figura ao lado. Para que a imagem se forme sobre a retina, a distância focal efetiva do olho deve ser:



a) 1,5 cm
b) 1,73 cm
c) 1,82 cm
d) 2,05 cm
e) 2,35 cm

33. (UFPA) O defeito da visão humana que é corrigido usando lente esférica divergente é:

a) astigmatismo;
b) daltonismo;
c) hipermetropia;
d) presbiopia;
e) miopia.

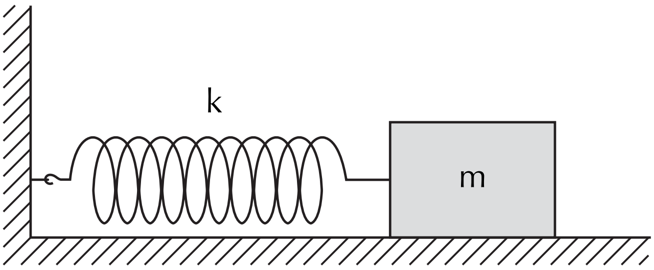
34. Uma pessoa só consegue ler um jornal a uma distância de 50 cm do mesmo. Qual deve ser a distância focal das lentes de um óculos para que esta pessoa possa usá-lo e ler o jornal a uma distância de 25 cm?

Capítulo 15

ONDAS

1. Movimento Harmônico Simples (MHS)

Consideremos um sistema com um corpo de massa m preso à extremidade de uma mola de constante elástica k, conforme a figura abaixo.



O sistema está livre da ação de forças dissipativas.

Se o corpo for deslocado de sua posição de equilíbrio, oscilará em torno da posição de equilíbrio inicial, descrevendo um movimento retilíneo e periódico chamado de *movimento harmônico simples*.

No MHS, a abscissa x que determina a posição do corpo oscilante, medida a partir do ponto de equilíbrio, é denominada *elongação*. O valor máximo da elongação recebe o nome de *amplitude* (A). Nas extremidades da trajetória do móvel, os valores de x são $x = A$ e $x = -A$.

O MHS é um movimento periódico e, por conseguinte, possui uma freqüência f e um período T.

Como já vimos, a freqüência é o número de vezes que o movimento se repete por unidade de tempo. Sua unidade no SI é o hertz (Hz). O período é o intervalo de tempo no qual o movimento se repete. Sua unidade no SI é o segundo (s).

Para o MHS, podemos definir as relações:

$$\boxed{f = \frac{1}{T}} \quad \boxed{\omega = 2\pi f}$$

A grandeza ω é denominada pulsação e sua unidade no SI é o hertz (Hz).

A função horária do MHS é dada por:

$$\boxed{x = A \cdot \cos\,(\omega t + \varphi_0)}$$

A constante φ_0 é denominada *fase inicial* e descreve a situação do sistema no instante zero. Ao argumento $\omega t + \varphi_0$, chamamos *fase*.

No SI, a unidade da fase inicial é o radiano (rad) é o da pulsação, radiano por segundo $\left(\frac{\text{rad}}{\text{s}}\right)$.

Exemplos

a) Um corpo preso a uma mola oscila com amplitude 0,30 m, tendo fase inicial igual a π rad. Sendo o período de oscilação do corpo $8\pi \cdot 10^{-2}$ s, determine a função horária da elongação desse movimento.

Solução

A amplitude é dada por A = 0,3 m, a fase inicial é π rad. A pulsação é obtida da seguinte maneira:

$$\omega = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow \omega = \frac{2\pi}{8\pi \cdot 10^{-2}} \Rightarrow \omega = 25 \text{ rad/s}$$

Logo, a função horária é: $x = 0{,}30 \cdot \cos\,(25t + \pi)$

b) Um corpo realiza um MHS cuja função horária é:

$$x = 5 \cos\left(\frac{\pi}{2}t + \pi\right)$$

Determine a amplitude, a pulsação, a fase inicial, o período e a freqüência para este movimento.

Solução

Da equação horária do MHS, $x = A \cdot \cos(\omega t + \varphi_0)$, temos a amplitude $\boxed{A = 5\ m}$, a pulsação $\boxed{\omega = \frac{\pi}{2}\frac{rad}{s}}$, a fase inicial $\boxed{\varphi_0 = \pi}$ e para o cálculo do período temos:

$$\omega = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow T = \frac{2\pi}{\frac{\pi}{2}} \Rightarrow \boxed{T = 4\ s}$$

Para a freqüência: $f = \frac{1}{T} \Rightarrow f = \frac{1}{4} \Rightarrow \boxed{f = 0{,}25\ Hz}$

1.1. A velocidade e a aceleração no MHS

A velocidade no MHS varia com o tempo segundo a função:

$$\boxed{v = -\omega \cdot A \cdot \text{sen}\,(\omega t + \varphi_0)}$$

Nos pontos de inversão (extremos da trajetória), a velocidade se anula. O valor máximo da velocidade é atingido nos instantes em que a abscissa x é nula, ou seja, no ponto médio da trajetória onde sen $(\omega t + \varphi_0)$ tem valor numérico igual à unidade.

$$v_{máx} = \omega_A \quad \text{ou} \quad v_{máx} = -\omega_A$$

A aceleração escalar no MHS varia com o tempo segundo a função:

$$\boxed{\alpha = -\omega^2 \cdot A \cdot \cos(\omega t + \varphi_0)}$$

Confrontando essa fórmula com a da elongação, obtemos:

$$\alpha = -\omega^2 \cdot x$$

Logo, a aceleração se anula onde a elongação se anula, isto é, no ponto médio da trajetória. A elongação é máxima onde a aceleração é mínima, e vice-versa.

$$\alpha_{máx} = \omega^2 \cdot A$$

Podemos resumir o que foi discutido da seguinte maneira:

elongação (x)	$-A$	0	$+A$
velocidade (v)	0	ω_a ou $-\omega_a$	0
aceleração (α)	$+\omega^2 \cdot A$	0	$-\omega^2 \cdot A$

Exemplo

Para a equação de um móvel em MHS:

$$x = 0,5 \cdot \cos\left(\pi t + \frac{\pi}{4}\right)$$

Descreva a equação horária da velocidade e da aceleração.

Solução

A amplitude tem o valor $A = 0,5$ m; a pulsação vale $\omega = \pi \dfrac{\text{rad}}{\text{s}}$; a fase inicial vale $\varphi_0 = \dfrac{\pi}{4}$ rad.

Logo, podemos escrever a equação da velocidade:

$v = -\pi \cdot 0,5 \cdot \text{sen}\left(\pi t + \dfrac{\pi}{4}\right)$ ou $v = -0,5\pi \cdot \text{sen}\left(\pi t + \dfrac{\pi}{4}\right)$

A equação da aceleração é dada por:

$\alpha = -0,5\pi^2 \cdot \cos\left(\pi t + \dfrac{\pi}{4}\right)$

1.2. Período no MHS

Considerando o sistema com mola já visto, podemos relacionar a elongação com a força elástica $\vec{F}$ a que o corpo está sujeito, da seguinte maneira:

$$F = -k \cdot x$$

A aceleração no MHS, α, é dada por $\alpha = -\omega^2 \cdot x$ e, pela dinâmica, sabemos que:

$$F = m \cdot \alpha$$

Logo:

$$k = m \cdot \omega^2$$

A pulsação no MHS é dada em função do período por:

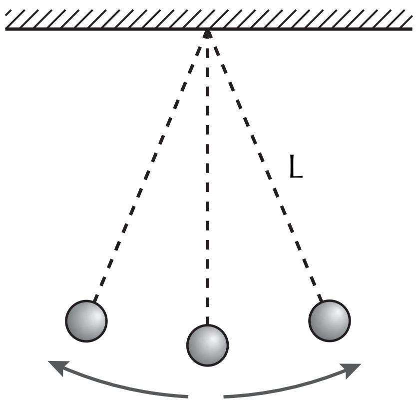
$$\boxed{\omega = \frac{2\pi}{T}}$$

Portanto:

$$k = m \cdot \left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 \Rightarrow T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$$

O período só depende da massa do corpo e da constante elástica da mola.

Um sistema oscilatório muito importante é o pêndulo simples. Para oscilações de pequena amplitude, o pêndulo descreve um MHS.



Sendo T o período, g a aceleração da gravidade e L o comprimento do pêndulo, temos:

$$\boxed{T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}}$$

Para o pêndulo simples, o período não depende da massa do corpo suspenso.

Exemplos

a) Um corpo de massa 3,2 kg, oscila preso à extremidade de uma mola de constante elástica $k = 20\,\frac{N}{m}$. Determine o período desta oscilação.

Solução

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} \Rightarrow T = 2\pi\sqrt{\frac{3,2}{20}} \Rightarrow \boxed{T = 0,8\pi\ s}$$

b) Um pêndulo simples, de comprimento 40 cm, realiza oscilações de pequena amplitude em um local onde $g = 10\ \frac{m}{s^2}$. Determine o período destas oscilações.

Solução

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}} \Rightarrow T = 2\pi\sqrt{\frac{0{,}40}{10}} \Rightarrow \boxed{T = 0{,}4\pi\ s}$$

2. Movimento ondulatório

Considere um meio material qualquer em que associamos, a cada um de seus pontos, uma ou mais grandezas físicas. Quando alteramos pelo menos uma dessas grandezas, dizemos que o meio está sofrendo uma *perturbação*.

A perturbação sofrida pelo meio poderá se propagar através desse mesmo meio. Essa propagação constitui uma onda.

O exemplo mais simples de onda é aquele que ocorre quando jogamos uma pedra em um lago de águas tranqüilas. O ponto atingido pela pedra sofrerá uma perturbação, ou seja, receberá uma determinada quantidade de energia mecânica. A partir do ponto atingido, observaremos uma onda se propagando. O ponto perturbado volta à posição inicial após pouco tempo, mas a onda continua a se propagar.

A propagação de uma onda não transporta matéria e sim energia. No exemplo descrito, caso haja uma bóia flutuando na água, observaremos que ela, ao ser atingida pela onda, apenas repete o movimento do primeiro ponto perturbado, sem ser transportada com a onda.

2.1. Tipos de ondas

• *Onda mecânica*: originária da deformação de um meio material (ondas na superfície de líquidos, onda sonora, ondas numa corda esticada etc.).

• *Onda eletromagnética*: originária de cargas elétricas aceleradas (ondas luminosas, raios gama, raios X etc.).

Quanto à direção de propagação, temos:

• *Onda transversal*: a vibração do meio é perpendicular à direção de propagação (ondas luminosas, ondas em uma corda tensa etc.).

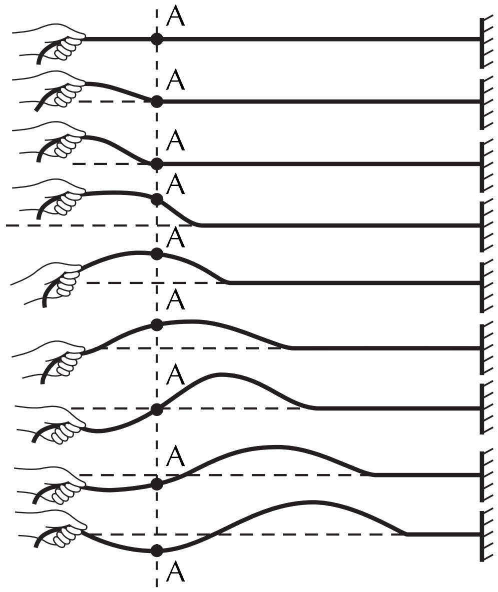
• *Onda longitudinal*: a vibração do meio ocorre na mesma direção que a propagação (por exemplo: onda sonora, onda se propagando em uma mola perturbada com um impulso longitudinal em sua extremidade etc.).

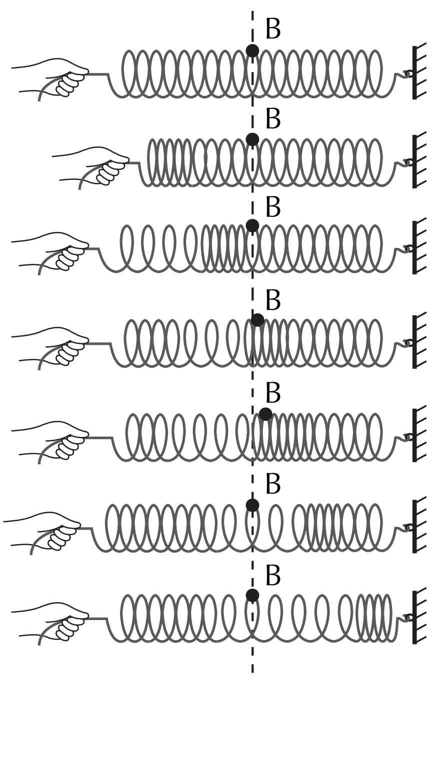
2.2. Dimensões da propagação

De acordo com o número de direções em que uma determinada onda se propaga em um meio, ela pode ser unidimensional, bidimensional ou tridimensional.

Apresentamos, a seguir, alguns exemplos.

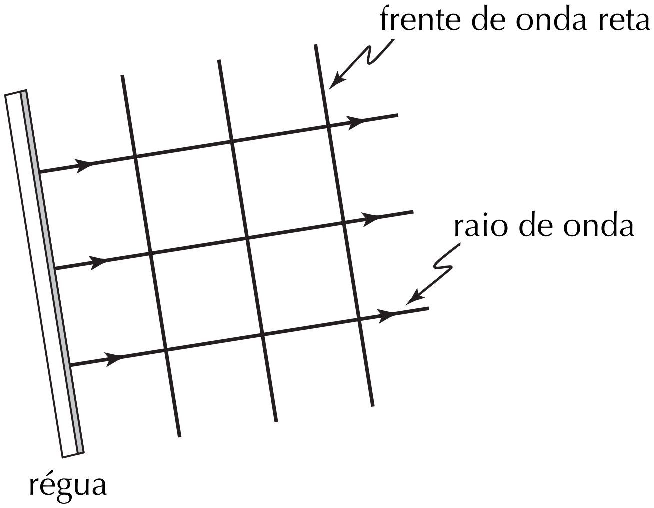
A onda está se propagando a partir da extremidade de uma corda tensa: é uma onda unidimensional e transversal (direção de movimento do ponto A perpendicular à direção de propagação da onda).

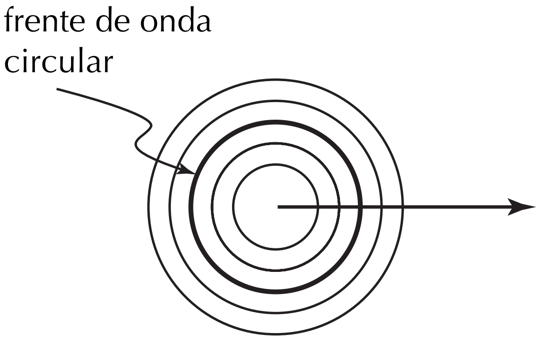




A onda em uma mola se origina de um empurrão em sua extremidade. Considerando o movimento do ponto B e outros na horizontal, a onda é unidimensional e longitudinal (direção do movimento do ponto B na mesma direção de propagação da onda).

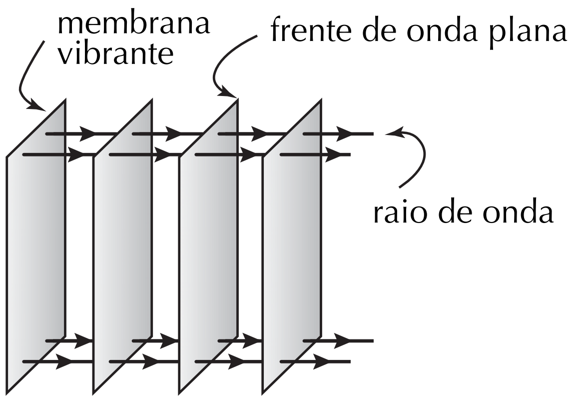
A onda bidimensional da reta transversal é formada ao perturbarmos a superfície de uma porção de água com uma régua.

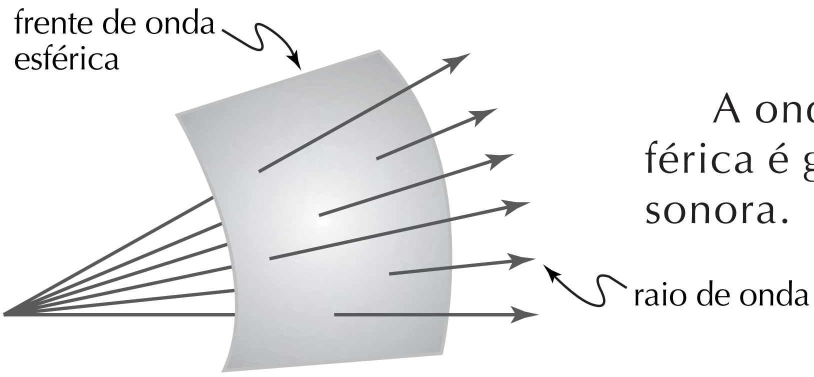




A onda bidimensional circular transversal é criada ao perturbarmos um ponto da superfície de uma porção de água.

A onda tridimensional plana é provocada por uma membrana vibrante.



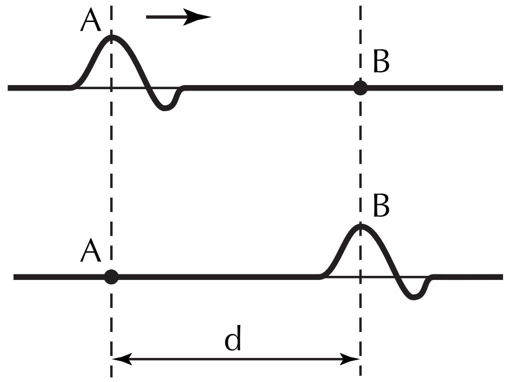


A onda tridimensional esférica é gerada por uma fonte sonora.

Nas figuras anteriores, representamos as frentes de onda, que são um conjunto de pontos do meio em ação simultânea, bem como os raios da onda, que são linhas de orientação para indicar o sentido e a direção de propagação da onda.

A velocidade de propagação de uma onda é dada pelo quociente do deslocamento de uma determinada frente de onda pelo intervalo de tempo.

Considere uma onda que se propaga em uma corda, conforme é mostrado ao lado:



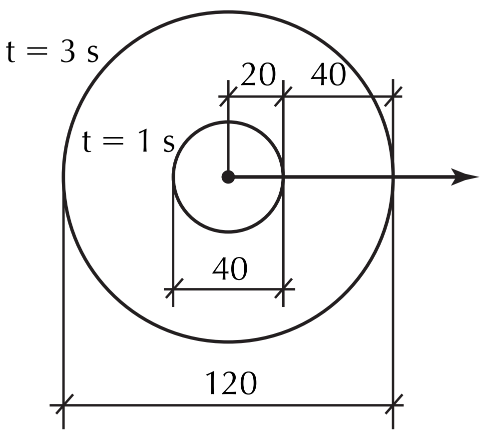
A velocidade de propagação da onda é dada por:

$$\boxed{v = \frac{d}{\Delta t}}$$

Exemplo

Um corpo de pequenas dimensões cai sobre a superfície de um tanque com água. Considere t = 0, o instante em que o corpo atinge a superfície e que a onda circular formada tem diâmetro de 40 cm em t = 1 s e 120 cm em t = 3 s, e determine a velocidade de propagação da onda.

Solução



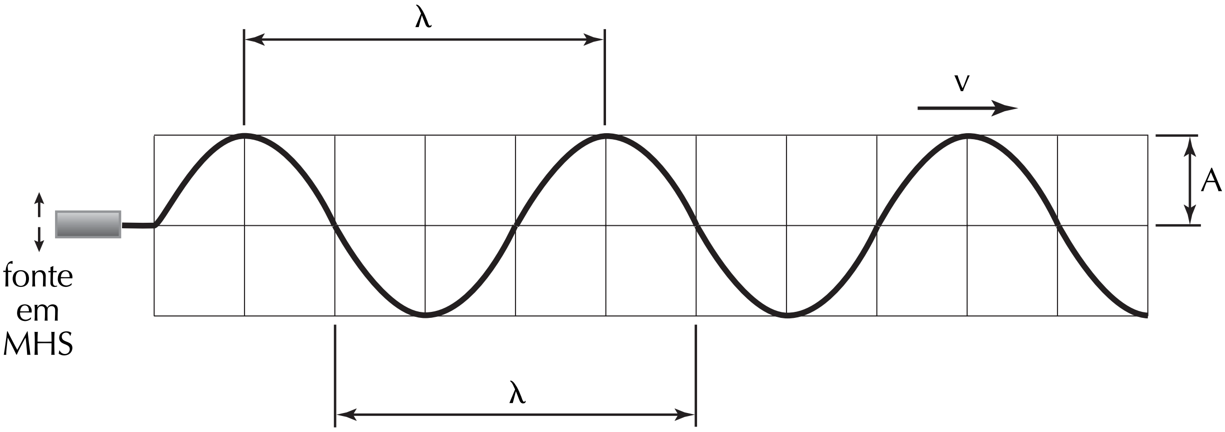
$$\left.\begin{array}{l} d = 40\ \text{cm} \\ \Delta t = 3 - 1 = 1\ \text{s} \end{array}\right\} v = \frac{40}{2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \boxed{v = 20\ \frac{\text{cm}}{\text{s}}}$$

2.3. Ondas periódicas para uma corda tensa

Uma onda é dita periódica quando a perturbação que a gerou se repete periodicamente.

O diagrama a seguir representa uma onda periódica propagando-se em uma corda tensa.



Em que:

λ – é o comprimento da onda, que é a menor distância entre dois pontos que possuem o mesmo movimento no mesmo instante (pontos em fase).

A – é a amplitude, que é o máximo deslocamento de um ponto do meio em relação à sua posição de equilíbrio.

O movimento de propagação na corda é uniforme, sendo v a velocidade de propagação. Aplicando-se o conceito de cálculo de velocidade de propagação, temos:

$$v = \frac{\Delta S}{\Delta t} \left.\begin{matrix} \\ \\ \end{matrix}\right\} \begin{matrix} \Delta S = \lambda \\ \Delta t = T \end{matrix} \Rightarrow \boxed{v = \frac{\lambda}{T}},$$

em que T é o período do movimento dos pontos do meio.

Das fórmulas anteriores, podemos calcular a freqüência da onda, que equivale à freqüência com que uma determinada fonte gera a perturbação. Como $f = \frac{1}{T}$, temos:

$$\boxed{v = \lambda \cdot f}$$

Observações importantes:

• Independentemente do meio, a freqüência de uma onda é igual à freqüência da fonte que a emitiu.

• A velocidade de uma onda mecânica não depende da freqüência da onda que se propaga, apenas das características do meio.

• Os pontos do meio que constituem uma frente de onda estão em fase.

• As frentes de onda estão separadas por uma distância que é igual ao comprimento de onda λ.

• Para comprimentos de onda muito pequenos, é utilizada a unidade ängstron (Å). Esta unidade vale:

$$1\ \text{Å} = 10^{-10}\ \text{m}$$

• A energia transportada pela onda não depende de v, f ou λ, apenas da amplitude (A) da onda, que corresponde à amplitude do MHS realizado pela fonte.

Exemplos

a) Uma fonte ligada a uma corda tensa gera 10 ondas completas em 5 segundos. Qual o período, a freqüência e a velocidade de propagação das ondas que têm comprimento de onda igual a 30 cm?

Solução

O período da onda é igual ao número de ciclos gerados por unidade de tempo; logo:

10 ciclos — 5 s

1 ciclo — T $\Rightarrow T = \dfrac{5}{10} \Rightarrow \boxed{T = 0,5\ \text{s}}$

A freqüência vale:

$$f = \frac{1}{T} \Rightarrow f = \frac{1}{0,5} \Rightarrow \boxed{f = 2\ \text{Hz}}$$

A velocidade de propagação é igual a:

$$v = \lambda \cdot f \Rightarrow v = 0,30 \cdot 2 \Rightarrow v = 0,6\ \frac{\text{m}}{\text{s}} \text{ ou } \boxed{v = 60\ \frac{\text{cm}}{\text{s}}}$$

b) O ouvido humano é sensível a ondas mecânicas sonoras entre 20 Hz e 20 kHz, aproximadamente. Determine o maior e o menor comprimento de onda que sensibiliza o ouvido humano no ar. A velocidade de propagação da onda sonora no ar é 340 $\frac{m}{s}$.

Solução

$$\lambda = \frac{v}{f} \Rightarrow \lambda_{máx} = \frac{340}{20} \Rightarrow \boxed{\lambda_{máx} = 17 \text{ m}}$$

$$\lambda_{min} = \frac{340}{20 \cdot 10^3} \Rightarrow \boxed{\lambda_{min} = 1{,}7 \cdot 10^{-2} \text{ m}}$$

EXERCÍCIOS PROPOSTOS

1. Para um corpo em MHS, podemos dizer que:
   a) A aceleração tem módulo máximo no ponto médio da trajetória.
   b) A velocidade é nula no ponto médio da trajetória.
   c) A aceleração se anula nos pontos extremos da trajetória.
   d) A velocidade tem módulo máximo no ponto médio da trajetória.
   e) A aceleração e a velocidade se anulam no mesmo instante.

2. O comprimento de um pêndulo simples é duplicado, ao mesmo tempo que a massa pendular tambem á dobrada. Nessas condições, podemos afirmar que o período das oscilações desse pêndulo, para pequenas oscilações:
   a) duplica;
   b) quadruplica;
   c) fica inalterado;
   d) é multiplicado por raiz quadrada de dois;
   e) reduz-se à metade;
   f) reduz-se a um quarto.

3. O relógio de meu avô tem um pêndulo com haste metálica rígida longa e um corpo sólido na extremidade. Em períodos de calor forte, vovô costuma acertar o relógio com mais freqüência. Pergunta-se: o que ocorre com o relógio nesses períodos de calor?

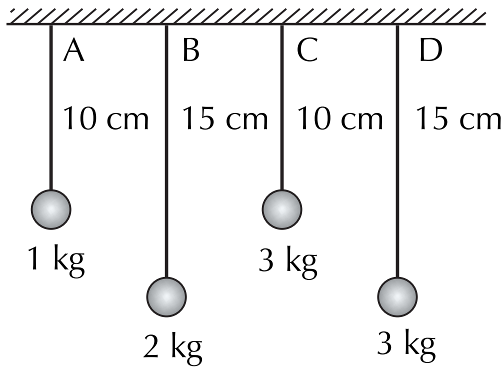
a) Pára de funcionar com freqüência.

b) Adianta.

c) Atrasa.

d) Adianta e atrasa sem critério.

4. (UFSC) Observando os 4 pêndulos da figura, pode-se afirmar que:



a) O pêndulo A oscila mais devagar que o pêndulo B.

b) O pêndulo A oscila mais devagar que o pêndulo C.

c) O pêndulo B e o pêndulo D possuem mesma freqüência de oscilação.

d) o pêndulo B oscila mais devagar que C.

e) o pêndulo C e o pêndulo D possuem mesma freqüência de oscilação.

5. (UFSC) A equação de um movimento harmônico simples é:

$x = 10 \cdot \cos\left(100\pi t + \dfrac{\pi}{3}\right)$, onde x está expresso em centímetros e t em segundos.

Determine o valor numérico da razão (quociente) entre a freqüência e a amplitude deste movimento, expresso em hertz por centímetro.

6. (UFPI) Dada a equação da posição para um MHS,

$y = 10 \cdot \cos\left(\dfrac{\pi}{2}t + \dfrac{\pi}{3}\right)$, em unidade do MKS, pode-se afirmar que a amplitude, o período e o ângulo de fase valem, respectivamente:

a) 10m; 4 s; $\dfrac{\pi}{3}$ rad

b) 10; 4; 60°

c) 5π; $\dfrac{\pi}{2}$; $\dfrac{\pi}{3}$ rad

d) 900 m; 900t; 60°

e) 5 m; 8 s; 320°

7. Um corpo de massa 900 g executa um MHS de 2,4 s de período quando pendurado na extremidade de uma mola. Caso o corpo

seja substituído por outro de massa 400 g, qual será o novo período de oscilação?

8. O pêndulo de Foucault consistia em uma esfera de 28 g pendurada na cúpula do Panthéon de Paris por um fio de 67 m de comprimento.

   Sabe-se que o período T da oscilação de um pêndulo simples está relacionado com seu comprimento L e com a aceleração da gravidade g, pela equação:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$$

   a) Qual o período de oscilação do pêndulo de Foucault? Despreze as frações de segundo.

   b) O que aconteceria com o período deste pêndulo se dobrássemos sua massa? (Adote $\sqrt{10} = \pi$ e $g = 10\ \frac{m}{s^2}$.)

9. (UFAM) Existe uma variedade muito grande de fenômenos ondulatórios na natureza. Os olhos e os ouvidos são bons exemplos de receptores de ondas luminosas e sonoras, respectivamente. Na propagação de uma onda há transporte de:

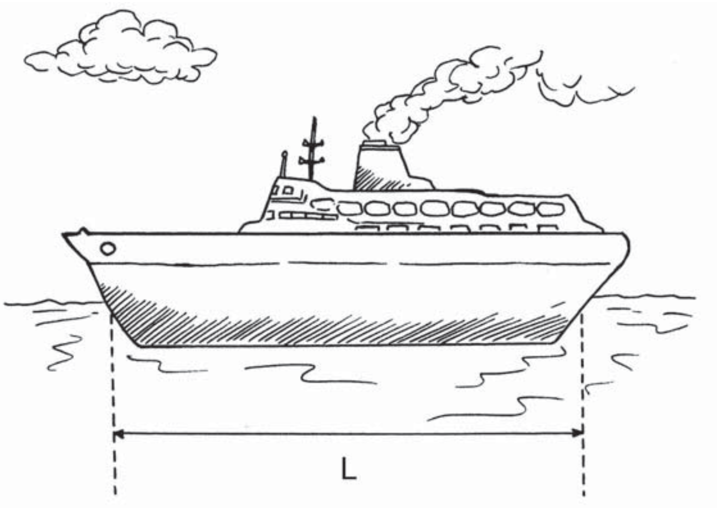
   a) massa e quantidade de movimento;

   b) quantidade de movimento e energia;

   c) energia e massa;

   d) partículas e vibrações.

10. (Fuvest–SP) Um navio parado em águas profundas é atingido por uma crista de onda (elevação máxima) a cada T segundos. A seguir o navio é posto em movimento, na direção e sentido de propagação das ondas e com a mesma velocidade delas.

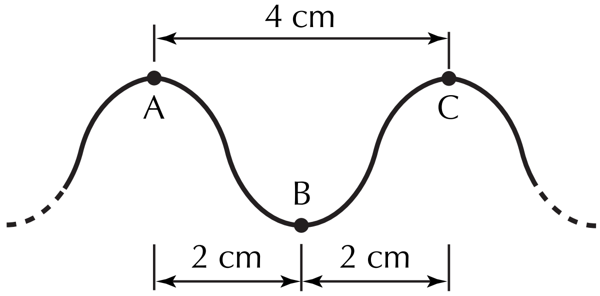


Nota-se, então (veja a figura), que ao longo do comprimento L do navio cabem exatamente três cristas. Qual a velocidade do navio?

a) $\frac{L}{3T}$ b) $\frac{L}{2T}$ c) $\frac{L}{T}$ d) $\frac{2L}{T}$ e) $\frac{3L}{T}$

11. Assinale a afirmativa correta:
    a) Uma onda, ao passar de um meio para outro, tem sua freqüência alterada.
    b) Uma onda, ao se propagar, leva consigo partículas do meio.
    c) As ondas mecânicas se propagam no vácuo.
    d) A velocidade de propagação de uma onda depende do meio em que se propaga.
    e) O som não é uma onda mecânica.

12. (UFMS) A figura abaixo ilustra um trecho de um pulso ondulatório senoidal.



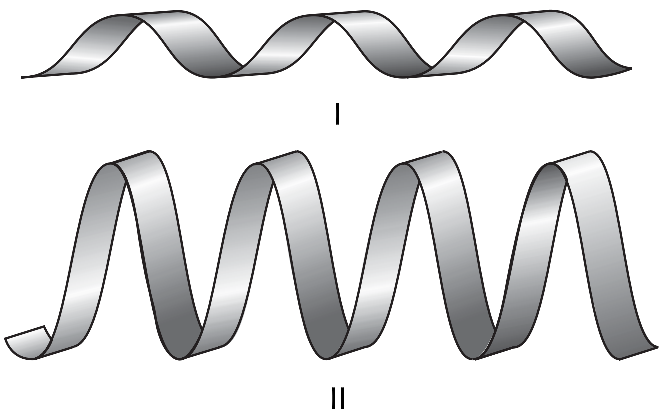
Se a freqüência é 60 Hz, podemos afirmar corretamente que:
    a) o comprimento da onda é igual ao comprimento AB.
    b) o comprimento da onda é igual a 4 cm.
    c) o período do movimento ondulatório é igual a 1/60s.
    d) a velocidade de propagação da onda é 240 cm/s.
    e) a velocidade de propagação da onda é 120 cm/s.

13. (UFMG) Um conta-gotas situado a uma certa altura acima da superfície de um lago deixa cair sobre ele uma gota d’água a cada três segundos.

Se as gotas passarem a cair na razão de uma gota a cada dois segundos, as ondas produzidas na água terão menor:
    a) amplitude;
    b) comprimento de onda;
    c) freqüência;
    d) timbre;
    e) velocidade.

14. (UFMG) Esta figura mostra parte de duas ondas, I e II, que se propagam na superfície da água de dois reservatórios idênticos.

Com base nesta figura, podemos afirmar que:



a) A freqüência da onda I é menor do que a da onda II, e o comprimento de onda de I é maior que o de II.

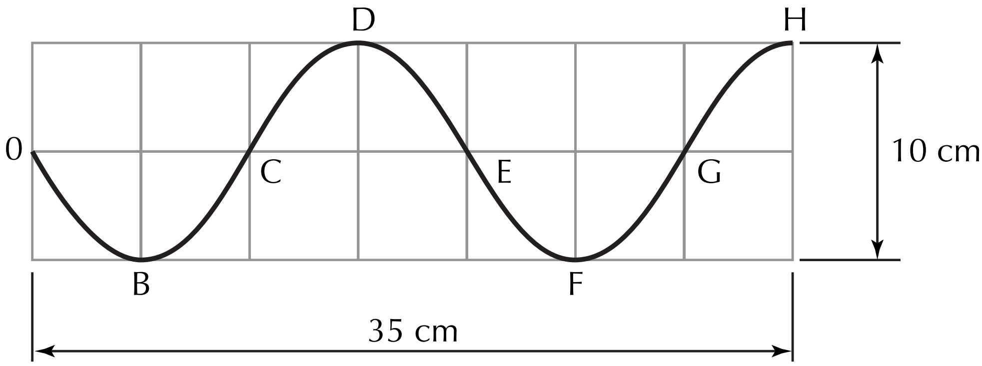
b) As duas ondas têm a mesma amplitude, mas a freqüência de I é menor que a de II.

c) As duas ondas têm a mesma freqüência, e o comprimento de onda é maior na onda I do que na onda II.

d) Os valores da amplitude e do comprimento de onda são maiores na onda I do que na onda II.

e) Os valores da freqüência e do comprimento de onda são maiores na onda I do que na onda II.

