\LARGE Capítulo 7

\LARGE Funções Quadráticas

Sumário

1. Conceitos

1.1. Definição (Função Quadrática)

Uma aplicação $f : I \to \mathbb{R}$ recebe o nome de **função quadrática** ou **função polinomial do 2º grau** quando associa a todo $x \in I$ o elemento $(ax^2 + bx + c) \in \mathbb{R}$ tal que a, b e c são números reais dados e $a \neq 0$.

1.2. Zeros da Função Quadrática

Os zeros da função quadrática são os valores $x_k \in \mathbb{R}$ tais que $f(x_k) = 0$, ou seja, $ax^2 + bx + c = 0$, com $a, b, c \in \mathbb{R}$ e $a \neq 0$.

Os zeros de f podem ser obtidos pela fórmula de Bhaskara:

$$x_k = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

Rascunho:

$$x_k = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \implies 2ax_k = -b \pm \sqrt{b^2 - 4ac} \implies$$

$$\implies 2ax_k + b = \pm\sqrt{b^2 - 4ac} \implies (2ax_k + b)^2 = b^2 - 4ac \implies$$

$$\implies 4a^2x_k^2 + 4ax_kb + b^2 + 4ac = b^2 \implies 4a(ax_k^2 + bx_k + c) = 0 \implies$$

$$\text{Como } a \neq 0\,,\text{ então } ax_k^2 + bx_k + c = 0\,.$$

Demonstração.

$$ax^2 + bx + c = 0$$

$$\text{Multiplicando ambos os lados da igualdade por } 4a\text{:}$$

$$4a^2x^2 + 4abx + 4ac = 0$$

$$\text{Somando } b^2 \text{ em cada lado da igualdade:}$$

$$4a^2x^2 + 4abx + 4ac + b^2 = b^2 \implies 4a^2x^2 + 4abx + b^2 = b^2 - 4ac \implies$$

$$(2ax + b)^2 = b^2 - 4ac \implies 2ax + b = \pm\sqrt{b^2 - 4ac}$$

$$2ax = -b \pm \sqrt{b^2 - 4aca} \implies$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

1.2.1. Exemplo: $f(x) = x^2 - 3x + 2$

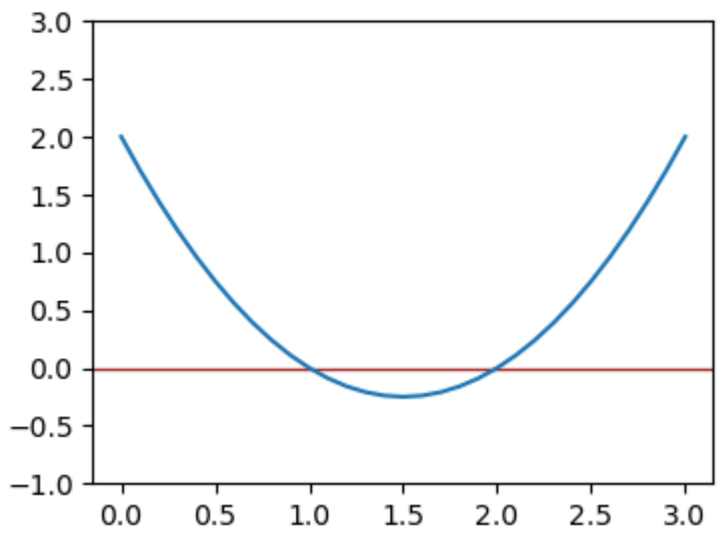
Seja $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ uma função definida por $f(x) = x^2 - 3x + 2$. Então, $a = 1$, $b = -3$ e $c = 2$.

Os zeros da função f são dados por:

$$x = \frac{-(-3) \pm \sqrt{(-3)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 2}}{2 \cdot 1} = \frac{3 \pm \sqrt{9 - 8}}{2} = \frac{3 \pm \sqrt{1}}{2} = \frac{3 \pm 1}{2}$$

$$x_1 = \frac{3+1}{2} = \frac{4}{2} = 2$$

$$x_2 = \frac{3-1}{2} = \frac{2}{2} = 1$$



1.2.1. Exemplo: $f(x) = x^2 - 6x + 9$

Seja $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ uma função definida por $f(x) = x^2 - 6x + 9$. Então, $a = 1$, $b = -6$ e $c = 9$.

Os zeros da função f são dados por:

$$\Delta = b^2 - 4ac = (-6)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 9 = 36 - 36 = 0$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-(-6) \pm \sqrt{0}}{2 \cdot 1} = \frac{6 \pm 0}{2} = \frac{6}{2}$$

$$x_1 = x_2 = \frac{6}{2} = 3$$