

## **AValiação de Capacidade em Pátios Ferroviários Planos de Classificação Através de Modelo de Otimização**

**Renata Ferreira de Sá**

Departamento de Engenharia Industrial, PUC-Rio  
Rua Marquês de São Vicente, 225, Gávea - 22453-900 Rio de Janeiro, RJ, Brazil.  
`renata.sa@engenharia.ufjf.br`

**Fernando Marques de Almeida Nogueira**

Departamento de Engenharia de Produção e Mecânica, UFJF  
Rua José Lourenço Kelmer, s/n, São Pedro - 36036-900 Juiz de Fora, MG, Brasil.  
`fernando@engenharia.ufjf.br`

**Luciana Souza Pessoa**

Departamento de Engenharia Industrial, PUC-Rio  
Rua Marquês de São Vicente, 225, Gávea - 22453-900 Rio de Janeiro, RJ, Brazil.  
`lucianapessoa@puc-rio.br`

### **RESUMO**

Este artigo trata de um problema real de classificação de vagões em pátios ferroviários planos (PCVPP). Os vagões são recebidos em trens e circulam respeitando a disposição dos trilhos e a formação sequencial do trem de saída. Movimentações ineficientes implicam em uma capacidade de processamento inferior à potencial do pátio dado seu *layout*. O objetivo deste estudo é desenvolver um modelo matemático que descreva o PCVPP de forma a calcular o desempenho de diferentes *layouts*, indicando a necessidade de um projeto de expansão para garantir atendimento à demanda prevista no longo prazo. O PCVPP foi resolvido através de um modelo de programação linear inteira mista (MILP) baseado na teoria de sequenciamento de produção. Testes preliminares, reproduzindo movimentações reais de vagões, mostraram a efetividade do modelo proposto.

**PALAVRAS CHAVE.** Classificação de vagões, Modelo de programação linear inteira mista, Sequenciamento de Produção.

**L&T (Logística e Transportes), PM (Programação Matemática).**

### **ABSTRACT**

This article deals with a real problem of sorting rolling stock in flat railway yards (PCVPP). The wagons are received on trains and circulate respecting the tracks disposition and the sequential formation of the outgoing train. Inefficient movements imply a processing capacity lower than the potential of the yard given its layout. The objective of this study is to develop a mathematical model that describes the PCVPP in order to calculate the performance of different layouts, indicating the need for an expansion project to guarantee meeting the expected long term demand. The PCVPP was solved using a mixed integer linear programming model (MILP) based on the production scheduling theory. Preliminary tests, reproducing real wagon movements, showed the effectiveness of the proposed model.

**KEYWORDS.** Sorting of rolling stock, Mixed Integer Linear Programming, Production Scheduling.

**L&T (Logistics and Transportes), PM (Mathematical Programming).**

## 1. Introdução

Os operadores ferroviários de carga atendem seus clientes através de dois tipos de serviço: trem unitário (*full load service*) e trem de Carga Geral (*car load service*). Estes últimos sendo trens compostos por vagões de diferentes rotas (origem - destino) que compartilham parte da jornada (Bohlin et al. [2018]). Os trens de Carga Geral envolvem uma ou mais paradas para deixar e receber vagões nos pátios de classificação. Bontekoning e Priemus [2004] afirmam que, na Europa, o tempo de permanência dos vagões nos pátios de classificação podem chegar a 50% do tempo de trânsito, sendo representativo na competitividade do serviço ofertado.

Três pátios ferroviários de classificação da MRS Logística são apresentados na Figura 1. Para garantir que um pátio de classificação tenha capacidade de processar os vagões dentro do período de tempo desejado, o pátio deve ter uma infraestrutura (*layout*) adequada à demanda. Projetos de expansão em infraestrutura requisitam alto investimento e cronogramas expandidos, o que exige o estudo da necessidade de forma antecipada (longo prazo). Na análise estratégica da capacidade de pátios de classificação, deseja-se compreender o desempenho do pátio com a demanda prevista e comparar com o desempenho do pátio caso instaladas alternativas de expansão, ou mesmo com outro *layout*. A ferrovia, então, terá insumos para decidir por investir ou não na infraestrutura do pátio de classificação baseado no seu desempenho esperado.

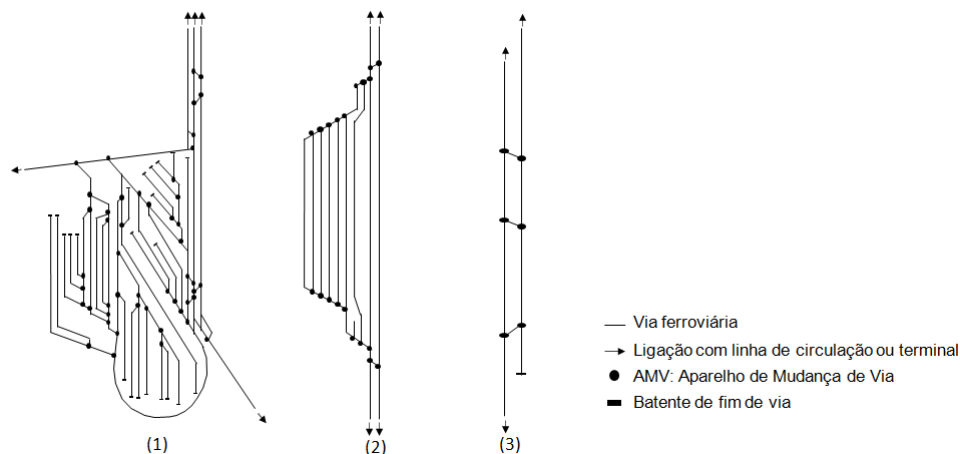


Figura 1: Pátios de classificação (1) Arará - RJ; (2) Campo Grande - SP; (3) Dias Tavares - MG

