

See discussions, stats, and author profiles for this publication at: <https://www.researchgate.net/publication/328027145>

Transformação de coordenadas geodésicas em coordenadas no plano topográfico local pelos métodos da Norma NBR 14.166:1998 e o de rotações e translações

Conference Paper · July 2010

CITATIONS

8

READS

1,092

4 authors, including:



Gelson Lauro Dalforno

Universidade Federal de Santa Maria

10 PUBLICATIONS 12 CITATIONS

[SEE PROFILE](#)



Argentino Aguirre

Universidade Federal de Santa Maria

5 PUBLICATIONS 10 CITATIONS

[SEE PROFILE](#)



Fernando Luis Hillebrand

Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Rio Grande do Sul

34 PUBLICATIONS 32 CITATIONS

[SEE PROFILE](#)

Some of the authors of this publication are also working on these related projects:



Geocology of Antarctica, South America and Southern Africa – GASSA [View project](#)



Remote Sensing of the Cryosphere at the Brazilian National Institute for Cryospheric Sciences [View project](#)

TRANSFORMAÇÃO DE COORDENADAS GEODÉSICAS EM COORDENADAS NO PLANO TOPOGRÁFICO LOCAL PELOS MÉTODOS DA NORMA NBR 14166:1998 E O DE ROTAÇÕES E TRANSLAÇÕES

GELSON LAURO DAL'FORNO
ARGENTINO JOSÉ AGUIRRE
FERNANDO LUIS HILLEBRAND
FABIANO DE VARGAS GREGÓRIO

Universidade Federal de Santa Maria - UFSM
Programa de Pós-Graduação em Geomática
Departamento de Engenharia Rural, CCR, Santa Maria, RS
gelforno@smail.ufsm.br

RESUMO – Em trabalhos geodésicos para a implementação de projetos em engenharia e cadastros, o uso do Sistema de Coordenadas Terrestres Local, definido no Plano Topográfico Local (PTL), é o que permite operacionalizar com maior exatidão a implantação de obras e de plantas cadastrais. O uso intensivo da Geodésia Espacial facilitou a obtenção de coordenadas geodésicas de pontos, favorecendo a sua apresentação em sistemas de projeções cartográficas, com predominância da UTM. Essa opção conduz a distorções incompatíveis com a exatidão requerida em muitos trabalhos de engenharia. Buscar alternativas metodológicas para aproveitamento das coordenadas geodésicas transformando-as em topográficas é de importância para a evolução tecnológica de levantamentos de pontos. As inovações metodológicas devem ter a mesma exatidão, ou maior, que os métodos empregados tradicionalmente. O presente trabalho visa transformar coordenadas geodésicas em coordenadas plano-retangulares por rotações e translações e pelo método estabelecido pela norma NBR 14166. Conclui-se que o primeiro método é de maior exatidão e sua aplicação não fica limitada à diferença de nível de $\pm 150,00$ m entre o ponto origem e os demais pontos, para a exatidão de 1/40.000.

ABSTRACT - In geodetic works for the implementation of engineering projects and cadastre, the usage of the Local Terrestrial Coordinate System, defined in the Local Topographic Plan (LTP) allows a more accurate operationalization when it comes to the implementation of construction works and cadastral maps. The intensive usage of Spatial Geodesy facilitated the obtainment of point geodetic coordinates, favoring its presentation in cartographic projection systems, with the predominance of UTM. This option leads to distortions that are incompatible with the accuracy required in many engineering works. Searching for methodological alternatives to the exploitation of the geodetic coordinates, transforming them into topographic coordinates, is important to the technological evolution of point surveys. The methodological innovations must have the same accuracy, or higher, as that of the traditionally employed methods. The present work aims the transformation of geodetic coordinates into plan rectangular coordinates, through rotations and translations and using the method established by the norm NBR 14166. It is concluded that the first method presents greater accuracy and its application is not limited to the level difference of $\pm 150,00$ m between the origin point and the other points, to the exactness of 1:40.000

1 INTRODUÇÃO

Em trabalhos geodésicos para a implementação de projetos em engenharia e cadastros, o uso do Sistema de Coordenadas Terrestres Local, tradicionalmente definido no Plano Topográfico Local (PTL), indubitavelmente é o que permite operacionalizar com maior exatidão a implantação de obras e de plantas cadastrais.