15. (UMC-SP) A figura representa o perfil de uma onda transversal que se propaga ao longo de um fio elástico.



Determine, no SI:

a) a amplitude da onda;

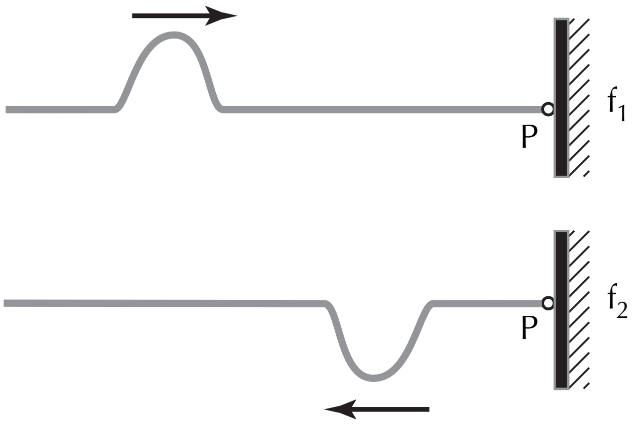
b) o comprimento da onda;

c) a velocidade de propagação da mesma, sabendo-se que sua freqüência é igual a 125 Hz ou seu período é 0,008 s.

3. Reflexão de ondas

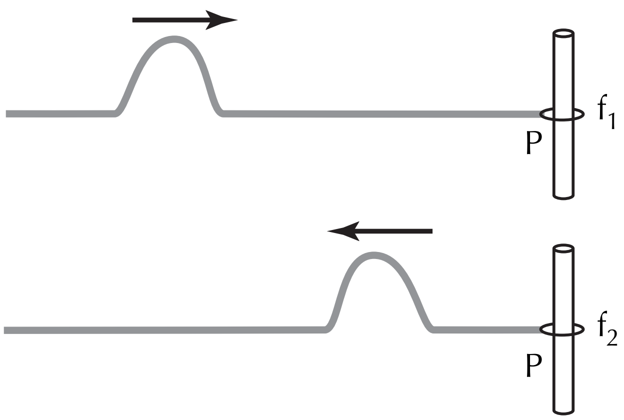
Uma onda que se propaga em um determinado meio, quando encontra a superfície de fronteira com outro meio, pode sofrer reflexão, refração ou absorção, simultaneamente ou não.

Analisemos uma onda unidimensional que se propaga em uma corda tensa, conforme a figura abaixo. Estando a corda fixada em uma superfície rígida, ao atingir o ponto P, a onda é refletida.



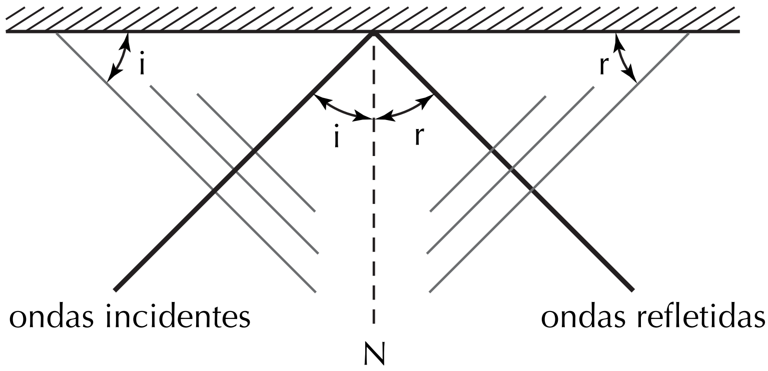
Observe que a onda refletida é invertida em relação à onda incidente, ou seja, a onda refletida sofreu inversão de fase. Este fenômeno se explica pela lei da ação e reação.

Caso a corda seja fixada a uma argola que possa se deslocar livremente em uma haste vertical, conforme a figura a seguir, quando a onda atingir o ponto P a argola sofrerá uma elevação e sua conseqüente queda produzirá uma onda refletida não-invertida.



O estudo do comportamento de ondas bidimensionais e tridimensionais será simplificado se analisarmos os raios de onda, em vez das frentes de onda.

Representamos, abaixo, uma onda que se propaga na superfície da água, atingindo uma superfície plana.



em que i é o ângulo de incidência, r o de reflexão e N é a normal à superfície.

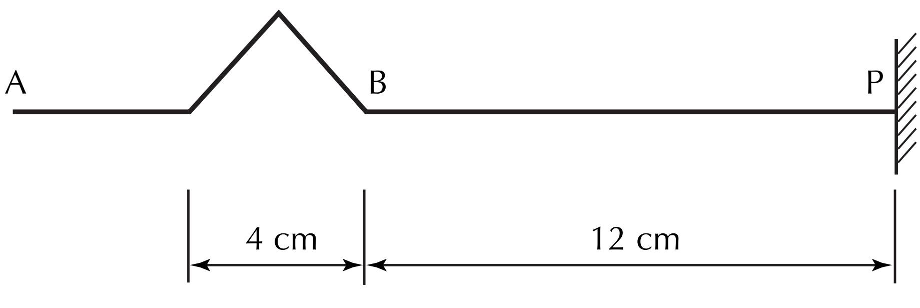
A exemplo da óptica, temos:

- o raio incidente, o refletido e a normal estão no mesmo plano;
- o ângulo de reflexão é igual ao de incidência.

No fenômeno da reflexão não há variação da freqüência, da velocidade de propagação e do comprimento de onda.

Exemplos

a) Uma onda, com o perfil abaixo, se propaga por uma corda tensa, fixa em uma parede no ponto P, da esquerda para a direita. A partir do instante representado na figura, a onda leva 0,5 s para atingir P. Determine a velocidade de propagação da onda e seu perfil após 2,0 s.

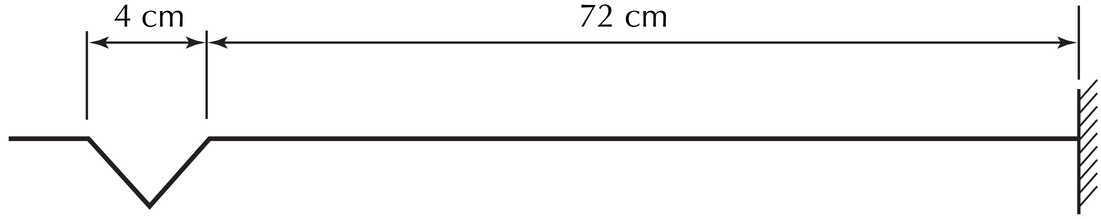


Solução

A velocidade da onda vale:

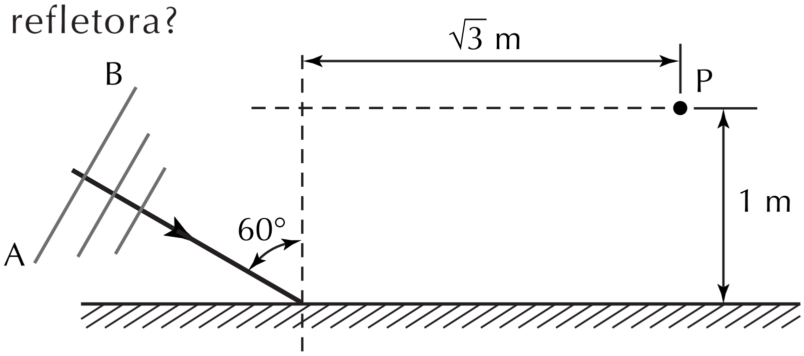
$$v = \frac{12\ \text{cm}}{0{,}5\ \text{s}} \Rightarrow \boxed{v = 24\ \frac{\text{cm}}{\text{s}}}$$

O perfil da onda após 2 s equivale ao perfil da onda refletida a partir do ponto P. Seu perfil é:



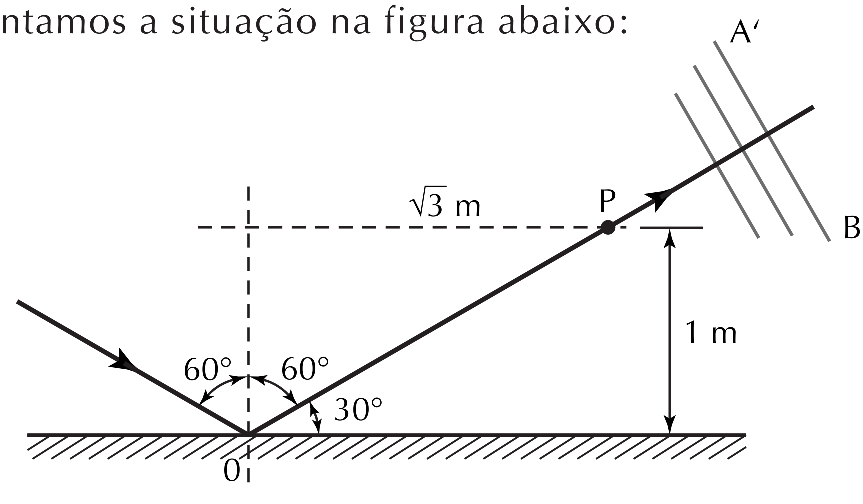
b) Uma frente de onda plana se propaga na superfície da água com velocidade de $0{,}5\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$. No instante t = 0, uma frente de onda AB está na posição indicada na figura abaixo.

Considere sen 30° = 0,5 e cos 30° = $\frac{\sqrt{3}}{2}$. Depois de quanto tempo, a partir de t = 0, a frente atingirá o ponto P, após atingir a superfície refletora?



Solução

Representamos a situação na figura abaixo:



A distância percorrida pela onda é $\overline{OP}$; logo:

$$\text{sen } 30° = \frac{1}{OP} \Rightarrow OP = \frac{1}{0,5} \Rightarrow OP = 2 \text{ m}$$

Como a velocidade da onda é $0,5 \frac{m}{s}$, temos:

$$v = \frac{OP}{\Delta t} \Rightarrow \Delta t = \frac{2}{0,5} \Rightarrow \boxed{\Delta t = 4 \text{ s}}$$

4. Refração de ondas

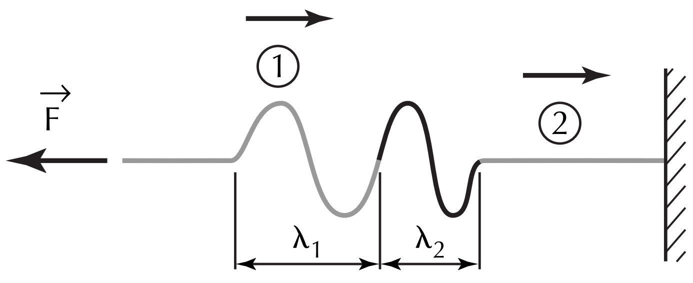
Refração é o fenômeno que ocorre quando o meio de propagação de uma onda é modificado.

Na refração, há alteração na velocidade de propagação da onda (v) e no seu comprimento de onda (λ). A freqüência da onda não muda.

Considere uma corda tensionada por uma força $\vec{F}$. Essa corda tem seção transversal S_1 em um trecho e S_2 em outro, sendo $S_2 > S_1$. Produzindo uma onda no conjunto, a onda irá se propagar com velocidade dada por:

$$\boxed{v = \sqrt{\frac{F}{d \cdot S}}}$$

onde d é a densidade do material e S, a área da seção transversal da corda.



Como no trecho 1 a corda tem menor seção transversal que no trecho 2, temos:

$$v_2 < v_1$$

Sabendo que a freqüência é constante, temos:

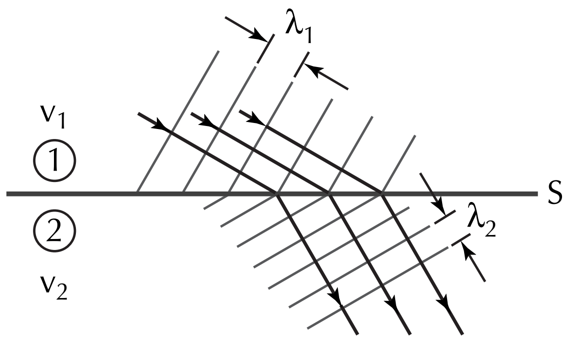
$$f = \frac{v_1}{\lambda_1} = \frac{v_2}{\lambda_2}$$

Logo, a onda refratada tem menor comprimento de onda que a incidente:

$$\lambda_2 < \lambda_1$$

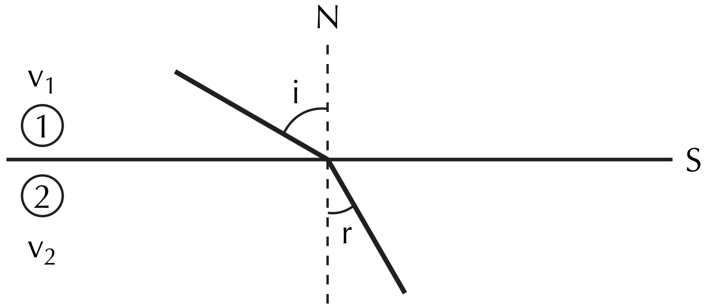
Na análise em questão, temos uma onda unidimensional. Para este caso, a onda refratada tem a mesma direção da incidente, o que pode não ocorrer para ondas bidimensionais e tridimensionais.

Representamos, na figura abaixo, uma onda que se propaga no meio ① com velocidade v_1 e passa para o meio ② com velocidade v_2, sendo $v_2 < v_1$.



Observe que ocorre uma mudança na direção e no comprimento da onda.

Para a situação anterior, onde representamos apenas um raio de onda, temos:



em que i é o ângulo de incidência, r o ângulo de refração e N a normal.

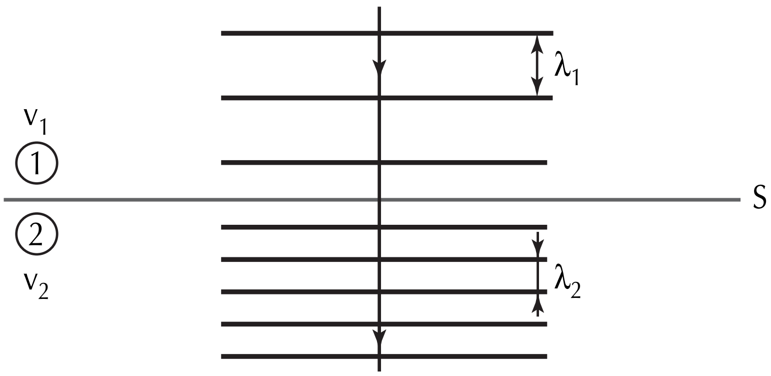
Para a situação anterior, pode-se provar que vale a relação:

$$\boxed{\frac{\text{sen } i}{\text{sen } r} = \frac{v_1}{v_2}}$$

Como a freqüência não se altera, temos:

$$\frac{\text{sen } i}{\text{sen } r} = \frac{\lambda_1 \cdot f}{\lambda_2 \cdot f} \Rightarrow \boxed{\frac{\text{sen } i}{\text{sen } r} = \frac{\lambda_1}{\lambda_2}}$$

Caso o ângulo de incidência seja perpendicular, não há mudança de direção.



Para ondas luminosas, como já vimos em óptica, vale a Lei de Snell-Descartes:

$$\boxed{\text{sen } i \cdot n_1 = \text{sen } r \cdot n_2}$$

em que n_1 é o índice de refração do meio 1 e n_2 é o índice de refração do meio 2.

Exemplos

a) Uma onda de 20 Hz se propaga por uma corda tensa com velocidade de 10 $\frac{m}{s}$. A corda, em um determinado ponto, tem sua densidade alterada de d_1 para d_2. Pergunta-se: qual o comprimento da onda original e a velocidade de propagação no trecho de densidade d_2, sabendo-se que o comprimento de onda neste trecho se altera para 0,8 m?

Solução

Para o cálculo do comprimento de onda original, usamos a relação:

$$f = \frac{v_1}{\lambda_1} \Rightarrow \lambda_1 = \frac{10}{20} \Rightarrow \boxed{\lambda_1 = 0{,}5 \text{ m}}$$

A velocidade de propagação v_2, no trecho de densidade d_2, vale:

$$f = \frac{v_2}{\lambda_2} \Rightarrow v_2 = 20 \cdot 0{,}8 \Rightarrow \boxed{v_2 = 16 \frac{\text{m}}{\text{s}}}$$

b) Um fio de material resistente é tensionado em 60,5 N. O fio tem secção transversal constante igual a $2{,}50 \cdot 10^{-4}$ m^2 e densidade igual a $2{,}0 \cdot 10^3 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$. Determine a velocidade de uma onda transversal que se propague neste fio.

Solução

$$v = \sqrt{\frac{F}{d \cdot S}} \Rightarrow v = \sqrt{\frac{60{,}5}{2{,}0 \cdot 10^3 \cdot 2{,}5 \cdot 10^{-4}}} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow v = \sqrt{121} \Rightarrow \boxed{v = 11 \frac{\text{m}}{\text{s}}}$$

c) Uma onda propaga-se em um dado meio material A. A onda atinge a fronteira do meio A em relação ao meio B, formando um ângulo de 45° com a reta normal à superfície. Sabendo-se que a velocidade da onda no meio A é de 300 $\frac{\text{m}}{\text{s}}$, qual a velocidade de propagação no meio B, onde a onda é refratada formando um ângulo de 30° com a normal à superfície?

Solução

$$\frac{\text{sen } i}{\text{sen } r} = \frac{v_1}{v_2} \Rightarrow \frac{\text{sen } 45°}{\text{sen } 30°} = \frac{300}{v_2} \Rightarrow \boxed{v_2 = 150\sqrt{2} \frac{\text{m}}{\text{s}}}$$

5. Interferência

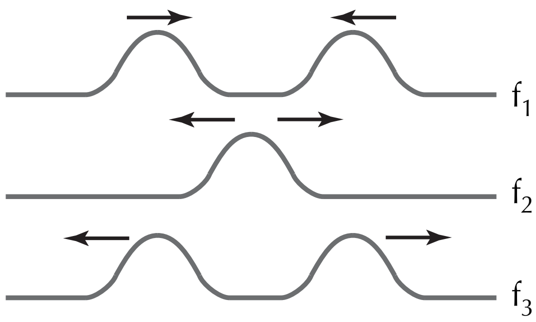
Denomina-se *interferência* a sobreposição dos efeitos de várias ondas. Podemos descrever o fenômeno da interferência por meio de duas propriedades fundamentais:

• O efeito resultante de duas ou mais ondas é igual à soma dos efeitos que cada uma produz isoladamente.

• Após o contato entre duas ou mais ondas, uma onda mantém a mesma forma que teria se a interferência não tivesse ocorrido.

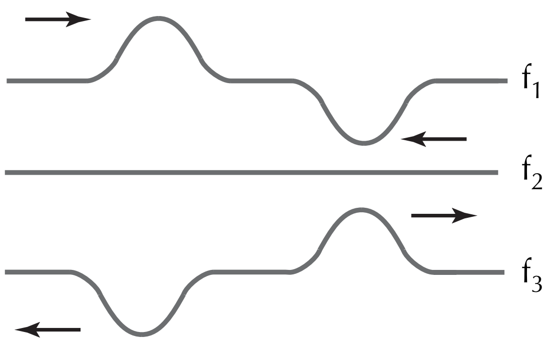
Abaixo, verificamos alguns exemplos de interferência.

• Quando os efeitos são concordantes:



Neste caso, dizemos que a interferência é *construtiva*.

• Quando as ondas produzem efeitos opostos:



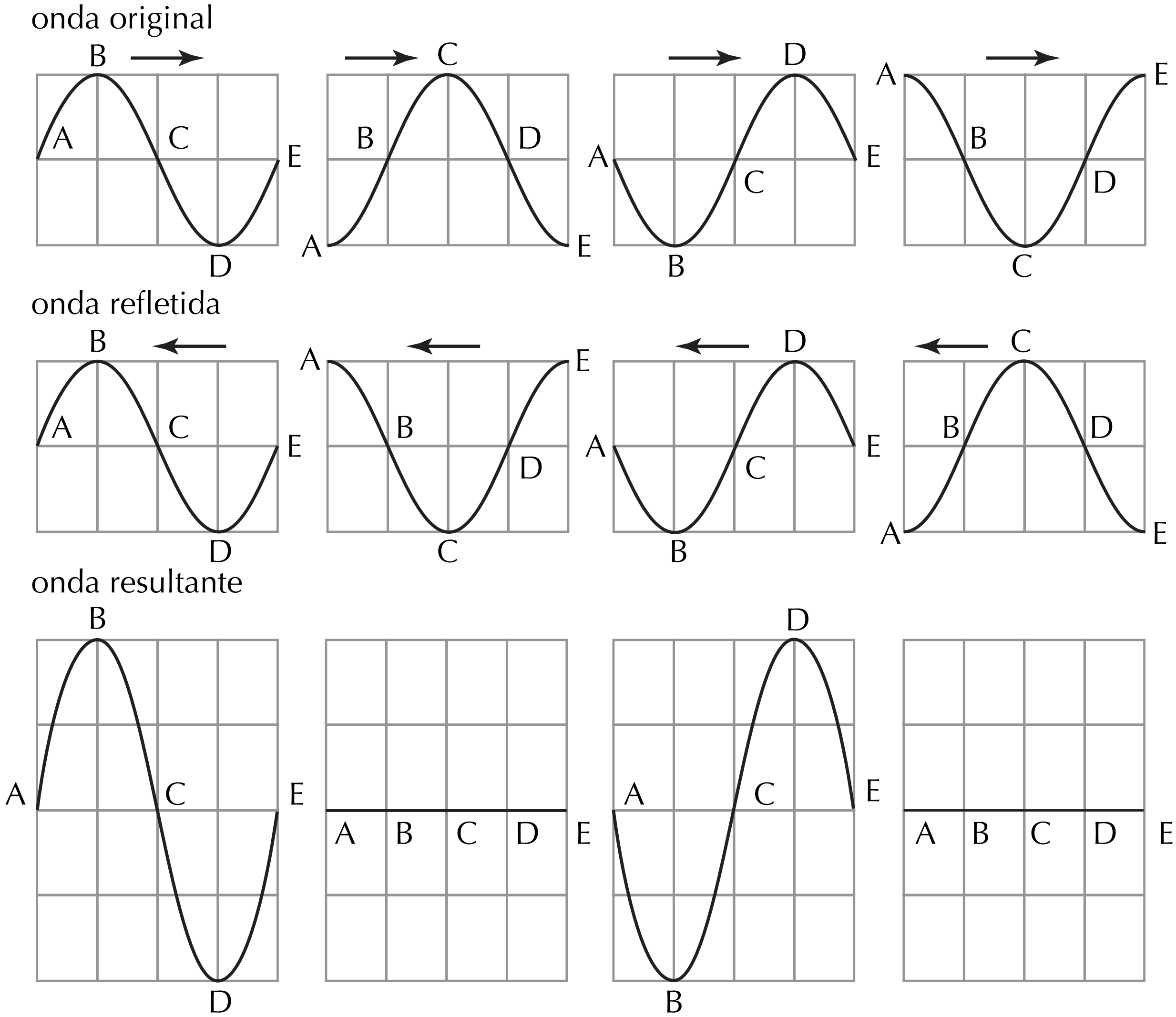
Neste caso, dizemos que a interferência é *destrutiva*.

Quando há interferência em ondas luminosas, ocorrem pontos brilhantes onde a interferência é construtiva e escuros onde a interferência é destrutiva. No caso de ondas sonoras, há um aumento ou diminuição da intensidade sonora conforme a interferência.

6. Ondas estacionárias

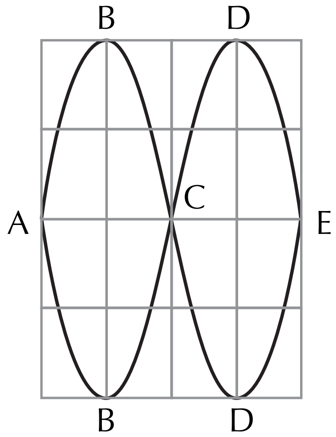
A *onda estacionária* caracteriza-se pela ocorrência de interferência entre duas ondas de mesma freqüência e amplitude, que se propagam ao longo de uma mesma direção em sentidos opostos.

Representamos, a seguir, uma onda periódica que se propaga em uma corda tensa a partir de uma extremidade, a onda refletida na extremidade fixa e a superposição de ambas em um mesmo instante.



Os pontos onde a amplitude é nula são chamados de *nós* ou *nodos da onda estacionária*. Os pontos onde a amplitude é máxima são chamados *ventres da onda*.

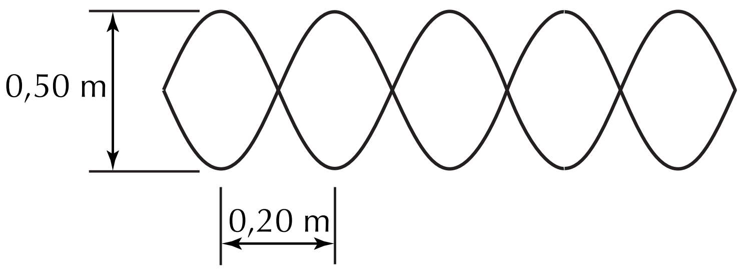
Como o movimento harmônico simples dos pontos da corda é rápido, as imagens apresentadas na figura anterior se superpõem à nossa vista. Dessa maneira, a figura ao lado representa a visualização do aspecto da onda estacionária.



A distância entre os nós vale meio comprimento de onda.

Exemplo

a) A figura abaixo representa o perfil de uma onda estacionária. Determine o comprimento das ondas que se superpõem, sua amplitude e sua freqüência, sabendo-se que a velocidade de propagação é de 12 $\frac{m}{s}$.



Solução

De acordo com a figura, temos:

$$\frac{\lambda}{2} = 0{,}20 \text{ m} \Rightarrow \boxed{\lambda = 0{,}40 \text{ m}}$$

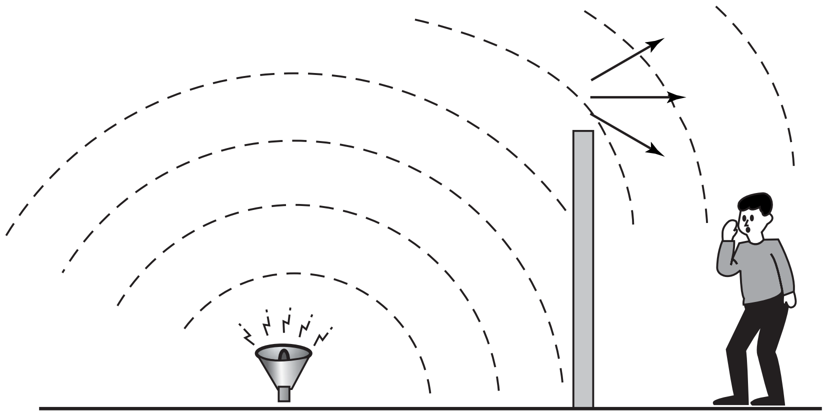
$$a = \frac{A}{2} \Rightarrow a = \frac{0{,}50}{2} \Rightarrow \boxed{a = 0{,}25 \text{ m}}$$

Logo, o comprimento das ondas que se superpõem vale 0,40 m e a amplitude, 0,25 m. A freqüência das ondas vale:

$$f = \frac{v}{\lambda} \Rightarrow f = \frac{12}{0{,}40} \Rightarrow \boxed{f = 30 \text{ Hz}}$$

7. Difração

Considere uma fonte sonora atrás de uma barreira acústica qualquer, conforme a figura a seguir.



Não há caminho direto livre entre o ouvinte e a fonte sonora, embora o ouvinte consiga ouvir, pois a onda sonora, de alguma maneira, “contornou” o obstáculo.

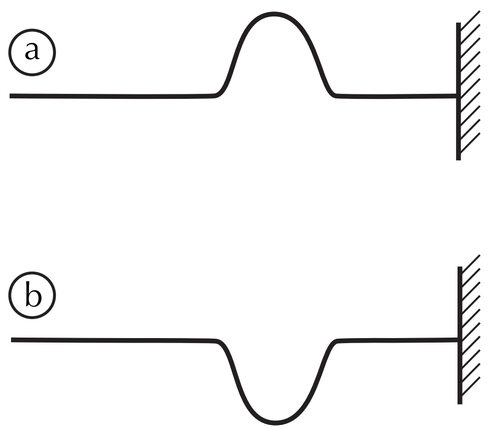
Esse fenômeno é denominado *difração* e ocorre com ondas bidimensionais e tridimensionais.

A explicação do fenômeno encontra apoio no princípio de Huygens*, com o seguinte enunciado:

> Os pontos de uma frente de onda podem ser considerados como novas frentes de onda.

EXERCÍCIOS PROPOSTOS

16. Na figura ao lado, vemos uma onda que se propaga por uma corda tensa a partir de uma extremidade e reflete-se após atingir o ponto de fixação:



A onda refletida sofre inversão de fase. Podemos atribuir o fato à:

a) lei da refração das ondas;

b) lei de Snell-Descartes;

*** Christiaan Huygens (1629–1695)**
Físico, matemático e astrônomo holandês. Uma de suas maiores contribuições foi a *Teoria ondulatória da luz* publicada em 1678.

c) lei de ação e reação;

d) mudança da freqüência após a reflexão;

e) mudança do comprimento de onda após a reflexão.

17. Quando uma onda se propaga de um meio material para outro de natureza distinta, podemos afirmar que:

a) A velocidade de propagação é a mesma para os meios.

b) A freqüência varia proporcionalmente à velocidade de propagação nos dois meios.

c) O comprimento da onda sofre variação de um meio para outro.

d) A freqüência é constante e é igual ao qüociente da velocidade de propagação pelo comprimento de onda.

e) O ângulo de incidência é igual ao de refração quando for diferente de 0°.

18. (UFMG) Observe a figura abaixo que representa duas cordas, sendo a da esquerda menos densa que a da direita.

Uma onda transversal se propaga da corda 1 para a corda 2. Na corda da esquerda, a velocidade é v_1, o comprimento de onda é λ_1 e a freqüência é f_1. Na corda da direita, essas grandezas são v_2, λ_2 e f_2, respectivamente. Pode-se afirmar que:

a) $f_1 = f_2$ e $v_1 \neq v_2$

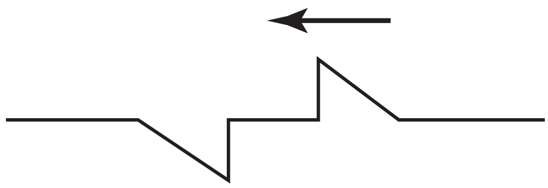
b) $\lambda_1 = \lambda_2$ e $v_1 = v_2$

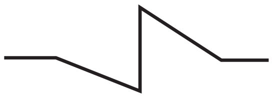
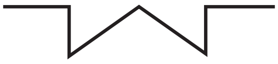
c) $v_1 = v_2$ e $f_1 \neq f_2$

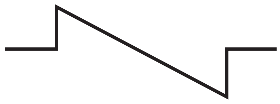
d) $f_1 = f_2$ e $\lambda_1 = \lambda_2$

e) $\lambda_1 = \lambda_2$ e $v_1 \neq v_2$

19. A figura mostra uma corda excitada nas extremidades por dois pulsos de mesma amplitude e duração, viajando em sentidos opostos. Indique a figura que melhor representa o aspecto da corda no intervalo de tempo em que estão se superpondo.



a)  b)  c) 

d) e) 

20. Uma onda de luz de freqüência $f = 5,0 \cdot 10^{14}$ Hz passa do vácuo para um bloco de vidro, cujo índice de refração para esta freqüência é $n = 1,5$. Sabendo-se que a velocidade da luz no vácuo é dada aproximadamente por $c = 3,0 \cdot 10^{8}$ m/s, calcule o comprimento da onda no vidro.

    Dado: 1 Å = 10^{-10} m

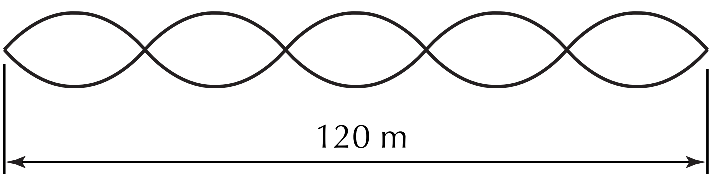
    a) 5.000 Å b) 6.000 Å c) 4.000 Å d) 2.000 Å e) 3.000 Å

21. Quando ocorre interferência entre duas ondas, há pelo menos uma mudança em relação às ondas resultantes. Tal mudança se dá em relação a(o):

    a) período; c) amplitude; e) comprimento de onda.

    b) freqüência; d) fase;

22. (UFSE) A figura abaixo representa uma configuração de ondas estacionárias em uma corda com as extremidades fixas. O comprimento de onda correspondente, em cm, é de:

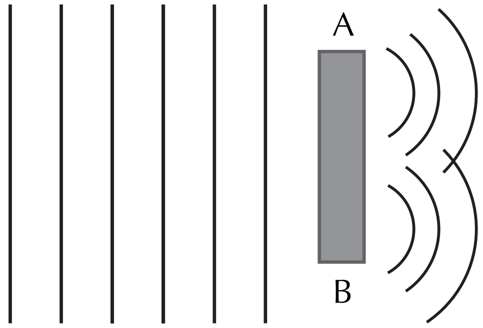


    a) 24 b) 30 c) 48 d) 60 e) 120

23. (UFPA) Uma corda vibrante de freqüência 180 Hz produz ondas estacionárias, cuja menor distância entre dois nós é 14 cm. No SI, a velocidade destas ondas é:

    a) 13 b) 25,2 c) 50,4 d) 128,5 e) 642,8

24. (Cesgranrio-RJ) Um movimento ondulatório propaga-se para a direita e encontra o obstáculo AB, onde ocorre o fenômeno representado na figura ao lado, que é de:



a) difração;
b) difusão;
c) dispersão;
d) refração;
e) polarização.

8. As ondas sonoras

8.1. Natureza das ondas sonoras

O som é uma forma de energia; é uma onda mecânica longitudinal que, ao se propagar, abala o meio de propagação (o ar, geralmente). Por exemplo: ao gerarmos um som em um determinado ponto, as moléculas de ar próximas ao ponto são comprimidas. Essa compressão é uma perturbação que vai se propagando ao longo do meio, originando uma onda sonora. Nosso aparelho auditivo, ao ser atingido por esta onda sonora, transforma a variação de pressão sofrida pela onda em estímulo nervoso que, ao chegar ao cérebro, nos dá a sensação auditiva.

Por ser uma onda mecânica, o som não se propaga no vácuo.

