

Variações da Máquina de Turing

Teoria da Computação

Prof. Matheus Avila Moreira de Paula

matheusavila@cefetmg.br

Engenharia da Computação

Centro Federal de Educação Tecnológica Leopoldina

Variações da Máquina de Turing

► Como podemos “incrementar” o modelo da máquina de Turing padrão?

- operação de permanecer
- fita bidimensional (múltiplas trilhas)
- fita ilimitada em ambas as direções
- várias fitas
- não-determinismo



► Algumas dessas modificações ou combinações delas aumentam o poder computacional da máquina?



Máquina com operação permanecer

- ▶ Permite que a máquina não movimente a cabeça de leitura/escrita em uma transição (L, R, S)
- ▶ Função de transição da forma:

$$\delta : Q \times \Gamma \rightarrow Q \times \Gamma \times \{L, R, S\}$$

Uma máquina com operação permanecer tem poder computacional maior que a MT padrão???

Provando equivalência de modelos

- ▶ Para provar que dois modelos são equivalentes precisamos provar que eles podem simular um ao outro!
- ▶ Precisamos mostrar ambas as direções!

Como podemos provar para a máquina com operação permanecer???

Máquina com operação permanecer

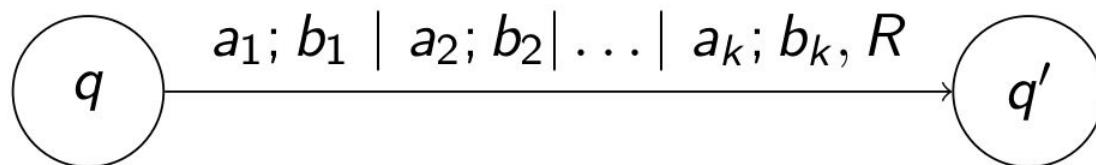
- ▶ (→) Máquina de Turing padrão pode ser facilmente simulada com uma máquina com a operação permanecer (a operação permanecer não será usada!)
- ▶ (←) Uma máquina de Turing com movimento S pode ser simulada por uma máquina de Turing com movimentos L e R:
 - Um movimento S pode ser simulado por um R seguido por um L



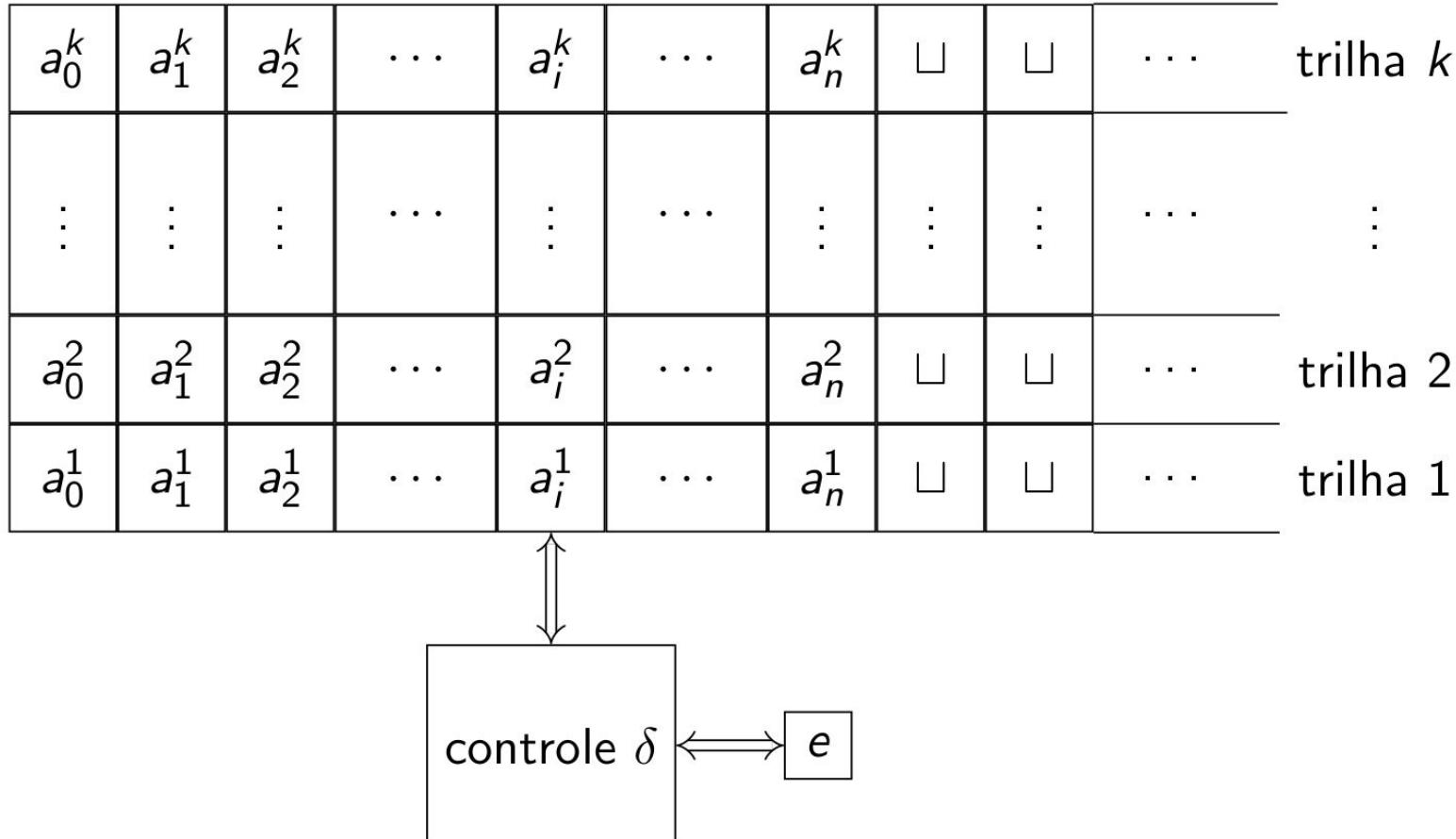
Máquina com fita bidimensional (múltiplas trilhas)

