---{ Proporcionalidades }---

# Segmento de Retas

Prof. Eduardo Ono

---

**Sumário**


- 1. Conceitos
- 1. Segmento de Reta
  - 2.1. Definição
  - 2.2. Segmentos consecutivos
  - 2.3. Segmentos colineares
  - 2.4. Segmentos adjacentes
  - 2.5. Congruência de segmentos
  - 2.6. Comparação de segmentos
  - 2.7. Adição de segmentos
  - 2.8. Medida de um segmento - comprimento
  - 2.9. Ponto médio de um segmento
    - 2.9.1. Definição
  - 2.10. Distância entre dois pontos
    - 2.10.1. Distância geométrica
    - 2.10.2. Distância métrica


---

# 1. Conceitos

A noção de "estar entre" é uma noção primitiva que obedece aos seguintes postuladois (ou axiomas):

Quaisquer que sejam os pontos $A$, $B$ e $P$:

1. Se $P$ está entre $A$ e $B$, então $A$, $B$ e $P$ são colineares;
2. Se $P$ está entre $A$ e $B$, então $A$, $B$ e $P$ são distintos dois a dois;
3. Se $P$ está entre $A$ e $B$, então $A$ não está entre $P$ e $B$ nem $B$ está entre $A$ e $P$;
4. Quaisquer que sejam os pontos $A$ e $B$, se $A$ é distinto de $B$, então existe um ponto $P$ que está entre $A$ e $B$.

# 2. Segmento de Reta

## 2.1. Definição

Dados dois pontos distintos, um **segmento de reta** é a reunião do conjunto desses dois pontos com o conjunto dos pontos que estão entre eles.

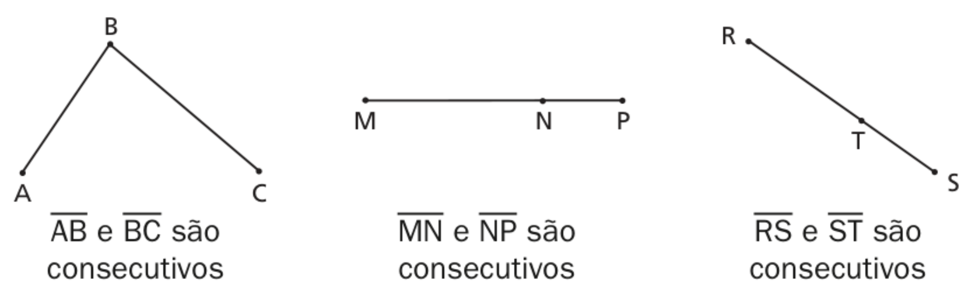
Assim, dados os pontos $A$ e $B$, $A \neq B$, o segmento de reta $AB$ (indicado por $\overline{AB}$) é:

$$\overline{AB} = \{A, B\} \cup \{X \mid X \text{ está entre } A \text{ e } B\}.$$

Os pontos $A$ e $B$ são também chamados de extremidades do segmento $\overline{AB}$.

## 2.2. Segmentos consecutivos

Dois segmentos de reta são **consecutivos** se, e somente se, uma extremidade de um deles é também extremidade do outro, ou seja, uma extremidade de um segmento coincide com uma extremidade do outro segmento.




Fonte: Iezzi

## 2.3. Segmentos colineares

Dois segmentos de reta são **colineares** se, e somente se, estão *contidos* numa mesma reta.

## 2.4. Segmentos adjacentes

Dois segmentos consecutivos e colineares são **adjacentes** se, e somente se, possuem em comum apenas uma extremidade, ou seja, não têm pontos internos comuns.

## 2.5. Congruência de segmentos

A congruência (símbolo: $\equiv$) de segmentos é uma noção primitiva que satisfaz os seguintes postulados:

1. Reflexiva. Todo segmento é congruente a si mesmo: $\overline{AB} \equiv \overline{AB}$.
2. Simétrica. Se $\overline{AB} \equiv \overline{CD}$, então $\overline{CD} \equiv \overline{AB}$.
3. Transitiva. Se $\overline{AB} \equiv \overline{CD}$ e $\overline{CD} \equiv \overline{EF}$, então $\overline{AB} \equiv \overline{EF}$.
4. Transporte de segmentos. Dados um segmento $\overline{AB}$ e uma semirreta de origem $A'$, existe sobre esta semirreta um único ponto $B'$ tal que $\overline{A'B'}$ seja congruente a $\overline{AB}$.