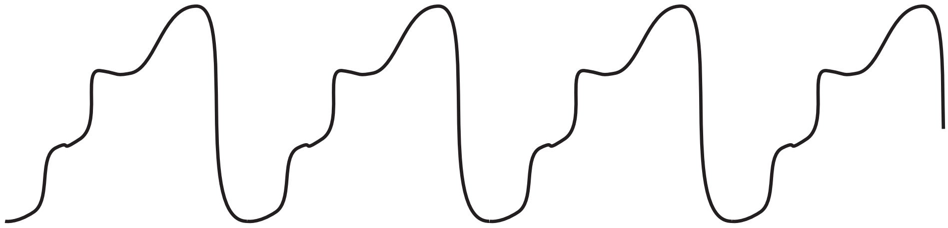
Sabe-se, por meio de experimentos, que uma onda mecânica só sensibiliza o ouvido humano na faixa de 20 Hz a 20 kHz. Esses limites variam de indivíduo para indivíduo e, por isso, podemos encontrar valores ligeiramente diferentes dos aqui apresentados.

Quando a onda do tipo sonora possui freqüência menor que 20 Hz, dizemos que é um infra-som. Quando a freqüência é maior que 20 kHz, temos um ultra-som.

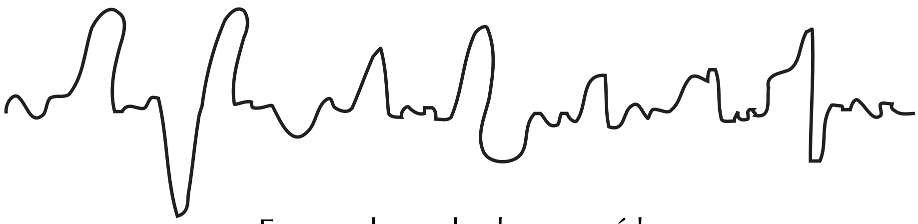
Podemos classificar as ondas sonoras em dois grandes grupos:

- os sons;
- os ruídos.

O som é uma onda periódica com certa harmonia; o ruído é uma onda sonora desarmônica. A seguir, representamos uma onda típica de um som e de um ruído.



Forma de onda de um som



Forma de onda de um ruído

Leia sobre O Ultra-Som no Encarte Colorido.

8.2. Velocidade de propagação

A exemplo de todas as ondas, a velocidade de propagação da onda sonora depende do meio. Quanto mais próximas as partículas de um meio estão umas das outras, mais veloz será a propagação da onda. Dessa maneira, a velocidade das ondas sonoras é maior nos sólidos e menor nos gases.

$$v_{\text{sólidos}} > v_{\text{líquidos}} > v_{\text{gases}}$$

Como as características dos materiais mudam com a temperatura, a velocidade de propagação do som em um determinado meio varia com a temperatura. Por exemplo: a 15 °C, a velocidade de propagação do som no ar é de $340\,\frac{m}{s}$; na água, de $1.450\,\frac{m}{s}$; e no ferro, de $5.130\,\frac{m}{s}$.

8.3. Qualidade do som

8.3.1. Altura

A altura é a qualidade que nos permite caracterizar o som como grave ou agudo, estando relacionada à freqüência do som.

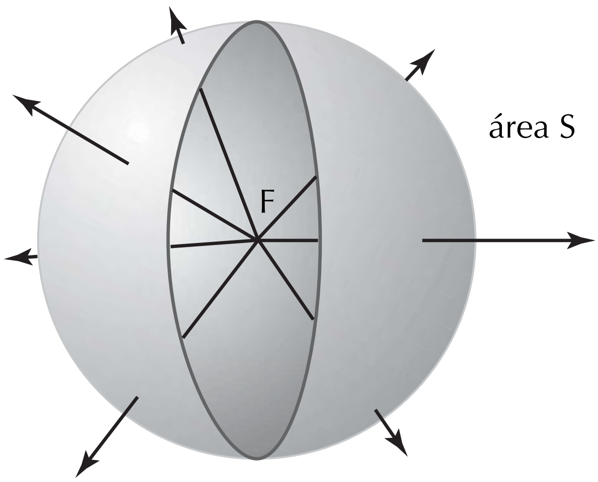
Um som é tanto mais grave quanto menor for a freqüência e tanto mais agudo quanto maior a freqüência. O som da voz do homem é normalmente mais grave (100 a 200 Hz) que a voz da mulher (200 a 400 Hz).

8.3.2. Intensidade

A *intensidade* nos permite classificar o som como forte ou fraco. Esta qualidade é relacionada com a energia transportada pela onda. A energia, por sua vez, se relaciona diretamente com a amplitude da onda.

A sensação auditiva não varia de forma linear com a energia transportada pela onda. Assim, definem-se dois tipos de intensidade: a intensidade energética (física) e a intensidade fisiológica (nível sonoro).

A intensidade física do som (I) é o quociente da potência emitida pela fonte (P) pela área (S) onde o som é encontrado em determinado instante.



$$\boxed{I = \frac{P}{S}}$$

A unidade de I é o watt por metro quadrado $\left(\frac{W}{m^2}\right)$.

A menor intensidade audível é denominada I_0, e vale $10^{-12}\,\frac{W}{m^2}$. Este valor também é chamado de *limiar de audibilidade*.

O nível sonoro (L) é uma grandeza medida em bel (B) ou decibel (dB), definida pela relação:

$$\boxed{L = 10 \cdot \log \frac{I}{I_0} \quad (\text{dB})}$$

Este nível é conhecido como SIL (*Sound Intensity Level*) ou NS (nível sonoro).

Silêncio!

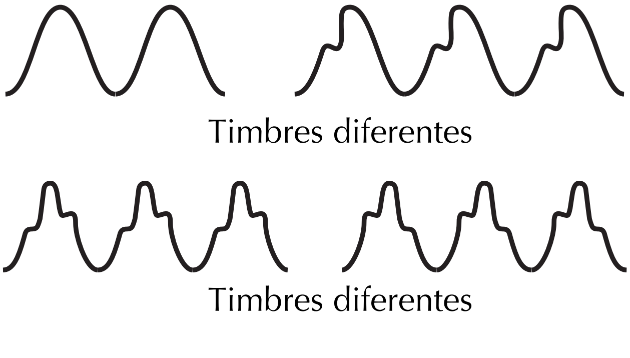
A exposição prolongada a ruídos superiores a 85 decibéis provoca a perda gradativa da audição. A seguir são listados alguns níveis sonoros comuns em nossa vida cotidiana.

Relógio de parede	10 dB
Conversa à meia voz	40 dB
Rua com tráfego intenso	70 a 90 dB
Buzina a ar	100 dB
Estádio do Morumbi lotado na hora do gol	100 dB
Avião a jato aterrissando	140 dB

8.3.3. Timbre

O timbre é uma qualidade do som que permite ao ouvido humano distinguir dois sons de mesma altura e intensidade emitidos por instrumentos diferentes.

O timbre está relacionado com a forma de onda do som. Ao lado, vemos a representação de uma mesma nota musical emitida por fontes diferentes, que se caracterizam por timbres diferentes.



A diferença sentida é devida ao fato de ouvirmos o som resultante da superposição de vários sons de freqüências diferentes; no entanto, o som ouvido equivale ao de menor freqüência, denominado *som fundamental*. Os sons que acompanham o som fundamental caracterizam o timbre da fonte e são denominados *sons harmônicos*.

Exemplos

a) Uma fonte sonora emite ondas de comprimento de onda igual a 5 m no ar, onde a velocidade de propagação é 340 $\frac{m}{s}$. Essas ondas são audíveis pelo ouvido humano?

Solução

Sabe-se que a mínima freqüência audível é em torno de 20 Hz. O valor da freqüência correspondente a um comprimento de onda de 5 m vale:

$$f = \frac{v}{\lambda} \Rightarrow f = \frac{340}{5} \Rightarrow \boxed{f = 68 \text{ Hz}}$$

Como a freqüência vale 68 Hz, está dentro da faixa de sons audíveis.

b) Uma pessoa ouve o som de um trovão 1,5 s após ver o relâmpago. Determine a distância aproximada do observador do local onde caiu o raio.

Dado: velocidade do som no ar: 340 $\frac{m}{s}$.

Solução

Como a velocidade da luz no ar é muito maior que a do som, podemos considerar que a propagação da luz é instantânea. Como a velocidade é dada pelo quociente da distância percorrida pelo intervalo de tempo, temos:

$$d = v \cdot \Delta t \Rightarrow d = 340 \cdot 1{,}5 \Rightarrow \boxed{d = 510 \text{ m}}$$

c) Sabendo-se que no interior de uma estação ferroviária a intensidade sonora é de $10^{-2}\ \frac{W}{m^2}$, determine o nível sonoro nesta estação.

Considere $I_0 = 10^{-12}\ \dfrac{W}{m^2}$.

Solução

$$L = 10 \cdot \log \frac{I}{I_0} \Rightarrow L = 10 \cdot \log \frac{10^{-2}}{10^{-12}} \Rightarrow \boxed{L = 100\ dB}$$

d) Determine a intensidade física correspondente ao nível sonoro de um avião a jato aterrissando, que corresponde a 140 dB. Considere $I_0 = 10^{-12}\ \dfrac{W}{m^2}$.

Solução

$$L = 10 \cdot \log \frac{I}{I_0} \Rightarrow 140 = 10 \cdot \log \frac{I}{I_0} \Rightarrow 14 = \log \frac{I}{I_0} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 10^{14} = \frac{I}{10^{-12}} \Rightarrow \boxed{I = 10^2\ \frac{W}{m^2}}$$

9. Reflexão do som – reforço, reverberação e eco

Quando uma onda sonora encontra um obstáculo, ou seja, uma superfície de separação entre dois meios, vários fenômenos podem acontecer simultaneamente ou não:

- *reflexão*: o som volta ao meio original;
- *refração*: o som muda de meio de propagação;
- *absorção*: o som é absorvido, podendo extinguir-se.

Apresentamos a seguir a reflexão.

A reflexão pode provocar três tipos de fenômenos: *reforço*, *reverberação* e *eco*, dependendo do intervalo de tempo entre a chegada dos sons diretos e refletidos.

Sabemos que, quando um impulso sonoro nos atinge o ouvido, a sensação que provoca dura aproximadamente um décimo de segundo (0,1 s), logo:

- o *reforço* ocorre quando o intervalo de tempo entre a chegada do som direto e o refletido é praticamente nula;

• a *reverberação* ocorre quando o intervalo de tempo entre a chegada do som direto e a do refletido é pouco inferior a 0,1 s;

• o *eco* ocorre quando o intervalo de tempo entre a chegada do som direto e do som refletido é superior a 0,1 s.

Leia sobre o Sonar e o Reconhecimento do Fundo Oceânico no Encarte Colorido.

Exemplos

a) Um homem dá um grito de grande intensidade. Este ruído se reflete em um obstáculo a uma determinada distância do homem. Sabendo-se que a velocidade do som no ar é 340 $\frac{m}{s}$, determine a que distância deveria estar o obstáculo para que o homem pudesse observar os fenômenos da reverberação e do eco.

Solução

Para que se dê o fenômeno da reverberação, o tempo de retorno da onda refletida tem que ser pouco menor que 0,1 s; logo:

$$2d = v \cdot \Delta t \Rightarrow d = \frac{340 \cdot 0,1}{2} \Rightarrow d = 17 \text{ m}$$

A distância deve ser pouco inferior a 17 m, logo $d < 17$ m.

Observe que a distância é multiplicada por dois, devido à consideração do percurso de ida e volta.

Para que se observe o eco, o tempo deve ser maior que 0,1 s; logo:

$$d > 17 \text{ m}$$

b) O som se propaga na água com velocidade de 1.450 $\frac{m}{s}$. Nesse meio, qual deve ser a distância entre uma pessoa e a barreira refletora, para que ela possa ouvir seu eco?

Solução

$$2d = v \cdot \Delta t \Rightarrow d = \frac{1.450 \cdot 0,1}{2} \Rightarrow d = 72,5 \text{ m}$$

A condição será satisfeita quando $d > 72,5$ m.

c) Um navio, no oceano Pacífico, usa o sonar para determinar a profundidade da região onde se encontra naquele instante. O tempo da emissão do pulso sonoro até a volta é de 2,0 s. Considere a velocidade do som na água salgada sendo de 1.500 $\frac{m}{s}$. Qual a profundidade na região pesquisada?

Solução

$$2d = v \cdot \Delta t \Rightarrow d = \frac{1.500 \cdot 2{,}0}{2} \Rightarrow \boxed{d = 1.500\ m}$$

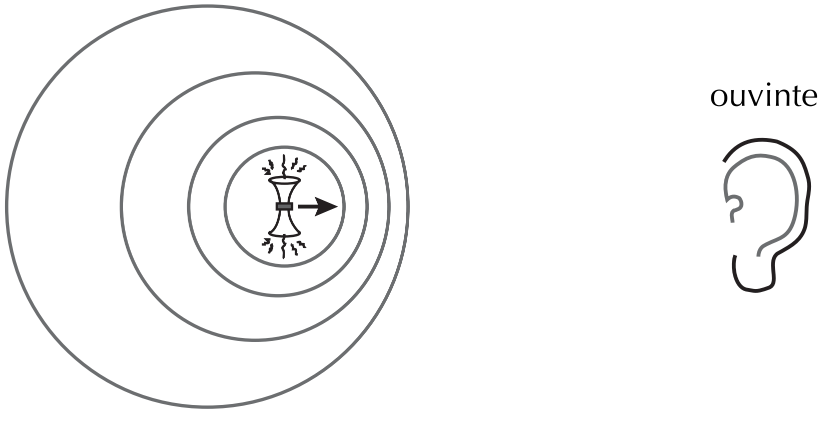
10. Refração

A *refração* das ondas sonoras é regida pelos princípios já estudados para a refração das ondas em geral.

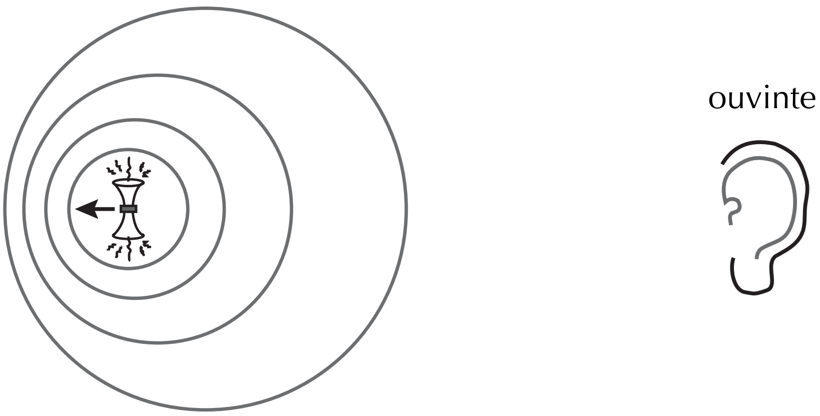
11. Efeito Doppler

Quando a fonte da onda e o receptor estão se movendo um em relação ao outro, a freqüência observada pelo receptor não é a mesma da freqüência da fonte. Quando eles se aproximam um do outro, a freqüência observada é maior que a da fonte; quando os dois se afastam, a freqüência observada é menor que a da fonte. Este fenômeno é denominado *efeito Doppler*.

Por exemplo: quando uma buzina ou sirene de um móvel se afasta ou se aproxima, um observador percebe as variações de altura do som, ou seja: quanto mais longe, mais grave o som; mais perto, mais agudo. Isso ocorre porque, quando há uma aproximação da fonte em relação a um ouvinte em repouso, esse ouvinte recebe maior número de frentes de onda por unidade de tempo, conforme mostra a figura a seguir:



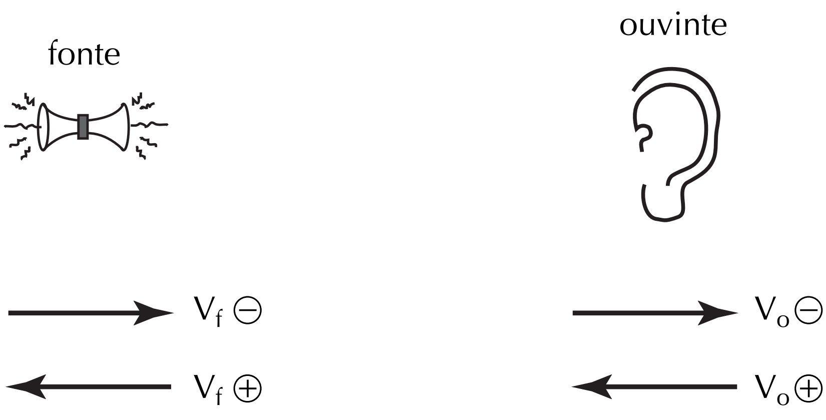
No caso de afastamento da fonte temos a situação contrária, menor números de frentes de onda por unidade de tempo, conforme mostra a próxima figura:



Sendo f a freqüência real emitida, v_f, a velocidade da fonte, v_0, a velocidade do observador, e v_s, a velocidade do som, a freqüência f_r ouvida pelo observador será:

$$\boxed{f_r = f \cdot \frac{v_s \pm v_0}{v_s \pm v_f}}$$

Para a utilização desta fórmula, devemos adotar a seguinte convenção de sinais:



O efeito Doppler também pode ocorrer para ondas luminosas, provocando desvio da cor. Evidentemente, as velocidades envolvidas devem ser da ordem de grandeza da velocidade da luz.

Exemplos

a) Uma ambulância passou por uma pessoa parada. O som ouvido caiu de 1.080 Hz para 900 Hz. Considerando a velocidade do som no ar 340 $\frac{m}{s}$, determine a velocidade da ambulância e a freqüência real da fonte.

Solução

A freqüência ouvida na aproximação é de 1.080 Hz, logo:

$$f_r = f \cdot \frac{v_s}{v_s - v_f} \Rightarrow 1.080 = f \cdot \frac{340}{340 - v_f}$$

Para o afastamento, temos:

$$f_r = f \cdot \frac{v_s}{v_s + v_f} \Rightarrow 900 = f \cdot \frac{340}{340 + v_f}$$

Dividindo membro a membro as duas equações obtidas, temos:

$$\frac{1.080}{900} = \frac{340 + v_f}{340 - v_f} \Rightarrow 1{,}2(340 - v_f) = 340 + v_f \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 2{,}2v_f = 68 \Rightarrow \quad v_f \simeq 30{,}9 \text{ m/s} \text{ ou } \boxed{v_f \simeq 111 \frac{km}{h}}$$

Logo, a freqüência da fonte vale:

$$1.080 = f \cdot \frac{340}{340 - 30{,}9} \Rightarrow \boxed{f = 981{,}8 \text{ Hz}}$$

b) A freqüência do som emitido por uma fonte vale 3.000 Hz. Se a fonte se aproxima do observador com velocidade de 50 $\frac{m}{s}$ em relação à Terra, e este se aproxima da fonte com velocidade de 5,0 $\frac{m}{s}$ também em relação à Terra, qual a freqüência por ele ouvida? Considere a velocidade do som no ar 340 $\frac{m}{s}$.

Solução

$$f_r = f \cdot \frac{v_s + v_0}{v_s - v_f} \Rightarrow f_r = 3.000 \cdot \frac{340 + 5{,}0}{340 - 50} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow f_r = 3.000 \cdot \frac{345}{280} \Rightarrow \boxed{f_r \simeq 3.569 \text{ Hz}}$$

EXERCÍCIOS PROPOSTOS

25. (UFMS) Assinale a(s) opção(ões) correta(s).
    a) As ondas sonoras se propagam com velocidade que depende do meio (sólido, líquido ou gasoso).
    b) O fenômeno conhecido como eco está associado à reflexão das ondas sonoras.
    c) O ouvido humano é capaz de ouvir sons de qualquer freqüência.
    d) As ondas sonoras são ditas transversais.
    e) A velocidade de uma onda sonora é sempre maior que a velocidade da luz.

26. (UFPA) Um observador percebe sons produzidos pelas marteladas nos trilhos de uma estrada de ferro, pelos trilhos e pelo ar com diferença de 2 segundos. Sendo a velocidade do som nos trilhos 5.000 m/s e no ar 340 m/s, a distância em metros, entre o observador e o local do conserto dos trilhos, é de aproximadamente:
    a) 147 b) 173 c) 530 d) 670 e) 730

27. (UFSE) Você ouve um solo de violão. Para ouvir melhor, você se senta mais próximo do músico pois, dessa maneira, o som vai atingir os seus ouvidos com maior:
    a) freqüência;
    b) comprimento de onda;
    c) velocidade;
    d) intensidade;
    e) altura.

28. (UFMS) Partindo dos sons mais agudos e dirigindo-se para sons mais graves de uma escala musical, as ondas sonoras apresentam uma diminuição progressiva de:
    a) comprimento de onda;
    b) velocidade;
    c) elongação;
    d) freqüência;
    e) amplitude;
    f) período.

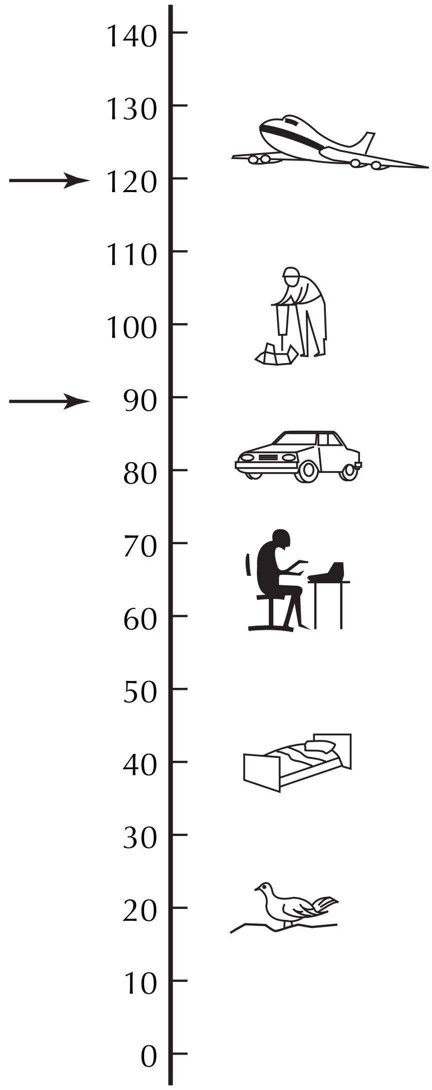
29. (UFPA) Sabe-se que sons muito fortes podem causar a sensação de dor num ouvido humano normal (limiar da dor), enquanto que sons muito fracos nem sequer podem ser percebidos (limiar da audibilidade). Em termos de intensidade, os primeiros são, pelo menos, um trilhão de vezes (1.000.000.000.000) mais fortes que

os últimos. Tomando o limiar da audibilidade como referência, o nível sonoro, em decibéis, no limiar de dor é:

a) 1.000.000.000.000 c) 120 e) 12

b) 1.000 d) 100

30. (UFPA) A figura representa valores típicos de nível sonoro expressos em decibéis (dB). As setas indicam os níveis sonoros, produzidos por um motor de automóvel e pelas turbinas de um avião em funcionamento. Pergunta-se:



a) Sendo o limiar da audição correspondente a uma intensidade de $10^{-12}\ \frac{W}{m^2}$, quanto vale a intensidade sonora produzida por um automóvel, em $\frac{W}{m^2}$?

b) Quantas vezes a intensidade sonora produzida por um avião é maior que o limiar da audição?

c) Quantos automóveis idênticos, em funcionamento, são necessários para produzir o mesmo nível sonoro de um avião?

31. (UFBA) De acordo com a mecânica ondulatória, é correto afirmar que:

a) Uma onda sonora qualquer que seja sua freqüência, é perceptível a um ouvido humano normal.

b) O fenômeno conhecido como eco está associado à refração de ondas sonoras.

c) As ondas sonoras não sofrem difração.

d) Duas ondas sonoras superpostas podem produzir silêncio em determinados pontos do espaço.
e) Não ocorre efeito Doppler em ondas sonoras, caso o observador e a fonte se desloquem com a mesma velocidade e no mesmo sentido.

32. (UFPA) As ultra-sonografias têm se revelado como importantes recursos para obtenção de imagens dos órgãos internos do corpo humano. Um transdutor (fonte de ultra-som), quando colocado sobre a pele de um paciente, emite o ultra-som e detecta a onda refletida (eco) para produzir a imagem. A velocidade das ondas ultra-sônicas em tecidos moles do nosso corpo é de, aproximadamente, 1.500 m/s.
Com base nestes dados, responda:
a) Se uma ultra-sonografia é feita com uma freqüência de 5 MHz, qual o comprimento de onda, em milímetros (mm), desse ultra-som nos tecidos moles do corpo do paciente?
b) Se o retardamento do eco (tempo necessário para o ultra-som sair da fonte, refletir-se no órgão-alvo e retornar ao ponto de partida) é de $8 \cdot 10^{-5}$ s, qual a distância, em centímetros (cm), do órgão-alvo até a superfície da pele onde se encontra o transdutor?

33. (UFSC) Um automóvel, cuja buzina emite um som de 1.000 Hz, se move em linha reta e se afasta de um observador fixo. O som percebido pelo observador tem freqüência igual a 850 Hz. Qual é a velocidade do automóvel, em m/s? Considere $v_{som} = 340$ m/s.

34. (UFPI) O som de sirene de um carro-patrulha estacionado no acostamento de uma rodovia é mais agudo (maior freqüência) para os motoristas que estão se aproximando do carro patrulha e mais grave (menor freqüência) para aqueles que estão se afastando do carro-patrulha. Este fato é uma conseqüência:
a) do princípio da superposição dos efeitos;
b) da reverberação do som;
c) da ressonância do som;
d) do efeito Doppler;
e) do transporte de energia através das ondas.

Capítulo 16

Eletricidade

1. Carga elétrica

Observa-se experimentalmente, na natureza da matéria, a existência de uma força com propriedades semelhantes à força gravitacional, embora atue em condições diferentes. Esta força é denominada *força elétrica*. Todos os corpos que exercem forças elétricas possuem o que chamamos de *carga elétrica*.

A unidade de carga elétrica no SI é o coulomb (C)*.

1.1. Carga elementar

Todos os corpos são formados por átomos. Cada átomo é composto por várias partículas. Especificamente, vamos discutir a respeito dos prótons e elétrons.

Os átomos contêm um núcleo com uma determinada carga elétrica convencionada positiva. Esta carga é devida à presença dos prótons, que são partículas dotadas de carga elétrica. Ao redor do núcleo há partículas com cargas elétricas convencionadas negativas, denominadas *elétrons*.

Em geral, um átomo é eletricamente neutro, ou seja, tem quantidades iguais de carga elétrica negativa e positiva, ou de elétrons e prótons.

---

* **Charles Augustin de Coulomb (1736–1806)**.
Físico francês. Entre outras contribuições, Coulomb estabeleceu a lei que descreve a força entre cargas elétricas, a chamada “Lei de Coulomb”.

Os prótons estão contidos na estrutura dos átomos e encerram praticamente toda a massa do átomo, pois a massa de um próton é aproximadamente 2.000 vezes maior que a do elétron.

Nos elétrons, dependendo do elemento, as ligações com a estrutura do átomo são mais fracas, possibilitando seu desligamento da estrutura. Quando isso ocorre, o átomo perde seu equilíbrio de cargas elétricas, provocando dessa maneira uma predominância de carga.

A carga elétrica de um elétron é numericamente igual à de um próton e vale $e = 1{,}6 \cdot 10^{-19}$ C e é denominada *carga elementar*.

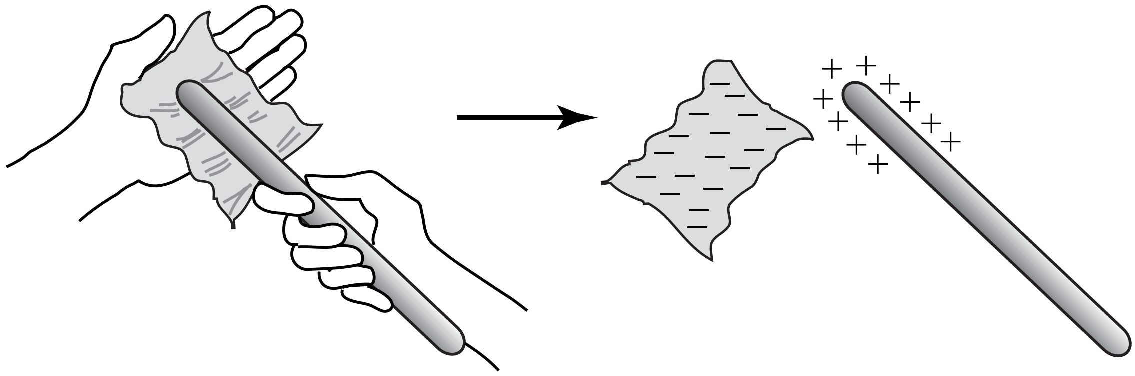
Os corpos dotados de carga elétrica (q) possuem valores de carga múltiplos da carga elementar (e); logo,

$$\boxed{q = n \cdot e}$$

onde n é a diferença numérica entre prótons e elétrons no corpo.

1.2. Eletrização por atrito

Eletrizar consiste em dotar um corpo inicialmente neutro de carga elétrica, por meio de um método de eletrização.



Considere um bastão de vidro e um pedaço de lã, ambos eletricamente neutros. Em cada um destes corpos os números de elétrons e prótons são iguais. Quando os corpos são atritados, um determinado número de elétrons do vidro passa para a lã. Em conseqüência, a lã fica eletrizada negativamente e o vidro, positivamente.

Há materiais com maior facilidade de ceder elétrons que outros. A seqüência desses materiais é:

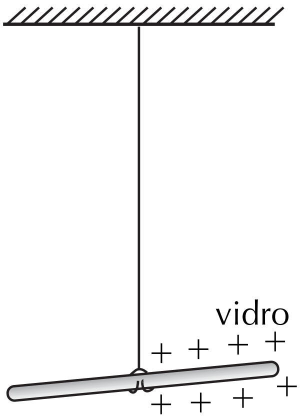
vidro → lã → papel → seda → madeira → âmbar → enxofre

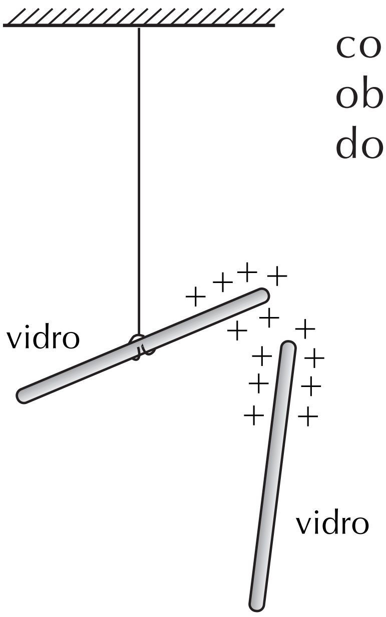
Essa série é chamada triboelétrica (*tribo* vem do grego e significa ação de esfregar).

Cientes disso, podemos entender melhor por que ao esfregarmos a lã no bastão de vidro esse fica eletrizado positivamente.

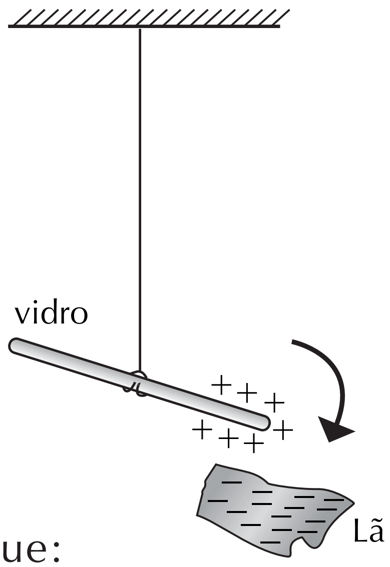
Considere que, por este processo, eletrizemos dois bastões de vidro e os utilizemos na montagem a seguir:

O bastão está suspenso de modo a permitir que se movimente livremente. Se tomarmos o outro bastão e o aproximarmos do bastão suspenso, vamos observar que ocorrerá uma repulsão entre os dois corpos.





Se aproximarmos do bastão suspenso o corpo de lã usado na eletrização, vamos observar que ocorrerá uma atração entre os dois corpos.



A conclusão da experiência é que:

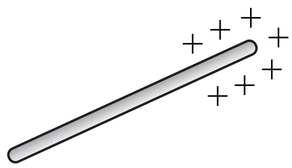
> Cargas elétricas de mesmo sinal se repelem e cargas elétricas de sinais contrários se atraem.

1.3. Condutores e isolantes

Denominam-se *condutores* os materiais que permitem a movimentação de cargas elétricas. Os metais geralmente são condutores de eletricidade, porque neles podem ser encontrados elétrons livres, ou seja, elétrons fracamente ligados às estruturas atômicas. Estes elétrons podem ser deslocados com facilidade com a ação de uma força externa.

Em um condutor eletrizado, as cargas elétricas livres são deslocadas para sua superfície, uma vez que elas se repelem umas às outras.

Isolantes são os materiais em que não há facilidade de movimentação de cargas elétricas. Quando um isolante, como a borracha ou o vidro é eletrizado, as cargas elétricas livres permanecem onde surgiram.

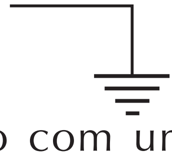


Os isolantes também são chamados *dielétricos*.

1.4. Ligação com a Terra

Para os fenômenos elétricos, a Terra atua como um reservatório inesgotável de elétrons. Quando um condutor eletrizado negativamente é ligado à Terra, os elétrons livres passam para a Terra e o condutor se descarrega, voltando à neutralidade. Caso o corpo esteja eletrizado positivamente, elétrons da Terra passam para ele, também fazendo-o voltar à neutralidade.

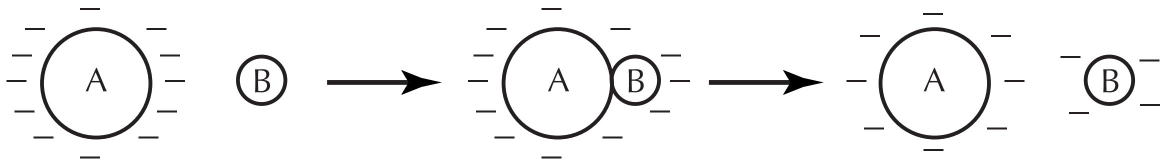
O símbolo normalmente usado para a ligação de um corpo à Terra está indicado ao lado:



Caso um condutor eletrizado entre em contato com um condutor neutro com dimensões muito maiores que as dele, ele se descarregará.

1.5. Eletrização por contato

Um condutor neutro, em contato com um corpo eletrizado, também ficará eletrizado. Parte da carga elétrica do condutor eletrizado é transferida para o corpo inicialmente neutro, até que ambos entrem em equilíbrio de cargas elétricas.