- Máquina tem uma única fita, mas ela possui várias trilhas
- Uma única cabeça de leitura/escrita aponta para a mesma posição de todas as trilhas
- Função de transição da forma:

$$\delta : Q \times \Gamma^k \rightarrow Q \times \Gamma^k \times \{L, R, S\}$$



Máquina com fita bidimensional (múltiplas trilhas)



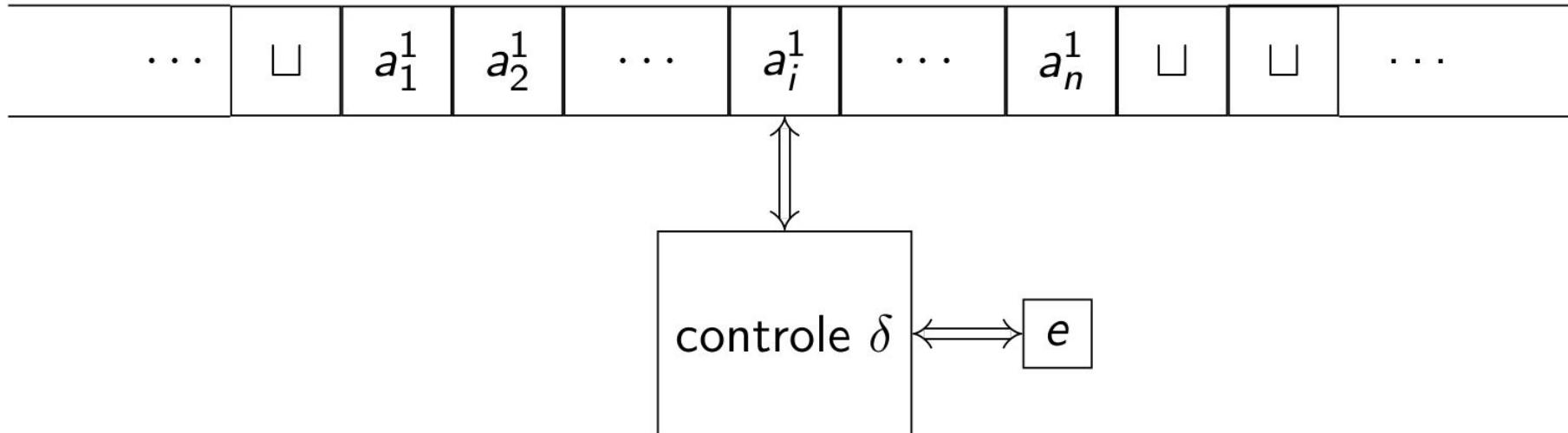
Mostrando equivalência com a máquina padrão

- (\rightarrow) Máquina de Turing padrão pode ser simulada com a máquina de múltiplas trilhas usando-se somente uma das trilhas e ignorando as demais
- (\leftarrow) Máquinas com múltiplas trilhas podem ser simuladas por Máquinas de Turing padrão utilizando-se como alfabeto Γ^k



Máquina com fita ilimitada em ambas as direções

- Após o símbolo mais a esquerda da entrada existem infinitos símbolos em branco (assim como existe ao final da palavra)