A capacidade de um pátio de classificação é medida pelo número de vagões ou blocos de vagões que consegue processar dentro do período de interesse. Se todos os vagões previstos (demanda) são processados dentro do horizonte de planejamento, então conclui-se que o pátio tem capacidade de processar a demanda. Se não, conclui-se que o pátio precisa de modificações em seu *layout*. O desempenho do pátio é diretamente influenciado pelos fatores: demanda, sequência de vagões nos trens, *layout*, plano de manobra (posição dos vagões no tempo), disponibilidade de locomotivas e de equipe de manobra. Desses, este estudo busca definir o plano de manobra ótimo, baseado nos demais parâmetros que são conhecidos *a priori*. Se o plano de manobra é o ótimo, pode-se dizer que este é o melhor desempenho do pátio dado as demais premissas, ou seja, é sua capacidade. Vale ressaltar que, das premissas destacadas, disponibilidade de equipe e locomotiva de manobra podem ser ajustados no curto prazo. Sendo assim, neste estudo assume-se que sempre haverá locomotiva e equipe de manobra para realizar a circulação apontada pelo modelo, não sendo necessário modelar este recurso como restrição.

Na MRS Logística, operadora ferroviária de carga nos estados de Minas Gerais, Rio de Janeiro e São Paulo, por exemplo, as ferramentas de apoio na análise de capacidade de pátios de classificação se baseiam em simulação. Porém, este método exige um padrão de ocupação pré-estabelecido para cada linha do pátio, exigindo grande esforço de parametrização para testes de diferentes cenários de ocupação. Neste contexto, este estudo propõe um modelo de programação linear inteira mista que minimiza o processamento de vagões fora do horizonte de análise<sup>1</sup>, respeitando o *layout* ferroviário em estudo e a demanda prevista. Com isso, o modelo é capaz de escolher a melhor ocupação das linhas no tempo (plano de manobra), indicando, de forma mais exata, a capacidade do pátio.

De acordo com Bohlin et al. [2018], o problema da classificação de vagões tem recebido atenção recente. Pelos trabalhos revisados, no entanto, pode-se afirmar que a maioria dos autores focam em pátios ferroviários do tipo *hump*, onde existe um conjunto de linhas paralelas acessando uma linha elevada. Esta linha elevada provoca a circulação dos vagões para as linhas paralelas por gravidade. Dessa forma, a locomotiva é usada apenas em um sentido de movimentação - das linhas paralelas para a linha elevada. Nesse tipo de pátio, o processo de classificação não compartilha recursos com a formação de trens.

Modelagens por programação matemática baseada na teoria de *production scheduling* já foram aplicadas em contexto ferroviário, porém não foi encontrado nenhum artigo que modela de forma detalhada a etapa de classificação de vagões considerando a disposição das linhas ferroviárias como restrição. Este estudo apresenta uma abordagem adaptada daquelas definidas por Pinedo [2008], com  $m$  máquinas idênticas, com recirculação, sem interrupção, sem *setup* e sem estoque intermediário (*blocking*), onde os *jobs* não precisam passar por todas as máquinas, porém também não tem uma sequência de operações predefinida, aplicado a um Problema real de Classificação de Vagões em Pátios Planos (PCVPP).

As demais seções estão organizadas como segue: na Seção 2 o problema é descrito delimitando o escopo de atuação deste estudo e revisando os estudos já conduzidos no tema; na Seção 3 o modelo matemático proposto para o problema é apresentado; na Seção 4 são detalhados os experimentos computacionais; e, finalmente, a Seção 5 contém as conclusões do estudo.

## 2. Descrição do Problema

Os pátios ferroviários (ver Figura 1) são um conjunto de segmentos de trilhos (linhas), ligadas entre si de diversas maneiras através dos AMVs (Aparelhos de Mudança de Via). Os pátios ferroviários podem ter uma ou mais ligações com a linha de circulação ou com as linhas de terminais, por onde chegam os trens com vagões a serem classificados e saem os trens formados. As etapas do processo de classificação de vagões é apresentada na Figura 2.

Por Bohlin et al. [2018], uma das funções dos pátios é a estocagem de vagões. Neste estudo, a estocagem é determinada por vagões ou blocos de vagões que chegam no pátio porém não são designados a nenhum trem de saída, ocupando o pátio durante todo o período representado pelo modelo. Os pátios ferroviários também abastecem terminais ferroviários de carga ou descarga. Para este estudo, este abastecimento é tratado como um trem de saída cuja posição de saída do pátio dá acesso ao terminal. Assim como o recebimento de vagões do terminal é definido por um trem de chegada que acessa o pátio ferroviário por uma posição de conexão com o terminal.

Diferente dos pátios do tipo *hump*, nos pátios planos, a linha de formação do trem não é um recurso independente, a mesma linha pode ser usada para receber o trem, classificar vagões e

<sup>1</sup>Horizonte de análise é o tempo desejado para que o pátio processe toda a demanda.