O uso intensivo da Geodésia Espacial facilitou a obtenção de coordenadas geodésicas de pontos, o que favoreceu a sua apresentação em sistemas de projeções cartográficas, como é o caso das aplicações das projeções TM, com predominância da UTM. Essa última opção conduz a distorções incompatíveis com a exatidão requerida em muitos trabalhos de engenharia.

Discutir as possibilidades metodológicas, suas vantagens e deficiências, para a transformação de coordenadas geodésicas em topográficas é de suma importância para facilitar o seu emprego e ao aperfeiçoamento da normalização dessas transformações, de modo que, a exatidão seja compatível com as especificações estabelecidas.

Este trabalho tem o objetivo de aplicar aos 18 marcos geodésicos do Município de Santa Maria (RS) dois métodos de transformação de coordenadas geodésicas em coordenadas plano-retangulares no Sistema Topográfico Local: *i*) o método estabelecido pela Norma NBR 14166 e *ii*) o método de rotações e translações.

Serão comparados os resultados obtidos e analisados se os valores das coordenadas transformadas por ambos os métodos são compatíveis e satisfazem as especificações estabelecidas pela NBR 14166.

2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

2.1 Plano Topográfico Local (PTL)

O Plano Topográfico Local desconsidera a curvatura da Terra e é perpendicular à vertical do lugar no ponto da superfície terrestre considerado como origem do levantamento. Nessa simplificação, não se levam em conta os erros sistemáticos provenientes da desconsideração da curvatura terrestre e do desvio da vertical. Esse plano pode também ser estabelecido perpendicularmente à normal ao elipsóide, no caso da determinação de coordenadas topográficas a partir de coordenadas geodésicas, onde a orientação deverá ser feita pelo azimute geodésico.

2.2 Sistema de Coordenadas Geodésico Cartesiano Tridimensional

O Sistema de Coordenadas Cartesiano Tridimensional é estabelecido sobre o elipsóide de revolução e constituído de três eixos perpendiculares. A origem do sistema é a intersecção dos dois eixos da elipse; o eixo X, coincidente com o plano equatorial e positivo na direção da longitude 0° , e o eixo Y, também situado no plano equatorial, e positivo na direção da longitude 90° . O eixo Z é paralelo ao eixo de rotação da terra e é positivo na direção do norte. Se a origem do sistema está localizada no centro de massas da Terra, suas coordenadas são denominadas de geocêntricas e, em caso contrário, de topocêntricas.

Os sistemas WGS-84 e SIRGAS são casos típicos de sistema geocêntrico; o SAD69 é um sistema topocêntrico. As coordenadas (X, Y, Z), nesses sistemas, são expressas em função da latitude e da longitude geodésica, além da pequena normal e da grande normal ao elipsóide.

Os sistemas tridimensionais geocêntricos passaram a ter grande importância após o surgimento do sistema GPS, ou seja, da Geodésia por Satélites. As coordenadas

fornecidas pelo sistema GPS são geocêntricas cartesianas tridimensionais. Fórmulas transformam essas coordenadas cartesianas em coordenadas elipsoidais (latitude, longitude e altura elipsoidal) e, posteriormente, caso haja necessidade, em coordenadas planas, tais como a projeção Universal Transversa de Mercator (UTM), para uso em engenharia (Monico, 2008). Um dos métodos que se aplica neste trabalho permite transformar, também, coordenadas geodésicas tridimensionais em coordenadas topográficas. A Figura 1 ilustra os três sistemas de coordenadas associados a um ponto na superfície terrestre: *i*) o Sistema de Coordenadas Cartesianas Geodésicas Tridimensionais; *ii*) o Sistema de Coordenadas Geodésicas Angulares e *iii*) o Sistema de Coordenadas Terrestre Local (Sistema Geodésico Local) que tem como origem esse ponto.

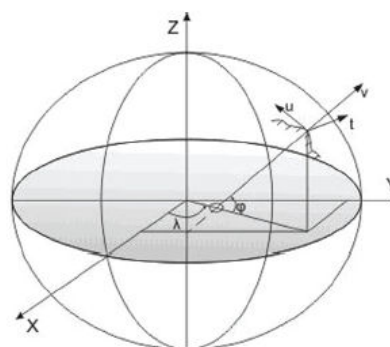


Figura 1 - Sistema de Coordenadas Terrestre Local (Sistema Geodésico Local), em conjunto com os sistemas de coordenadas geodésicas.