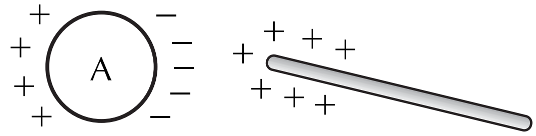
Esse resultado demonstra o chamado *princípio da conservação da carga elétrica*: num sistema eletricamente isolado, a soma das cargas elétricas é constante.

Caso os corpos sejam rigorosamente iguais, sendo a carga inicial do corpo A igual a q, a carga final dos corpos após o contato será $\frac{q}{2}$.

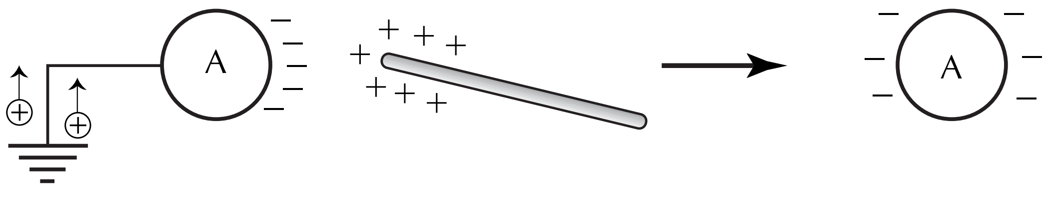
1.6. Eletrização por indução

O fenômeno consiste em eletrizar um corpo sem colocá-lo em contato direto com o corpo eletrizado.

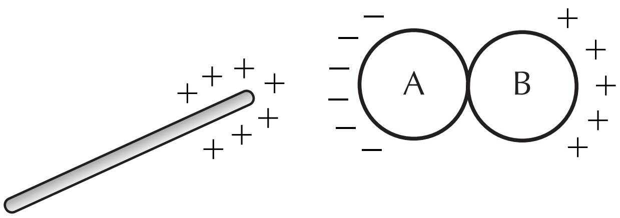
Tomando um condutor (A) inicialmente neutro e o aproximando do bastão de vidro eletrizado anteriormente, observamos uma separação de cargas no corpo A, conforme mostra a figura a seguir:



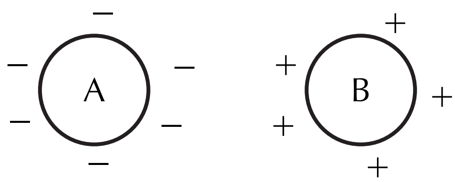
Caso o corpo inicialmente neutro seja ligado à Terra, haverá transferência de elétrons da Terra para o corpo, que, após ser desligado da Terra, ficará eletrizado.



Considere agora a situação a seguir, na qual os condutores A e B sofrem indução da barra eletrizada:

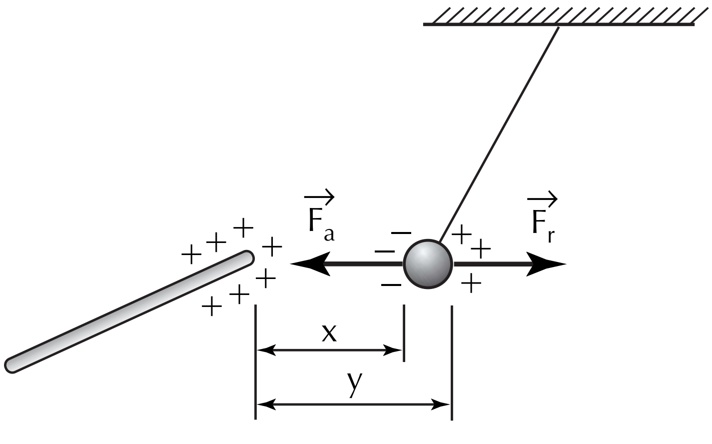


Afastando a barra C e os corpos A e B, inicialmente neutros, eles ficarão eletrizados.



1.7. Atração de corpos neutros

Uma pequena esfera metálica muito leve é suspensa por um fio igualmente leve. Quando um bastão eletrizado é aproximado, ocorre uma separação de cargas na esfera e, em conseqüência, a esfera é atraída pelo bastão.



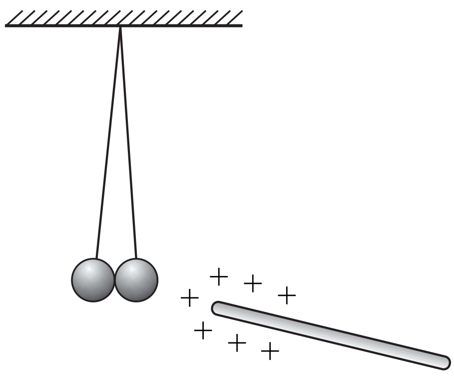
Da situação descrita, concluímos que a força de atração entre as cargas positivas e negativas $\vec{F}_a$ é de maior intensidade que a força de repulsão entre as cargas positivas $\vec{F}_r$, pois a distância x é menor que a distância y.

Um fenômeno muito conhecido que exemplifica a atração de um corpo neutro é o do pente que, passado no cabelo, se eletriza por atrito e pode atrair pequenos pedaços de papel.

Exemplos

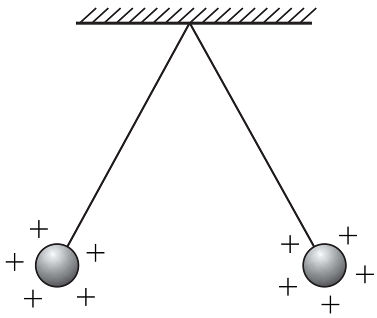
a) Duas esferas metálicas bastante leves estão penduradas por fios isolantes em ambiente seco.

Uma barra metálica eletrizada positivamente é encostada ao conjunto e depois afastada. Sabendo-se que as esferas estavam eletricamente neutras antes da aproximação, qual deve ser a posição das esferas após o afastamento da barra?

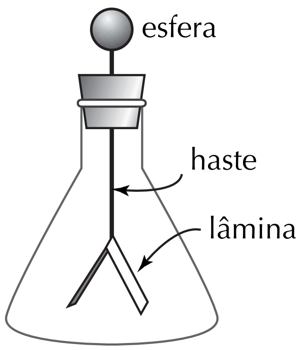


Solução

Quando a barra é encostada, ocorre eletrização do conjunto; logo, há transferência de elétrons das esferas para a barra. Quando a barra é afastada, as esferas estarão eletrizadas positivamente e sofrerão repulsão, se separando.



b) Na figura abaixo, temos um dispositivo chamado *eletroscópio de folhas*. São duas lâminas metálicas delgadas, ligadas por uma haste condutora a uma esfera metálica.

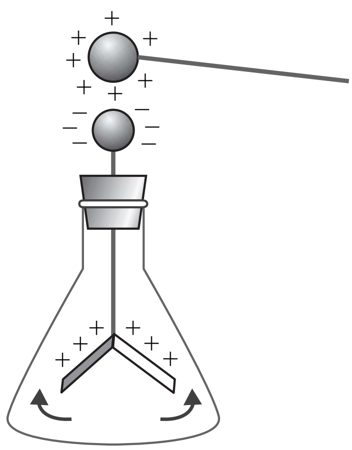


Estando o sistema inicialmente neutro, descreva o que acontece ao aproximarmos da esfera um corpo eletrizado negativamente.

Solução

Aproximando o corpo eletrizado da esfera, ocorre indução e separação de cargas no conjunto, resultando no afastamento das lâminas.

Este dispositivo serve para indicar se um corpo qualquer está eletrizado ou neutro.



c) Um corpo A é atritado em outro B. Após a operação, o corpo A adquire carga elétrica de $3{,}2 \cdot 10^{-6}$ C. Qual a carga adquirida pelo corpo B e quantos elétrons foram trocados pelos corpos?

Solução

O corpo B adquire a mesma carga numérica de A; logo, a carga do corpo será:

$q_B = -3{,}2 \cdot 10^{-6}$ C ou $\boxed{q_B = -3{,}2\ \mu C}$

O número de elétrons transferidos é múltiplo da carga elementar, logo:

$$q = n \cdot e \Rightarrow n = \frac{3{,}2 \cdot 10^{-6}}{1{,}6 \cdot 10^{-19}} \Rightarrow \boxed{n = 2 \cdot 10^{13} \text{ elétrons}}$$

d) Duas esferas metálicas idênticas são postas em contato. Antes do contato, o corpo A possuía carga elétrica de $-1\ \mu C$ e o corpo B, de $5\ \mu C$. Qual a carga final dos corpos após a separação e a carga transferida de um corpo a outro?

Solução

As cargas se somam no momento do contato, logo:

$$q = q_A + q_B \Rightarrow q = -1 \cdot 10^{-6} + 5 \cdot 10^{-6} \Rightarrow q = 4\ \mu C$$

Como as esferas são iguais, após a separação, a carga de cada esfera será:

$$q_A = q_B = \frac{9}{2} \Rightarrow q_A = q_B = \frac{4 \cdot 10^{-6}}{2} \Rightarrow \boxed{q_A = q_B = 2\ \mu C}$$

A transferência de carga é igual à variação de carga de qualquer uma das esferas, assim:

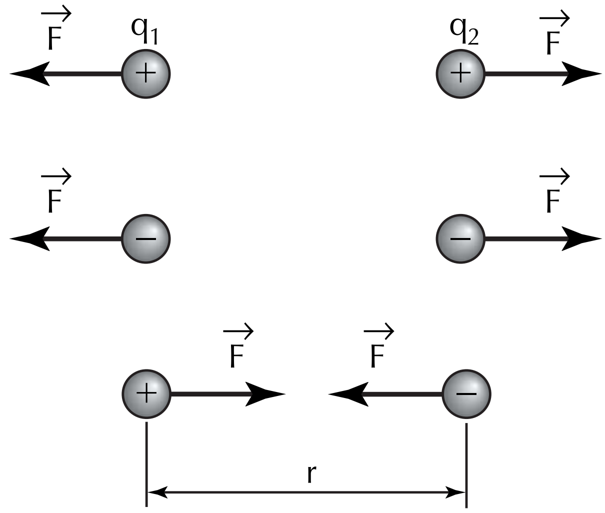
$$q_T = q_{final_A} - q_{inicial_A} \Rightarrow q_T = 2 \cdot 10^{-6} - (-1 \cdot 10^{-6}) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \boxed{q_T = 3\ \mu C}$$

2. Lei de Coulomb

Consideremos duas cargas puntiformes q_1 e q_2, isto é, corpos eletrizados cujas dimensões podem ser desprezadas em comparação com distâncias que os separam de outros corpos eletrizados, conforme a figura a seguir.

As forças elétricas que se manifestam nestas cargas são de ação mútua. Elas obedecem o princípio da ação e reação, têm mesma intensidade e direção e sentidos opostos, agindo em corpos distintos.



Charles Coulomb, em 1780, provou experimentalmente que:

> A intensidade da força de interação entre duas cargas elétricas puntiformes é diretamente proporcional ao produto dos valores absolutos das duas cargas e inversamente proporcional ao quadrado da distância entre elas.

A fórmula da lei de Coulomb é:

$$\boxed{F = K\,\frac{|q_1| \cdot |q_2|}{r^2}}$$

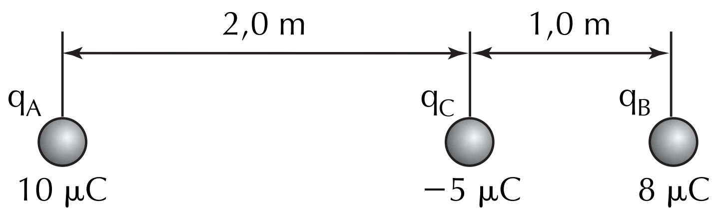
em que F é a intensidade da força elétrica, q_1 e q_2 são os valores das cargas, r é a distância que as separa e K, denominada *constante eletrostática*, é uma constante de proporcionalidade que depende do meio onde as cargas se encontram.

A constante elétrostática no vácuo vale:

$$\boxed{K = 9 \cdot 10^9\,\frac{N \cdot m^2}{C^2}}$$

Exemplos

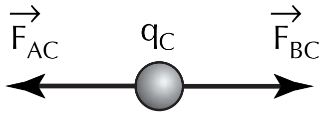
a) No sistema ao lado, temos três cargas elétricas puntiformes no vácuo.



As cargas extremas A e B têm posição fixa. Determine a intensidade da força resultante sobre a carga C.

Solução

Para a situação proposta, temos:



A força elétrica resultante sobre a carga C é:

$$\vec{F}_R = \vec{F}_{AC} - \vec{F}_{BC} \Rightarrow F_R = K\left(\frac{q_B \cdot q_C}{r_{BC}^2} - \frac{q_A \cdot q_C}{r_{AC}^2}\right) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow F_R = 9 \cdot 10^9 \left(\frac{8 \cdot 10^{-6} \cdot 5 \cdot 10^{-6}}{1{,}0^2} - \frac{10 \cdot 10^{-6} \cdot 5 \cdot 10^{-6}}{2{,}0^2}\right) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \boxed{F_R \simeq 0{,}25 \text{ N}}$$

b) Para a situação proposta no exemplo anterior, a que distância a carga C deveria ficar de A, para que houvesse equilíbrio de forças sobre a carga C?

Solução

Na situação de equilíbrio, as forças que agem sobre C têm a mesma intensidade; logo:

$$\frac{q_B \cdot q_C}{r_{BC}^2} = \frac{q_A \cdot q_C}{r_{AC}^2} \Rightarrow$$

$$\frac{8 . 10^{-6} \cdot 5 \cdot 10^{-6}}{r_{BC}^2} = \frac{10 \cdot 10^{-6} \cdot 5 \cdot 10^{-6}}{r_{AC}^2} \Rightarrow$$

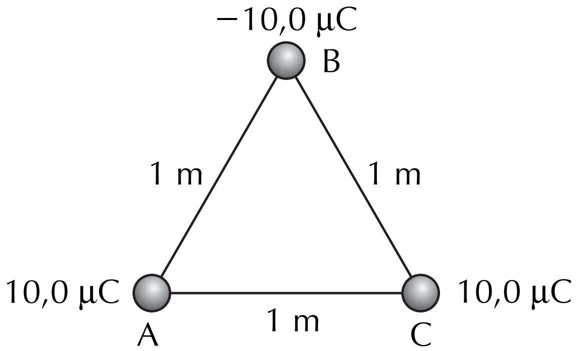
$$\Rightarrow \frac{4}{r_{BC}^2} = \frac{5}{r_{AC}^2} \Rightarrow r_{AC} = \frac{\sqrt{5}}{2} r_{BC}$$

Como: $r_{AC} + r_{BC} = 3 \text{ m} \Rightarrow r_{BC} = 3 - r_{AC}$, logo:

$$r_{AC} = \frac{\sqrt{5}}{2}(3 - r_{AC}) \Rightarrow \boxed{r_{AC} \simeq 1{,}58 \text{ m}}$$

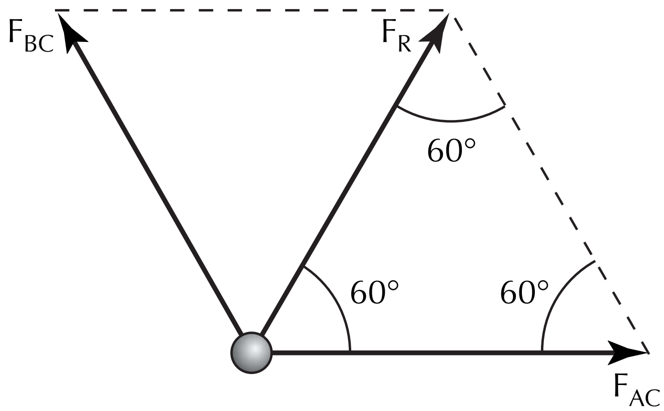
A distância que separa a carga C da carga A deve ser de aproximadamente 1,58 m.

c) Nos vértices de um triângulo equilátero ABC, conforme a figura, são fixadas três cargas elétricas puntiformes no vácuo. O lado do triângulo mede 1,0 m. Determine a força resultante na carga C.



Solução

Para o sistema proposto, temos:



As forças que agem em C valem:

$$|F_{BC}| = |F_{AC}| = 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{(10{,}0 \cdot 10^{-6})^2}{1{,}0^2} \Rightarrow |F_{BC}| = |F_{AC}| = 0{,}9 \text{ N}$$

Pela lei dos cossenos, podemos calcular a força resultante; portanto:

$$F_R^2 = F_{AC}^2 + F_{BC}^2 - 2 \cdot F_{AC} \cdot F_{BC} \cdot \cos 60° \Rightarrow$$

$$\Rightarrow F_R^2 = 2 \cdot 0{,}9^2 - 2 \cdot 0{,}9 \cdot 0{,}9 \cdot 0{,}5 \Rightarrow \boxed{F_R = 9{,}0 \cdot 10^{-1} \text{ N}}$$

Observe que o exercício foi resolvido desta maneira para efeitos de demonstração, pois, como o triângulo é equilátero e as forças entre as cargas têm mesmo módulo, a força resultante tem módulo igual às demais.

EXERCÍCIOS PROPOSTOS

1. (UFPA) Considere as afirmativas a seguir.

1) Na forma de eletrização por contato, os corpos adquirem cargas de sinais contrários.

2) Na forma de eletrização por contato, o corpo inicialmente neutro ficará sempre com carga de mesmo sinal do corpo que o eletriza.

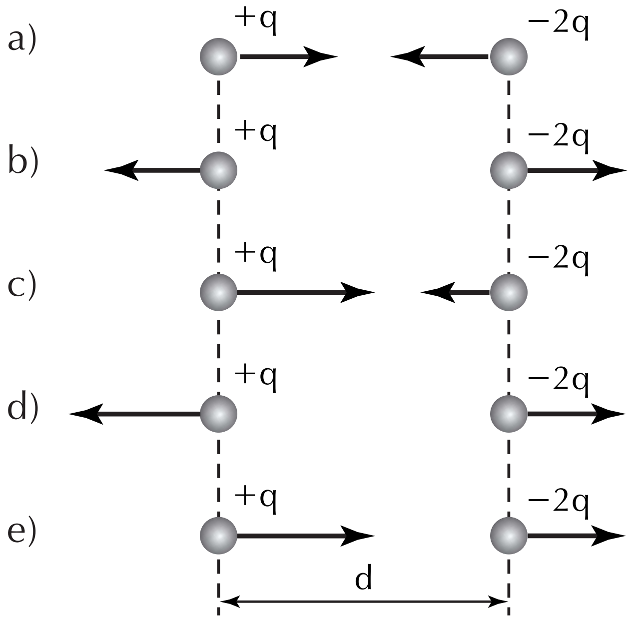
3) Na forma de eletrização por atrito, os corpos atritados adquirem cargas iguais e de mesmo sinal.

4) Na forma de eletrização por atrito, os corpos atritados adquirem cargas iguais em módulo e de sinais contrários.

São corretas:

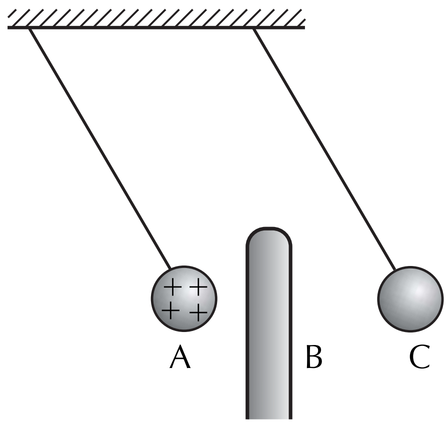
I) 1 e 4 II) 2 e 4 III)1 e 3 IV) 1 V) 2 e 3

2. (UFPI) Dois corpos puntiformes eletrizados com cargas de sinais opostos, de valores $+q$ e $-2q$, são separados pela distância d. Qual das figuras seguintes melhor representa as forças de interação elétrica entre estes corpos?



3. (UFSC) Assinale a(s) afirmação(ões) correta(s). As esferas, na figura abaixo, estão suspensas por fios de seda. A carga elétrica da esfera A é positiva. A carga elétrica do bastão isolante B e da esfera C são, respectivamente:

a) positiva e positiva;
b) positiva e negativa;
c) positiva e neutra;
d) neutra e positiva;
e) negativa e positiva;
f) negativa e negativa;
g) neutra e negativa.

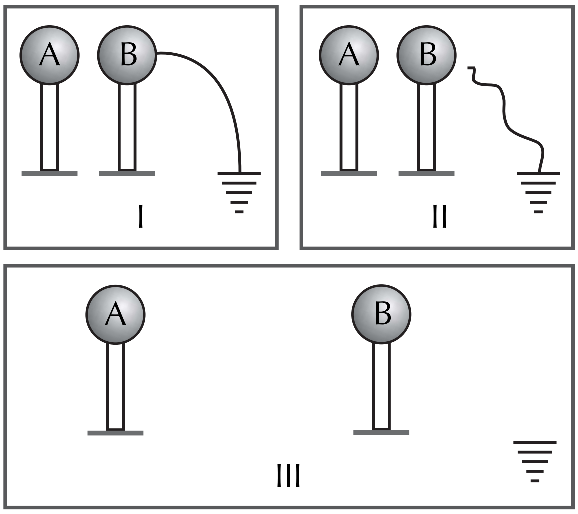


4. (UFSE) Considere o experimento com dois condutores esféricos, A e B, montados em suportes isolantes conforme esquema abaixo.

I. O condutor A, positivamente carregado, é aproximado do condutor B que está ligado à Terra.

II. Mantendo-se os condutores A e B próximos, mas não encostados, corta-se a ligação do condutor B com a Terra.

III. Afasta-se o condutor A do condutor B.



É correto afirmar que, pelo experimento, o condutor:

a) B foi eletrizado com cargas negativas.

b) B foi eletrizado com cargas positivas.

c) A perdeu toda a carga.

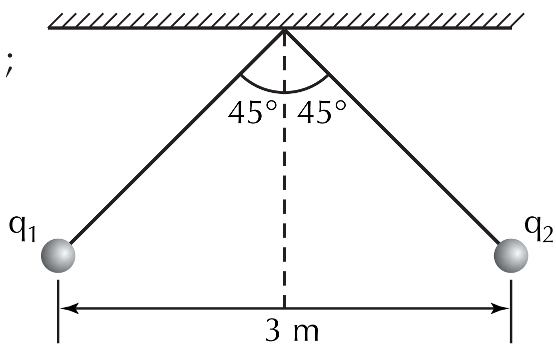
d) B foi eletrizado por contato.

e) B não foi eletrizado.

5. (UFMS) Duas cargas elétricas, de mesma massa ($m = 10^{-3}$ kg) e de mesmo sinal, estão suspensas nas extremidades de dois fios de massa desprezível, conforme a figura. Sendo $q_1 = 5 \cdot 10^{-7}$ C e supondo que o sistema fique em equilíbrio quando as cargas se mantêm separadas a 3 m, qual o valor da razão (quociente) q_2/q_1?

Dados: $\text{sen } 45° = \cos 45° = \dfrac{\sqrt{2}}{2}$;

$g = 10 \dfrac{m}{s^2}$; $K = 9 \cdot 10^9 \dfrac{N \cdot m^2}{C^2}$



6. (UFSE) Duas cargas puntiformes iguais, de valor $q = 3{,}0 \cdot 10^{-6}$ C, separadas por 1,0 m, repelem-se com uma força de $3{,}6 \cdot 10^{-2}$ N.

Isto significa que, nestas condições, a constante de proporcionalidade (K) existente na lei de Coulomb, em Nm^2/C^2, seria

a) $9{,}0 \cdot 10^9$ c) $4{,}0 \cdot 10^9$ e) $3{,}0 \cdot 10^9$

b) $7{,}2 \cdot 10^9$ d) $3{,}6 \cdot 10^9$

7. (Mackenzie-SP) Duas cargas elétricas puntiformes, Q_1 e Q_2, atraem-se mutuamente com uma força de intensidade $F = 5{,}4 \cdot 10^{-2}$ N, quando estão no vácuo ($K_0 = 9 \cdot 10^9$ N $\cdot$ m^2/C^2), a 1,0 m de distância uma da outra. Se $Q_1 = 2$ μC, Q_2 vale:

   a) −3 μC b) −0,33 μC c) 0,5 μC d) 2 μC e) 3 μC

8. (UFPA) Dois íons positivos com cargas puntiformes repelem-se com uma força de origem elétrica de 3.000 dinas quando no vácuo e afastados por uma distância de 150 cm. Sabendo-se que a carga total deles vale 6 μC, afirma-se que a carga de cada um tem valor aproximado respectivamente, em μC:

   a) 3 e 3 c) 2 e 4 e) 2,5 e 3,5

   b) 1 e 5 d) 1,25 e 5,75

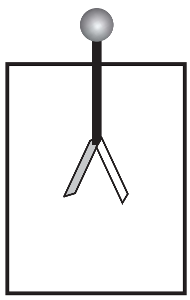
   Observação: 1 N = 10^5 dina.

9. (UFAC) Duas cargas elétricas $Q_1 = 2$ C e $Q_2 = 6$ C encontram-se no vácuo, separadas por uma distância de 3 m. A força de interação entre as cargas é de:

   a) $4 \cdot 10^9$ N c) $12 \cdot 10^9$ C e) $18 \cdot 10^9$ C

   b) $6 \cdot 10^9$ N d) $16 \cdot 10^9$ C

10. (UFSE) Um eletroscópio é carregado negativamente e, como conseqüência, suas lâminas se afastam, como indica a figura ao lado.



    Observa-se que, sem que algo se aproxime do eletroscópio, suas lâminas aos poucos vão se fechando. Uma explicação possível para esse fato seria que essas lâminas, com o tempo:

    a) absorvem nêutrons do ar; d) perdem elétrons para o ar;

    b) absorvem elétrons do ar; e) perdem prótons para o ar.

    c) perdem nêutrons para o ar;

3. Campo elétrico

Para que seja compreendido o mecanismo de ação das forças elétricas, deve-se conhecer o conceito de campo elétrico.

Considere uma carga elétrica puntiforme positiva A, fixada em um determinado ponto do espaço. Pela lei de Coulomb, caso outra carga elétrica B seja colocada na região da carga A, qualquer que seja a distância entre elas, haverá uma interação entre ambas, resultando em uma força $\vec{F}_B$.

Na região do espaço que envolve a carga elétrica puntiforme (no caso em questão), onde outras cargas ficam sujeitas a forças de origem elétrica, dizemos que há um *campo elétrico*.

Caso seja substituída a carga B por outra C, teremos a força $\vec{F}_C$ atuando; substituindo a carga C por outra D, teremos a força $\vec{F}_D$ e assim por diante. As razões entre as forças e os valores das respectivas cargas são constantes, isto é:

$$\frac{\vec{F}_B}{q_B} = \frac{\vec{F}_C}{q_C} = \frac{\vec{F}_D}{q_D} = \ldots = \text{constante}$$

A constante citada é uma grandeza vetorial e tem a denominação de *vetor campo elétrico*. Este vetor se relaciona com cada ponto do campo elétrico. Desta maneira, considere que em uma região do espaço onde exista um campo elétrico, em um ponto P qualquer deste campo, seja colocada uma carga puntiforme de valor q; nestas condições, vale a relação

$$\boxed{\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q}}$$

em que $\vec{E}$ é o vetor campo elétrico no ponto P e $\vec{F}$ é a força que age sobre a carga q.

O valor da intensidade do campo elétrico no ponto P será dado por:

$$\boxed{E = \frac{F}{|q|}}$$

A unidade do SI para a força $\vec{F}$ é o newton (N) e para a carga elétrica q, é o coulomb (C). A unidade oficial de intensidade do campo elétrico, no entanto, é o volt por metro $\left(\frac{V}{m}\right)$.

Da fórmula dada para o vetor campo elétrico, vem:

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q} \Rightarrow \boxed{\vec{F} = q \cdot \vec{E}}$$

Analisando o sentido dos vetores, temos:

- para $q > 0$, $\vec{E}$ e $\vec{F}$ têm o mesmo sinal;
- para $q < 0$, $\vec{E}$ e $\vec{F}$ têm sinais contrários;
- $\vec{E}$ e $\vec{F}$ têm sempre a mesma direção.

Exemplos

a) Em um ponto P de um campo elétrico, o vetor atua conforme figura abaixo e tem intensidade $8{,}0 \cdot 10^5 \frac{N}{C}$. Determine a intensidade, a direção e o sentido da força elétrica que atua sobre uma carga elétrica puntiforme q colocada em P, quando o valor da carga é $4{,}0 \cdot 10^{-5}$ C.

Solução

A força elétrica que atua na carga vale:

$$\vec{F} = q \cdot \vec{E} \Rightarrow \vec{F} = 4{,}0 \cdot 10^{-5}\,C \cdot 8{,}0 \cdot 10^5 \frac{N}{C}$$

$$\Rightarrow \boxed{\vec{F} = 32\ N}$$

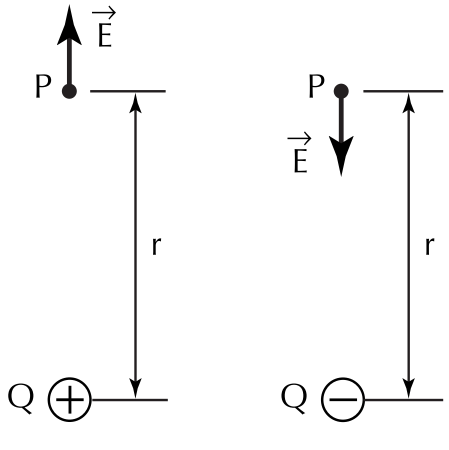
Quando a carga é positiva, a direção e o sentido da força são os mesmos do campo elétrico; para a carga negativa, a direção da força é a mesma do campo elétrico e o sentido é contrário.

3.1. Características do vetor campo elétrico

Considere uma carga elétrica puntiforme Q, colocada em um ponto fixo. Caso seja colocada no campo elétrico gerado por Q uma carga elétrica puntiforme q no ponto P, teremos uma força de interação. Sendo a distância que separa as duas cargas r, podemos deduzir a fórmula para o cálculo do campo elétrico da seguinte maneira:

$$\left.\begin{array}{l} F = \dfrac{K|Q||q|}{r^2} \\ F = |q| \cdot E \end{array}\right\} \quad \boxed{E = K\dfrac{|Q|}{r^2}}$$

Logo, a intensidade do campo elétrico, no campo de uma carga puntiforme Q fixa, é inversamente proporcional ao quadrado da distância do ponto onde se quer determinar a intensidade do campo e a carga fixa, bem como diretamente proporcional ao valor da carga.



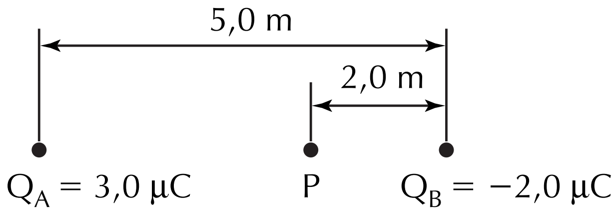
Quanto à direção e ao sentido do vetor campo elétrico, temos o seguinte: quando a carga geradora do campo é positiva, o vetor tem o sentido de afastamento da carga; quando negativa, o sentido é de aproximação. A direção será a da reta que passa pelo ponto de localização da carga fixa Q e pelo ponto P onde se quer determinar o campo elétrico.

Para o caso de termos várias cargas puntiformes Q_1, Q_2, Q_3, ..., Q_n, gerando campo elétrico em um ponto P, o vetor campo elétrico resultante será dado pela soma vetorial dos vetores campo elétrico $\vec{E}_1$, $\vec{E}_2$, $\vec{E}_3$, ..., $\vec{E}_M$, que as cargas geram separadamente no ponto P.

$$\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 + \vec{E}_3 + ... + \vec{E}_M$$

Exemplos

a) Determine a intensidade, a direção e o sentido do vetor campo elétrico resultante no ponto P da figura a seguir.



Solução

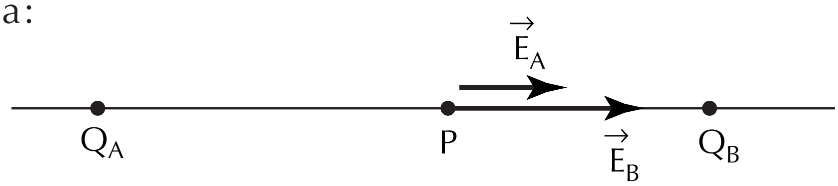
A intensidade do campo elétrico gerado por Q_A é:

$$E = K\frac{|Q|}{r^2} \Rightarrow E_A = 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{3{,}0 \cdot 10^{-6}}{3{,}0^2} \Rightarrow \boxed{E_A = 3{,}0 \cdot 10^3\ \frac{N}{C}}$$

A intensidade do campo elétrico gerado por Q_B é:

$$E_B = 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{2 \cdot 10^{-6}}{2^2} \Rightarrow \boxed{E_B = 4{,}5 \cdot 10^3\ \frac{N}{C}}$$

O vetores campo elétrico podem ser representados da seguinte maneira:

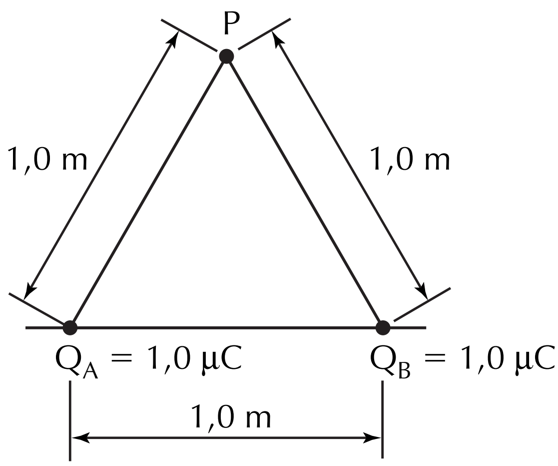


Logo, o vetor campo elétrico resultante no ponto P têm a mesma direção e o mesmo sentido dos vetores campo elétrico das cargas Q_A e Q_B. A intensidade deste vetor vale:

$$E = E_A + E_B \Rightarrow E = (3{,}0 + 4{,}5) \cdot 10^3\ \frac{N}{C} \Rightarrow$$

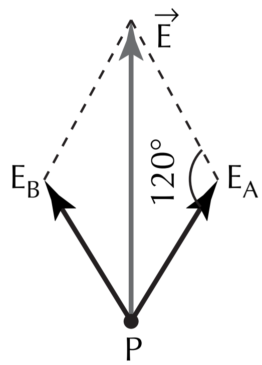
$$\Rightarrow \boxed{E = 7{,}5 \cdot 10^3\ \frac{N}{C}}$$

b) Determine a intensidade, a direção e o sentido do vetor campo elétrico resultante no ponto P da figura ao lado.



Solução

A direção e o sentido do vetor resultante serão como na representação ao lado.