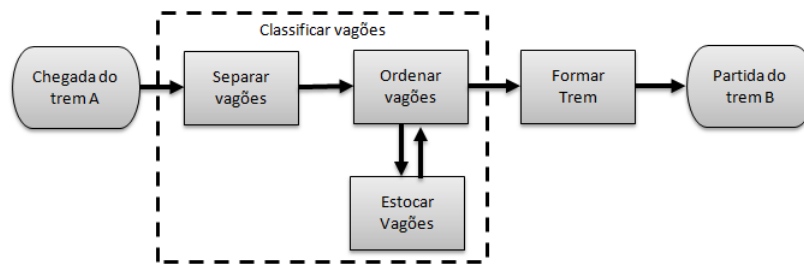


Figura 2: Etapas do processo de classificação de vagões em pátios planos

formar o trem de saída. Os vagões podem iniciar sua classificação a partir de sua chegada no pátio. Vagões de diferentes trens de chegada podem formar o mesmo trem de saída, exigindo aguardo dos vagões que chegaram primeiro no pátio. Não existe limitação no número de movimentações de um vagão no pátio, podendo este movimentar em qualquer sentido. Um exemplo do processamento de 4 blocos de vagões em um pátio plano é apresentado na Figura 3. Um trem chega no pátio com 3 blocos de vagões [1-2-3]. Cada bloco pode conter um ou mais vagões com as mesmas características. É esperado que um bloco de vagões do mesmo tipo, com a mesma origem, o mesmo destino e o mesmo peso bruto, siga por todo o circuito sem que haja separação dos vagões. Nestes casos, o modelo pode ser simplificado para tratar a movimentação do bloco de vagões. Neste artigo, os blocos de vagões são referidos apenas como vagões para facilitar o entendimento. Neste exemplo, então, o vagão 2 é enviado para o terminal de destino enquanto os vagões 1 e 3 seguem viagem, juntamente com o vagão 4 que já aguardava no pátio. O trem de saída deve respeitar a ordenação [1-3-4].

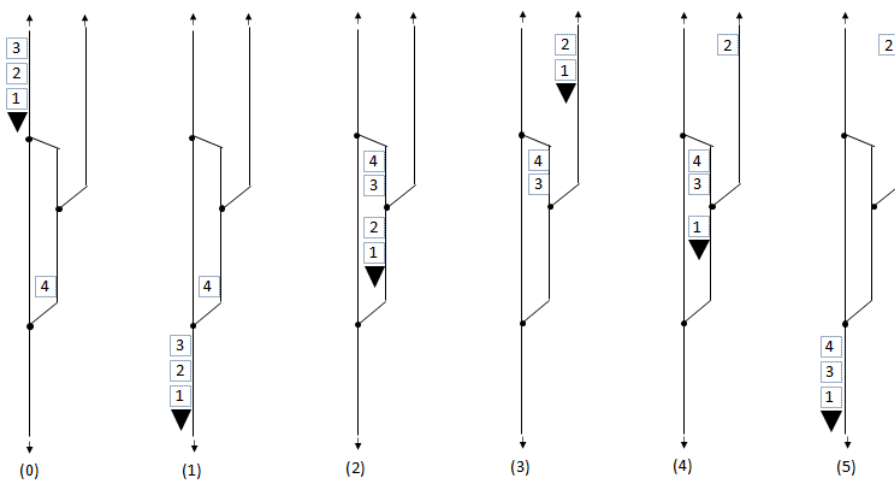


Figura 3: Exemplo de classificação de vagões em um pátio plano.

Como em Bohlin et al. [2018], este artigo se restringe a um modelo *offline* onde todos os parâmetros de entrada são conhecidos. Na MRS Logística, os trens de Carga Geral tem sua composição de vagões previamente definida, assim como sua rota de parada em pátios de classificação e os respectivos horários de partida e chegada em cada pátio. Esse plano é chamado de grade de trens de Carga Geral. Como o modelo de otimização é aplicado a um pátio específico, pode-se considerar que os demais elementos do sistema não sofrerão alteração. Assim, assume-se a grade de trens

de Carga Geral planejada para determinar quais vagões compõe cada trem e quais os horários de chegada dos trens no pátio.

A sequência dos vagões no trem, no entanto, não é determinada na grade de trens de Carga Geral, mas deve obedecer às regras de formação de trem, que são estabelecidas para garantir uma circulação segura. As principais regras são: ordenação dos vagões mais pesados para os mais leves, sendo os mais pesados conectados à locomotiva e diferença máxima de peso e comprimento permitida entre vagões vizinhos. O peso de cada vagão é conhecido por ser determinado pela demanda. Sendo assim, existe um conjunto possível de ordenação para cada trem, e uma ordenação viável de cada trem deve ser escolhida como *input* do modelo.

Na operação ferroviária, parâmetros como horário de chegada e formação do trem podem variar diariamente. Porém, para este estudo, considerando uma avaliação estratégica de capacidade, estes parâmetros são definidos *a priori*. Garantindo a funcionalidade deste método proposto, outros cenários podem ser elaborados e testados no modelo matemático de forma independente, obtendo-se uma função de capacidade do pátio dado o cenário de entrada.

## 2.1. Problemas relacionados

Bohlin et al. [2018] trazem uma revisão recente de literatura em estudos que objetivam resolver o problema de classificação de vagões através de otimização. Segundo König e Schaltegger [1967] apud Bohlin et al. [2018] e Schaltegger [1967] apud Bohlin et al. [2018], os primeiros estudos que aplicaram otimização no problema de classificação de vagões foram desenvolvidos pelo grupo de Pesquisa Operacional em Schweizer Bundesbahnen na década de 1960. Por Bohlin et al. [2018], as três décadas seguintes não tiveram evolução nessa área, voltando ao foco de estudo mais recentemente. Dos 19 trabalhos revisados por Bohlin et al. [2018] que apresentam modelagem matemática para o problema, todos são desenvolvidos com foco no pátio do tipo *hump* ou semelhantes. As duas aplicações em pátios reais apresentadas pelos autores também se restringem à pátios do tipo *hump*.