2.3 Sistema de Coordenadas Terrestre Local

Em Topografia, os pontos da superfície da Terra são projetados ortogonalmente sobre um plano horizontal tangente a um ponto qualquer da superfície, o qual pode ter sua tangência estabelecida no ponto inicial do levantamento. Esse plano, quando perpendicular à vertical do lugar, constitui um Sistema Astronômico Local e, quando perpendicular à a normal ao elipsóide, é denominado de Sistema Geodésico Local. Para cada direção, as operações de campo resumem-se na determinação dos três elementos topográficos principais: distância horizontal, ângulo horizontal e distância vertical, ou a distância horizontal associada ao ângulo vertical. Em muitas situações, é necessária a determinação da orientação da direção em relação ao norte verdadeiro (astronômico), ao norte geodésico ou, ainda, ao norte magnético, conforme a conveniência.

Jekeli (2006) define o Sistema de Coordenadas Local como cartesiano, e composto de três eixos mutuamente ortogonais, embora nem sempre suas principais direções sigam as definições convencionais. Em mensuração, as convenções para as direções são: norte (N), leste (L), e para cima (U); em navegação são: norte, leste e para baixo, ou norte, oeste e para cima. As direções U, para baixo ou para cima, podem situar-se sobre a normal ou sobre a vertical.

A Figura 1 apresenta um Sistema Geodésico Local (SGL), onde o eixo u (N) aponta em direção ao norte geodésico, o eixo t (E) aponta para Leste e é perpendicular ao eixo u ; ambos estão contidos no plano topográfico. O eixo v (U) coincide com a normal ao elipsóide que passa pelo ponto considerado. Esse ponto determina a origem do sistema.

2.4 Transformação de coordenadas geodésicas em coordenadas plano-retangulares no Sistema Topográfico Local

No Brasil a transformação de coordenadas geodésicas em coordenadas plano-retangulares no Sistema Topográfico Local está normalizada pela NBR 14166 (Rede de Referência Cadastral Municipal – Procedimento). Os procedimentos, conceitos e a formulação matemática estão descritos na referida Norma e Anexos. No entanto, com a evolução dos métodos de levantamento, outras metodologias podem ser usadas e, dentre essas, pode-se destacar o método que transforma as coordenadas expressas no Sistema Geodésico Cartesiano Tridimensional em coordenadas referidas ao Sistema Geodésico Local, pelo emprego de rotações e translações.

2.4.1 Fórmulas de transformação de coordenadas geodésicas em coordenadas plano-retangulares no Sistema Topográfico Local conforme a NBR 14166

As fórmulas, a seguir apresentadas, permitem a transformação de coordenadas geodésicas em coordenadas plano-retangulares no Sistema Topográfico Local, conforme a NBR14166 (1998). Na aplicação das fórmulas consideram-se a latitude (φ) negativa no hemisfério sul e a longitude (λ) crescendo positivamente para oeste; os coeficientes c e D são negativos no hemisfério sul, e o eixo das ordenadas é o eixo dos Y e o das abscissas é o dos X.

$$X_P = 150000 + x_P \quad (1)$$

$$Y_P = 250000 + x_P \quad (2)$$

$$x_P = -\Delta\lambda_1 \cos \varphi_P N_P \text{arc1}'' c \quad (3)$$

$$y_P = \frac{1}{B} [\Delta\varphi_1 + Cx_P^2 + D(\Delta\varphi_1)^2 + Ex_P^2 (\Delta\varphi_1)x_P^2 + ECx_P^4] c \quad (4)$$

$$\Delta\lambda = \lambda_P - \lambda_0 \quad (5)$$

$$\Delta\varphi = \varphi_P - \varphi_0 \quad (6)$$

$$X\lambda_1 = X\lambda'' [1 - 3,9173 \times 10^{-12} (X\lambda'')^2] \quad (7)$$

$$X\varphi_1 = X\varphi'' [1 - 3,9173 \times 10^{-12} (X\varphi'')^2] \quad (8)$$

$$B = \frac{1}{M_O \text{arc1}''} \quad (9)$$

$$C = \frac{\tan \varphi_0}{2M_O N_O \text{arc1}''} \quad (10)$$

$$D = \frac{3e^2 \sin \varphi_0 \cos \varphi_0 \text{arc1}''}{2(1 - e^2 \sin^2 \varphi_0)} \quad (11)$$

$$E = \frac{1 + 3 \tan \varphi_0}{6N_O^2} \quad (12)$$

$$c = \frac{R_O + H_t}{R_O} \quad (13)$$

$$R_O = \sqrt{M_O N_O} \quad (14)$$

$$M_O = \frac{a(1 - e^2)}{(1 - e^2 \sin^2 \varphi_0)^{3/2}} \quad (15)$$

$$N_O = \frac{a}{(1 - e^2 \sin^2 \varphi_0)^{1/2}} \quad (16)$$

$$N_P = \frac{a}{(1 - e^2 \sin^2 \varphi_P)^{1/2}} \quad (17)$$

$$e^2 = f(2 - f) \quad (18)$$

onde:

M_O é o raio de curvatura da seção meridiana do elipsóide de referência em P_0 (origem do sistema);

N_O é o raio de curvatura da seção normal ao plano meridiano do elipsóide de referência em P_0 ;

N_P é o raio de curvatura da seção normal ao plano meridiano do elipsóide de referência em P_1 ;

c é o fator de elevação;

a é o semi-eixo maior do elipsóide de referência;

b é o semi-eixo menor do elipsóide de referência;

e^2 é a primeira excentricidade do elipsóide de referência ao quadrado;

f é o achatamento do elipsóide de referência;

H_t é a altitude ortométrica média do terreno ou altitude do plano topográfico local.

2.4.2 Transformação do Sistema Geodésico Cartesiano Tridimensional para o Sistema Geodésico Terrestre Local por rotações e translações

Para a transformação de coordenadas geodésicas em coordenadas topográficas locais, por rotações e translações, na mesma escala, as formulações matemáticas são dadas por Andrade (1998, pg. 98), por Jakeli (2006) e ainda, por Monico (2008). Neste trabalho, adotou-se a formulação matemática de Andrade:

$$\begin{bmatrix} t \\ u \\ v \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \sin \varphi_0 & \cos \varphi_0 \\ 0 & -\cos \varphi_0 & \sin \varphi_0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} -\sin \lambda_0 & \cos \lambda_0 & 0 \\ -\cos \lambda_0 & -\sin \lambda_0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} X - X_0 \\ Y - Y_0 \\ Z - Z_0 \end{bmatrix} \quad (19)$$

onde:

t, u e v são as coordenadas topográficas transformadas

no PTL.
 φ_0 e λ_0 são a latitude e a longitude geodésica do ponto escolhido como origem do sistema;
 X, Y e Z são as coordenadas geodésicas cartesianas tridimensionais do ponto a transformar;
 X_0, Y_0 e Z_0 são as coordenadas geodésicas cartesianas tridimensionais do ponto escolhido para origem do sistema.

2.5 Precauções no uso do Sistema Topográfico Local

A NBR 14166 estabelece algumas precauções que devem ser tomadas quando se implanta um Sistema Topográfico Local. A primeira delas diz que a rede de referência cadastral deve apoiar as atividades cadastrais a serem representadas no PTL, em escala 1:1.000 até 1:1 (NBR 14166, p. 1); a segunda é que, “a origem do sistema topográfico local deve estar posicionada, geograficamente, de modo a que nenhuma coordenada plano-retangular, isenta do seu termo constante, tenha valor superior a 50 km” (NBR 14166, p. 5) e, por fim, no item 5.7.2 afirma a necessidade de se estabelecer subdivisão do sistema, em sistemas parciais (menores do que 50 km), quando, em relação ao PTL adotado, os desníveis, para mais ou para menos, forem superiores a 150 m na área a ser representada.

Tais precauções são necessárias para que se mantenha a exatidão, tanto no projeto como na locação, onde os erros aceitáveis devem ser inferiores aos erros decorrentes da não consideração da curvatura terrestre e que não devem superar os erros inerentes às operações topográficas de determinação dos pontos do levantamento.

Ao estabelecer o limite de desnível na área a ser representada em ± 150 m a Norma mantém o erro, devido ao fator de redução ou ampliação das distâncias horizontais, inferior a 1/40.000. O fator de redução é decorrente de as distâncias horizontais serem reduzidas à altura do PTL.

Segundo Fuentealba *et al.* (2006), mesmo que a área representada esteja dentro dos limites do PTL, o efeito da altura do PTL e dos desníveis envolvidos requerem um fator de correção para as distâncias horizontais. Assim, conforme se observa na figura 2, a distância horizontal média (SH) entre os pontos A e B do terreno é projetada como S_P no plano do horizonte do PTL, que tem como altura H_t (H_{PTL}). Por serem representadas no PTL, as distâncias horizontais são afetadas por um fator de redução ou ampliação (ΔS), cuja magnitude depende da altura média ao PTL (CM), da distância horizontal entre os pontos e, em menor relação, do valor de H_t . A adoção de um plano médio envolve critérios que relacionam as distâncias máximas e os desníveis máximos que se encontram na área.