Os vetores campo elétrico devidos a cada carga têm intensidades de:

$$E_A = E_B = 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{1{,}0 \cdot 10^{-6}}{1{,}0^2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \boxed{E_A = E_B = 9{,}0 \cdot 10^3 \ \frac{N}{C}}$$

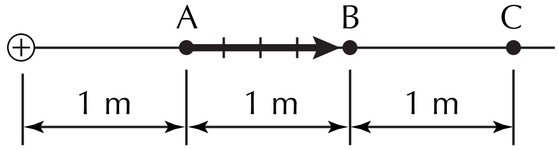
A intensidade do vetor campo elétrico resultante pode ser calculada fazendo-se uso da lei dos cossenos, considerando-se que os vetores $\vec{E}_A$ e $\vec{E}_B$ têm mesma intensidade; logo:

$$E^2 = E_A^2 + E_B^2 - 2 \cdot E_A \cdot E_B \cdot \cos 120° \Rightarrow E^2 = 3 \Rightarrow E_A^2$$

$$\Rightarrow E^2 = 3(9{,}0 \cdot 10^3)^2 \Rightarrow \boxed{E \simeq 1{,}56 \cdot 10^4 \ \frac{N}{C}}$$

EXERCÍCIOS PROPOSTOS

11. (UFPA) No ponto A situado no campo de uma carga puntiforme Q positiva, o vetor campo elétrico é representado pela seta indicada na figura. Qual das setas propostas representa corretamente o vetor campo elétrico no ponto B?



a) 

b) 

c) 

d) 

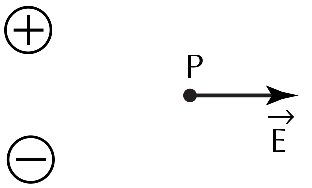
e) 

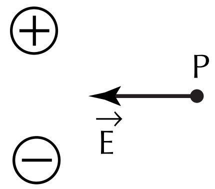
12. (UFPB) Duas cargas $q_1 = 3 \cdot 10^{-9}$ C e $q_2 = 8 \cdot 10^{-9}$ C estão distribuídas como mostra a figura.

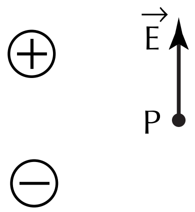
Determine, em $\frac{N}{C}$, o módulo do campo elétrico gerado por estas cargas no ponto A. Dado $K = 9 \cdot 10^9 \ \frac{N \cdot m^2}{C^2}$.

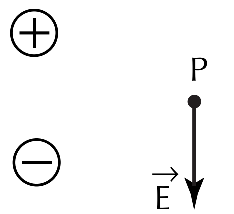
13. (UFMG) Um ponto P está situado à mesma distância de duas cargas, uma positiva e uma negativa, de mesmo módulo.

A opção que melhor representa a direção e o sentido do campo elétrico criado por essas cargas, no ponto P, é:

a) 

c) 

b) 

d) 

e) O campo elétrico é nulo em P.

4. Potencial elétrico

4.1. Energia potencial elétrica

Consideremos um campo elétrico uniforme $\vec{E}$ gerado por duas placas paralelas uniformemente eletrizadas com cargas elétricas de sinais contrários.

Caso uma carga elétrica puntiforme $q > 0$ seja abandonada em um ponto P da placa positiva, a carga sofrerá a ação de uma força dada por:

$$\boxed{\vec{F} = q \cdot \vec{E}}$$

A carga se movimentará sob a ação da força e atingirá a placa negativa em um ponto R qualquer.

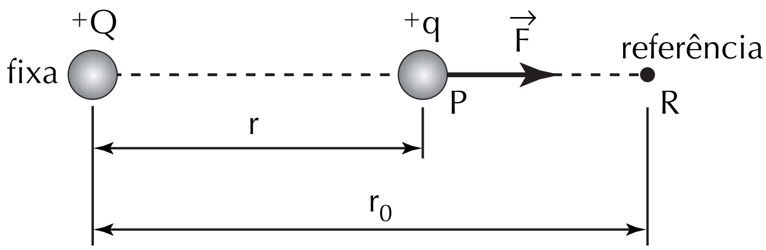
No ponto R, a carga atinge a placa negativa com uma determinada energia cinética; portanto, no ponto P, ponto de partida, a carga possui *potencial elétrico*. No deslocamento da carga, a energia potencial elétrica vai se transformando em energia cinética. Assim, a força elétrica atuante na partícula tem característica conservativa.

Como a força elétrica é conservativa, o trabalho da força independe da trajetória, logo, podemos concluir que:

$$\tau_{PR} = F \cdot d \Rightarrow \boxed{\tau_{PR} = q \cdot E \cdot d}$$

Assim, é possível afirmar que a energia potencial elétrica diminui ao longo do deslocamento de cargas elétricas num campo elétrico.

Imagine outra situação, na qual temos duas cargas elétricas puntiformes, Q e q, separadas por uma distância r. Estando a carga Q fixa, teremos a ação de forças sobre a carga q, que se movimentará, caracterizando um trabalho.



Logo, a energia potencial elétrica no ponto P pode ser caracterizada da seguinte maneira:

$$E_{pot_P} = \tau_{PR} = -\tau_{RP} \Rightarrow E_{pot_P} = K\frac{Q \cdot q}{r} - K\frac{Q \cdot q}{r_0}$$

Considerando a distância r_0 tendendo ao infinito, a energia potencial elétrica de q no ponto P do campo de uma carga fixa Q é dado por:

$$\boxed{E_{pot_P} = K\frac{Q \cdot q}{r}}$$

Para cargas de mesmo sinal, a energia potencial elétrica será positiva; do contrário, negativa. A energia potencial da carga diminui à medida que se afasta da carga originária do campo elétrico de mesmo sinal e aumenta à medida que se afasta de outra de mesmo sinal.

4.2. Determinação do potencial elétrico

Considerando que a energia potencial elétrica adquirida por uma carga puntiforme q, ao estar num ponto P de um campo elétrico, é diretamente proporcional ao valor da carga q, podemos verificar que vale a relação $\frac{E_{pot_P}}{q}$ = constante, em que E_{pot_P} é o valor da energia potencial elétrica no ponto P e q é o valor da carga elétrica que está no ponto P.

O qüociente definido pela relação dada é chamado *potencial elétrico.*

$$\boxed{V_P = \frac{E_{pot_P}}{q}}$$

Desta fórmula, podemos deduzir a equação que determina o valor do potencial elétrico em um ponto P que está à distância r da carga Q geradora do campo em P.

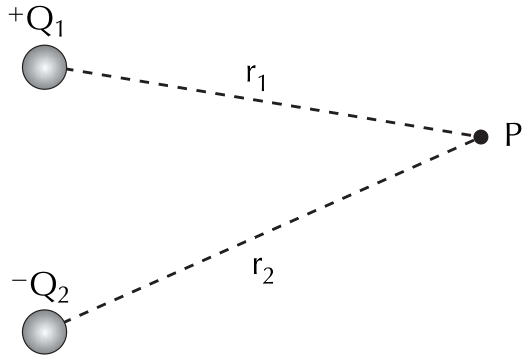
$$V_P = \frac{E_{pot_P}}{q} = \frac{K\frac{Q \cdot q}{r}}{q} \Rightarrow \boxed{V_P = K\frac{Q}{r}}$$

Podemos concluir que o potencial elétrico independe do valor da carga q e depende da carga Q, do meio e da distância do ponto à carga Q.

A unidade do potencial elétrico no SI é o joule por coulomb, denominada volt (V).

$$\boxed{1\ V = \frac{1\,J}{1\,C}}$$

O potencial elétrico em um ponto P sujeito ao campo elétrico devido à ação de várias cargas fixas é a soma algébrica dos potenciais que as cargas originam separadamente no ponto P, conforme o exemplo para duas cargas caracterizado na figura ao lado.



$$V_P = K\frac{Q_1}{r_1} + K\frac{(-Q_2)}{r_2}$$

Exemplos

a) Em uma região sob a ação de um campo elétrico, uma carga elétrica puntiforme é levada de um ponto muito distante até um determinado ponto P. Considerando que as forças elétricas realizaram um trabalho de −100 J sobre a carga, determine a energia potencial elétrica da carga no ponto P.

Solução

A energia potencial elétrica mede o trabalho das forças elétricas no deslocamento da carga do ponto P ao infinito. Como o trabalho realizado pela força foi o de trazer a carga de um ponto muito distante para P, valendo este trabalho −100 J, a energia potencial elétrica no ponto P vale 100 J.

b) Em um campo elétrico, uma carga puntiforme $q = 5{,}0 \cdot 10^{-6}$ C é deslocada de um ponto P ao infinito, realizando um trabalho motor igual a 50 J. Determine o potencial elétrico do ponto P.

Solução

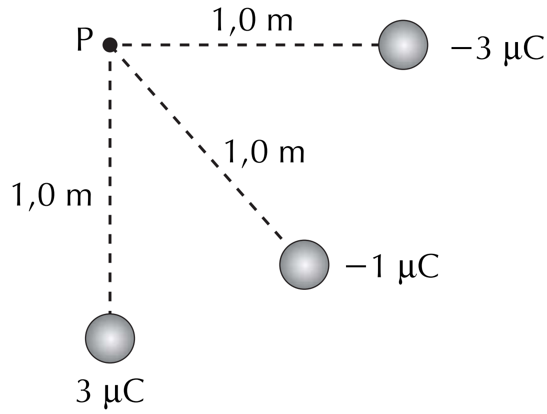
O trabalho realizado pelas forças elétricas para deslocar uma carga q de um ponto P ao infinito mede a energia potencial elétrica que a carga q possui em P; logo:

$$E_{pot_P} = 50 \text{ J}$$

O potencial elétrico em P vale:

$$V_P = \frac{E_{pot_P}}{q} \Rightarrow V_P = \frac{50}{5{,}0 \cdot 10^{-6}} \Rightarrow V_P = 1{,}0 \cdot 10^{7}\ V$$

c) Na figura ao lado, as cargas elétricas estão no vácuo. Determine o potencial elétrico no ponto P.



Solução

Como o potencial elétrico em P será o resultado da soma algébrica dos potenciais elétricos devido às cargas envolvidas, temos:

$$V_P = K = \frac{(3 \cdot 10^{-6})}{1{,}0} + K\frac{(-1 \cdot 10^{-6})}{1{,}0} + K\frac{(-3 \cdot 10^{-6})}{1{,}0} \Rightarrow$$

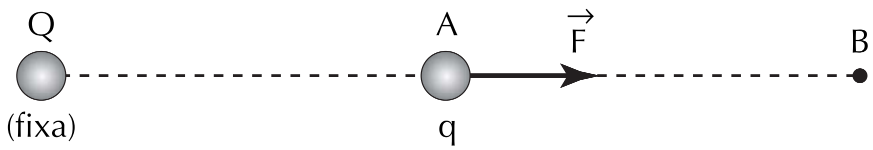
$$\Rightarrow V_P = 9 \cdot 10^{9} \cdot 10^{-6} \cdot (3 - 1 - 3) \Rightarrow V_P = 9 \cdot 10^{3} \cdot (-1) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \boxed{V_P = -9 \cdot 10^{3}\ V}$$

4.3. Diferença de potencial (ddp)

Considere uma carga q no campo elétrico de Q, conforme a figura. Uma vez que a carga q foi deslocada do ponto A para o ponto B, houve a realização de um trabalho da força elétrica. Como a força elétrica é conservativa, o trabalho é igual à diferença entre a energia potencial elétrica inicial e a final. Sendo V_A o potencial elétrico de A e V_B o potencial elétrico de B, temos:

$$E_{pot_A} = q \cdot V_A \quad e \quad E_{pot_B} = q \cdot V_B,\ \text{logo}\ \tau_{AB} = q \cdot (V_A - V_B).$$



A diferença de potencial, $V_A - V_B$, é normalmente representada por U e é chamada *diferença de potencial elétrico* (ddp).

O valor de U entre os pontos A e B é a relação entre o trabalho da força elétrica e a carga.

Considerando U positivo, temos $V_A > V_B$; logo, a energia potencial elétrica de uma carga positiva é maior em A do que em B; portanto, a carga positiva q movimenta-se de A para B, ou seja, no sentido dos potenciais menores.

Assim, as cargas elétricas positivas se movimentam no sentido dos potenciais menores e as cargas elétricas negativas, no sentido dos potenciais maiores.

4.4. A unidade elétron-volt (eV)

Considere um elétron se deslocando entre dois pontos, nos quais a ddp vale 1 V.

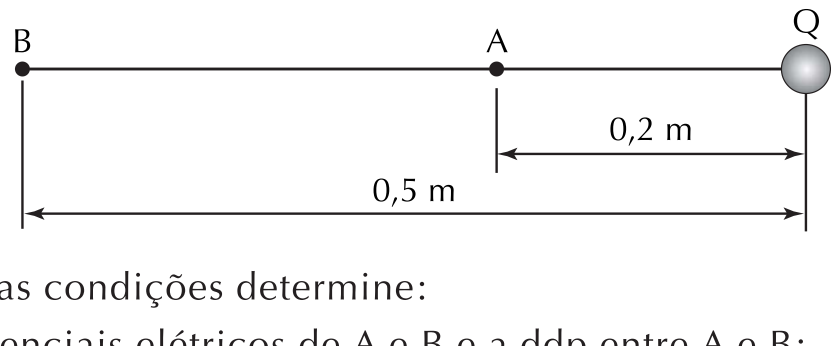
O trabalho da força elétrica neste deslocamento tem intensidade 1 elétron-volt (1 eV).

Em unidades do SI, temos:

$$\boxed{1 \text{ eV} = 1{,}6 \cdot 10^{-19} \text{ J}}$$

Exemplos

a) Em um campo elétrico de uma carga $Q = 2{,}0 \cdot 10^{-5}$ C no vácuo, são fixados dois pontos A e B, conforme mostra a figura.



Para estas condições determine:

• os potenciais elétricos de A e B e a ddp entre A e B;

• o trabalho da força elétrica para deslocar uma carga de $1 \cdot 10^{-6}$ C de A para B;

• considerando que a carga tenha sido abandonada em repouso no ponto A, qual energia cinética a carga terá em B?

Solução

Os potencias elétricos nos pontos A e B, V_A e V_B, bem como a ddp entre A e B são calculados como se segue.

$$V_A = K\frac{Q}{r_A} \Rightarrow V_A = 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{2{,}0 \cdot 10^{-5}}{0{,}2} \Rightarrow \boxed{V_A = 9{,}0 \cdot 10^5\ V}$$

$$V_B = K\frac{Q}{r_B} \Rightarrow V_B = 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{2{,}0 \cdot 10^{-5}}{0{,}5} \Rightarrow \boxed{V_B = 3{,}6 \cdot 10^5\ V}$$

$$U = V_A - V_B \Rightarrow U = (9{,}0 - 3{,}6) \cdot 10^5 \Rightarrow \boxed{U = 5{,}4 \cdot 10^5\ V}$$

O trabalho da força elétrica solicitado vale:

$$\tau_{AB} = q \cdot U \Rightarrow \tau_{AB} = 1 \cdot 10^{-6} \cdot 5{,}4 \cdot 10^5 \Rightarrow \boxed{\tau_{AB} = 0{,}54\ J}$$

Pelo teorema da energia cinética, a diferença da energia cinética entre os pontos A e B é igual ao trabalho realizado no deslocamento; como a energia cinética em A é zero, temos:

$$\tau_{AB} = E_{C_B} - E_{C_A} \Rightarrow \tau_{AB} = E_{C_B} \Rightarrow \boxed{E_{C_B} = 0{,}54\ J}$$

b) Um próton é acelerado a partir do repouso por uma ddp de 10^6 V. Sendo a massa do próton igual a $1{,}7 \cdot 10^{-27}$ kg e sua carga $1{,}6 \cdot 10^{-19}$ C, determine a energia cinética final que ele obtém, em joules e elétron-volt.

Solução

O trabalho da força elétrica que age sobre o próton, ao ser acelerado por uma ddp de 10^6 V é igual a 10^6 eV, conforme definição de elétron-volt (eV).

Pelo teorema da energia cinética, partindo o próton do repouso, o trabalho realizado é igual à energia cinética final; logo:

$$E_{C_{final}} = 10^6\ eV$$

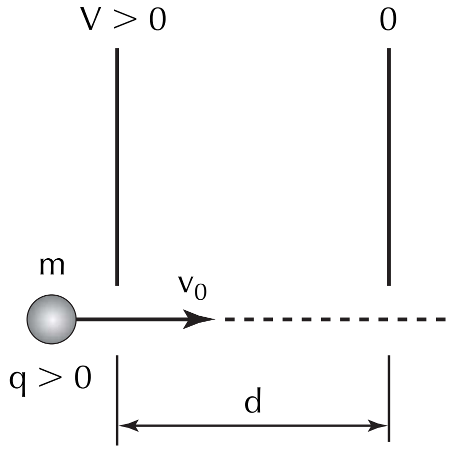
Como $1\ eV = 1{,}6 \cdot 10^{-19}$ J, temos:

$$E_{C_{final}} = 1{,}6 \cdot 10^{-19} \cdot 10^6\ J \Rightarrow E_{C_{final}} = 1{,}6 \cdot 10^{-13}\ J$$

EXERCÍCIOS PROPOSTOS

14. (UFAC) Qual o trabalho para transportar uma carga de 18 C de um ponto cujo potencial é de 58 V para outro de 25 V?

15. (UFPI) Uma partícula carregada tendo massa m e a carga $q > 0$, penetra numa região entre duas placas metálicas paralelas com uma velocidade v_0, cuja direção é perpendicular às placas, como mostra a figura ao lado.



Os potenciais das placas da esquerda e da direita, separadas pela distância d, são respectivamente $V > 0$ e 0 volt. Quando a partícula atravessa a região entre as placas sob ação exclusiva da força elétrica, sua energia cinética sofre uma variação de:

a) $\frac{1}{2} m \cdot v_0^2$

b) $\frac{+q \cdot V}{d}$

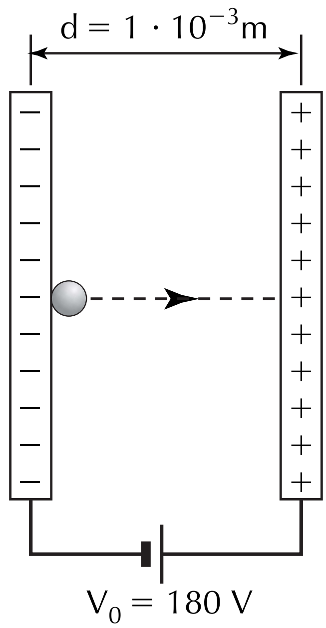
c) $\frac{-q \cdot V}{d}$

d) $+q \cdot V$

e) $-q \cdot V$

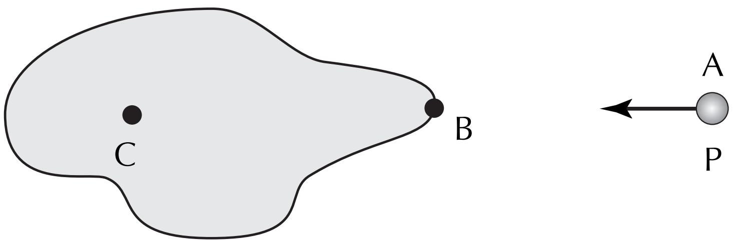
16. (UFES) A figura mostra um capacitor de placas planas, paralelas, separadas por uma distância pequena em relação às dimensões das placas. Um elétron se desprende da placa negativa, a partir do repouso, e atinge a placa positiva como indicado. A massa e a carga do elétron valem, respectivamente, $m = 9 \cdot 10^{-31}$ kg e $q = -1{,}6 \cdot 10^{-19}$ C, e seu peso é considerado desprezível.

Nota: ddp entre as placas = 180 V



a) Qual é o módulo, a direção e o sentido do campo elétrico no capacitor?
b) Qual o módulo da velocidade do elétron ao atingir a placa positiva?

17. (UFBA) A figura abaixo representa um condutor metálico, eletricamente carregado, em equilíbrio eletrostático. Um próton p, com carga igual a $1,6 \cdot 10^{-19}$ C e massa aproximadamente igual a $1,6 \cdot 10^{-27}$ kg, é lançado de A, com velocidade $8 \cdot 10^4 \frac{m}{s}$ e atinge o condutor, em B, com velocidade de $6 \cdot 10^4 \frac{m}{s}$. O potencial elétrico do ponto A, em relação ao infinito, vale 36 V, e apenas a força elétrica é considerada.



Nessas condições, é correto afirmar que:

a) A carga elétrica do condutor é negativa.
b) No trajeto AB, à medida que a energia cinética do próton diminui, a sua energia potencial elétrica aumenta, na mesma proporção.
c) A intensidade do campo elétrico no ponto C, dentro do condutor, é nula.
d) O vetor campo elétrico é perpendicular à superfície do condutor, em qualquer ponto desta superfície.
e) O potencial elétrico do ponto B, em relação ao infinito, vale 100 V.
f) A diferença de potencial entre B e C é nula.

5. Capacidade de um condutor

5.1. Densidade elétrica

É possível definir três tipos de densidade elétrica: a linear, a superficial e a volumétrica. Para os condutores, será abordada a densidade superficial.

A densidade elétrica superficial de um condutor eletrizado é dada pelo quociente entre a quantidade de cargas Q e a área S de sua superfície.

$$\boxed{\sigma = \frac{Q}{S}}$$

A densidade de cargas em um condutor, como já vimos, depende também da sua forma e será sempre maior em áreas pontiagudas.

Exemplo

Determine a densidade de cargas de um condutor eletrizado com área de 10 cm^2 e carga de $5 \cdot 10^{-4}$ C.

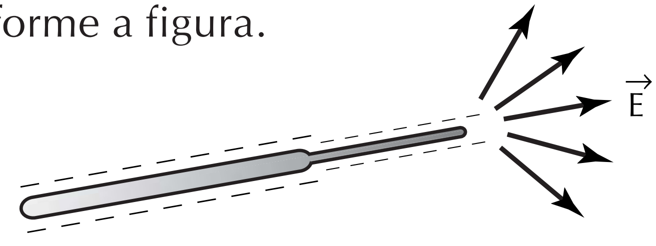
Solução

$$\sigma = \frac{Q}{S} \Rightarrow \sigma = \frac{5 \cdot 10^{-4}}{10 \cdot 10^{-4}} \Rightarrow \sigma = 0{,}5\ \frac{C}{m^2}$$

5.2. Poder das pontas

Uma conseqüência da maior concentração de cargas em áreas pontiagudas é o fato de o campo elétrico nesta região ser mais intenso, o que pode provocar alguns fenômenos elétricos. Esta propriedade é conhecida como *poder das pontas*.

Considere um bastão eletrizado imerso em ar, com uma forma variável, conforme a figura.



O campo elétrico gerado na ponta do bastão, por ser mais intenso do que em outras regiões, pode ionizar os átomos do ar que estejam em sua proximidade. O processo de ionização de um isolante consiste no deslocamento de alguns de seus elétrons por meio da ação intensa de um campo elétrico que os torna livres. Após o isolante estar ionizado, ele passa a ser condutor.

Leia sobre Os Relâmpagos e o Pára-Raios no Encarte Colorido.

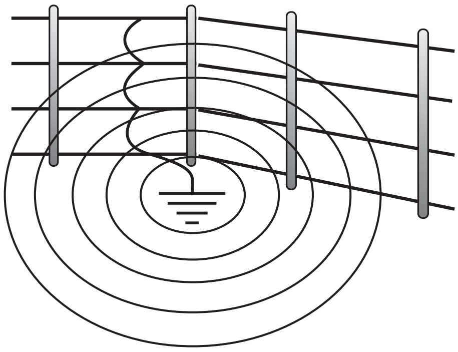
EXERCÍCIOS PROPOSTOS

18. Assinale a alternativa correta.
    a) Densidade elétrica linear é a razão da quantidade de cargas pela área superficial de um condutor.
    b) O formato de um condutor não tem influência sobre sua densidade.
    c) A densidade elétrica em um condutor só depende do material que o constitui.
    d) A densidade elétrica em um condutor depende de sua forma física.
    e) n.d.a.

19. A maior parte dos pára-raios utilizados é do tipo Franklin. Estes pára-raios são montados com a finalidade de proteger edificações contra descargas elétricas. Para que esta finalidade seja atingida, é necessário aterrar o pára-raios em um sistema conveniente. O funcionamento do pára-raios está ligado ao fenômeno:
    a) da ionização do ar, devido a condições climáticas;
    b) da condutividade do solo;
    c) do poder das pontas;
    d) da propagação das faíscas;
    e) de ionização da estrutura do pára-raios.

20. (UFGO) Um raio elétrico atinge uma cerca aterrada, e parados próximo a esta estão um fazendeiro descalço e uma vaca em con-

tato direto com o solo. O raio se "espalha" no solo próximo da cerca em todas as direções, conforme a figura, formando superfícies equipotenciais concêntricas radiais e decrescentes linearmente a partir da cerca. Nestas condições, pode-se esperar que:



a) A vaca tenha, para qualquer posição, uma corrente atravessando do seu corpo.
b) O homem seja eletrocutado (receba um choque) se estiver com os dois pés próximos e perpendiculares ao sentido de propagação.
c) A vaca seja eletrocutada se estiver perpendicular ao sentido de propagação.
d) Se o homem estiver sobre uma mesma superfície equipotencial (os dois pés), ele não seja eletrocutado, pois duas superfícies equipotenciais nunca se cruzam.
e) O homem seja eletrocutado, pois está num potencial diferente do da Terra.
f) Haja sempre uma ddp entre o calcanhar e os dedos dos pés do homem.

Nota: O fenômeno descrito neste exercício chama-se *tensão de passo* e ocorre principalmente quando há dificuldade de propagação da corrente elétrica por uma determinada porção do solo próxima do ponto de aterramento, no caso, a cerca.

6. Corrente elétrica

6.1. Noções sobre corrente e circuito elétrico

As cargas elétricas podem se mover no vácuo ou em meios materiais. Cargas elétricas em movimento ordenado constituem a *corrente elétrica*.

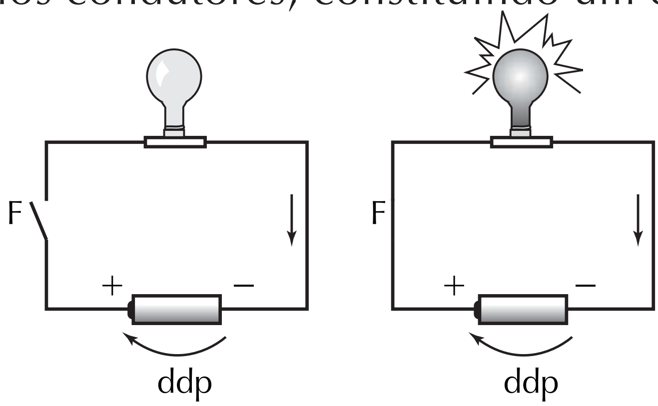
Para que seja possível o estabelecimento da corrente elétrica, é necessário que haja um percurso ao longo do qual possa existir a movimentação das cargas.

Os meios materiais que apresentam maior possibilidade de servir como campo para o estabelecimento da corrente elétrica são os condutores, como ligas metálicas, alguns gases ionizados, alguns líquidos etc. Os meios que apresentam dificuldade para esta locomoção são materiais isolantes, como borracha, determinadas composições plásticas, gases não-ionizados etc.

Outra condição fundamental para o estabelecimento de uma corrente elétrica entre dois pontos de um meio é a diferença de potencial entre os mesmos (ddp).

Um conjunto de elementos destinados a permitir a passagem ordenada da corrente elétrica é chamado *circuito elétrico*.

Na figura a seguir, vemos uma pilha comum ligada a uma lâmpada por fios condutores, constituindo um circuito.



A chave F, mostrada na figura, tem a função de abrir e fechar o circuito. Quando a chave é fechada, a corrente elétrica estabelecida pela diferença de potencial da pilha flui através do circuito, acendendo a lâmpada. Quando a chave é aberta, a corrente elétrica é interrompida.

No caso citado, as cargas em movimento são os elétrons livres dos condutores do circuito.

Resumindo:

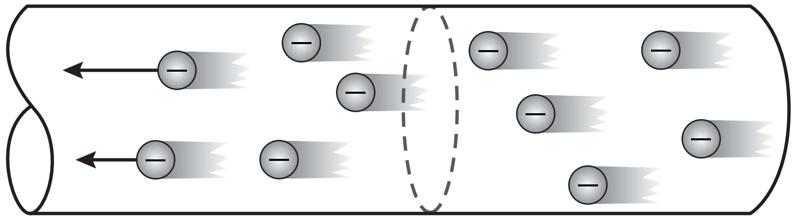
• Um dispositivo, chamado *gerador* ou *fonte*, produz uma diferença de potencial (ddp).

• Os pólos do gerador, estando conectados a um circuito fechado, permitem o estabelecimento de uma corrente elétrica, ou seja, há um fluxo de cargas elétricas pelo circuito.

É muito importante o sentido em que a corrente elétrica flui em um circuito. Os elétrons livres fluem do pólo negativo da bateria para o positivo. Por convenção, no entanto, adota-se o sentido da corrente elétrica como se as cargas em movimento fossem as positivas.

6.2. Intensidade da corrente elétrica

Considere um condutor onde uma corrente elétrica está fluindo:



Uma seção reta do condutor é atravessada por uma quantidade de cargas nq num intervalo de tempo Δt. A intensidade da corrente elétrica é determinada pelo quociente da carga pelo intervalo de tempo:

$$\boxed{i = \frac{n \cdot q}{\Delta t}}$$

No SI, a intensidade da corrente é medida em ampère (A).

$$\boxed{1\ A = 1\ \frac{C}{s}}$$

Na prática, é muito usado também o miliampère (mA) e o microampère (μA).

$$1\ mA = 10^{-3}\ A$$

$$1\ \mu A = 10^{-6}\ A$$

O instrumento usado para medir a intensidade da corrente elétrica é o amperímetro e a diferença de potencial (ddp), o voltímetro.

Exemplo

Em um condutor flui uma corrente elétrica de intensidade 1,6 mA. Determine a carga elétrica que atravessa uma seção transversal do condutor durante 10 s, bem como o número de elétrons. Considere a carga elementar igual a $1{,}6 \cdot 10^{-19}$ C.

Solução

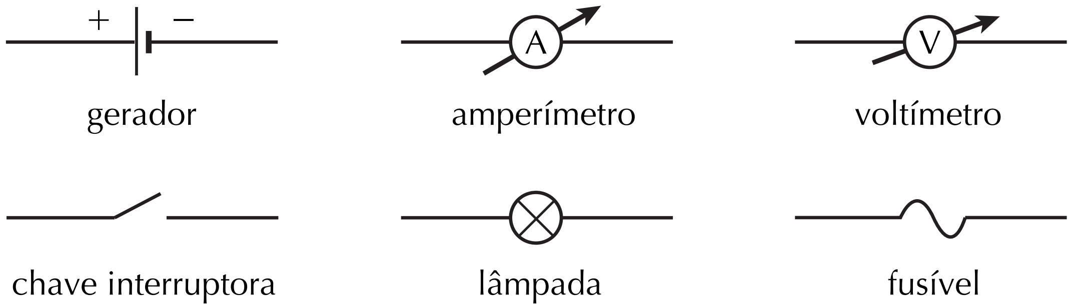
A carga elétrica solicitada vale:

$n_q = i \cdot \Delta t \Rightarrow n_q = 1{,}6 \cdot 10^{-3} \cdot 10 \Rightarrow \boxed{n_q = 1{,}6 \cdot 10^{-2}\ \text{C}}$

O número de elétrons correspondente vale:

$$n = \frac{1{,}6 \cdot 10^{-2}}{1{,}6 \cdot 10^{-19}} \Rightarrow \boxed{n = 1{,}0 \cdot 10^{17}\ \text{elétrons}}$$

Nota: Para facilitar a interpretação dos circuitos elétricos são utilizados alguns símbolos para os elementos de circuito.



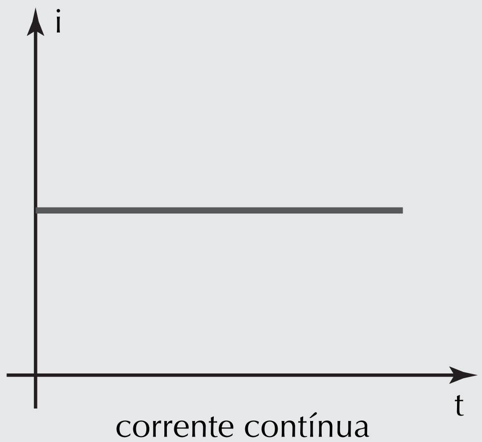
Correntes contínua e alternada

A diferença entre *corrente contínua* e *corrente alternada* é que a primeira não varia ao longo do tempo, enquanto a segunda sim.

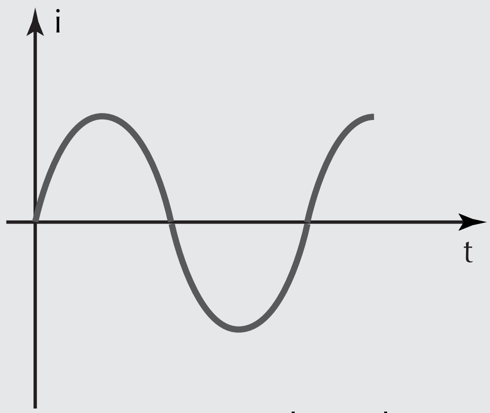
Quando ligamos um aparelho elétrico residencial, seja ele qual for, a corrente elétrica que o alimenta pela ddp fornecida por uma tomada elétrica residencial é alternada. Isso se deve à característica alternada da ddp fornecida pelas companhias de distribuição de energia elétrica a residências. O mesmo se dá para os demais consumidores de energia, como a indústria e o comércio em geral.

A ddp fornecida por uma pilha ou bateria automotiva é contínua, ou seja, não varia ao longo do tempo. Quando algum aparelho ou dispositivo é ligado a uma fonte deste tipo, a corrente que o alimenta é contínua.

Mostramos, a seguir, gráficos típicos para correntes alternada e contínua em função do tempo.



corrente contínua



corrente alternada

Para atender aos propósitos desse livro, estaremos sempre nos referindo à corrente contínua.

7. Potência elétrica

Potência, por definição, é a razão entre o trabalho realizado e o intervalo de tempo decorrido na realização deste trabalho.

$$\boxed{P = \frac{\tau}{\Delta t}}$$

Já sabemos que a diferença de potencial entre dois pontos é igual à razão entre o trabalho realizado pela força elétrica e uma carga elétrica q. Portanto, podemos concluir que:

$$U = \frac{\tau}{q} \Rightarrow \boxed{\tau = U \cdot q}$$

Substituindo este resultado na equação que define a potência, temos:

$$\boxed{P = \frac{U \cdot q}{\Delta t}}$$

A razão entre a carga q e o intervalo de tempo Δt fornece a intensidade de corrente elétrica, assim:

$$\boxed{P = U \cdot i}$$

A potência elétrica é dada pelo produto da diferença de potencial pela intensidade da corrente elétrica.

