

Lógica Matemática

Lógica Matemática

Definição

Proposições são todas as expressões acerca das quais faz sentido referir se são verdadeiras ou se são falsas

Princípio da Não Contradição

Uma proposição não pode ser simultaneamente verdadeira e falsa.

Princípio do Terceiro Excluído

Uma proposição ou é verdadeira ou é falsa (não havendo uma terceira opção)

Proposições Equivalentes: Têm o mesmo valor lógico

Operações Lógicas

Negação

$$p \longrightarrow \sim p$$

Lê-se “não p ”

Conjunção

$$(p, q) \longrightarrow p \wedge q$$

Lê-se “ p e q ”

Disjunção

$$(p, q) \longrightarrow p \vee q$$

Lê-se “ p ou q ”

Implicação

$$(p, q) \longrightarrow p \Rightarrow q$$

Lê-se

Material

“ p implica q ”

Equivalência

$$(p, q) \longrightarrow p \Leftrightarrow q$$

Lê-se

Material

“ p se, e só se, q ”

Disjunção
exclusiva

$$(p, q) \longrightarrow p \dot{\vee} q$$

Lê-se

“ou p ou q ”

Prioridades das Operações

- Equivalência
- Implicação
- Negação
- Conjunção, Disjunção, Disjunção Exclusiva

Propriedades da Conjunção e Disjunção

- Idempotência
- Comutatividade
- Associatividade
- Distributividade
 - da conjunção em relação à disjunção
 - da disjunção em relação à conjunção
- Existência de Elemento Neutro
- Existência de Elemento Absorvente

Negação de Proposições

Dupla Negação

$$(\sim\sim p) \Leftrightarrow p$$

Primeiras Leis de De Morgan

$$[\sim (p \wedge q)] \Leftrightarrow (\sim p \vee \sim q)$$

$$[\sim (p \vee q)] \Leftrightarrow (\sim p \wedge \sim q)$$

Condições ou Expressões Proposicionais

Definição

Condições expressão dependente de variável que quando concretizada resulta numa proposição

$$\text{CONDIÇÕES} \left\{ \begin{array}{l} \text{Possíveis} \\ \text{Impossíveis} \end{array} \right. \left\{ \begin{array}{l} \text{Universais} \\ \text{Não Universais} \end{array} \right.$$

Nota: A classificação de uma condição depende do universo considerado.

Conjuntos de Verdade

Definição

Num dado universo U , o conjunto de verdade de uma condição é constituído por todos os elementos de U que verificam a condição.

Equivalência formal de condições \longleftrightarrow Igualdade dos conjuntos de verdade.

Implicação formal de condições \longleftrightarrow Inclusão dos conjuntos de verdade.

<i>Condições</i>	<i>Conjuntos de verdade</i>
$p(x) \wedge q(x)$	$P \cap Q$
$p(x) \vee q(x)$	$P \cup Q$
$\sim p(x)$	$P^c = U \setminus P$
<i>Universais</i>	U
<i>Impossíveis</i>	\emptyset

Distributividade de Condições

Propriedade Distributiva

$$P \cap (Q \cup R) = (P \cap Q) \cup (P \cap R)$$

$$P \cup (Q \cap R) = (P \cup Q) \cap (P \cup R)$$

Negação de Condições

Dupla Complementação

$$(P^c)^c = P.$$

Primeiras Leis de De Morgan para conjuntos

$$(P \cap Q)^c = P^c \cup Q^c.$$

$$(P \cup Q)^c = P^c \cap Q^c.$$

Quantificadores

Permitem converter condições em proposições.

\forall quantificador universal

\exists quantificador existencial

\exists^1 quantificador de existência e unicidade

Segundas Leis de De Morgan

$$\sim \forall x p(x) \Leftrightarrow \exists x \sim p(x).$$

$$\sim \exists x p(x) \Leftrightarrow \forall x \sim p(x).$$