A distância reduzida ao plano topográfico (S_P) é calculada pela seguinte expressão:

$$S_P = SH - \Delta S \quad (20)$$

O fator de redução ΔS pode ser calculado pela seguinte expressão:

$$\frac{R + H_t + CM}{SH} = \frac{CM}{\Delta S} \quad (21)$$

$$\Delta S = \frac{CM \cdot SH}{R + H_t + CM} \cong \frac{CM \cdot SH}{R} \quad (22)$$

onde:

ΔS = fator de redução ou ampliação;

CM = cota média;

SH = distância horizontal projetada sobre o plano médio;

R = raio médio de curvatura ≈ 6378000 m;

H_t = H_{PTL} altura do PTL.

Na figura 2 estão representados os elementos descritos e suas inter-relações.

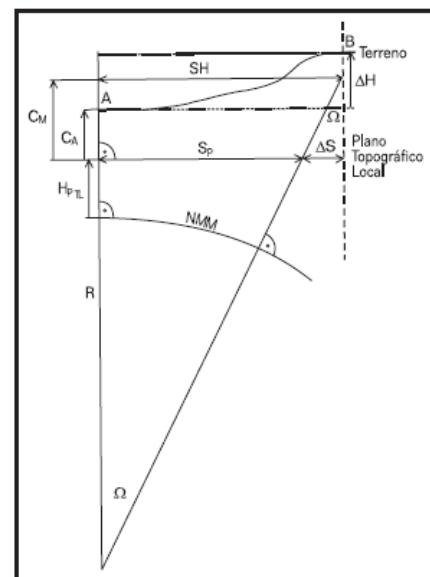


Figura 2 – Redução de distância quando do emprego do PTL. Visualização da correção das distâncias horizontais (ΔS). (Fonte: Fuentealba, *et al.* (2006))

3 MATERIAL E MÉTODOS

3.1 Material

Para a realização do presente trabalho foram utilizadas as coordenadas geodésicas dos 18 marcos geodésicos de Santa Maria, implantados por solicitação da autarquia municipal Escritório da Cidade. Para cada marco foi elaborada uma monografia onde constam, além das respectivas coordenadas geodésicas, outros dados e a seguinte ficha técnica:

Foi utilizado um receptor GPS L1/L2 com método estático diferencial e tempo de coleta de duas horas, sendo os dados pós-processados e ajustados com a RBMC (SMAR e POAL). Esta etapa, bem como as coordenadas dos marcos obtidas em SIRGAS 2000, é de responsabilidade da Empresa Brasgeo Ltda.

A equipe de Geoprocessamento do EC coube a elaboração das monografias dos marcos e demais cálculos: - Para transformar as coordenadas de SIRGAS 2000 para SAD 69 foi utilizado o software ProGrid

desenvolvido pelo IBGE: - O cálculo do azimute geodésico foi efetuado a partir das coordenadas geodésicas em SIRGAS 2000 e utilizando a fórmula de Puissant.

Foi utilizado o marco M17, situado em frente ao Centro Administrativo, como origem do Plano Topográfico Local ($X_0 = 150.000,00$ e $Y_0 = 250.000,00$).

3.2 Métodos

Para efetuar a transformação das coordenadas geodésicas em SIRGAS 2000 para as coordenadas no Plano Topográfico Local, foi utilizado o programa computacional TRANSGEOLocal V2.0 (2009) (disponível em www.ufsm.br/geo-giap), e se tomou o marco M17 como o ponto comum a ambos os sistemas.

Os valores das coordenadas transformadas, dos 18 marcos, no Plano Topográfico Local, quando se aplica a formulação matemática da NBR 14166, foram tomados das respectivas monografias.

Cálculos complementares foram executados em planilha eletrônica.

4 RESULTADOS E DISCUSSÃO

As coordenadas geodésicas em SIRGAS2000 dos 18 marcos estabelecidos para a rede de apoio do mapeamento digital do município de Santa Maria – RS são os dados primários que serviram de apoio para este trabalho. Da mesma maneira, as coordenadas no Plano Topográfico Local, constantes das monografias e calculadas pela formulação matemática apresentada no Anexo A da NBR 14166, foram aceitas como exatas e usadas para a comparação dos métodos em estudo. Tais dados são apresentados nas Tabelas 1 e 2, respectivamente.