## 2.6. Comparação de segmentos

Dados dois segmentos, $\overline{AB}$ e $\overline{CD}$, pelo postulado do transporte, podemos obter na semirreta $\overrightarrow{AB}$ um ponto $P$ tal que $\overline{AP} \equiv \overline{CD}$. Temos três hipóteses a considerar:

1. O ponto $P$ está entre $A$ e $B$. Neste caso, dizemos que $\overline{AB}$ é **maior** que $\overline{CD}$ ( $\overline{AB} > \overline{CD}$).
2. O ponto $P$ coincide com $B$, caso em que $\overline{AB}$ é **congruente** a $\overline{CD}$ ($\overline{AB} \equiv \overline{CD}$).
3. O ponto $B$ está entre $A$ e $P$. Neste caso, dizemos que $\overline{AB}$ é menor que $\overline{CD}$ ( $\overline{AB} < \overline{CD}$).

## 2.7. Adição de segmentos

Dados dois segmentos $\overline{AB}$ e $\overline{CD}$, tomando-se numa semirreta qualquer de origem $O$ os segmentos adjacentes $\overline{OP}$ e $\overline{PQ}$ tais que

$$\overline{OP} \equiv \overline{AB} \quad \text{e} \quad \overline{PQ} \equiv \overline{CD}$$

dizemos que o segmento $\overline{OQ}$ é a soma de $\overline{OP}$ com $\overline{PQ}$, ou seja,

$$\overline{OQ} = \overline{OP} + \overline{PQ}$$

Também é a soma de $\overline{AB}$ com $\overline{CD}$, ou seja,

$$\overline{OQ} = \overline{AB} + \overline{CD}\,.$$

Se $\overline{OP}$ é a soma de $n$ segmentos congruentes a $\overline{AB}$, $\overline{OP}$ é múltiplo de $\overline{AB}$ segundo o fator $n$:

$$\overline{OP} = n \cdot \overline{AB}\,.$$

Nesse caso, dizemos também que $\overline{AB}$ é submúltiplo de $\overline{OP}$ segundo $n$.

## 2.8. Medida de um segmento - comprimento

A medida de um segmento (não nulo) $\overline{AB}$, indicado por $m(\overline{AB})$ ou simplesmente por $AB$, é um número real positivo associado ao segmento de forma tal que:

1. Segmentos congruentes têm medidas iguais e, reciprocamente, segmentos que têm medidas iguais são congruentes:

$$\overline{AB} \equiv \overline{CD} \iff m(\overline{AB}) = m(\overline{CD})$$

1. Se um segmento é maior que outro, sua medida é maior que a deste outro:

$$\overline{AB} > \overline{CD} \iff m(\overline{AB}) > m(\overline{CD})$$

1. A um **segmento soma** está associada uma medida que é a soma das medidas dos segmentos parcelas:

$$\overline{OP} = \overline{AB} + \overline{CD} \iff m(\overline{OP}) = m(\overline{AB}) + m(\overline{CD})$$

À medida de um segmento dá-se o nome de comprimento do segmento.

Em geral, associa-se um número (medida) a um segmento estabelecendo a razão (quociente) entre este segmento e outro segmento tomado como unidade. O segmento unitário no Sistema Internacional de Unidades (SI) é o metro (símbolo: m).

# 2.9. Ponto médio de um segmento

## 2.9.1. Definição

Um ponto $M$ é **ponto médio** do segmento $\overline{AB}$ se, e somente se, $M$ está entre $A$ e $B$ e $\overline{AM} \equiv \overline{MB}$:

$$M \in \overline{AB} \quad \text{e} \quad \overline{AM} \equiv \overline{MB}\,.$$

# 2.10. Distância entre dois pontos

## 2.10.1. Distância geométrica

Dados dois pontos distintos, $A$ e $B$, a distância entre $A$ e $B$ (indicada por $d_{A,B}$) é o segmento $\overline{AB}$ ou qualquer segmento congruente a $\overline{AB}$.

## 2.10.2. Distância métrica

Dados dois pontos distintos, $A$ e $B$, a distância entre $A$ e $B$ é a medida (comprimento) do segmento $\overline{AB}$.

Se $A$ e $B$ coincidem, dizemos que a distância geométrica entre $A$ e $B$ é nula e a distância métrica é igual a zero.