Outras 3 revisões bibliográficas no problema de classificação de vagões: Hansmann [2010], Boysen et al. [2012] e Gatto et al. [2009], também apresentam apenas estudos em pátios do tipo *hump* ou em pátios semelhantes, alguns considerando a estocagem do trem completo sem distribuição de vagões. Boysen et al. [2012] afirmam que os pátios de classificação planos se diferenciam dos pátios do tipo *hump* apenas por necessitarem de locomotivas para a movimentação. Porém, os pátios planos de classificação da MRS Logística (ver Figura 1) se diferenciam, também, por serem compostos de um número bem menor de linhas paralelas (alguns pátios com apenas 2 linhas), compartilharem recurso para classificação e formação de trens, e apresentarem vários AMVs entre as linhas no interior do pátio. Esses AMVs, em algumas ocasiões, permitem que a classificação e a formação do trem sejam realizadas sem acessar qualquer outra linha (linha de entrada do trem, por exemplo).

Adlbrecht et al. [2015] e Jaehn et al. [2018] apresentaram modelos de otimização aplicados a pátios planos, porém com características de processo simplificadas frente ao tratado neste estudo. Adlbrecht et al. [2015] consideram a classificação de blocos de vagões para a formação de trens de saída com apenas uma locomotiva. Esse processo, apesar de considerado independente na modelagem dos autores, complementa a classificação por *hump* realizada no mesmo pátio, porém em outro conjunto de linhas. O pátio plano considerado é um conjunto de linhas paralelas acessado apenas por um lado, assim como em Jaehn et al. [2018], que trata da formação de um trem com vagões específicos em uma sequência arbitrária.

Abordagens utilizando *production scheduling* aplicadas a problemas de contexto ferroviário foram apresentadas por Lange e Werner [2018] e Guo et al. [2016]. Lange e Werner [2018] aplicaram esta abordagem em um problema de circulação de trens em linha singela. Guo et al. [2016] apresentaram uma programação matemática para o problema de classificação de vagões em um pátio *hump*, porém não detalharam a etapa de classificação de forma a restringir pelo comprimento ou disposição das linhas. No exemplo apresentado, o pátio tem capacidade suficiente para processar um trem por vez.

A partir da revisão de literatura realizada pelos autores, pode-se afirmar que a programação matemática do PCVPP como um problema de *production scheduling* é inédita.

### 3. Modelo de Programação Linear Inteira Mista

O PCVPP aqui apresentado foi baseado em um problema de *scheduling*, tomando como base os conceitos e notação apresentados por Pinedo [2008]. Os **vagões** são os *jobs*  $j \in J = \{1, \dots, n\}$ , e os **trechos de trilho** são as máquinas  $q \in Q = \{1, \dots, m\}$ . Todos os vagões devem seguir a mesma **sequência de operações**  $i \in I = \{1, \dots, o\}$ , e não precisam passar por todas elas. Por exemplo, o vagão  $j \in J$  pode encerrar na operação  $i \in I$  enquanto o vagão  $l \in J$  encerra na operação  $k \in I$ , sendo  $j \neq l$ ,  $i < k$  e  $i, k \leq o$ . Não existe tempo de *setup* e, também, não é permitido interrupção da circulação (*no preemption*). Ainda, não existe estoque anterior aos trechos, portanto, o trecho  $q$  ocupado por um vagão  $j$ , só pode receber outro vagão quando o primeiro ocupa outro trecho, liberando o anterior.

$O_j^i$  representa a  $i$ -ésima circulação do vagão  $j$ . O parâmetro  $P$  representa o tempo de circulação entre  $O_j^i$  e  $O_j^{i+1}$  que é considerado o mesmo para qualquer trecho e qualquer vagão (máquinas idênticas).  $O_j^i$  acontece em apenas um trecho do pátio e apenas uma vez. Uma simplificação considerada neste modelo é que o comprimento de cada trecho, assim como o comprimento de cada vagão são idênticos. Ou seja, o comprimento de cada vagão é simplificado para um comprimento médio e este mesmo comprimento é replicado para todos os trechos. Esta simplificação permite que a ocupação das linhas do pátio seja dada apenas pela ocupação discreta da variável  $z_{qj}^i$ , garantindo que nenhuma linha seja ocupada além do seu comprimento. Esta simplificação é razoável na prática dado que os vagões que são classificados em um mesmo pátio são, em sua maioria, do mesmo tipo e, portanto, do mesmo comprimento. As Tabelas 1, 2 e 3 resumem os conjuntos, parâmetros e variáveis usadas no modelo, respectivamente.