Mediante aplicação do programa computacional TRANSGEOLocal às coordenadas geodésicas dos marcos e tomando-se o marco M17 como a origem do Sistema Topográfico Geodésico Local, obtiveram-se as coordenadas topográficas transformadas correspondentes (t , u , v) e as diferenças de nível (dn) entre o marco origem e os demais. Salienta-se que, no presente caso, $v = h$, sendo h a altura geodésica. Essas coordenadas e diferenças de nível estão apresentadas na Tabela 3.

A essas coordenadas (Tabela 3) foram acrescentadas as constantes $X_0 = 150.000,00$ e $Y_0 = 250.000,00$ conforme o que especifica a norma NBR 14166. Tais valores são mostrados na Tabela 4.

Na Tabela 3 observa-se que a definição da altura do Plano Topográfico Local não atende ao que especifica a NBR 14166 no que se refere, neste caso, ao desnível máximo para cima de 150 m. O valor do desnível obtido conduz a uma exatidão no entorno de 1/20.000, valor esse muito superior ao especificado, de 1/40.000.

Como a diferença de nível entre o marco mais baixo (M19) e o mais alto (M1) é de 354,380 m há necessidade da introdução de dois PTL para que a representação topográfica da área tenha exatidão igual a 1/40.000, ou maior.

Tabela 1 – Coordenadas geodésicas dos marcos geodésicos do Mapeamento Digital do Município de Santa Maria RS

Marco	Latitude (ϕ°)	Longitude (λ°)	h (m)
M1	-29,65460913	-53,83412740	450,118
M3	-29,67357437	-53,82055540	103,377
M4	-29,68941434	-53,82128267	135,751
M5	-29,70323314	-53,81691593	107,955
M6	-29,71498557	-53,81008333	98,347
M7	-29,70748513	-53,87390273	117,438
M9	-29,67657810	-53,85593416	150,153
M10	-29,70703206	-53,85221851	116,773
M11	-29,70168068	-53,82755611	99,563
M12	-29,69545786	-53,81551143	122,438
M13	-29,72842881	-53,80895047	101,492
M14	-29,69080214	-53,80120967	155,937
M15	-29,68606204	-53,80648204	160,926
M16	-29,68140556	-53,80594891	142,245
M17	-29,68511910	-53,80338140	135,788
M18	-29,71044821	-53,79534733	175,282
M19	-29,70249074	-53,71542510	100,112
M20	-29,70634906	-53,73986824	122,763

Tabela 2 – Valores das coordenadas dos marcos no PTL, constantes das monografias dos marcos, obtidos com a formulação matemática da NBR 14166.

Marco	X (m)	Y (m)
M1	147023,1503	253381,6120
M3	148337,5125	251279,6033
M4	148267,3823	249523,7409
M5	148690,2073	247991,9882
M6	149351,5023	246689,2896
M7	143175,6484	247518,6524
M9	144912,9100	250945,6098
M10	145274,0091	247569,9575
M11	147660,4777	248163,9097
M12	148826,0364	248853,8912
M13	149461,1924	245199,1109
M14	150210,1932	249370,0350
M15	149699,8873	249895,4720
M16	149751,4776	250411,6417
M17	150000,0000	250000,0000
M18	150777,4345	247192,2483
M19	158511,9538	248071,1228
M20	156146,2392	247644,9775

Com os dados da Tabela 2 e da Tabela 4 foram calculadas as discrepâncias, ΔX , ΔY e a discrepância total

(Δ_{total}) existentes entre as coordenadas transformadas por ambos os métodos. A discrepância total corresponde à diferença, no posicionamento do vértice no PTL, resultante da aplicação dos dois métodos e é função do emprego de distâncias horizontais diferentes para o cálculo das coordenadas, quando da aplicação dos métodos.

A Tabela 5 apresenta essas discrepâncias e a diferença de nível entre o marco origem e os demais.

Tabela 3 – Coordenadas dos marcos no PTL obtidas a partir do emprego do programa TRANSGEOLOCAL e usando o vértice M17 como origem do sistema; v é a altura geodésica e dn a diferença de nível entre o marco origem e os demais.