No SI, a potência elétrica é medida em watt (W).

7.1. Potência nominal

A maioria dos aparelhos elétricos utilizados transforma energia elétrica em outras formas de energia.

Como exemplos, podemos citar:

Aparelho	Forma de energia final
Motor elétrico	mecânica
Lâmpada	luminosa
Chuveiro elétrico	calorífica

Os aparelhos elétricos têm especificações quanto à potência nominal e tensão nominal ou ddp. Isto significa que, se o aparelho for ligado na ddp nominal, sua potência de trabalho será a nominal. Se essas especificações não forem atendidas, o aparelho provavelmente sofrerá algum tipo de dano.

Exemplos

a) Qual a potência elétrica de uma lâmpada ligada a um circuito elétrico com ddp de 24 V, sendo que a corrente elétrica estabelecida na lâmpada vale 625 mA?

Solução

$P = U \cdot i \Rightarrow P = 24 \cdot 625 \cdot 10^{-3} \Rightarrow$ $P = 15\ W$

b) Um chuveiro elétrico opera com potência nominal de 4.000 W. Calcule a corrente elétrica que atravessa o chuveiro quando este está ligado a uma ddp de 220 V e a outra de 110 V.

Solução

Para uma tensão de 110 V, temos:

$$i = \frac{P}{U} \Rightarrow i = \frac{4.000}{220} \Rightarrow \boxed{i \simeq 18,2\ A}$$

Para uma tensão de 220 V, temos:

$$i = \frac{P}{U} \Rightarrow i = \frac{4.000}{110} \Rightarrow \boxed{i \simeq 36,4\ A}$$

8. Energia elétrica

A energia elétrica é dada pelo produto da potência pelo intervalo de tempo.

$$\boxed{E = P \cdot \Delta t}$$

A energia elétrica é usualmente medida em watt-hora ou em quilowatt-hora (kWh), que vale:

$$1\ kWh = 1.000\ Wh$$

Leia sobre a Lâmpada Incandescente e a Fluorescente no Encarte Colorido.

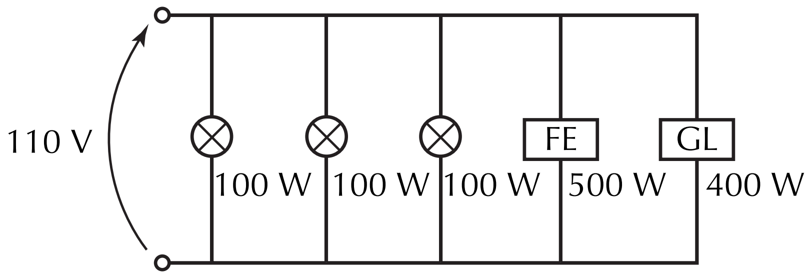
Exemplos

a) Qual a energia elétrica consumida por uma lâmpada de 100 W em 10 horas de funcionamento? Considere as perdas desprezíveis.

Solução

$$E = P \cdot \Delta t \Rightarrow E = 100 \cdot 10 \Rightarrow \boxed{E = 1\ kWh}$$

b) Numa residência estão ligadas 3 lâmpadas de 100 W, um ferro elétrico de 500 W e uma geladeira de 400 W.



A ddp da rede elétrica é de 110 V. Despreze as eventuais perdas e determine a corrente elétrica total que está sendo fornecida a essa residência. Determine também a energia elétrica consumida caso estes aparelhos fiquem ligados por 2 horas.

Solução

A potência total e a corrente elétrica consumida pela instalação podem ser determinadas como se segue:

$P_T = (3 \cdot 100) + 500 + 400 = 1.200 \text{ W}$

$$i = \frac{P_T}{U} \Rightarrow i = \frac{1.200}{110} \Rightarrow \boxed{i \simeq 10{,}9 \text{ A}}$$

A energia consumida será de:

$$E = P \cdot \Delta t \Rightarrow E = 1.200 \cdot 2 \Rightarrow \boxed{E = 2{,}4 \text{ KWh}}$$

EXERCÍCIOS PROPOSTOS

21. (UFPA) Ao ligarmos um interruptor de uma lâmpada incandescente comum, a lâmpada acende imediatamente. Isso ocorre porque a corrente elétrica nos fios condutores é constituída por:

a) Movimento de cargas elétricas negativas com alta velocidade (300.000 km/s – velocidade da luz no vácuo).

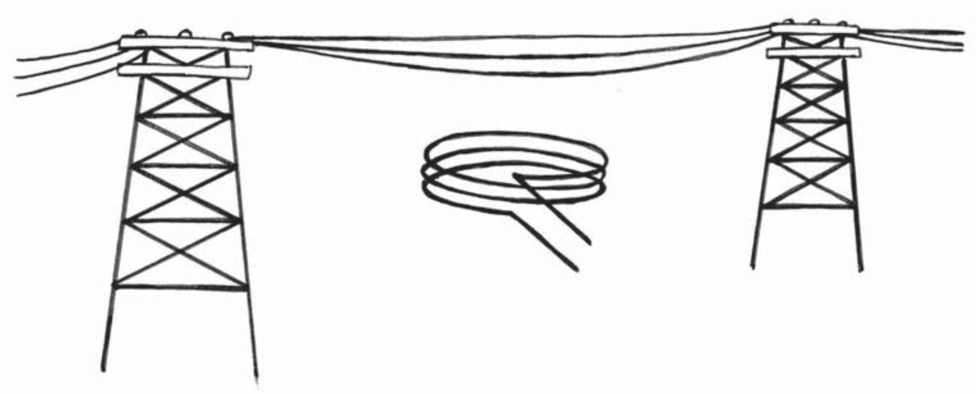
b) Movimento de cargas elétricas negativas com alta velocidade, porém inferior à velocidade da luz no vácuo.

c) Movimento de cargas elétricas positivas e negativas com alta velocidade, porém inferior à velocidade da luz no vácuo.

d) Movimento de cargas elétricas positivas com baixa velocidade, mas em bloco, ou seja, as cargas, ao longo de todo o fio, movimentam-se ao mesmo tempo.

e) Movimento de cargas elétricas negativas com baixa velocidade, mas em bloco, ou seja, as cargas, ao longo de todo o fio, movimentam-se ao mesmo tempo.

22. (UFMG) A figura mostra um tipo de "gato", prática ilegal e extremamente perigosa usada para roubar energia elétrica.

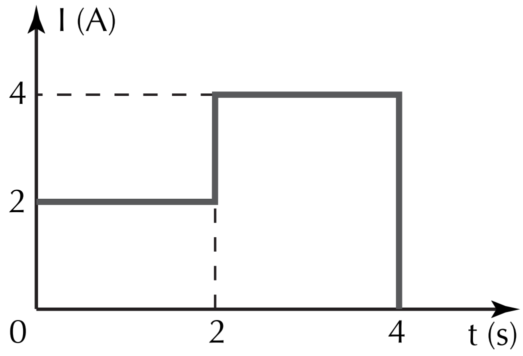


Esse "gato" consiste em algumas espirais de fio colocadas próximas a uma linha de corrente elétrica alternada de alta voltagem. Nas extremidades do fio que forma as espirais, podem ser ligadas, por exemplo, lâmpadas, que se acendem. Explique o princípio de funcionamento desse "gato".

23. (UFSC) Um fio condutor é percorrido por uma corrente elétrica constante de 0,25 A. Calcule, em coulombs, a carga que atravessa uma secção reta do condutor, num intervalo de 160 s.

24. (UFPB) Um condutor é percorrido por uma corrente elétrica cuja intensidade varia com o tempo, conforme o gráfico ao lado.

Determine, em C, a carga que atravessa o condutor no intervalo de 0 a 4 s.



25. (UFSE) Um condutor é percorrido por uma corrente elétrica contínua de 0,4 A. Sabendo-se que a carga do elétron é $1{,}6 \cdot 10^{-19}$ C, o número de elétrons que passa por uma secção transversal desse condutor, em um minuto, é:

a) $0{,}4 \cdot 10^{20}$

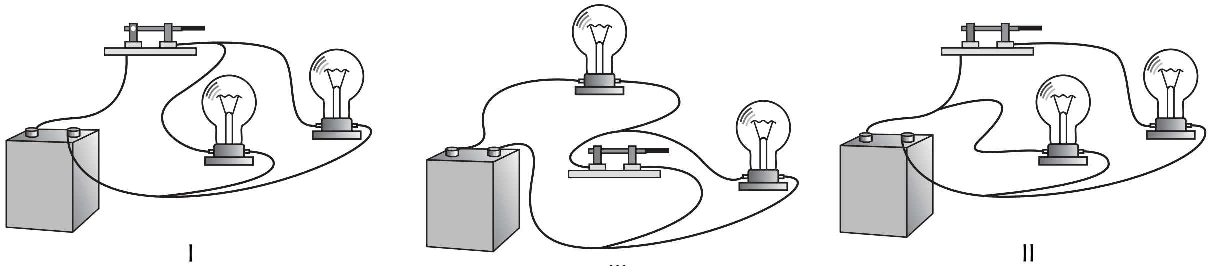
b) $0{,}8 \cdot 10^{20}$

c) $1{,}5 \cdot 10^{20}$

d) $3{,}2 \cdot 10^{20}$

e) $6{,}4 \cdot 10^{20}$

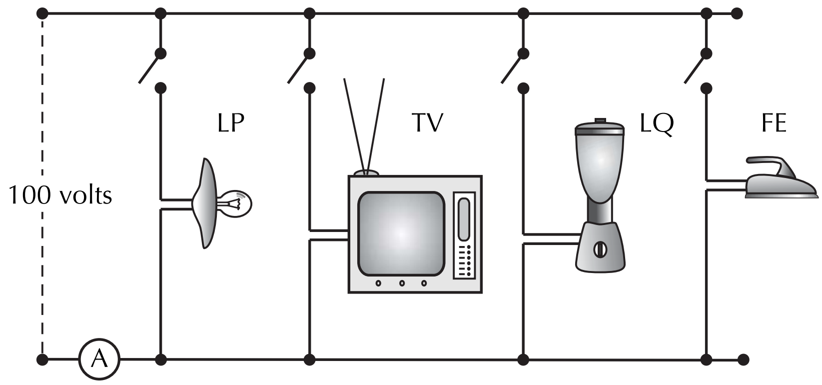
26. (UFMG) Estes circuitos representam uma pilha ligada a duas lâmpadas e uma chave interruptora.



A alternativa que representa o(s) circuito(s) em que a ação da chave apaga ou acende as duas lâmpadas, simultaneamente, é:

a) I b) II c) III d) I e II e) I e III

27. (UFPA) A figura ao lado mostra o esquema de um circuito elétrico, simulando a instalação de eletrodomésticos em uma rede elétrica de corrente contínua, cuja tensão é 100 V. Cada um deles pode ser ligado e desligado do circuito, por um interruptor. A tabela indica a potência elétrica de cada equipamento. Responda:



Símbolos	Aparelhos	Potência (Watts)
LP	Lâmpada	100
TV	Televisor	50
LQ	Liquidificador	250
FE	Ferro elétrico	2.500

a) Se todos os aparelhos indicados no circuito estiverem ligados, qual será a voltagem, em volts, aplicada ao FE?

b) Qual será a voltagem, em volts, aplicada ao FE, se apenas ele estiver ligado no circuito?

c) Qual será a leitura do amperímetro, em ampères, quando apenas TV e LQ estiverem ligados no circuito?

d) Se o ferro elétrico ficar ligado por 1/2 hora, quanto tempo, em horas, o televisor deve ficar ligado para consumir a mesma quantidade de energia que o ferro?

Capítulo 17

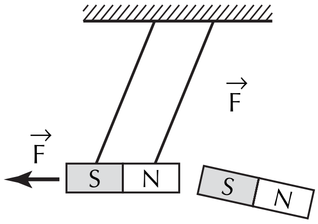
Magnetismo

1. Introdução

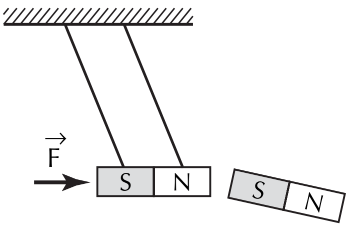
Os fenômenos magnéticos são conhecidos desde a Antiguidade. Os antigos chineses já utilizavam determinadas pedras, como a magnetita, para obter orientações de rotas para viagens. Estas pedras, quando suspensas por um barbante, assumem posição definida, com uma extremidade apontando sempre para o norte e a outra, para o sul magnético da Terra.

Os materiais que apresentavam as características descritas foram chamados de *ímãs*. Eram constituídos basicamente de óxido de ferro. Atualmente, são chamados genericamente de *ímãs naturais*, uma vez que os ímãs também são fabricados.

Os ímãs apresentam duas regiões distintas, denominadas *pólos*, que se caracterizam por comportamentos opostos. A uma das regiões, denomina-se *pólo norte*; à outra, *pólo sul*.



Verifica-se que dois ímãs em forma de barra, quando aproximados um do outro, reagem com força de repulsão quando pólos iguais são aproximados, e com força de atração quando os pólos opostos são aproximados.



Leia sobre Imãs e Suas Aplicações no Encarte Colorido.

2. Propriedade de inseparabilidade dos pólos

Um pólo não existe isoladamente. Caso um ímã seja dividido em vários pedaços, de cada pedaço será obtido um novo ímã, com pólos norte e sul.

Na verdade, as partículas elementares que constituem todas as substâncias possuem características magnéticas. No estudo do magnetismo, é possível referir-se a elas como ímãs elementares.

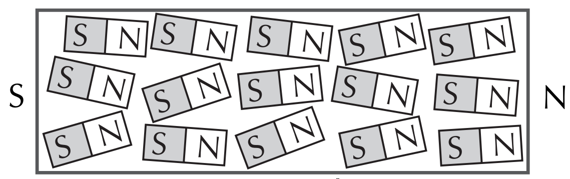
3. Comportamento magnético das substâncias

Podemos classificar as substâncias em magnéticas e não-magnéticas.

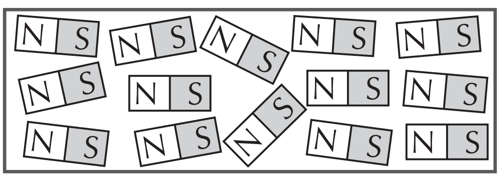
As substâncias magnéticas permitem que seus ímãs elementares tenham um sentido de orientação total ou parcialmente concordante, de maneira permanente ou não, graças a uma ação externa. Logo, os ímãs naturais são estruturados com substância magnética cujos ímãs elementares possuem orientação concordante e permanente.

Como exemplos de substâncias magnéticas temos o ferro, o níquel, o aço etc.

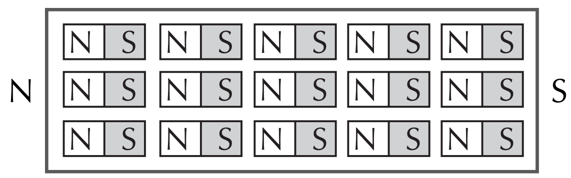
As substâncias não-magnéticas não permitem a orientação de seus ímãs elementares. Exemplos: a madeira, o alumínio, o plástico etc.



corpo com ímãs elementares parcialmente orientados



corpo com ímãs elementares não-orientados



corpo com ímãs elementares orientados

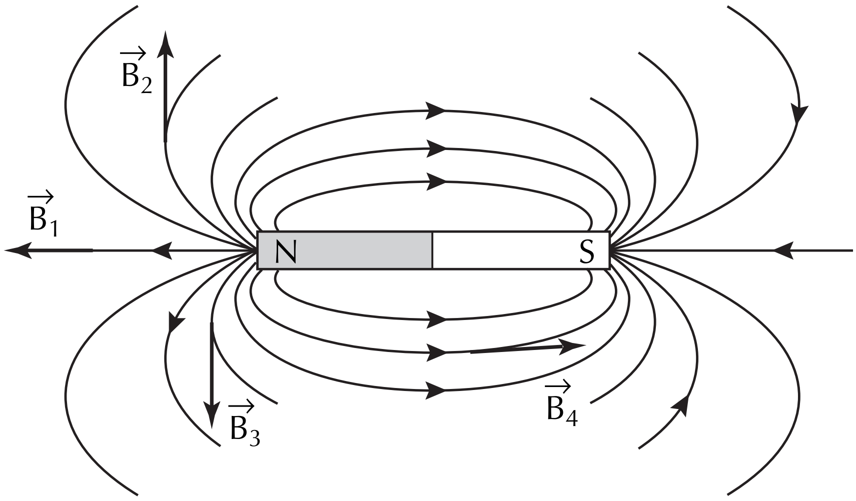
Quando uma substância tem seus ímãs elementares orientados, dizemos que ela está imantada.

4. Campo magnético

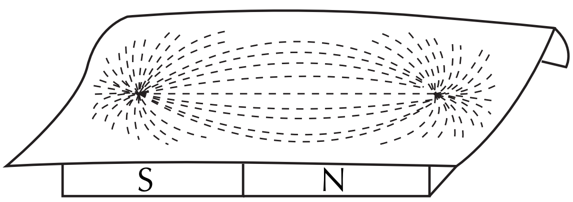
A exemplo do campo elétrico produzido por um corpo eletrizado, na região que envolve um ímã se estabelece um campo magnético ao qual se associa um vetor campo magnético $\vec{B}$. Este vetor é chamado de *vetor indução magnética*.

A intensidade do vetor indução magnética é medida no SI na unidade tesla (T).

As linhas de campo magnético em um ímã apresentam-se conforme a figura a seguir.

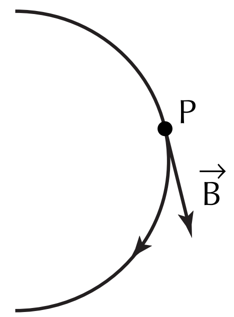


Esta configuração pode ser facilmente comprovada, colocando-se uma folha de papel sobre um ímã e jogando-se pequenas limalhas de ferro sobre a folha.

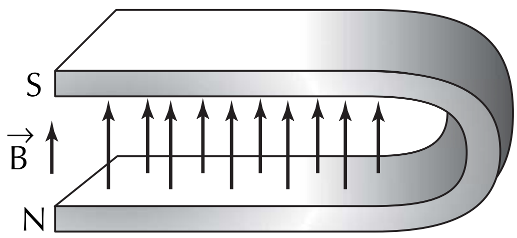


Observe que cada linha de campo magnético, também chamada de *linha de indução*, começa no pólo norte e termina no sul.

O pólo norte de uma agulha magnética colocada em um determinado ponto de um campo magnético, indica o sentido do vetor $\vec{B}$ no ponto. Sua direção é tangente à linha de campo.



Um campo magnético é uniforme quando o vetor campo magnético é constante em todos os pontos do campo. Suas linhas de campo são paralelas e igualmente espaçadas.



5. Classificação das substâncias magnéticas

As substâncias magnéticas são imantadas quando estão sob a ação de um campo magnético. A este fenômeno, chamamos *indução magnética*. Essas substâncias podem ser classificadas por sua facilidade de imantação. Dessa maneira, temos a seguinte classificação:

1ª – *Substâncias ferromagnéticas*: são aquelas que apresentam facilidade de imantação quando em presença de um campo magnético. Exemplos: ferro, cobalto, níquel etc.

2ª – *Substâncias paramagnéticas*: são aquelas em que a imantação é difícil quando em presença de um campo magnético. Exemplos: madeira, couro, óleo etc.

3ª – *Substâncias diamagnéticas*: são aquelas que se imantam em sentido contrário ao vetor de indução magnética a que são submetidas. Corpos formados por estas substâncias são repelidos pelo ímã que criou o campo magnético. Exemplos: cobre, prata, chumbo, bismuto, ouro etc.

6. Imantações permanente e transitória

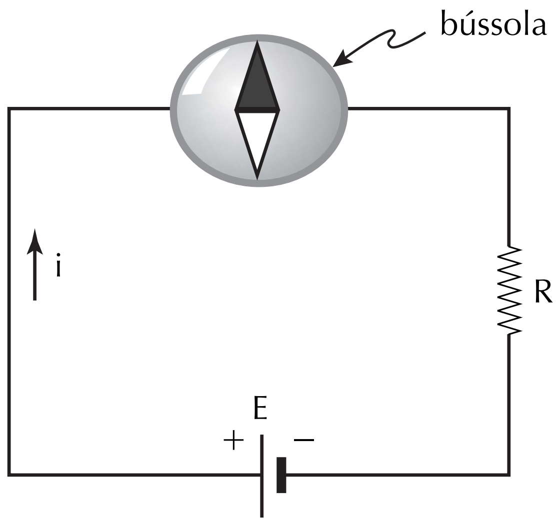
Ímãs permanentes são aqueles que, uma vez imantados, conservam suas características magnéticas. Determinados corpos de aço, como uma chave de fenda, têm esse comportamento. Uma vez aproximada de um forte campo magnético, a chave de fenda passa a atrair pequenos corpos metálicos, permanecendo assim por longo tempo.

Ímãs transitórios são aqueles que, quando submetidos a um campo magnético, passam a funcionar como ímãs; assim que cessa a ação do campo, ele volta às características anteriores. Ao aproximarmos um ímã de uma porção de pregos, um prego passa a atrair o outro; quando cessa a ação do campo, a atração entre os pregos também cessa.

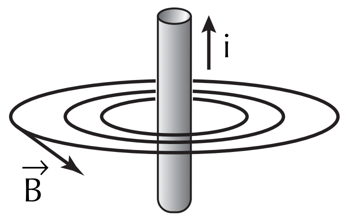
7. A experiência de Oersted

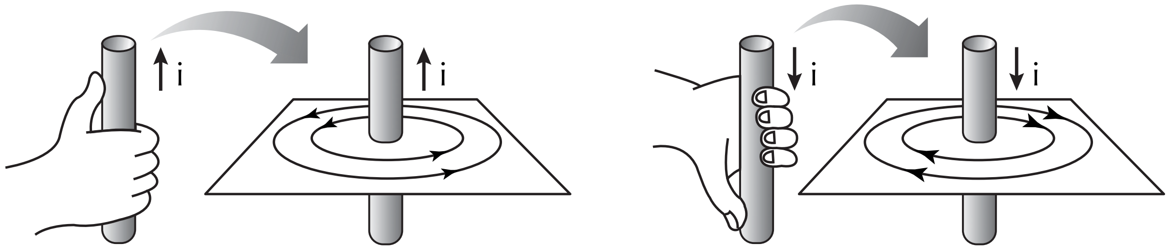
Em 1820, o físico dinamarquês H.C. Oersted observou que uma corrente elétrica fluindo através de um condutor desviava uma agulha magnética colocada em sua proximidade.

Quando a corrente elétrica i se estabelece no condutor, a agulha magnética assume uma posição perpendicular ao plano definido pelo fio e pelo centro da agulha. Em cada ponto do campo, o vetor $\vec{B}$ é perpendicular ao plano definido pelo ponto e o fio. As linhas de indução magnética são circunferências concêntricas com o fio.



O sentido das linhas de campo magnético gerado por corrente elétrica foi estudado por Ampère, que estabeleceu uma regra para determiná-lo, conhecida como *regra da mão direita*.





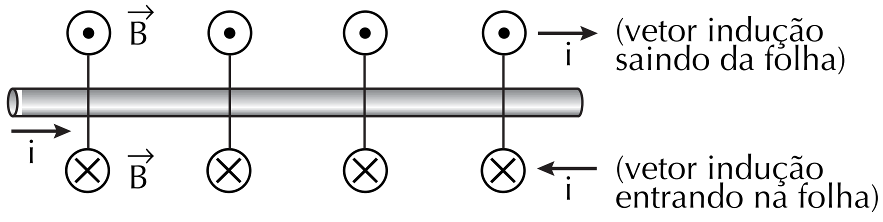
Segure o condutor com a mão direita e aponte o polegar no sentido da corrente. Os demais dedos dobrados fornecem o sentido do vetor $\vec{B}$.

Nas figuras a seguir, será utilizada a seguinte simbologia:

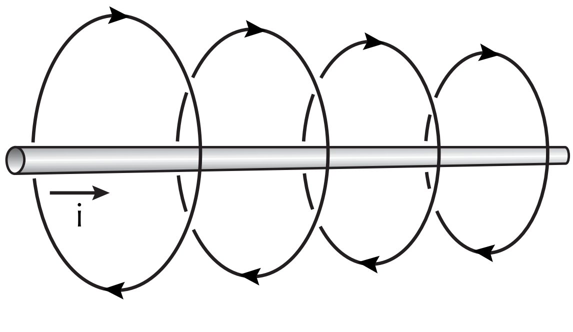
• o símbolo ⊙ representa um vetor perpendicular ao plano da folha de papel e orientado para fora;

• o símbolo ⊗ representa um vetor perpendicular ao plano da folha de papel orientado para dentro.

Utilizando esta simbologia, para um fio condutor no plano da folha de papel, temos:

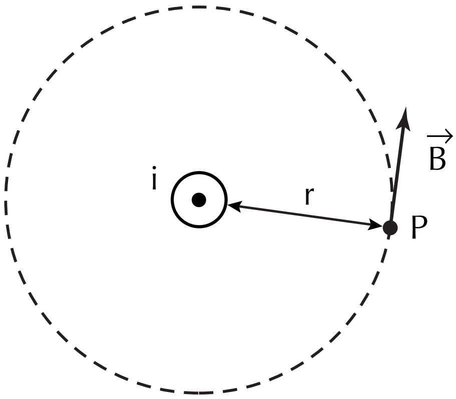


A mesma visão em perspectiva:



8. Lei de Biot-Savart

A intensidade do vetor campo magnético, em qualquer ponto do campo magnético produzido por uma corrente elétrica percorrendo um fio condutor, é proporcional à intensidade da corrente e inversamente proporcional à distância do ponto ao fio, logo, podemos definir:



$$\boxed{B = K \cdot \frac{i}{r}}$$

em que a constante K depende do meio em que o condutor está contido e vale $K = \frac{\mu}{2\pi}$, sendo μ a permeabilidade magnética do meio. Substituindo na fórmula anterior temos:

$$\boxed{B = \frac{\mu}{2\pi} \cdot \frac{i}{r}}$$

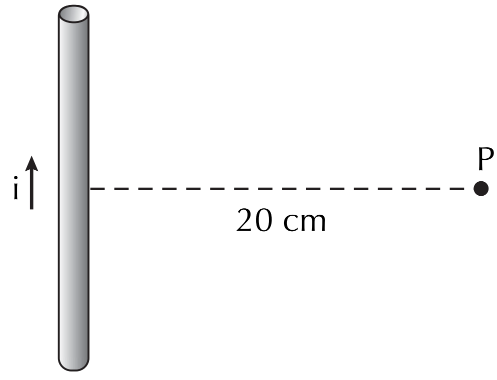
Esta fórmula é chamada de *lei de Biot-Savart*.

Para o vácuo, o valor de μ é igual a:

$$\boxed{\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{T \cdot m}{A}}$$

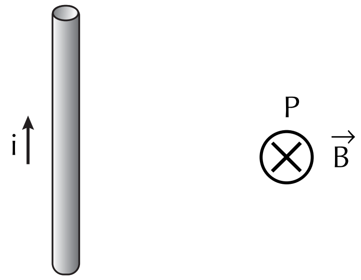
Exemplos

a) Um condutor reto e extenso no vácuo é percorrido por uma corrente elétrica de 5 A. Calcule o valor da intensidade do vetor indução magnética em um ponto P que dista 20 cm do condutor. Indique o sentido do vetor.



Solução

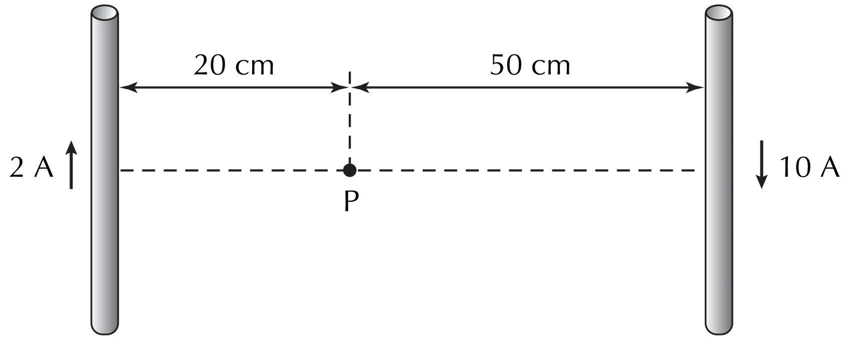
Pela regra da mão direita, o vetor tem o sentido indicado na figura ao lado:



A intensidade de $\vec{B}$ vale:

$$B = \frac{\mu_0}{2\pi} \cdot \frac{i}{r} \Rightarrow B = \frac{4\pi \cdot 10^{-7}}{2\pi} \cdot \frac{5}{0,2} \Rightarrow \boxed{B = 5 \cdot 10^{-6}\ T}$$

b) Dois condutores são percorridos por correntes elétricas e dispostos como na figura a seguir.



Determine a intensidade do vetor $\vec{B}$ no ponto P e suas características. O meio é o vácuo.

Solução

A intensidade do vetor indução magnética B_1, relacionada ao condutor 1, vale:

$$B_1 = \frac{4\pi \cdot 10^{-7}}{2\pi} \cdot \frac{2}{0,2} \Rightarrow B_1 = 2 \cdot 10^{-6}\ T$$

A intensidade do vetor indução magnética B_2, relacionada ao condutor 2, vale:

$$B_2 = \frac{4\pi \cdot 10^{-7}}{2\pi} \cdot \frac{10}{0,5} \Rightarrow B_2 = 4 \cdot 10^{-6}\ T$$

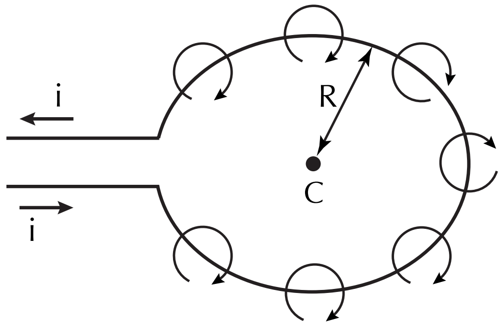
Como os vetores têm sentido contrário à intensidade do vetor resultante B, vale:

$$B = B_2 - B_1 \Rightarrow B = (4 - 2) \cdot 10^{-6} \Rightarrow \boxed{B = 2 \cdot 10^{-6}\ T}$$

A direção do vetor é perpendicular ao plano formado pelos dois fios e o sentido é "entrando" no plano descrito do papel $\otimes$.

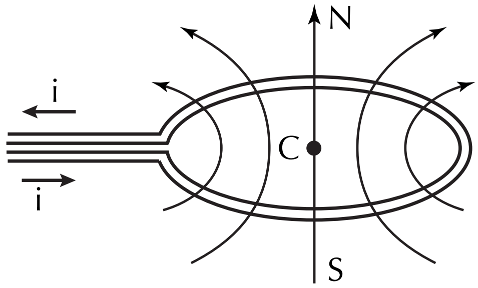
9. Campo elétrico em uma espira circular

Considere uma espira circular de raio R e centro C, percorrida por uma corrente elétrica.



As linhas de campo entram por um lado da espira e saem pelo outro, podendo este sentido ser determinado pela regra da mão direita.

A direção do vetor indução magnética nos pontos do plano da espira é perpendicular a este plano, o que pode ser observado na figura ao lado.

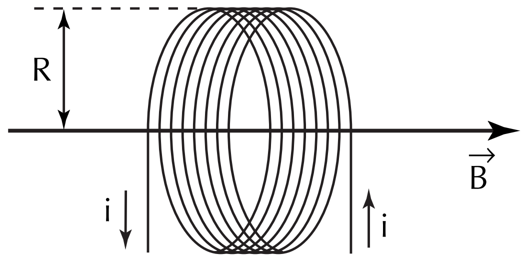


Observe que a espira têm dois pólos. O lado onde $\vec{B}$ "entra" é o pólo sul; o outro, o norte.

A intensidade do vetor $\vec{B}$ no centro da espira vale:

$$\boxed{B = \mu \cdot \frac{i}{2R}}$$

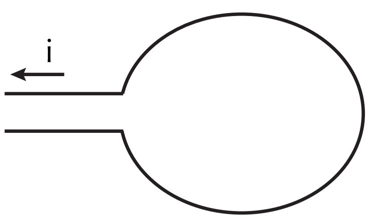
Caso haja várias espiras justapostas (N) formando uma bobina chata, a intensidade do vetor $\vec{B}$ no centro da bobina vale:



$$\boxed{B = N \cdot \mu \cdot \frac{i}{2R}}$$

Exemplos

a) Dada uma espira circular no vácuo com raio de 4π cm, sendo percorrida por uma corrente elétrica de 2,0 A no sentido indicado na figura, determine as características do vetor $\vec{B}$ no centro da espira.



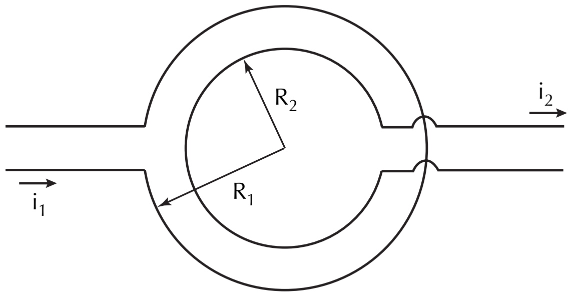
Solução

A intensidade de $\vec{B}$ no centro da espira vale:

$$B = \mu \cdot \frac{i}{2R} \Rightarrow B = 4\pi \cdot 10^{-7} \cdot \frac{2}{2 \cdot 4\pi \cdot 10^{-2}} \Rightarrow \boxed{B = 10^5 \text{ T}}$$

A direção é perpendicular ao plano da espira e o sentido, "saindo do papel" (⊙).

b) Duas espiras circulares concêntricas são percorridas por correntes de intensidades i_1 e i_2, sendo seus raios R_1 e R_2, respectivamente.
Em que condições o campo magnético resultante no interior da espira será nulo?



Solução

Como os vetores indução magnética relacionados com cada espira têm sentidos opostos, a condição de nulidade do vetor resultante será conseguida quando as intensidades dos vetores B_1 e B_2 forem iguais, logo:

$$B_1 = B_2 \Rightarrow \mu \cdot \frac{i_1}{2R_1} = \mu \cdot \frac{i_2}{2R_2} \Rightarrow \boxed{\frac{i_1}{i_2} = \frac{R_1}{R_2}}$$

c) Uma bobina chata é formada por 50 espiras circulares de raio 10π cm. Calcule a intensidade da corrente elétrica na espira para que o campo magnético em seu centro seja 10^{-5} T.