Mostrando equivalência com a máquina padrão

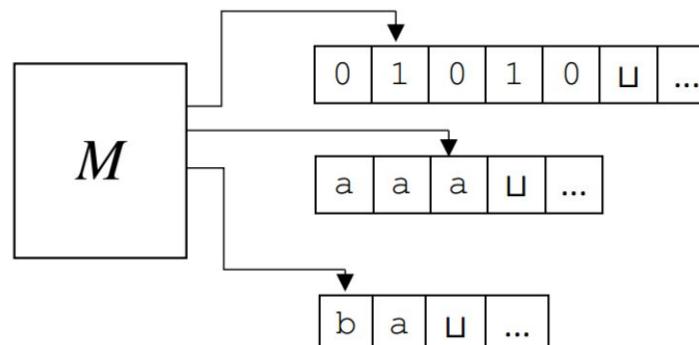
- ▶ (\rightarrow) Máquina padrão pode ser simulada por máquina de fita ilimitada que insere um símbolo marcador de início (# por exemplo) a esquerda do primeiro símbolo da palavra na fita
- ▶ (\leftarrow) Máquina de fita ilimitada pode ser simulada por uma máquina com duas trilhas, sendo que a segunda trilha armazena o conteúdo a esquerda da posição inicial da cabeça de leitura/escrita



Máquina multifita

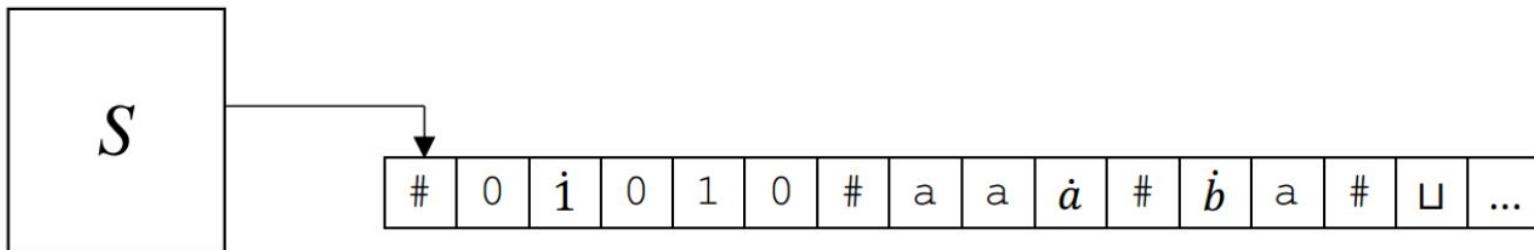
- ▶ Várias fitas
- ▶ Cada uma tem sua própria cabeça de leitura/escrita
- ▶ Entrada é posicionada na primeira fita e todas as demais fitas começam em branco
- ▶ Função de transição da forma:

$$\delta : Q \times \Gamma^k \rightarrow Q \times (\Gamma \times \{L, R, S\})^k$$



Mostrando equivalência com a máquina padrão

- (\rightarrow) Máquina padrão é uma máquina multifita com apenas uma fita
- (\leftarrow) Uma máquina multifita pode ser simulada com uma máquina de uma fita:
 - Conteúdo de cada fita separado por símbolo $\#$
 - Posição da cabeça de leitura marcada com ponto sobre o símbolo



- ▶ Máquina de Turing padrão pode ser modificada, alterando o seu funcionamento
- ▶ Utilizar variantes pode ser útil na resolução de determinados problemas!
- ▶ Variantes são equivalentes em poder computacional!!!
 - Um modelo pode simular o outro
- ▶ Característica chamada de **robustez**

- Mais de uma possibilidade de computação, dado um estado e um símbolo da fita
 - Função de transição:

$$\delta : Q \times \Gamma \rightarrow \mathcal{P}(Q \times \Gamma \times \{L, R\})$$

- Computação gera uma árvore com as possibilidades
- Máquina aceita a entrada se existe uma computação que atinge o estado de aceitação

Mostrando equivalência com a máquina padrão

- ▶ (→) A máquina padrão (determinística) é um caso particular da máquina não-determinística
- ▶ (←) Máquina não-determinística pode ser simulada com uma máquina determinística (padrão) que percorre a árvore de computação não-determinística em largura em busca de uma configuração de aceitação
 - Máquina com 3 fitas:
 - Uma fita para a entrada
 - Uma fita para uma determinada computação
 - Uma fita para guardar a posição na árvore

1. Proponha uma máquina de 2 fitas que reconheça a linguagem $\{a^n b^{2n} \mid n \geq 0\}$, sobre o alfabeto $\{a, b\}$.
2. Proponha uma máquina não-determinística que reconheça a linguagem $\{ww \mid w \in \{0, 1\}^*\}$, sobre o alfabeto $\{0, 1\}^*$.