Marco	t (m)	u (m)	v (m)	dn (m)
M1	-2976,996	3381,779	450,118	312,736
M3	-1662,478	1279,597	103,377	-32,756
M4	-1732,617	-476,259	135,751	-0,290
M5	-1309,787	-2008,003	107,955	-28,285
M6	-648,494	-3310,691	98,347	-38,337
M7	-6824,331	-2481,341	117,438	-22,483
M9	-5087,101	945,612	150,153	12,268
M10	-4725,976	-2430,035	116,773	-21,229
M11	-2339,509	-1836,079	99,563	-36,919
M12	-1173,961	-1146,107	122,438	-13,561
M13	-538,804	-4800,863	101,492	-36,133
M14	210,194	-629,967	155,937	20,114
M15	-300,114	-104,529	160,926	25,130
M16	-248,522	411,642	142,245	6,439
M17	0,000	0,000	135,788	0,000
M18	777,439	-2807,769	175,282	38,826
M19	8511,906	-1928,865	100,112	-41,644
M20	6146,227	-2355,017	122,763	-16,421

Ao se observar a Tabela 5, fica evidente que as discrepâncias crescem em valor absoluto à medida que as diferenças de nível aumentam em relação ao marco M17, cuja altura geodésica ou altitude foi tomada como a altitude média do terreno (H_t) para o estabelecimento do PTL.

Os valores de discrepância total (Δ_{total}) foram comparados com os valores correspondentes que se obtêm quando da aplicação da fórmula 22 que estabelece o fator de redução ou ampliação (ΔS). Verifica-se que os valores de ΔS e Δ_{total} são praticamente coincidentes, com pequenas variações causadas pela adoção de algarismos significativos no processo de cálculo.

Tabela 4 – Valores das coordenadas no PTL atribuindo ao vértice M17 as coordenadas $X_0 = 150.000,00$ e $Y_0 = 250.000,00$; h e dn .

Marco	X (m)	Y (m)	h (m)	dn (m)
M1	147023,004	253381,779	450,118	312,736
M3	148337,522	251279,597	103,377	-32,756
M4	148267,383	249523,741	135,751	-0,290
M5	148690,213	247991,997	107,955	-28,285
M6	149351,506	246689,309	98,347	-38,337
M7	143175,669	247518,659	117,438	-22,483
M9	144912,899	250945,612	150,153	12,268
M10	145274,024	247569,965	116,773	-21,229
M11	147660,491	248163,921	99,563	-36,919
M12	148826,039	248853,893	122,438	-13,561
M13	149461,196	245199,137	101,492	-36,133
M14	150210,194	249370,033	155,937	20,114
M15	149699,886	249895,471	160,926	25,130
M16	149751,478	250411,642	142,245	6,439
M17	150000,000	250000,000	135,788	0,000
M18	150777,439	247192,231	175,282	38,826
M19	158511,906	248071,135	100,112	-41,644
M20	156146,227	247644,983	122,763	-16,421

Tabela 5 – Valores das discrepâncias ΔX , ΔY e Δ_{total} entre as coordenadas obtidas pelos dois sistemas de transformação e das diferenças de nível.

Marco	ΔX (m)	ΔY (m)	Δ_{total} (m)	dn (m)
M1	0,146	-0,167	0,222	312,736
M3	-0,009	0,006	0,011	-32,756
M4	-0,001	0,000	0,001	-0,290
M5	-0,006	-0,009	0,010	-28,285
M6	-0,004	-0,019	0,020	-38,337
M7	-0,021	-0,007	0,022	-22,483
M9	0,011	-0,002	0,011	12,268
M10	-0,015	-0,008	0,017	-21,229
M11	-0,013	-0,011	0,017	-36,919
M12	-0,003	-0,002	0,003	-13,561
M13	-0,004	-0,026	0,026	-36,133
M14	-0,001	0,002	0,002	20,114
M15	0,001	0,001	0,002	25,130
M16	0,000	0,000	0,000	6,439
M17	0,000	0,000	0,000	0,000
M18	-0,005	0,017	0,018	38,826
M19	0,048	-0,012	0,049	-41,644
M20	0,012	-0,005	0,013	-16,421

Ao analisar os resultados obtidos, por ambos os métodos, constatou-se que o método de rotações e translações, que emprega coordenadas tridimensionais, ou seja, já leva em conta a altura geodésica ou altitude dos marcos, determina as coordenadas no PTL sem a influência do fator de redução ou ampliação. Portanto, a influência da diferença de nível é eliminada. Resulta daí que não há necessidade da introdução do fator de elevação (*c*) para a determinação das coordenadas no PTL. Assim, pode-se adotar qualquer altura para o PTL, inclusive aquela correspondente à tangente ao elipsóide, sem a introdução do erro produzido pelo fator de redução ou ampliação. Nessa situação a exatidão das coordenadas obtidas no PTL fica dependente somente dos erros inerentes às operações geodésicas e topográficas empregadas, enquanto que no método da Norma as distâncias horizontais e a orientação das direções ficam sujeitas a pequenas variações aceitáveis quando controlado o desnível máximo entre o PTL e os pontos.