Solução

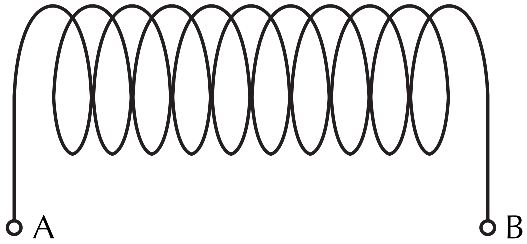
Para esta situação, temos:

$$B = N \cdot \mu \cdot \frac{i}{2R} \Rightarrow 10^{-5} = 50 \cdot 4\pi \cdot 10^{-7} \cdot \frac{i}{2 \cdot 10\pi \cdot 20^{-2}} \Rightarrow$$

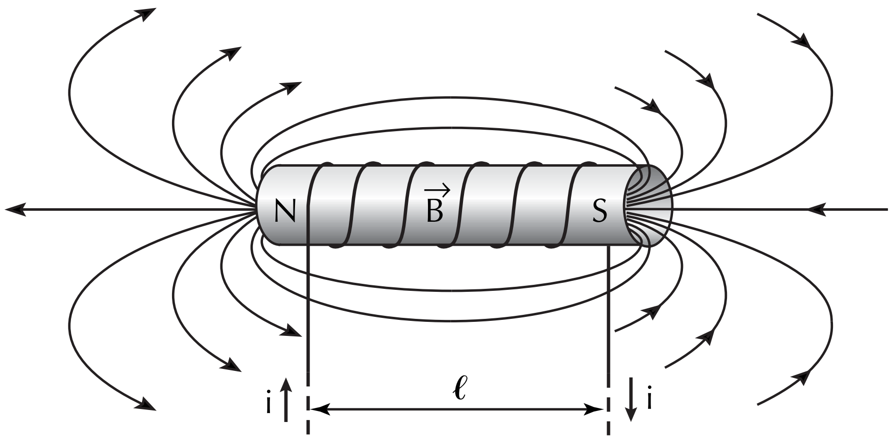
$$\Rightarrow \boxed{i = 0{,}1 \text{ A}}$$

10. Campo magnético em um solenóide

O solenóide é um dispositivo em que um fio condutor é enrolado em forma de espiras não justapostas.



O campo magnético produzido próximo ao centro do solenóide – ou bobina longa – ao ser percorrido por uma corrente elétrica i, é praticamente uniforme. O dispositivo se comporta como um ímã, no qual o pólo sul é o lado por onde "entram" as linhas de campo e o lado norte, o lado por onde "saem" as linhas de campo.



A regra para se determinar o sentido do campo é a regra da mão direita.

Sendo N o número de espiras existentes no comprimento ℓ do solenóide, a intensidade do vetor indução magnética uniforme no interior do dispositivo é dada por:

$$\boxed{B = \frac{\mu \cdot N \cdot i}{\ell}}$$

Exemplo

a) Um solenóide de 1.000 espiras por metro está no vácuo e é percorrido por uma corrente de 5,0 A. Qual é a intensidade do vetor indução magnética no interior do solenóide?

Solução

$$B = \frac{\mu \cdot N \cdot i}{\ell} \Rightarrow B = \frac{4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 10^{3} \cdot 5}{1,0} \Rightarrow \boxed{B = 2\pi \cdot 10^{-3}\ T}$$

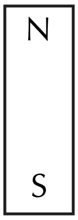
Leia sobre O Eletroímã no Encarte Colorido.

EXERCÍCIOS PROPOSTOS

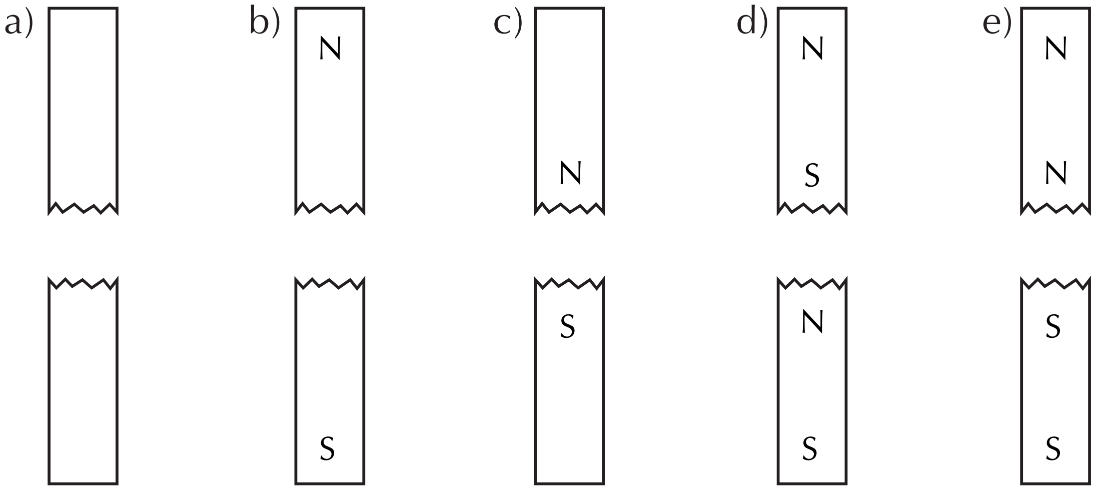
1. (UFPA) A bússola é utilizada desde o século XIII para orientação de navegadores marítimos. O funcionamento deste instrumento de navegação baseia-se no fato de que...
   a) a Terra, sendo um grande ímã, mantém a agulha da bússola sempre na direção desejada.
   b) sob ação do "ímã Terra", a agulha da bússola mantém-se aproximadamente na direção norte–sul.
   c) sua agulha magnética alinha-se sempre na direção que o viajante deve seguir.
   d) a agulha magnética da bússola é orientada pelo viajante para indicar sempre a direção norte–sul.
   e) o pólo norte da agulha magnética aponta exatamente para o pólo norte geográfico da Terra.

2. (UFSC) Assinale a(s) alternativa(s) correta(s).
   a) Pólos magnéticos de mesmo nome se atraem, enquanto pólos de nomes contrários se repelem.
   b) Num campo magnético uniforme, as linhas de indução magnética são retas paralelas igualmente espaçadas e igualmente orientadas.
   c) As linhas de indução magnética "saem" do pólo norte e "chegam" ao pólo sul.
   d) As linhas de indução magnética, do campo magnético produzido por uma corrente i, que percorre um condutor reto, são ramos de parábolas situadas em planos paralelos ao condutor.
   e) No interior de um solenóide, o campo de indução magnética pode ser considerado como uniforme e têm a direção do seu eixo geométrico.

3. (UFPI) O ímã em forma de barra da figura foi partido em dois pedaços.



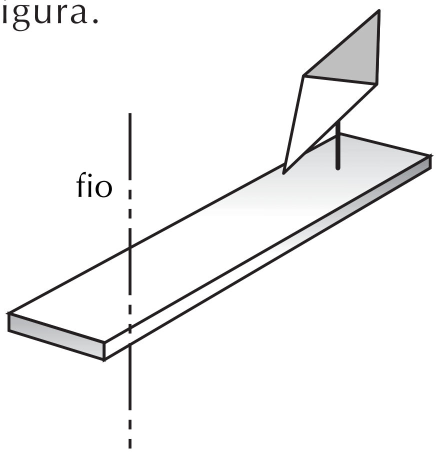
A figura que melhor representa a magnetização dos pedaços resultantes é:



4. Relacione os elementos abaixo.
   I – Diamagnético
   II – Ferromagnético
   III – Paramagnético
   1 – Se imanta facilmente sob ação de um campo magnético.
   2 – Se imanta em sentido contrário ao campo magnético que o gerou.
   3 – Os ímãs elementares não se orientam com facilidade.
   A relação correta dos elementos acima é:
   a) I,1; II,2; III,3
   b) I,3; II,1; III,2
   c) I,2; II,1; III,3
   d) I,2; II,3; III,1
   e) I,3; II,2; III,1

5. (UFPR) Em 1820, Oersted descobriu que, ao passar uma corrente elétrica através de um fio retilíneo, a agulha imantada de uma bússola, próxima ao fio, movimentava-se. Ao cessar a corrente, a agulha retornava a sua posição original. Considere a agulha de

uma bússola colocada num plano horizontal, podendo mover-se livremente em torno de um eixo vertical fixo. Suponha que ela esteja próxima de um fio condutor muito longo colocado na vertical, conforme a figura.



É correto afirmar que:

a) Quando passa uma corrente elétrica pelo fio, é gerado um campo magnético que tende a alinhar a agulha imantada com a direção deste campo.

b) Ao inverter-se o sentido da corrente elétrica no fio, a agulha tende a inverter sua orientação.

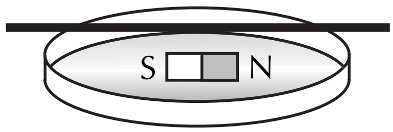
c) A intensidade do campo magnético num ponto do espaço, gerado pela corrente no fio, será tanto maior quanto mais distante o ponto estiver do fio.

d) As linhas de força do campo magnético gerado pela corrente no fio são semi-retas com origem no fio e perpendiculares a ele.

e) A posição original da agulha da bússola indica, na ausência de correntes elétricas ou outros campos magnéticos, a direção da componente horizontal do campo magnético terrestre.

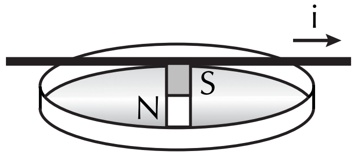
f) O fenômeno físico citado no enunciado é conhecido como indução eletromagnética e é descrito pela lei de Faraday.

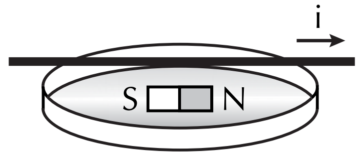
6. (UFMG) Esta figura mostra uma pequena chapa metálica imantada que flutua sobre a água de um recipiente. Um fio elétrico está colocado sobre este recipiente.

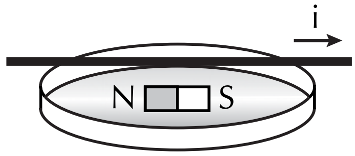


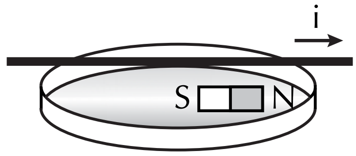
O fio passa a conduzir uma intensa corrente elétrica contínua, no sentido da esquerda para a direita.

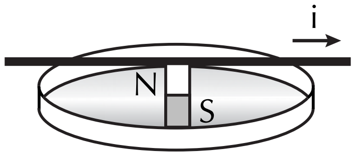
A alternativa que melhor representa a posição da chapa metálica imantada, após um certo tempo, é:

a)


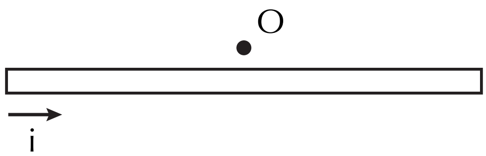
d)


b)


e)


c)


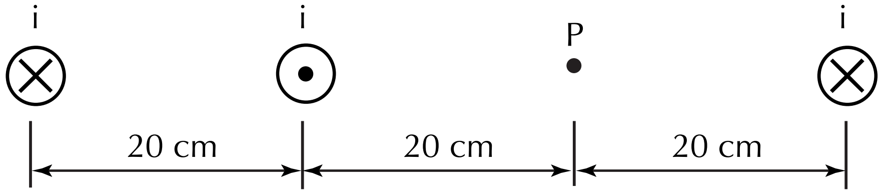
7. (UFSE) A figura representa um condutor retilíneo extenso percorrido por uma corrente contínua i.



A orientação do campo magnético B gerado por este condutor, em O, é:

a) paralela ao condutor, dirigida para a direita;
b) paralela ao condutor, dirigida para a esquerda;
c) perpendicular ao plano da figura, dirigida para fora;
d) perpendicular ao plano da figura, dirigida para dentro.

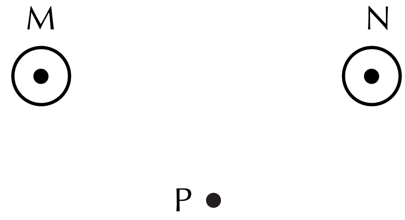
8. (UFMG) Essa figura mostra três fios paralelos, retos e longos, dispostos perpendicularmente ao plano do papel, e, em cada um deles, uma corrente i. Cada fio separadamente, cria em um ponto a 20 cm de distância dele, um campo magnético de intensidade B.



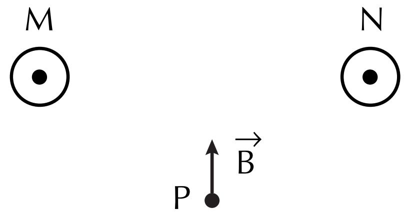
O campo magnético resultante no ponto P, devido à presença dos três fios, terá intensidade igual a:

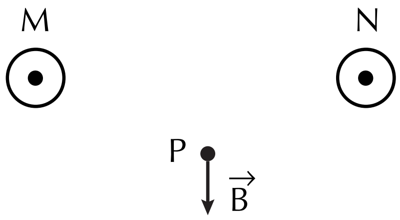
a) $\dfrac{B}{3}$ b) $\dfrac{B}{2}$ c) B d) $\dfrac{5B}{3}$ e) 3 B

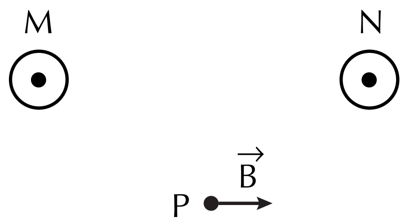
9. (UFMG) A figura mostra dois fios M e N, paralelos, percorridos por correntes de mesma intensidade, ambas saindo da folha de papel. O ponto P está a mesma distância dos dois fios.

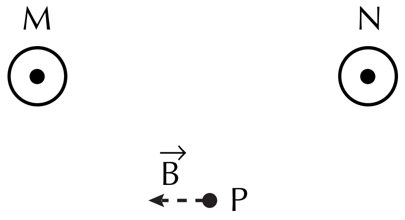


A opção que melhor representa a direção e o sentido corretos para o campo magnético, que as correntes criam em P, é:

a)


c)


b)


d)


e) Esse campo é nulo.

10. Uma espira circular no vácuo é percorrida por uma corrente de 10A. Sendo o raio da espira igual a 10 cm, a intensidade do vetor campo magnético no centro da espira, em 10^{-5} T, vale:

(Permeabilidade magnética no vácuo, $\vec{B}$).

a) 4π b) π c) 2π d) $\dfrac{\pi}{2}$ e) 8π

11. (UFAM) O campo magnético da Terra é análogo ao campo magnético originado por:

a) Uma espira circular percorrida por uma corrente contínua.
b) Uma espira circular percorrida por uma corrente alternada.
c) Um fio condutor reto percorrido por uma corrente contínua.
d) Um fio condutor reto percorrido por uma corrente alternada.

12. (UFSC) Ao passar-se um pente plástico pelos cabelos observa-se que após, o pente atrai pequenos pedaços de limalha de ferro. Este fenômeno ocorre porque o pente induz:

a) um campo elétrico na região entre o pente e a limalha;

b) um campo magnético sobre os pedaços de limalha;

c) uma corrente elétrica entre os pedaços de limalha;

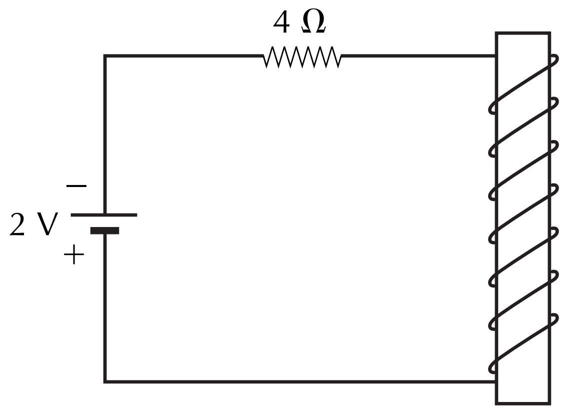
d) uma diferença de potencial entre seus dentes;

e) cargas de mesmo sinal na limalha.

13. No circuito ao lado, o gerador está ligado a um solenóide de 200 espiras por metro com resistência elétrica 5,0 ohms. Sabendo-se que

$$\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}\ \frac{T \cdot m}{A},$$

determine a intensidade do vetor indução magnética no interior do solenóide em 10^{-5} T.

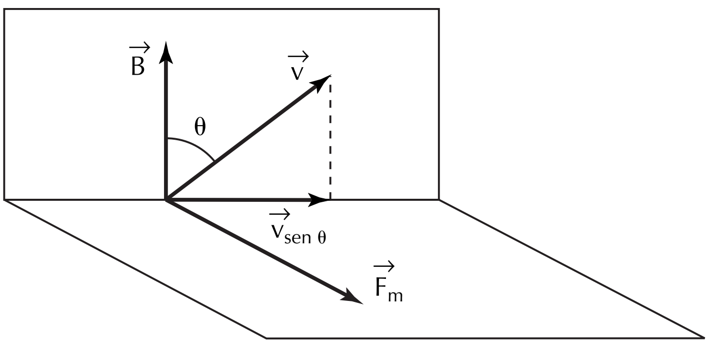


a) 16π b) 40π c) 8π d) $1,8\pi$ e) 2π

11. Força sobre uma carga em movimento em um campo magnético

Verifica-se experimentalmente que, quando uma carga elétrica de valor q move-se em um campo magnético, fica submetida à ação de uma força. Esta força é denominada força magnética ou força de Lorentz.

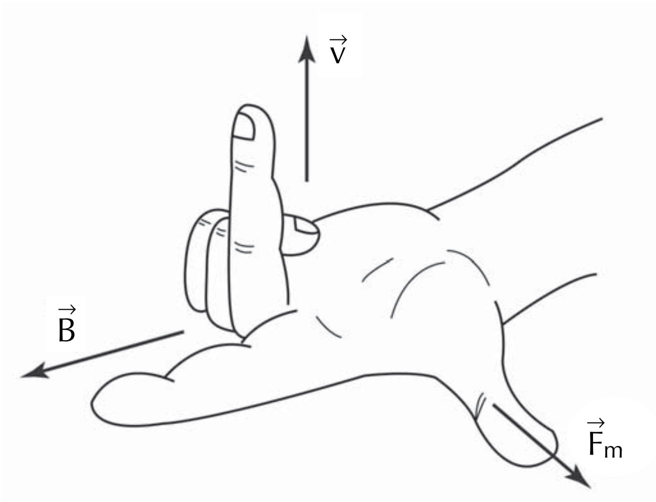
Considere uma carga q positiva movimentando-se com velocidade $\vec{v}$ em um campo magnético de indução $\vec{B}$. Verifica-se que a carga sofre ação de uma força magnética $\vec{F}_m$, cuja direção é perpendicular ao plano formado por $\vec{B}$ e também a $\vec{v}$.



A intensidade da força magnética é proporcional a B, q, v e ao seno do ângulo formado entre $\vec{v}$ e $\vec{B}$. Temos então a seguinte fórmula:

$$\boxed{F_m = |q| \cdot v \cdot B \cdot \text{sen}\ \theta}$$

O sentido do vetor força magnética é dado pela *regra da mão esquerda*, conforme a figura a seguir.



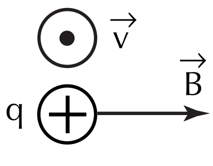
O indicador representa o sentido de $\vec{B}$, o dedo médio, o sentido de $\vec{v}$, e o polegar, o sentido de $\vec{F}$

Para uma carga elétrica negativa, o sentido da força será oposto ao fornecido pela regra da mão esquerda.

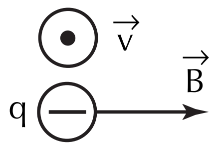
Exemplos

a) Caracterize a força magnética que atua sobre a carga q em cada caso, conforme as figuras.

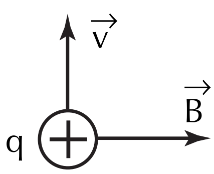
I)



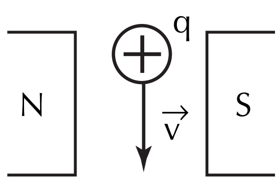
III)



II)

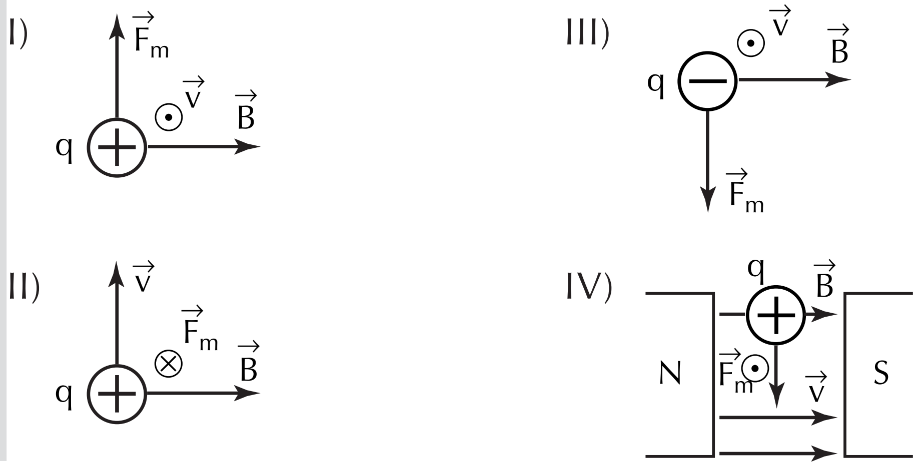


IV)



Solução

Usando a regra da mão esquerda em todos os casos, temos:



b) Uma carga elétrica puntiforme de $30 \cdot 10^{-6}$ C, com velocidade de $100 \dfrac{m}{s}$, penetra em um campo magnético uniforme de 0,1 T, formando um ângulo de 60° com o mesmo. Determine a intensidade da força que passa a atuar sobre a carga.

Solução

$F = q \cdot V \cdot B \cdot \text{sen}\,\theta \Rightarrow F = 30 \cdot 10^{-6} \cdot 100 \cdot 0{,}1 \cdot \text{sen}\,60° \Rightarrow$

$\Rightarrow \boxed{F = 2{,}6 \cdot 10^{-4}\text{ N}}$

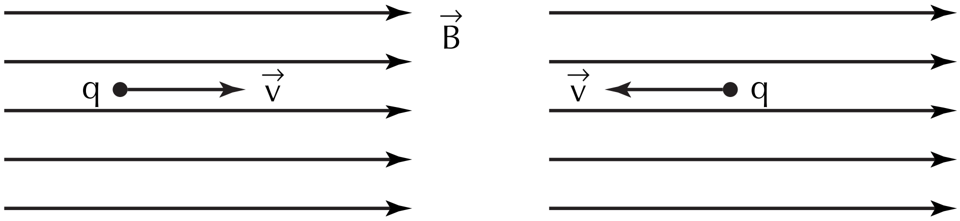
Leia sobre A Aurora Boreal no Encarte Colorido.

11.1. Conseqüências da ação da força magnética

Considere uma carga q penetrando em um campo magnético uniforme para as seguintes situações:

I. *A carga penetra formando um ângulo de 0° ou 180° com o campo magnético.*

Como o seno desses ângulos é nulo, a carga não sofre ação da força magnética.

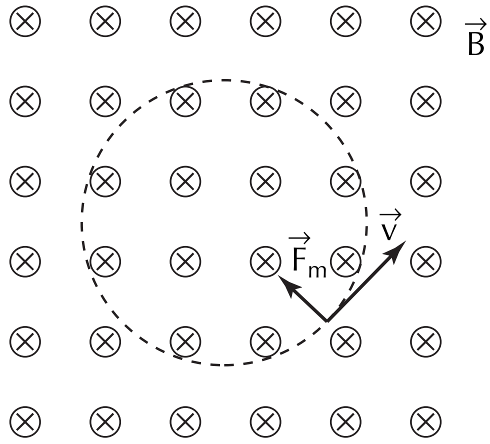


$$\text{sen}\,\theta = 0 \Rightarrow F_m = 0$$

II. *A carga penetra formando um ângulo de 90° com o campo magnético.*

Como o seno de 90° tem valor unitário, a força magnética assume intensidade máxima.

Como a intensidade da força é constante e normal ao vetor velocidade e sendo o movimento plano, a carga realizará um movimento circular e uniforme.



$$\boxed{\text{sen}\,\theta = 1 \;\Rightarrow\; \vec{F}_m = |q| \cdot v \cdot B}$$

O raio R da circunferência descrita pelo movimento da carga nessas condições pode ser calculado sabendo-se que a força magnética assume o mesmo valor da força centrípeta no movimento circular e uniforme. Como a força centrípeta vale $\frac{m \cdot v^2}{R}$, temos:

$$F_m = F_c \;\Rightarrow\; |q| \cdot v \cdot B = \frac{m \cdot v^2}{R} \;\Rightarrow\; \boxed{R = \frac{m \cdot v}{|q| \cdot B}},$$

em que m é a massa da partícula carregada com carga q e R é o raio da circunferência que representa a trajetória da carga.

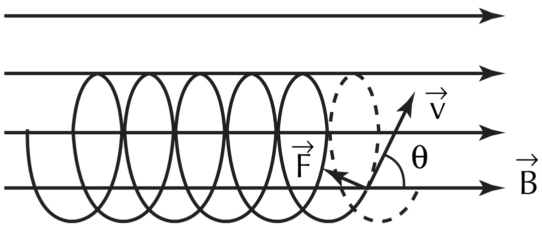
Como o período T no MCU vale $\frac{2\pi m}{v}$, substituindo em R temos:

$$T = \frac{2\pi}{V} \cdot \frac{m \cdot v}{|q| \cdot B} \;\Rightarrow\; \boxed{T = \frac{2\pi m}{B \cdot |q|}}$$

III. *A carga é lançada obliquamente ao campo magnético.*

Para esse caso, a velocidade se decompõe em duas. Uma componente tem a direção de $\vec{B}$ e causa um movimento retilíneo e uniforme (MRU); a outra componente tem a direção perpendicular a e causa um movimento circular e uniforme (MCU).

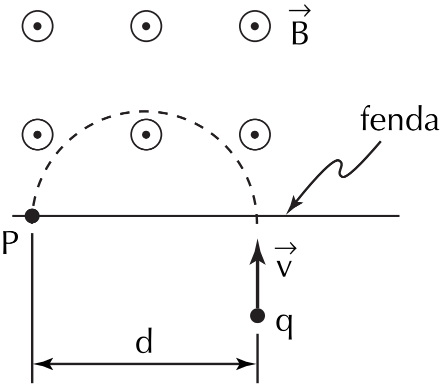
A superposição do MRU e do MCU resulta em um movimento helicoidal e uniforme. Sua trajetória forma uma figura denominada *hélice cilíndrica*.



Exemplos

a) Uma partícula de massa 10^{-8} kg e carga $2{,}0 \cdot 10^{6}$ C é lançada perpendicularmente a um campo magnético uniforme de intensidade 1.000 T com velocidade $10^4 \ \dfrac{m}{s}$.

Sabendo-se que a partícula atinge o ponto P da placa, determine o sinal da carga e a distância entre o ponto P e a fenda.



Solução

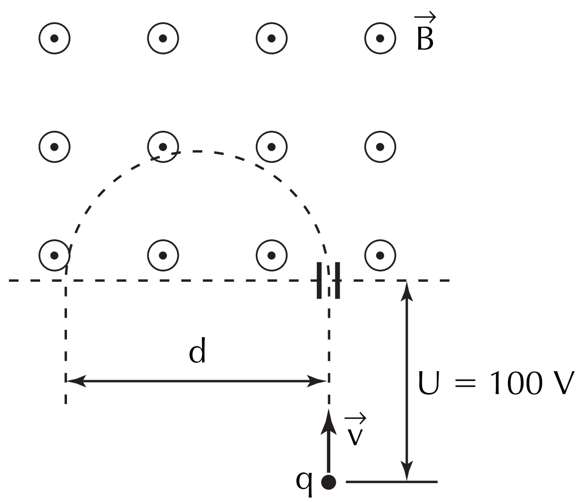
Pela regra da mão esquerda, determinamos o sentido da força e concluímos que o sinal da carga é positivo.

A distância da fenda ao ponto P vale:

$$R = \frac{m \cdot v}{q \cdot B} \Rightarrow 2d = \frac{10^{-8} \cdot 10^{4}}{2 \cdot 10^{-6} \cdot 10^{3}} \Rightarrow \boxed{d = 2{,}5 \text{ cm}}$$

b) Uma partícula onde a relação $\dfrac{q}{m}$ vale $2 \cdot 10^{6} \ \dfrac{C}{kg}$ é acelerada a partir do repouso por uma ddp de 10^2 V. A partícula penetra em um campo magnético uniforme de indução $2{,}0 \cdot 10^{-1}$ T, conforme mostra a figura.

Determine a velocidade de penetração no campo elétrico, a distância entre o ponto de entrada e saída do campo magnético e o tempo de permanência da partícula na região do campo magnético.



Solução

O trabalho realizado pela força elétrica que acelera a partícula é dado pelo produto da carga pela ddp; logo:

$$\boxed{\tau = qU}$$

O trabalho realizado entre o ponto de partida da partícula e o ponto de entrada no campo magnético vale a diferença entre a energia cinética nestes dois pontos. Como a velocidade inicial é nula, temos:

$$qU = \frac{m \cdot v^2}{2}$$

Logo, a velocidade vale:

$$v^2 = \frac{2q \cdot U}{m} \Rightarrow v^2 = 2 \cdot 2 \cdot 10^6 \cdot 10^2 \Rightarrow \boxed{v = 2 \cdot 10^4 \ \frac{m}{s}}$$

A distância entre o ponto de entrada e saída da partícula do campo magnético tem o valor de:

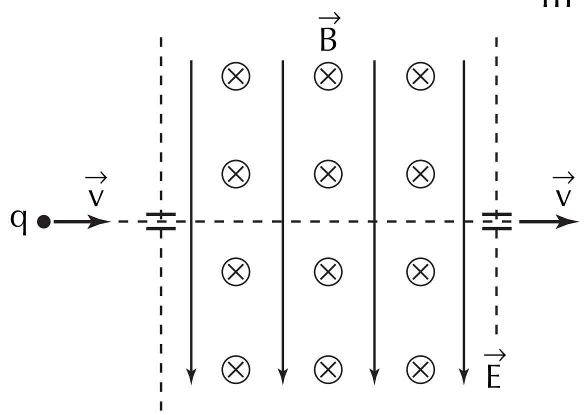
$$R = \frac{m \cdot v}{q \cdot B} \Rightarrow \frac{d}{2} = \frac{2 \cdot 10^4}{2 \cdot 10^6 \cdot 2 \cdot 10^{-1}} \Rightarrow \boxed{d = 10 \text{ cm}}$$

O tempo de permanência equivale a meio período do MCU descrito, sob a influência do campo magnético. Assim:

$$T = \frac{2\pi m}{B \cdot |q|} \Rightarrow \Delta t = \frac{T}{2} = \frac{\pi m}{B \cdot |q|} \Rightarrow \Delta t = \frac{\pi}{2 \cdot 10^6 \cdot 2 \cdot 10^{-1}} \Rightarrow$$

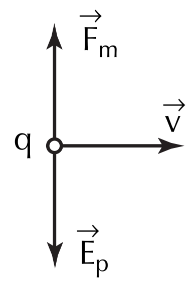
$$\Rightarrow \boxed{\Delta t = 2{,}5\pi \cdot 10^{-6} \text{ s}}$$

c) Uma carga elétrica de $1{,}0 \cdot 10^{-6}$ C penetra em uma região na qual existe um campo elétrico uniforme de intensidade $2{,}0 \cdot 10^3 \ \frac{V}{m}$ e um campo magnético, também uniforme, de intensidade $1{,}0 \cdot 10^{-2}$ T. Calcule a velocidade de penetração da partícula na região sob ação dos campos elétrico e magnético para que não haja desvio na trajetória da partícula. O meio é o vácuo.



Solução

A ação da força elétrica F_e e da força magnética F_m está representada ao lado:

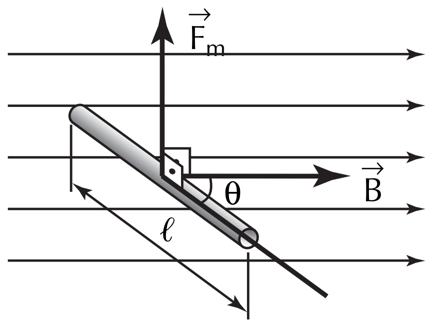


Para que a situação seja possível, a força elétrica tem de ter a mesma intensidade da força magnética; logo:

$F_m = F_c \Rightarrow B \cdot |q| \cdot v = |q| \cdot E \Rightarrow v = \dfrac{E}{B} \Rightarrow$

$\Rightarrow v = \dfrac{2{,}0 \cdot 10^3}{1{,}0 \cdot 10^{-2}} \Rightarrow \boxed{v = 2{,}0 \cdot 10^5 \ \dfrac{m}{s}}$

12. Força magnética em um condutor retilíneo



Um condutor retilíneo, quando atravessado por uma corrente elétrica e submetido à ação de um campo magnético, sofre a ação de uma força magnética.

Como a corrente elétrica é um conjunto de cargas em movimento ordenado, a força a que o condutor fica sujeito é a resultante do conjunto de forças que atuam nas cargas em movimento.

Considere n o número de cargas q que atravessam o condutor em um determinado intervalo de tempo Δt e ℓ o comprimento do condutor considerado.

Sobre a carga q, temos a seguinte atuação de força magnética:

$$F'_m = |q| \cdot v \cdot B \cdot \text{sen}\ \theta$$

Sobre o condutor, temos:

$$F_m = m \cdot F'_m$$

$$F_m = m \cdot |q| \cdot v \cdot B \cdot \text{sen}\ \theta$$

Sendo a velocidade o quociente do comprimento pelo intervalo de tempo, obtemos:

$$F_m = m \cdot |q| \cdot \frac{\ell}{\Delta t} \cdot B \cdot \text{sen}\ \theta$$

Como $\dfrac{n \cdot |q|}{\Delta t}$ i' é igual à corrente elétrica i, chegamos a:

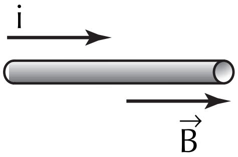
$$\boxed{F_m = B \cdot i \cdot \ell \cdot \text{sen}\ \theta}$$

O sentido da força é determinado pela regra da mão esquerda, substituindo a velocidade v pela corrente i.

Exemplos

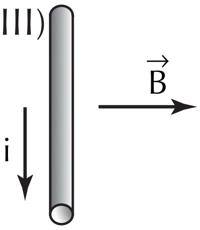
a) Caracterize a força magnética sofrida pelo condutor nas situações a seguir, onde existe a ação do campo magnético $\vec{B}$.