Tabela 1: Conjuntos

Vagões ( <i>jobs</i> )	$J = \{1, \dots, n\}$	$j, l \in J$
Trechos (máquinas)	$Q = \{1, \dots, m\}$	$q, s \in Q$
Operações	$I = \{1, \dots, o\}$	$i, k \in I$
Trens	$T = \{1, \dots, v\}$	$t \in T$
Linhas	$G = \{1, \dots, e\}$	$g \in G$
		$T = T_\alpha \cup T_\beta$
		$T_\alpha \cap T_\beta = \emptyset$

Considerando as variáveis de decisão contidas na Tabela 3, o modelo já garante  $y_j^i \geq 0$  e  $C_j \geq 0$  por isso não é necessário defini-los em  $R^+$ . Os vagões podem fazer duas atividades diferentes no mesmo trecho (recirculação), ou seja,  $z_{qj}^i = 1$  e  $z_{qj}^k = 1$  sendo  $i, k \in I$ ,  $i \neq k$ . A chegada e a partida dos vagões são através de trens. Um trem  $t \in T = \{1, \dots, v\}$  é um subconjunto de  $J$ , sendo  $t \subset J$ . Além disso, o conjunto  $T$  pode ser subdividido em dois outros conjuntos, trens de chegada  $T_\alpha$  e trens de saída  $T_\beta$  onde  $T = T_\alpha \cup T_\beta$ . Se  $j, l \in J$  e  $j, l \in t^*$  dado  $t^* \in T_\alpha$ , então, os



Tabela 2: Parâmetros

$P$	tempo de circulação de um vagão $j$ em um trecho $q$
$r_j$	instante mais cedo que o vagão $j$ está disponível para entrar no pátio ( <i>release date</i> ), ou seja, horário de chegada do trem $t \in T_\alpha   j \in t$
$AMV_{qs}$	1 se o trecho $q$ é ligado ao trecho $s$ ( $q$ vizinho de $s$ ou existe AMV entre $q$ e $s$ ); 0 caso contrário
$PCH_j$	trecho do pátio onde o vagão $j$ estará posicionado ao receber o trem $t \in T_\alpha   j \in t$
$PSA_j$	trecho do pátio onde o vagão $j$ deverá estar posicionado para que o trem $t \in T_\beta   j \in t$ possa sair
$M$	número suficientemente grande

Tabela 3: Variáveis

$y_j^i \in R$	instante de início da $i$ -ésima operação do vagão $j$
$z_{qj}^i \in \{0, 1\}$	1 se a $i$ -ésima operação do vagão $j$ acontece no trecho $q$ ; 0 caso contrário
$x_{ijkl}^q \in \{0, 1\}$	1 se a $i$ -ésima operação do vagão $j$ precede a $k$ -ésima operação do vagão $l$ no trecho $q$ ; 0 caso contrário
$f_j^i \in \{0, 1\}$	1 se a $i$ -ésima operação do vagão $j$ é a última, antes da partida do trem $t \in T_\beta   j \in t$ ; 0 caso contrário
$C_j \in R$	instante de conclusão do vagão $j$ , horário de partida do trem $t \in T_\beta   j \in t$
$C_{max} \in R$	horário da partida do último vagão $j \in t, t \in T_\beta$ ( <i>makespan</i> )

vagões  $i$  e  $j$  chegam no pátio pelo mesmo trem. Analogamente, se  $j, l \in J$  e  $j, l \in t^*$  dado  $t^* \in T_\beta$ , então, os vagões  $i$  e  $j$  saem do pátio pelo mesmo trem. Ainda, se  $t, t^* \in T_\alpha$ , então  $t \cap t^* = \emptyset$ . Da mesma forma, se  $t, t^* \in T_\beta$ , então  $t \cap t^* = \emptyset$ . Se o vagão não tem previsão de partida do pátio, então  $j \notin t$  sendo  $t \in T_\beta$ .

O objetivo desta modelagem é avaliar consistentemente a capacidade de processamento de vagões de um dado pátio ferroviário em um dado horizonte de tempo ( $H$ ) definido pelo analista. Sendo assim, a função objetivo do modelo (1) é processar todos os trens o mais rápido possível. Por Pinedo [2008], minimizar o *makespan* na função objetivo significa, geralmente, que os recursos terão utilização alta e balanceada. Dessa forma, se  $C_{max} > H$ , conclui-se que, mesmo com o melhor plano de manobras, o pátio não tem capacidade para processar a demanda prevista com as condições de grade de trens e *layout* premissadas. Dessa forma, exigindo-se um projeto de expansão ou alteração na grade de trens o que gera um novo cenário a ser avaliado pelo modelo. Esta função objetivo permite ao analista uma avaliação de risco dado o resultado do modelo. Para os casos de  $C_{max} \approx H$ , já pode-se considerar um risco ao atendimento da demanda quando levado em consideração às simplificações de *input* e modelagem frente ao cenário real.

Abaixo o MILP formulado sendo (1) a função objetivo sujeitando-se às restrições de (2) a (20).

$$\text{Min } C_{max} \quad (1)$$

Sujeito a:

$$y_j^{i+1} \geq y_j^i + (P * \sum_{q=0}^m z_{qj}^i) \quad \forall i, j | i < o \quad (2)$$

$$y_j^{i+1} \geq y_l^k - (M * x_{ijkl}^q) - [M * (1 - z_{qj}^i)] - [M * (1 - z_{ql}^k)] \quad \forall q, i, j, k, l | i < o \quad (3)$$

$$y_l^k \geq y_j^{i+1} - [M * (1 - x_{ijkl}^q)] - [M * (1 - z_{qj}^i)] - [M * (1 - z_{ql}^k)] \quad \forall q, i, j, k, l | i < o \quad (4)$$

$$\sum_{q=0}^m z_{qj}^i \leq 1 \quad \forall i, j | i = 1 \quad (5)$$

$$x_{ijkl}^q + \sum_{s=0}^m x_{k-1,l,i+1,j}^s \leq 1 \quad \forall q, i, j, k, l | i < o, \quad k > 1 \quad e \quad j \neq l \quad (6)$$