4. CONCLUSÕES

As conclusões, para melhor clareza, são apresentadas em relação a duas situações.

a) Quanto às monografias dos Marcos Geodésicos do Município de Santa Maria.

- Ao empregar-se o método da NBR 14166 as coordenadas no PTL devem ser recalculadas, considerando a necessidade de estabelecer a subdivisão do sistema, em dois sistemas parciais, para atendimento do desnível máximo de $\pm 150,00$ m.

b) Quanto à comparação dos dois métodos de transformação de coordenadas empregados.

- Constata-se que ambos os métodos satisfazem as exigências de exatidão da NBR 14166. No entanto, o método de rotações e translações apresenta um resultado com maior exatidão, pois independe do estabelecimento de limites quanto às altitudes envolvidas. Nele, como as alturas elipsoidais estão vinculadas às coordenadas geodésicas, a posição do ponto no PTL é estabelecida com a verdadeira distância horizontal entre os pontos levantados e não com a distância elipsoidal elevada ao plano médio pela aplicação do fator de elevação (*c*). Assim, nesse caso, todas as coordenadas dos pontos (*X*, *Y* e *h* ou *H*) somente apresentarão os erros inerentes às operações geodésicas e topográficas empregadas, ou seja, estão isentas da influência do fator de redução ou ampliação e do fator de elevação.

- Ao se aplicar o método de rotações e translações não há necessidade de se estabelecer limites para o intervalo de diferença de nível entre o PTL e os pontos de maior ou menor altitude. Respeitadas as dimensões máximas do plano, um único PTL implantado a qualquer altura elipsoidal, ou altitude, sempre manterá a exatidão obtida no levantamento.

No caso das monografias dos marcos geodésicos de Santa Maria, recomenda-se um dos seguintes procedimentos: *i*) recalcular as coordenadas dos marcos em dois PTL, ou *ii*) adotar um só PTL e calcular as

coordenadas pelo método de rotações e translações, o que resulta em um só Sistema Topográfico Local e de maior exatidão.

Recomenda-se, ainda, estudar-se a possibilidade de normalizar a obtenção de coordenadas em um Sistema Geodésico Local, também pelo método de rotações e translações.

AGRADECIMENTOS

Os autores agradecem ao Escritório da Cidade de Santa Maria pela disponibilização das monografias dos marcos geodésicos e pelas informações prestadas. Ao Depto. de Engenharia Rural da UFSM e ao Centro Regional Sul do Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais (CRS/CCR/INPE-MCT) pela parceria, infra-estrutura e apoio logístico no desenvolvimento deste trabalho.

REFERÊNCIAS

- ABNT. **NBR14166**: Rede de Referência Cadastral Municipal – Procedimento. Rio de Janeiro, 1998, 23 p.
- ANDRADE, J. B. de. **Fotogrametria**. Curitiba, SBEE, 1998. 258p.
- DAL'FORNO, G. L.; DAPPER F.; STRIEDER, A. J.; AGUIRRE, A. J. **TRANSGEOLOCAL - Programa Computacional para Transformação de Coordenadas Geodésicas em Coordenadas Locais e o Processo Inverso**. In: *Anais VI Colóquio Brasileiro de Ciências Geodésicas*, UFPR, 2009.
- FUENTEALBA, O. C.; LANGE, H.; ZEPEDA, R. G. **Manual de Carreteras. Procedimientos de Estudios Viales, vol. 2**. Santiago, Gobierno de Chile, Ministério de Obras Públicas, Dirección de Vialidad. 2001 291 p.
- JAKELI, C. **Geometric Reference Systems**. Division of Geodesy and Geospatial Science. School of Earth sciences. Ohio State University, 2006. 195 p.
- MONICO, J. F. G. **Posicionamento pelo GNSS – Descrição, Fundamentos e Aplicações**. Fundação Editora UNESP, São Paulo. 2ª edição, 2008. 480 p.
- PMSM **Relatório das Monografias dos Marcos Geodésicos de Santa Maria**. Disponível em <http://www.santamaria.rs.gov.br/index.php?secao=downloads>. Acesso: 15 fevereiro 2009.