---{ Proporcionalidades }---

Teorema da Bissetriz

Prof. Eduardo Ono

Sumário

---

1. Objetivos

- Conceituar o Teorema da Bissetriz;
- Enunciar e demonstrar o Teorema da Bissetriz;
- Aplicar os conceitos na resolução de problemas.

2. Teoremas da Bissetriz

Se duas retas são transversais de um feixe de retas paralelas, então a razão entre dois segmentos quaisquer de uma delas é igual à razão entre os respectivos segmentos correspondentes da outra.

2.1. Teorema da Bissetriz Interna

Uma **bissetriz interna** de um triângulo divide o lado oposto em segmentos (aditivos) proporcionais aos lados adjacentes.

O enunciado acima deve ser entendido como segue.

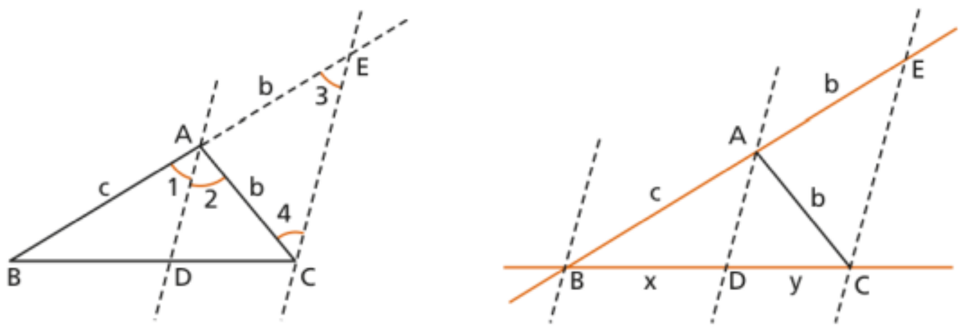
Dado um triângulo ABC de lados a, b e c, $\overline{AB}$ uma bissetria interna, $\overline{BD} = m$, $\overline{DC} = n$, devemos ter:

$$\boxed{\frac{m}{c} = \frac{n}{b}}$$

Demonstração.

Hipótese: $\overline{AD}$ é bissentriz interna do $\triangle ABC$.

Tese: $\frac{m}{c} = \frac{n}{b}$



Fonte: Iezzi

Conduzimos por C uma paralela à bissetriz $\overline{AD}$, determinando um ponto E na reta $\overleftrightarrow{AB}$, de modo que $\overline{CE} \,//\, \overline{AD}$.

Os ângulos $B\hat{A}D$ e $A\hat{E}C$ são correspondentes e os ângulos $D\hat{A}C$ e $A\hat{C}E$ são alternos internos. Por hipótese, os ângulos $B\hat{A}D$ e $D\hat{A}C$ são congruentes. Decorre que os ângulos $A\hat{E}C$ e $E\hat{C}A$ são congruentes, caracterizando o triângulo ACE, de base $\overline{CE}$, como isósceles. Temos, então:

$$\overline{AC} \equiv \overline{AE}\,.$$

Aplicando o teorema de Tales, vem:

$$\frac{\overline{BD}}{\overline{BA}} = \frac{\overline{DC}}{\overline{AE}} \implies \frac{\overline{BD}}{\overline{BA}} = \frac{\overline{DC}}{\overline{AC}}$$

Portanto,

$$\boxed{\frac{m}{c} = \frac{n}{b}}.$$