I)

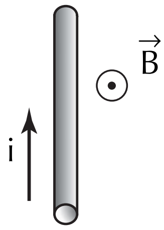


II)

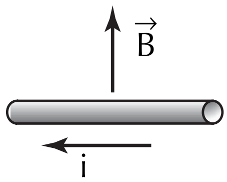
III)



IV)



V)

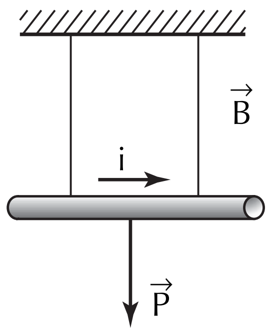


Solução

As situações são resolvidas com a aplicação da regra da mão esquerda.

I) $\vec{F}_m = 0$ II) $\vec{F}_m = 0$ III) $\odot\ \vec{F}_m$ IV) $\xrightarrow{\vec{F}_m}$ V) $\otimes\ \vec{F}_m$

b) Um condutor é suspenso em um campo magnético $\vec{B}$ por dois fios de peso desprezível, conforme mostra a figura ao lado. Qual a intensidade do campo magnético para que a tração nos fios seja nula? O condutor tem massa $1{,}0 \cdot 10^{-2}$ kg e comprimento 0,5 m e a intensidade da corrente que o atravessa vale 1,0 A. Dado $g = 10\ \dfrac{m}{s^2}$.



Solução

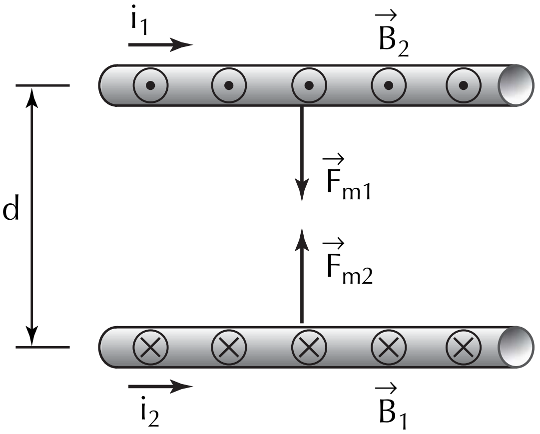
A força magnética, nestas condições, deve ser igual ao peso do fio. Logo:

$F_m = P \Rightarrow B \cdot i \cdot \ell \cdot \text{sen}\ \theta = m \cdot g \Rightarrow B = \dfrac{1{,}0 \cdot 10^{-2} \cdot 10}{1{,}0 \cdot 0{,}5} \Rightarrow$

$\Rightarrow B = 2 \cdot 10^{-1}$ T

13. Força magnética entre dois condutores paralelos

Considere dois fios condutores paralelos de comprimentos iguais e separados pela distância d, percorridos pelas correntes i_1 e i_2, respectivamente. Sejam $\vec{B}_1$ o vetor indução magnética produzido por i_1 onde está i_2 e $\vec{B}_2$, o vetor indução magnética produzido por i_2 onde está i_1. Os vetores $\vec{B}_1$ e $\vec{B}_2$ têm sentidos determinados pela regra da mão esquerda. As intensidades de $\vec{B}_1$ e $\vec{B}_2$ são dadas por:



$$B_2 = \frac{\mu}{2\pi} \cdot \frac{i_1}{d}$$

$$B_1 = \frac{\mu}{2\pi} \cdot \frac{i_2}{d}$$

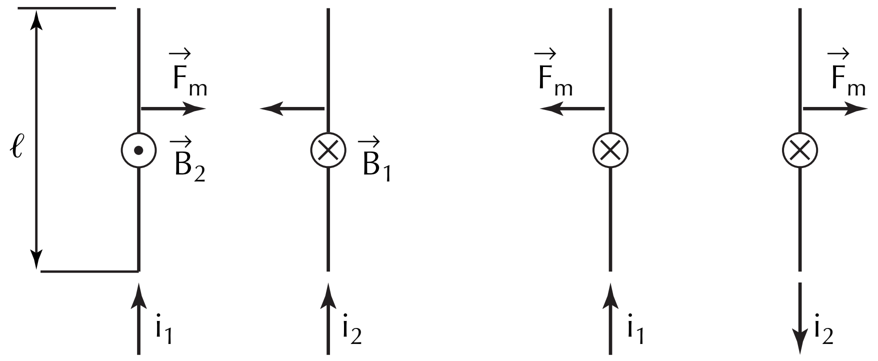
Como os campos magnéticos estão em planos perpendiculares aos fios, temos:

$$F_{m_1} = B_2 \cdot i_1 \cdot \ell \Rightarrow F_{m1} = \frac{\mu}{2\pi} \cdot \frac{i_1 \cdot i_2}{d} \cdot \ell$$

As forças magnéticas a que os fios são submetidos têm o mesmo valor. Assim:

$$F_m = \frac{\mu}{2\pi} \cdot \frac{i_1 \cdot i_2}{d} \cdot \ell$$

A força será de atração quando as correntes forem no mesmo sentido; de repulsão, quando em sentidos opostos.



Exemplos

a) Dois fios retos e paralelos de grande comprimento estão separados por uma distância de 20 cm. As correntes que percorrem os fios são de valor igual a 10 A no mesmo sentido. Determine a força magnética por unidade de comprimento entre os fios.

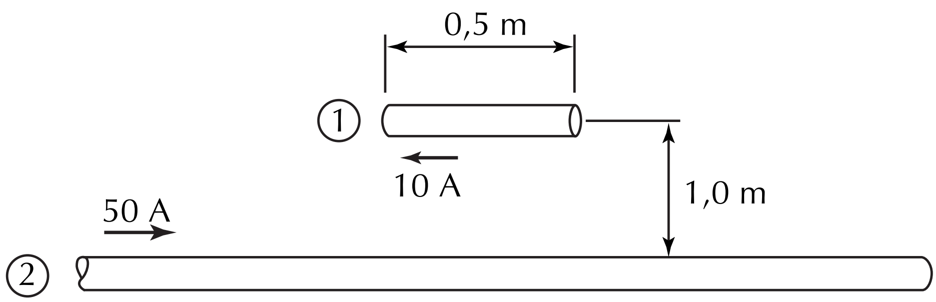
Considere $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \dfrac{T \cdot m}{A}$.

Solução

$$\frac{F_m}{\ell} = \frac{\mu}{2\pi} \cdot \frac{i_1 \cdot i_2}{d} \Rightarrow \frac{F_m}{\ell} = \frac{4\pi \cdot 10^{-7}}{2p} \cdot \frac{10^2}{20 \cdot 10^{-2}} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \boxed{\frac{F_m}{\ell} = 10^{-4}\ \frac{N}{m}}$$

b) Dois condutores retos estão dispostos conforme a figura.



O comprimento do condutor 2 é muito grande. Sendo $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \dfrac{T \cdot m}{A}$, determine a força de interação entre os dois condutores e a intensidade do vetor indução magnética que, devido ao condutor 2, age no condutor 1.

Solução

A força de interação vale:

$$F_m = \frac{\mu}{2\pi} \cdot \frac{i_2 \cdot i_1}{d} \cdot \ell \Rightarrow F_m = \frac{4\pi \cdot 10^{-7}}{2\pi} \cdot \frac{50 \cdot 10}{1,0} \cdot 0,5 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \boxed{F_m = 5,0 \cdot 10^{-5}\ \text{N}}$$

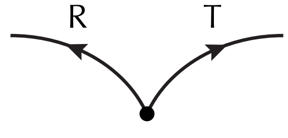
A intensidade do vetor indução magnética solicitado tem o valor de:

$$B = \frac{\mu}{2\pi} \cdot \frac{i}{d} \Rightarrow B = \frac{4\pi \cdot 10^{-7}}{2p} \cdot \frac{50}{1,0} \Rightarrow \boxed{B = 1,0 \cdot 10^{-6}\ \text{T}}$$

EXERCÍCIOS PROPOSTOS

14. (UFSC) Uma carga elétrica puntiforme move-se num campo magnético e sofre a ação de uma força devida à ação deste campo. Considerando esta força, é correto afirmar que:
    a) A força é diretamente proporcional à velocidade da carga elétrica.
    b) A força é diretamente proporcional ao calor específico da carga elétrica.
    c) A força é diretamente proporcional à intensidade da indução magnética.
    d) A direção e o sentido da força dependem da direção e do sentido do movimento da carga elétrica.
    e) A força independe da carga elétrica e da velocidade.

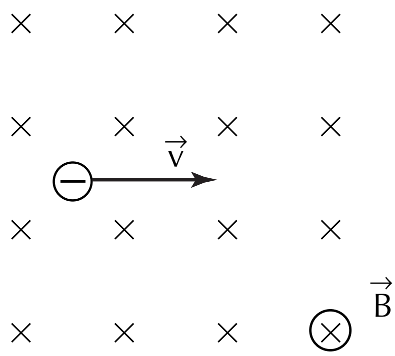
15. (UFPI) A figura mostra a trajetória de duas partículas, R e T, num campo magnético uniforme que aponta perpendicularmente da página para o leitor.



Podemos concluir que as cargas elétricas de R e T são, respectivamente:

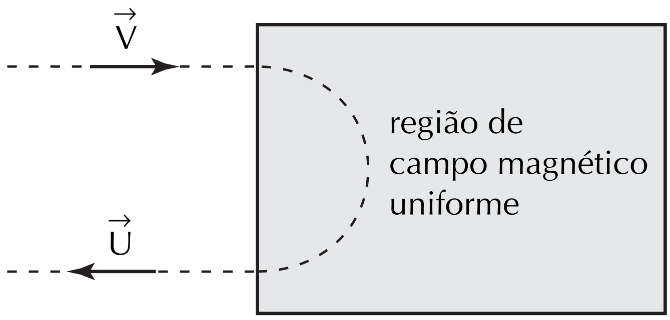
a) + e − b) − e + c) + e + d) − e − e) 0 e 0

16. (UFSC) Uma carga elétrica negativa, ao atravessar uma região de campo magnético, perpendicular à sua velocidade, como mostra a figura:



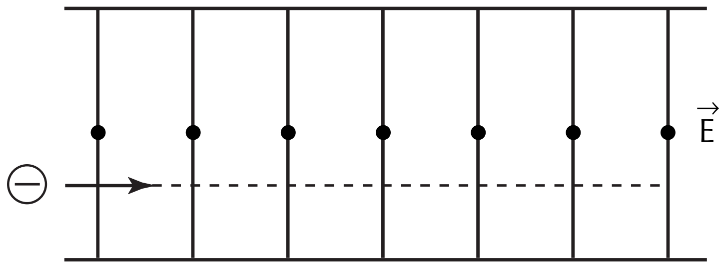
a) será desviada para baixo do plano da página;
b) será desviada para fora da página;
c) será desviada para dentro da página;
d) será desviada para cima, no plano da página;
e) descreverá uma trajetória circular em sentido anti-horário;
f) descreverá uma trajetória circular no sentido horário;
g) descreverá uma trajetória helicoidal.

17. (Unesp-SP) Uma partícula de pequena massa e eletricamente carregada, movimentando-se da esquerda para a direita com velocidade constante $\vec{v}$, entra numa região em que há um campo magnético uniforme. Devido à ação deste campo sobre a carga, a partícula descreve uma semicircunferência e retorna para a esquerda com velocidade $\vec{u}$, paralela a $\vec{v}$, com $\vec{u} = \vec{v}$ como mostra a figura.



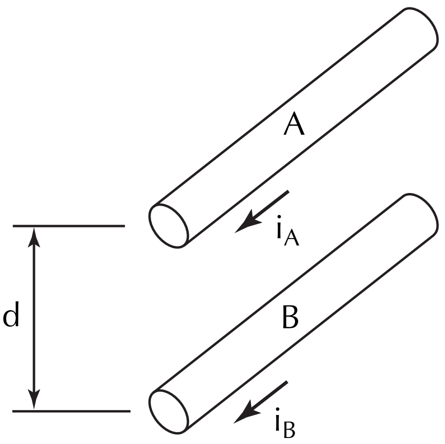
a) Qual a direção das linhas deste campo magnético?
b) Explique porque $|\vec{u}| = |\vec{v}|$.

18. (UFPI) Quais devem ser o módulo, a direção e o sentido do campo magnético entre as placas do capacitor plano de placas paralelas, mostrado na figura, para que um elétron ao penetrar perpendicularmente à direção do campo elétrico $|\vec{B}| = 1{,}5 \cdot 10^2 \ \frac{N}{C}$, com velocidade $v = 5{,}0 \cdot 10^5 \ \frac{m}{s}$, execute um movimento ao longo de uma trajetória reta?



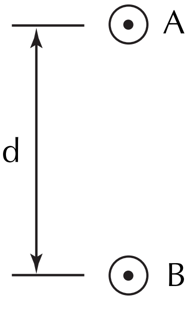
a) $B = 2{,}0 \cdot 10^{-2}$ T, perpendicular à página, apontando para dentro (penetrando na folha).
b) $B = 3{,}0 \cdot 10^{-4}$ T, horizontal, apontando para a direita.
c) $B = 3{,}0 \cdot 10^{-4}$ T, vertical, apontando para cima.
d) $B = 3{,}0 \cdot 10^{-4}$ T, perpendicular à página, apontando para fora (saindo da página).
e) $B = 2{,}0 \cdot 10^{-4}$ T, horizontal, apontando para a esquerda.

19. (UFPA) A figura mostra dois fios condutores paralelos e horizontais A e B, muito longos, separados por uma distância d = 1,0 cm, num plano vertical. Os fios são percorridos por correntes elétricas de intensidade i_A e i_B, respectivamente.



Dado: permeabilidade magnética no vácuo:
$\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}\ \dfrac{T \cdot m}{A}$.

a) Representa-se ao lado, uma vista frontal de dois fios. As correntes i_A e i_B saem do plano do papel. Marque na figura uma seta indicando a direção e o sentido do campo magnético produzido pelo fio A no local em que se encontra o fio B e uma seta indicando a direção e o sentido da força magnética que o fio B exerce sobre o fio A;



b) Considere que o fio B pesa 0,05 $\dfrac{N}{m}$ e que a intensidade da corrente i_B é igual a 25 A. Qual seria a intensidade da corrente i_A, em ampère, necessária para que a força magnética de A sobre B equilibrasse o peso de B?

Capítulo 18

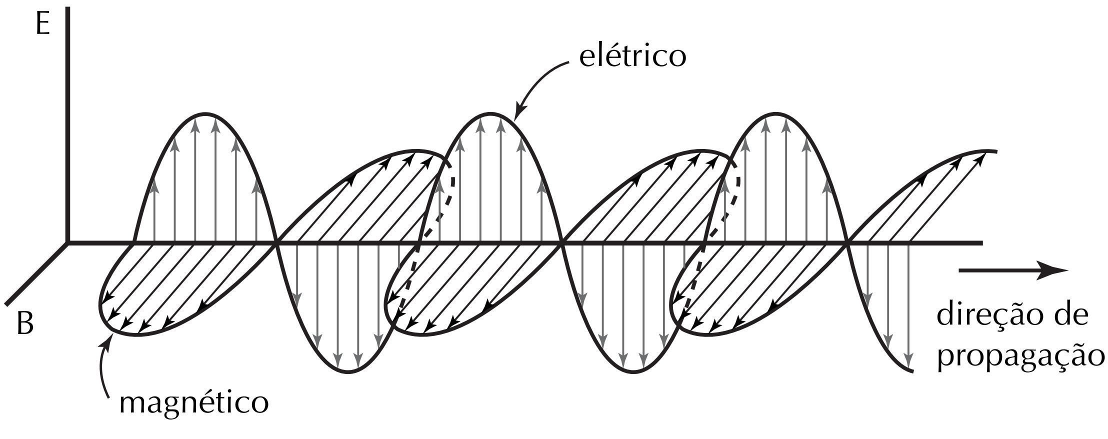
Ondulatória

1. Ondas eletromagnéticas

1.1. Natureza das ondas eletromagnéticas

Quando uma carga elétrica é acelerada, ocorre a formação de um campo elétrico caracterizado pelo vetor $\vec{E}$ e de um campo magnético caracterizado pelo vetor indução magnética $\vec{B}$. Como esses campos são variáveis ao longo do tempo, a variação determina uma perturbação eletromagnética individualizada na forma de uma onda eletromagnética que se propaga no espaço.

O vetor de campo elétrico $\vec{E}$ e o vetor de indução magnética $\vec{B}$ têm direções perpendiculares, como representado na figura abaixo.



Uma onda eletromagnética não depende de meio material para propagar-se; assim, ela se propaga no vácuo, onde sua velocidade é máxima e vale 300.000 $\frac{km}{s}$. Nos meios materiais, a velocidade é sempre inferior à citada.

1.2. Tipos de ondas eletromagnéticas

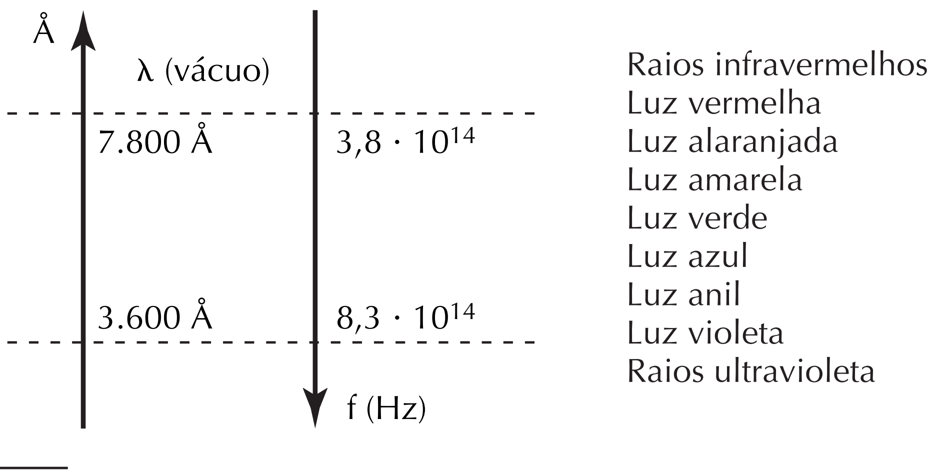
Os vários tipos de ondas eletromagnéticas diferem umas das outras unicamente pela freqüência e comprimento de onda. A gama de freqüências abrangidas pelas ondas eletromagnéticas é chamada *espectro eletromagnético*.

O olho humano é sensível à radiação* eletromagnética de comprimento de onda entre $3,6 \cdot 10^{-7}$ m e $7,8 \cdot 10^{-7}$ m, na faixa da luz visível. O termo *luz* também é usado para caracterizar ondas pouco afastadas da luz visível, como a luz infravermelha e a ultravioleta.

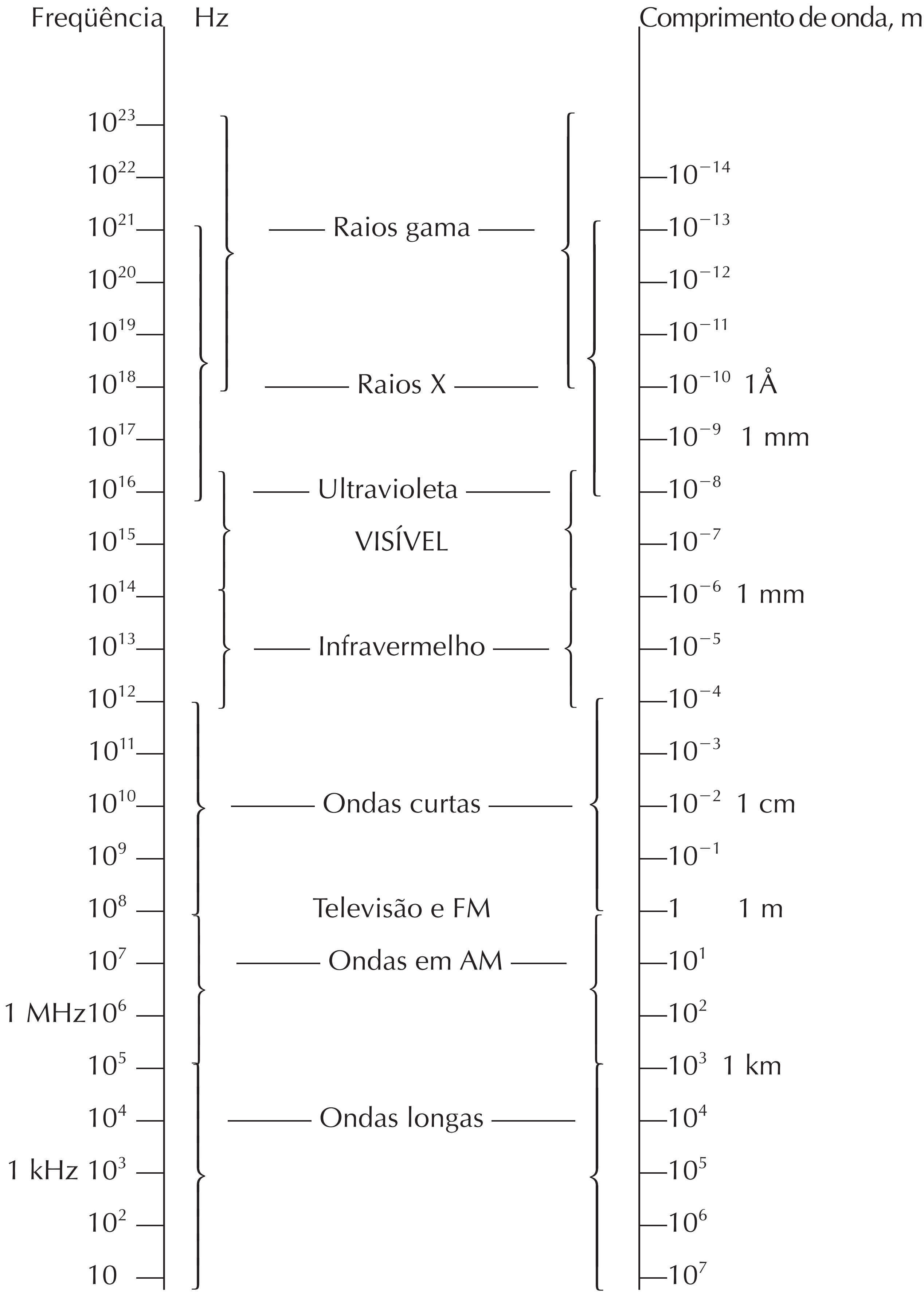
Não há limites para o comprimento de onda das ondas eletromagnéticas.

A descrição completa das ondas eletromagnéticas se baseia nas leis da eletricidade e do magnetismo, conforme a teoria de James Clerb Maxwell estabelecida em meados do século XIX.

Dentro da faixa de luz visível, os diferentes tipos de luzes (cores) monocromáticas se distribuem assim:

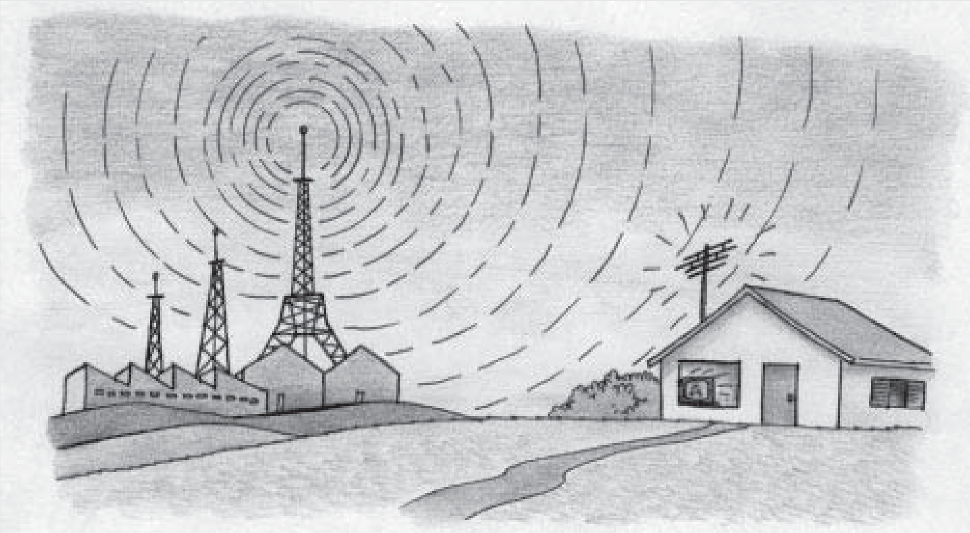


* O termo radiação é muito usado e significa energia a se propagar no espaço ou em um meio material; logo, a onda eletromagnética é uma radiação.


Freqüência Hz
Comprimento de onda, m
10^23
10^22
10^21
10^20
10^19
10^18
10^17
10^16
10^15
10^14
10^13
10^12
10^11
10^10
10^9
10^8
10^7
1 MHz 10^6
10^5
10^4
1 kHz 10^3
10^2
10
Raios gama
Raios X
Ultravioleta
VISÍVEL
Infravermelho
Ondas curtas
Televisão e FM
Ondas em AM
Ondas longas
10^−14
10^−13
10^−12
10^−11
10^−10 1Å
10^−9 1 mm
10^−8
10^−7
10^−6 1 mm
10^−5
10^−4
10^−3
10^−2 1 cm
10^−1
1 1 m
10^1
10^2
10^3 1 km
10^4
10^5
10^6
10^7

O princípio do funcionamento de televisores e rádios

Esses aparelhos têm como base de funcionamento uma estação transmissora e um aparelho receptor de ondas magnéticas.



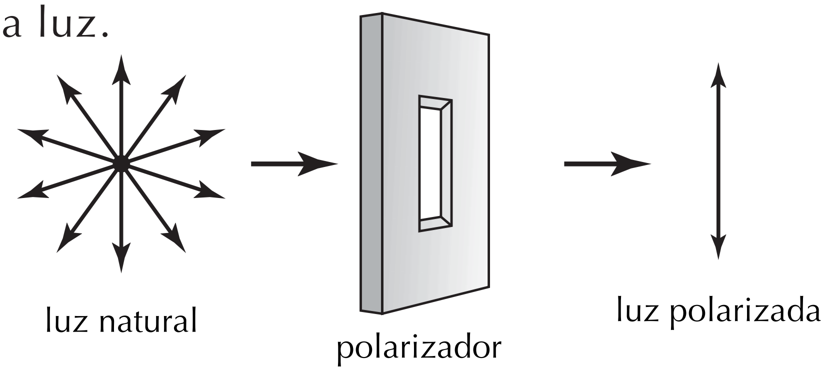
A estação transmissora, em freqüência própria, emite ondas que carregam uma variedade enorme de informações. Estas ondas são captadas por meio de antenas próprias e transformadas em som e/ou imagem.

1.3. Polarização

Normalmente, uma fonte luminosa emite luz constituída por ondas eletromagnéticas que apresentam vibrações em diversos planos perpendiculares a cada raio de onda. A luz que apresenta as condições descritas é denominada luz natural.

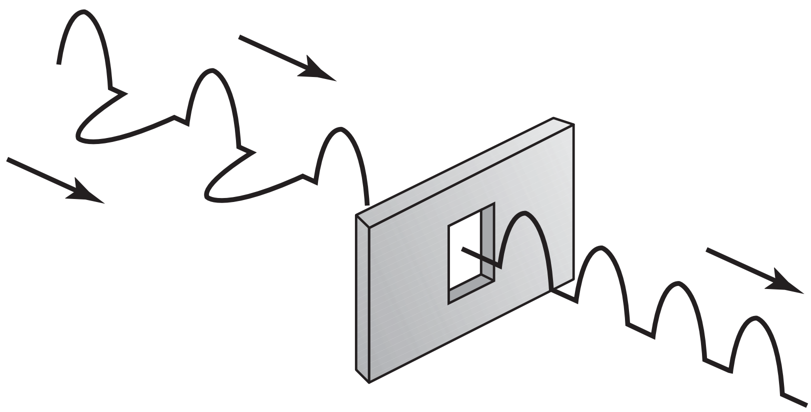
Onda polarizada é uma onda que passa a apresentar vibrações em um único plano.

A figura a seguir mostra um processo simplificado de polarização da luz.



O polarizador funciona como uma espécie de filtro que só permite a passagem das vibrações em determinado plano. Caso uma luz polarizada incida em outro polarizador e este não esteja alinhado com o plano da luz polarizada, não haverá emergência de luz.

Toda onda transversal que tenha vibrações em mais de um plano perpendicular a um raio de onda pode ser polarizada. A seguir, apresentamos um exemplo de uma onda transversal a se propagar em uma corda tensa em dois planos, passando por um dispositivo polarizador tipo fenda.

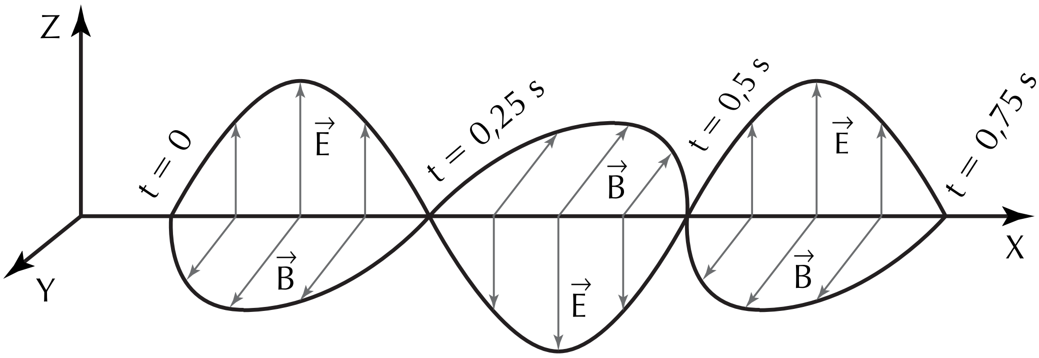


Observe que as ondas sonoras, por serem longitudinais, não sofrem polarização.

Leia sobre os Raios *Laser* no Encarte Colorido.

EXERCÍCIOS PROPOSTOS

1. (UFBA) A figura abaixo representa uma onda eletromagnética, de comprimento de onda igual a 10^{-10} m, propagando-se na direção x, em um meio material. $\vec{E}$ representa o campo elétrico oscilante, $\vec{B}$, o campo magnético oscilante, e t, o tempo em 10^{-18} s.



Assim sendo, pode-se afirmar que:

a) A onda é longitudinal.

b) A velocidade de propagação da onda vale $2 \cdot 10^8 \frac{m}{s}$.

c) No vácuo, a onda se propagaria com maior velocidade do que em um meio material qualquer.

d) Os campos elétrico e magnético estão em fase.

e) A onda poderia se propagar em qualquer meio.

2. (UFGO) A luz e o som estão fortemente relacionados com dois importantes sentidos do homem: a visão e a audição. Os órgãos responsáveis pela percepção da luz e do som, .os olhos e os ouvidos, recebem energia transportada pelas ondas luminosas e pelas ondas sonoras, respectivamente. Existem diferenças fundamentais entre estes dois tipos de ondas. Considerando as características ondulatórias da luz e do som, pode-se afirmar que:

a) As ondas sonoras são ondas mecânicas e as luminosas são ondas eletromagnéticas.

b) O vácuo é o melhor meio para propagação da luz e do som.

c) O fato de se poder continuar escutando o ruído de um carro que virou uma esquina, mesmo sem continuar a vê-lo, é devido ao som poder difratar-se.

d) Ao passarem do ar para a água, a onda sonora aumenta sua velocidade de propagação e a onda luminosa diminui.

e) Num relâmpago, os efeitos sonoros e luminosos são simultâneos, porém são percebidos por uma pessoa normal, em instantes diferentes, devido à diferença entre a velocidade de propagação do som e da luz.

f) As transmissões radiofônicas (ondas de rádio que vão da antena da estação até a antena de seu rádio) são feitas por ondas eletromagnéticas e as ondas do rádio até o ouvinte são ondas sonoras.

3. Um forno de microondas é projetado para, mediante um processo de ressonância, transferir energia para os alimentos que necessitamos aquecer ou cozer. Nesse processo de ressonância, as molé-

culas de água do alimento começam a vibrar, produzindo calor necessário para o cozimento ou aquecimento. A freqüência das ondas produzidas pelo forno é da ordem de $2,45 \cdot 10^9$ Hz, que é igual à freqüência de vibração das moléculas de água.

a) Qual o comprimento das ondas produzidas no interior do forno?

b) Por que não é aconselhável utilizar invólucros metálicos para envolver os alimentos que serão levados ao forno?

4. (UFPA) Considere as afirmativas abaixo:

1) Os raios X são ondas eletromagnéticas com freqüências maiores que as da radiação ultravioleta.

2) A radiação infravermelha tem comprimento de onda intermediário entre microonda e luz vermelha.

3) As microondas são ondas eletromagnéticas que permitem o funcionamento de radar.

4) Os raios X têm comprimentos de onda situados na faixa do espectro visível.

São corretas:

a) 1, 2 e 3
b) 1, 2 e 4
c) 1, 3 e 4
d) 2, 3 e 4
e) 3 e 4

5. (UFPA) Quando você olha uma radiografia, observa que na chapa as posições correspondentes aos ossos são mais claras. Isto se deve ao fato de que nos corpos constituídos por átomos mais pesados:

a) ocorre a difração do raio X;

b) há microonda;

c) é menor a absorção de raio X;

d) é maior a absorção de raio X;

e) ocorre reflexão dos raios X.

6. (UFRS) Associe cada descrição com o nome pelo qual o fenômeno é conhecido.

1 – Difração 2 – Dispersão 3 – Polarização

( ) Luz monocromática que passa por uma pequena fenda, propaga-se em muitas direções e forma uma figura de interferência luminosa variável.

( ) Quando um feixe de luz incide na superfície de uma lâmina de vidro plana e lisa, para um determinado ângulo de incidência, a parte da luz que é refletida se propaga com o campo elétrico dessa radiação oscilando em uma única direção.

a) 1-2 b) 1-3 c) 2-1 d) 2-3 e) 3-2

7. (UFPI) As cores observadas em uma bolha de sabão são causadas principalmente por:

a) pigmentos;
b) reflexão;
c) absorção;
d) polarização;
e) interferência.

8. (UFSC) Assinale a(s) afirmativa(s) correta(s).

a) Um dos fenômenos que caracteriza uma onda transversal e a distingue de uma onda longitudinal é a polarização.
b) A luz e o som têm caráter ondulatório, mas a luz pode ser polarizada e o som não, porque o som necessita de um meio material para se propagar e a luz não.
c) No vácuo, todas as ondas eletromagnéticas possuem a mesma velocidade e o mesmo comprimento de onda.
d) Luzes de cores diferentes têm freqüências diferentes.
e) O comprimento de onda de uma determinada luz monocromática independe do meio no qual ela se propaga.
f) O índice de refração de uma substância homogênea é medido em angströns no Sistema Internacional de unidades.

9. (UFPI) A natureza transversal das ondas eletromagnéticas é comprovada pela:

a) refração;
b) polarização;
c) reflexão;
d) difração;
e) interferência.