$$x_{ijkl}^q + x_{klij}^q \geq 1 - [M * (1 - z_{qj}^i)] - [M * (1 - z_{ql}^k)] \quad \forall q, i, j, k, l | j \neq l \quad (7)$$

$$\sum_{q=0}^m z_{qj}^i = 1 - \sum_{k=0}^{i-1} f_j^k \quad \forall i, j | i > 1 \quad (8)$$

$$f_j^i \leq z_{qj}^i \quad \forall i, q, j | q = PSA_j \quad e \quad j \in t, t \in T_\beta \quad (9)$$

$$\sum_{i=0}^o f_j^i = 1 \quad \forall j | j \in t, t \in T_\beta \quad (10)$$

$$\sum_{i=0}^o f_j^i = 0 \quad \forall j | j \notin t, t \in T_\beta \quad (11)$$

$$z_{qj}^i = 1 \quad \forall i, q, j | i = 1 \quad e \quad q = PCH_j \quad (12)$$

$$y_j^i = r_j \quad \forall i, j | i = 1 \quad e \quad j \notin t, t \in T_\alpha \quad (13)$$

$$y_j^i \geq r_j \quad \forall i, j | i = 1 \quad (14)$$

$$y_j^i = y_l^i \quad \forall i, j, l | i = 1 \quad e \quad j, l \in t, t \in T_\alpha \quad (15)$$

$$z_{qj}^{i+1} \leq \sum_{s=0}^m (AMV_{s,q} * z_{sj}^i) \quad \forall i, q, j | i < o \quad (16)$$

$$C_j \geq y_l^i \quad \forall i, j, l | j, l \in t, t \in T_\beta \quad (17)$$

$$C_j \geq y_j^i \quad \forall i, j | i = o \quad e \quad j \notin t, t \in T_\beta \quad (18)$$



$$y_j^{i+1} \geq C_j - M * \left(1 - \sum_{k=0}^i f_j^k\right) \quad \forall i, j | i < o \quad (19)$$

$$C_{max} \geq C_j \quad \forall j | j \in t, t \in T_\beta \quad (20)$$

Em (2)  $O_j^{i+1}$  acontece obrigatoriamente após  $O_j^i$ . Equações (3) e (4), obrigam  $O_l^k$  a acontecer após ou antes de  $O_j^i$ , respeitando a precedência no trecho  $q$  ditada pela variável  $x_{ijkl}^q$ . A variável  $x_{ijkl}^q \in \{0, 1\}$  será 1 se  $O_j^i$  anteceder  $O_l^k$  e 0 caso contrário. A indexação dessa variável é que permite a recirculação no modelo. As últimas duas parcelas eliminam essas restrições caso  $O_j^i$  e  $O_l^k$  não aconteçam no mesmo trecho  $q \in Q$ . A variável  $f_j^i \in \{0, 1\}$  tem valor 1 se  $O_j^i$  for a última circulação do vagão, ou seja, a última circulação anterior à partida do trem  $t \in T_\beta | j \in t$ . As equações (6) e (7), adaptadas de Kroon et al. [2008] e Lange e Werner [2018] respectivamente, garantem que dois vagões não troquem de posição ao mesmo tempo, o que seria fisicamente impossível por não existir ultrapassagem de vagões na mesma linha. Por (5), cada circulação  $O_j^i$  deve ocupar um, e somente um, trecho  $q$ . Esta equação é definida apenas para  $i = 1$  pois é complementada pela equação (8) que garante a ocupação de um trecho  $q$  para a circulação  $O_j^i$  só até a última circulação  $O_j^{i*}$ , sendo  $f_j^{i*} = 1$ . Depois de sair do pátio, o vagão não mais ocupa os trechos.

Os parâmetros  $PCH_j$  e  $PSA_j$  determinam, respectivamente, as posições, trechos  $q \in Q$ , de chegada e saída dos vagões no pátio.  $PCH_j$  e  $PSA_j$  são determinados por parâmetros previamente estabelecidos: ponto de origem ou destino do trem, composição de vagões contidas no trem, *layout* do pátio e regras de formação de trens. Para que a circulação  $O_j^{i*}$  seja definida com a última do vagão  $j$ , esta circulação tem que ter acontecido no trecho pré-definido como  $PSA_j$  (9), ou seja,  $O_j^{i*}$  ocupa  $q = PSA_j$ . Equações (10) e (11) garantem a partida dos vagões  $j \in t | t \in T_\beta$  e a estadia dos vagões  $j \notin t | t \in T_\beta$ . O vagão inicia sua operação no pátio a partir de sua chegada em  $t \in T_\alpha$ . As restrições (12) e (14) inicializam o vagão no pátio respeitando seu horário de chegada  $r_j$  (*release date*). Os vagões chegam no pátio em trens, portanto (15) determina que todos os vagões pertencentes ao mesmo trem de chegada  $t \in T_\alpha$  tenham o mesmo horário de chegada. Se o vagão  $j$  já inicia no pátio, então (13) garante que estará no pátio a partir de  $r_j$  e, por definição,  $r_j = 0$ .

