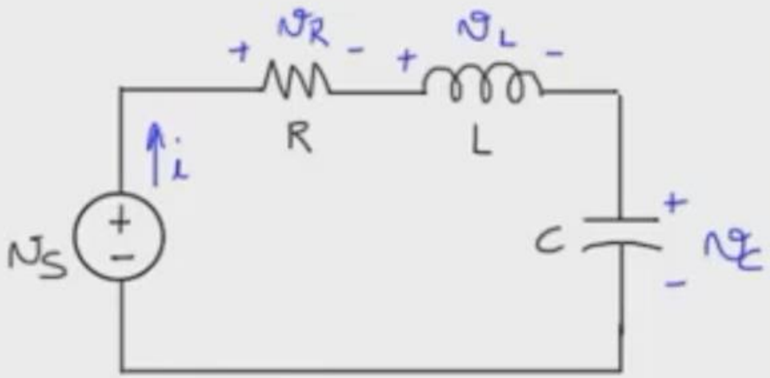
CIRCUITOS DE SEGUNDA ORDEM

RLC SÉRIE



$$v_L + v_R + v_C = v_S$$

$$L\frac{di}{dt} + R.i + \frac{1}{C}\int i\,dt = v_S \quad (\mathrm{I})$$

Derivando (I) e (I) $\frac{1}{L}$:

$$\frac{d^2i}{dt^2} + \frac{R}{L}\frac{di}{dt} + \frac{1}{LC}i = \frac{1}{L}\frac{dv_S}{dt} \quad (\mathrm{II})$$

$v_C(t)$: fazendo $i = C\frac{dv_C}{dt}$ em (I)

$$\Rightarrow LC\frac{d^2v_C}{dt^2} + RC\frac{dv_C}{dt} + v_C = v_S$$; fazendo (III) . $\frac{1}{LC}$

$$\frac{d^2v_C}{dt^2} + \frac{R}{L}\frac{dv_C}{dt} + \frac{1}{LC}v_C = \frac{1}{LC}v_S \quad (\mathrm{III})$$

v_L : à partir de (II)

$$\frac{d^2 v_L}{dt^2} + \frac{R}{L}\frac{dv_L}{dt} + \frac{1}{LC} v_L = \frac{d^2 v_S}{dt^2} \quad (IV)$$

v_R : à partir de (II)

$$\frac{d^2 v_R}{dt^2} + \frac{R}{L}\frac{dv_R}{dt} + \frac{1}{LC} v_R = \frac{R}{L}\frac{dv_S}{dt} \quad (V)$$

Equação característica ou homogênea:

$$p^2 + \frac{R}{L}p + \frac{1}{LC} = 0$$

$$p_{1,2} = -\frac{R}{2L} \pm \sqrt{\frac{R^2}{4L^2} - \frac{1}{LC}}$$

fazendo $\alpha = \frac{R}{2L}$ e $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$

$$p_{1,2} = -\alpha \pm \sqrt{\alpha^2 - \omega_0^2}$$

$$\boxed{p^2 + 2\alpha p + \omega_0^2 = 0}$$

Equação característica ou homogênea:

$$\boxed{p^2 + 2\alpha p + \omega_0^2 = 0} \quad ; \quad p_{1,2} = -\alpha \pm \sqrt{\alpha^2 - \omega_0^2}$$

1) Se $\alpha = \omega_0$

$$\frac{R}{2L} = \frac{1}{\sqrt{LC}} \qquad p_1 = p_2 = -\frac{R}{2L}$$

SISTEMA CRITICAMENTE AMORTECIDO

$$R = 2\sqrt{\frac{L}{C}}$$

SOLUÇÃO HOMOGÊNEA: $(K_1 t + K_2)\, e^{-\frac{R}{2L}t}$

Equação característica ou homogênea:

$$\boxed{p^2 + 2\alpha p + \omega_0^2 = 0} \quad ; \quad p_{1,2} = -\alpha \pm \sqrt{\alpha^2 - \omega_0^2}$$

2) Se $\alpha > \omega_0$

$R > 2\sqrt{\frac{L}{C}}$

$$\begin{cases} p_1 = -\alpha + \sqrt{\alpha^2 - \omega_0^2} \\ p_2 = -\alpha - \sqrt{\alpha^2 - \omega_0^2} \end{cases}$$

SISTEMA SUPER AMORTECIDO

SOLUÇÃO HOMOGÊNEA: $K_3 e^{p_1 t} + K_4 e^{p_2 t}$

Equação característica ou homogênea:

$$\boxed{p^2 + 2\alpha p + \omega_0^2 = 0} \quad ; \quad p_{1,2} = -\alpha \pm \sqrt{\alpha^2 - \omega_0^2}$$

3) Se $\alpha < \omega_0$

$$R < 2\sqrt{\frac{L}{C}} \quad ; \quad \begin{cases} p_1 = -\alpha + j\sqrt{\dfrac{1}{LC} - \dfrac{R^2}{4L^2}} = -\alpha + j\omega_d \\[2ex] p_2 = -\alpha - j\underbrace{\sqrt{\dfrac{1}{LC} - \dfrac{R^2}{4L^2}}} = -\alpha - j\omega_d \end{cases}$$

$\omega_d \rightarrow$ frequência de oscilação amortecida

SISTEMA SUBAMORTECIDO

SOLUÇÃO HOMOGÊNEA:

$$e^{-\alpha t}\left(k_5 \cos \omega_d t + k_6 \operatorname{sen} \omega_d t\right)$$

$$t = \tau = \frac{1}{\alpha} = \frac{2L}{R} \; ; \; t = 5\tau$$