---{ Proporcionalidades }---

Teorema de Tales

Prof. Eduardo Ono

Sumário

---

1. Objetivos

- Compreender o Teorema de Tales e sua importância para a resolução de problemas geométricos;
- Enunciar e demonstrar o Teorema de Tales utilizando o conceito de áreas;
- Aplicar os conceitos do Teorema de Tales em tópicos além da Geometria.

2. Conceitos e Definições

2.1. Definição. (Feixe de Retas Paralelas)

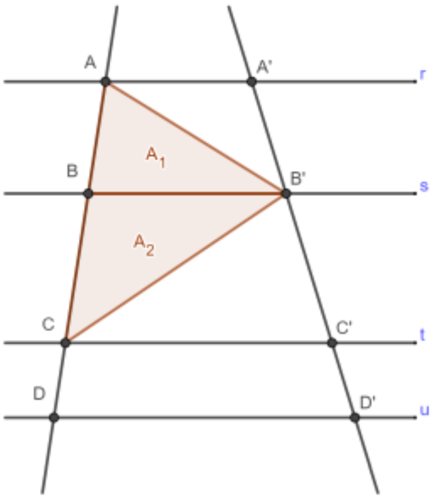
Um **feixe de retas paralelas** é um conjunto de retas coplanares paralelas entre si.

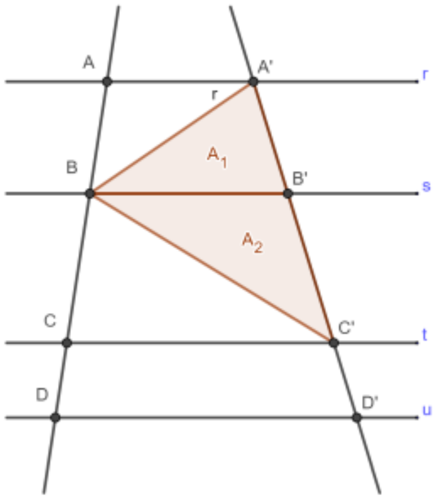
2.2. Definição. (Trasversal de feixe de retas paralelas)

Uma **transversal de feixe de retas paralelas** é uma reta do plano do feixe que concorre com todas as retas do feixe.

3. Teorema de Tales

Se duas retas são transversais de um feixe de retas paralelas, então a razão entre dois segmentos **quaisquer** de uma das transversais é igual à razão entre os respectivos segmentos correspondentes da outra transversal.





Demonstração.

Hipótese: $r//s//t$, a e b tranversais.

Tese: $\dfrac{AB}{BC} = \dfrac{A'B'}{B'C'}$ (segmentos adjacentes) e $\dfrac{AB}{CD} = \dfrac{A'B'}{C'D'}$ (segmentos não adjacentes).

Considerando o triângulo $AB'C$, a ceviana (qualquer segmento que parte de um vértice de um triângulo e corta o lado oposto a esse vértice) $\overline{BB'}$ determina os triângulos $AB'B$, de área A_1, e o triângulo $BB'C$, de área A_2. Temos, então:

$$\frac{A_1}{A_2} = \frac{\dfrac{\overline{AB} \cdot h}{2}}{\dfrac{\overline{BC} \cdot h}{2}} = \frac{\overline{AB}}{\overline{BC}} \,.$$

Analogamente, para os triângulos $A'BB'$ e $B'BC'$, temos:

$$\frac{A_1}{A_2} = \frac{\dfrac{\overline{A'B'} \cdot h}{2}}{\dfrac{\overline{B'C'} \cdot h}{2}} = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{B'C'}} \,.$$

Portanto,

$$\boxed{\frac{\overline{AB}}{\overline{BC}} = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{B'C'}}}$$

Alguns autores demonstram esse Teorema para o caso de dois segmentos não contínuos em cada transversal.

Analogamente ao que foi demonstrado, podemos obter:

$$\frac{\overline{BC}}{\overline{CD}} = \frac{\overline{B'C'}}{\overline{C'D'}}$$

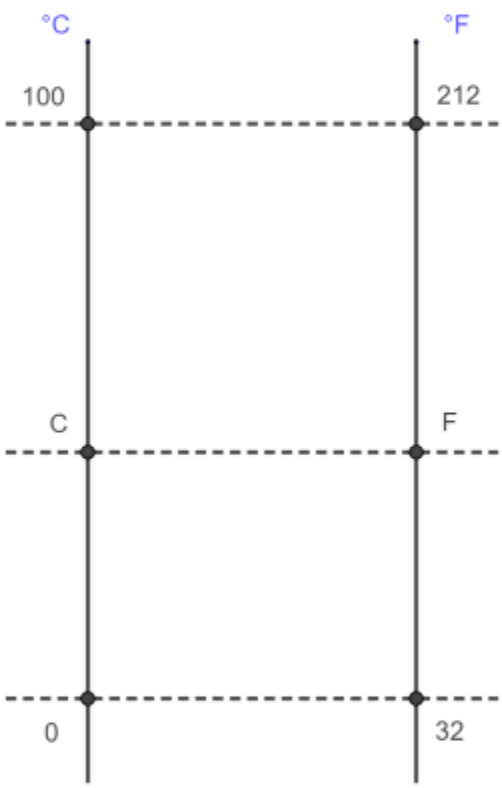
$$\frac{\overline{AB}}{\overline{BC}} \cdot \frac{\overline{BC}}{\overline{CD}} = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{B'C'}} \cdot \frac{\overline{B'C'}}{\overline{C'D'}}$$

$$\boxed{\frac{\overline{AB}}{\overline{CD}} = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{C'D'}}}$$

4. Aplicações

4.1. Conversão de escalas lineares

Na escala Celsius, o ponto de fusão do gelo e da ebulição da água é 0°C e 100°C, respectivamente. Na escala Farenheigt, as respectivas temperaturas são 32°F e 212°F. Sabendo-se que as duas escalas são lineares, o Teorema de Tales pode ser aplicado para a coversão das respectivas temperaturas.



$$\frac{C-0}{100-0} = \frac{F-32}{212-32}$$

$$\frac{C}{100} = \frac{F-32}{180}$$

$$\frac{C}{5} = \frac{F-32}{9}$$

A partir dessa última igualdade, podemos obter $C = C(F)$ e $F = F(C)$:

$$\boxed{C = \frac{5}{9}(F-32)}$$

$$\boxed{F = \frac{9}{5}C + 32}$$

5. Referências

Thumb	Descrição
	[Amo Matemática] **Demonstração do Teorema de Tales | Prof. Fernão** (13:09, YouTube, 05/Set/2023)