A sequência possível de trechos a serem ocupados depende da vizinhança física entre os trechos (16). O parâmetro  $AMV_{sq}$  indica se o trecho  $s \in Q$  é vizinho do trecho  $q \in Q$ . Por definição,  $AMV_{sq} = 1$  se  $s = q$ . Em (17) o horário de complementação  $C_j$  é definido como o mesmo valor para todos os vagões que formam o mesmo trem de saída. A equação (19) garante o bloqueio do último trecho ocupado pelo vagão  $j$  até que o mesmo saia do pátio pelo trem  $t \in T_\beta | j \in t$ . Já para os vagões que permanecem no pátio, ou seja, não pertencem a nenhum trem de saída, a equação (18) garante que o tempo de complementação seja maior que a última operação realizada pelo vagão. Por (20),  $C_{max}$  é definido como  $\max\{C_j\} | j \in t, t \in T_\beta$ .  $P$ ,  $C_j$ ,  $C_{max}$  e  $y_j^i$  devem ser definidos na mesma unidade temporal, por exemplo, em minutos.

#### 4. Experimentos

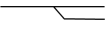
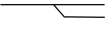
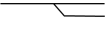
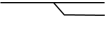

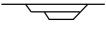
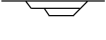
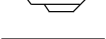
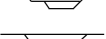
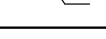
A Tabela 4 apresenta os resultados obtidos com o modelo apresentado na seção anterior para algumas instâncias de teste. A identificação da instância se dá pelo número de vagões ( $n$ ), o número de trechos ( $m$ ), o número de atividades ( $o$ ), o número de trens ( $v$ ) e a representação do *Layout* do pátio ferroviário sendo avaliado. Os resultados de cada instância são resumidos em três

saídas do solver: o valor da função objetivo (**FO**), o tempo computacional consumido para alcançar a solução ótima (**Tempo CPU**) e o maior valor de memória em Mb consumidos em um instante de execução (**Pico Memória**). Todas as instâncias da Tabela 4 foram parametrizadas com  $P = 5$  unidades de tempo.

No momento da parametrização do modelo, algumas definições foram críticas para garantir uma solução viável e factível. A cardinalidade do conjunto  $I = \{1, \dots, o\}$  deve ser grande o suficiente para garantir que nenhum vagão tenha sua movimentação restrita por falta de Operações possíveis de serem executadas. Idealmente,  $o \rightarrow \infty$ , porém, na prática, sugere-se testar possíveis valores para  $o$  até que seja alcançada uma solução viável e factível. Foi observado que valores de  $o$  justos podem gerar soluções viáveis, porém infactíveis por permitirem que dois vagões vizinhos troquem de posição  $q$  simultaneamente em  $i = o$ . Observa-se que para soluções viáveis e factíveis,  $\sum_{i=0}^{i \leq o} f_j^i = 1 \quad \forall j \in t, t \in T_\beta$ . Além disso, para a parametrização das posições de chegada ou saída de vagões, indica-se sempre declarar a chegada ou saída do vagão da extremidade do trem (primeiro ou o último) no trecho  $q$  da extremidade da linha. Dessa forma, evita-se uma possível ultrapassagem de vagões que estão chegando sobre vagões que estão saindo, e vice-versa.

O modelo foi codificado usando o *software* comercial AIMMS sendo executado em um computador com processador Intel 3.30 GHz *Octa Core* com 64,0 GB de memória RAM. O solver usado foi o GUROBI 5.6.

Tabela 4: Resultados Computacionais GUROBI 5.6

Definição da Instância						Resultados		
Inst.	$n$	$m$	$o$	$v$	Layout	FO	Tempo CPU	Pico Memória
I1	2	6	15	2		30	2,17	419,6
I2	4	6	15	4		50	314,78	1.801,0
I3	2	12	15	2		50	108,30	269,9
I4	2	6	30	2		30	12,15	1.463,8
I5	2	6	15	2		40	6,50	227,3
I6	3	23	30	2		85	79,22	1.589,3
I7	6	23	30	4		115	28.357,80	46.440,2
I8	3	46	40	2		160	2.022,55	15.407,8
I9	3	23	60	2		85	2.088,71	11.703,8
I10	3	23	30	2		85	137,56	2.520,0

Pelos resultados apresentados na Tabela 4, observa-se que o modelo consegue, de fato, resolver instâncias com variados *layouts* de pátio. Para estes resultados preliminares, os fatores que aparentam influenciar mais significativamente o tempo computacional de execução são  $n$  e  $m$ , o número de vagões e trechos, respectivamente. As instâncias de **I2** a **I5** na Tabela 4 representam a mesma situação que a instância **I1**, diferenciando entre si por apenas um dos fatores:  $n$  e  $v$ ,  $m$ ,  $o$  ou *Layout*, respectivamente. O mesmo vale para as instâncias de **I7** a **I10** que são variações da instância **I6**. Nas instâncias **I2** e **I7**, a duplicação do número de vagões ( $n$ ) gerou, por consequência, a duplicação do número de trens. Já na instância **I8**, a duplicação do número de trechos ( $m$ ) exigiu um incremento de 10 unidades em  $o$  para garantir uma solução viável e factível.

Observe-se que **I2** demorou 145 vezes mais que o cenário base **I1** quando o número de vagões ( $n$ ) foi duplicado. Já **I7** superou 350 vezes o tempo de execução de **I6**. **I3**, com a duplicação do número de trechos ( $m$ ), teve o tempo de execução multiplicado por 50. **I8** comparado à **I6** foi 25 vezes mais demorado. A duplicação do número de operações ( $o$ ) em **I4** também impactou no tempo de execução, porém de forma mais discreta, 5 vezes maior. Porém, **I9** teve um desempenho semelhante à **I8**, ou seja, a duplicação de  $o$  impactou de forma semelhante à duplicação de  $m$  para o cenário base **I6**. Já em **I5**, a alteração do *layout* apenas triplicou o tempo de execução. Muito semelhante à **I10**. Esses resultados preliminares indicam que alterações de *layout* não alteram o tempo de execução. Como o *layout* é o fator chave para alterações em análises de capacidade, pode-se esperar o mesmo tempo de execução que outros cenários já realizados com a mesma demanda, indicando uma previsibilidade ao analista.

Todas as instâncias apresentadas na Tabela 4 foram ilustradas em um vídeo que pode ser acessado em: <https://youtu.be/UplajZWG-Kc>.

## 5. Conclusões

Este trabalho propôs um MILP para o Problema de Classificação de Vagões em Pátios Planos (PCVPP) interpretando-o como um problema de *production scheduling*. Com este modelo é possível avaliar a necessidade de investimentos em infraestrutura para garantir o processamento de todos os vagões em uma janela de tempo de interesse. Esse modelo toma como premissas parâmetros já conhecidos no processo de planejamento estratégico da MRS Logística. O modelo pode ser facilmente aplicado em outros pátios de classificação modificando apenas dois parâmetros de entrada. Especialistas ferroviários afirmam que esta abordagem tem potencial de aplicação visto que o modelo já representa coerentemente o processamento de um pátio de classificação, apesar de serem necessários ajustes na permissão de circulação entre trechos nos quais existe fisicamente um AMV.

Este modelo representa os processos mais comuns de qualquer pátio ferroviário de classificação evitando as características individuais. Porém, outras características que podem ser de interesse para um pátio de classificação específico, como: aderência ao horário de partida (*due date*), respeito à ordem de prioridade de partida entre vagões e bloqueio temporário de trechos para manutenção, podem ser incluídas como restrições na modelagem.

Pode-se afirmar que o MILP aqui estabelecido traz avanços para a literatura no tema e, também, para a empresa como potencial método de apoio à decisão estratégica de investimentos em infraestrutura. Os resultados preliminares apresentados, no entanto, mostraram que a solução do PCVPP por meios de otimização exata não é viável para aplicação prática. Para a MRS Logística, o tempo máximo de aguardo por uma solução é de 1h e, ainda, o número de vagões em um cenário real supera aqueles apresentados. Os próximos passos se fundamentam em desenvolver métodos computacionais eficientes, tais como heurísticas híbridas e metaheurísticas que possam resolver o problema em um tempo computacional aceitável na prática.

O modelo também pode evoluir para um horizonte de planejamento tático se forem acrescentadas restrições que modelem o número de locomotivas e equipe de manobra disponíveis no pátio. Outro fator relevante para evolução da modelagem atual é a flexibilidade para que o modelo decida a formação dos trens de saída como em Guo et al. [2016].

## 6. Agradecimentos

O presente trabalho foi realizado com apoio da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior - Brasil (CAPES) - Código de Financiamento 001 e da FAPERJ (E-26/211.086/2019 e E-26/211.389/2019). Além do apoio das universidades parceiras: PUC-Rio e UFJF. Agradeço também à MRS Logística pela contribuição no contexto do problema.

## Referências

- Adlbrecht, J., Hüttler, B., Zazgornik, J., e Gronalt, M. (2015). The train marshalling by a single shunting engine problem. *Transportation Research Part C*, 58:56–72.
- Bohlin, M., Hansmann, R., e Zimmermann, U. T. (2018). Optimization of railway freight shunting. *International Series in Operations Research and Management Science*, 268:181–212.
- Bontekoning, Y. M. e Priemus, H. (2004). Breakthrough innovations in intermodal freight transport. *Transportation Planning and Technology*, 27:335–345.
- Boysen, N., Fliedner, M., e Jaehn, E., F. and Pesch (2012). Shunting yard operations: Theoretical aspects and applications. *European Journal of Operational Research*, 220:1–14.
- Gatto, M., Maue, J., Mihalák, M., e Widmayer, P. (2009). Shunting for dummies: An introductory algorithmic survey. *Robust and online large-scale optimization: models and techniques for transportation systems*, LNCS 5868:310–337.
- Guo, R., Guo, J., e Xie, G. (2016). Optimizing model of a railroad yard 's operations plan based on production scheduling theory. In *15th International Conference on Railway Engineering Design and Operation*, p. 80–89. WIT Press.
- Hansmann, R. S. (2010). *Optimal Sorting of Rolling Stock*. PhD thesis, Technische Universität Carolo-Wilhelmina zu Braunschweig.
- Jaehn, F., Otto, A., e Seifried, K. (2018). Shunting operations at flat yards: retrieving freight railcars from storage tracks. *OR Spectrum*, 40:367–393.
- König, H. e Schaltegger, P. (1967). Optimale simultanformation von nahgüterzügen in rangierbahnhöfen. *Monatsschrift der Internationalen Eisenbahn-Kongress-Vereinigung*, 4(1):1–18.
- Kroon, L., Lentink, R., e Schrijver, A. (2008). Shunting of passenger train units: An integrated approach. *Transportation Science*, 42:436–449.
- Lange, J. e Werner, F. (2018). Approaches to modeling train scheduling problems as job-shop problems with blocking constraints. *Journal of Scheduling*, 21:191–207.
- Pinedo, M. L. (2008). *Theory, Algorithms, and Systems*. Springer Science+Business Media, New York, NY.
- Schaltegger, P. (1967). Optimierung eines rangierverfahrens. *Ablauf- und Planungsforschung*, 8(4): 302–314.