

UNIVERSIDADE FEDERAL DE MINAS GERAIS
Escola de Engenharia
Engenharia de Controle e Automação

Eduardo Henrique Basilio de Carvalho, Renan Neves da Silva

Trabalho 2 - Motor de Indução

Belo Horizonte
2025

Eduardo Henrique Basilio de Carvalho, Renan Neves da Silva

Trabalho 2 - Motor de Indução

Versão 1.0

Orientador: Prof. Rodrigo Rodrigues Bastos

Belo Horizonte
2025

Resumo

O trabalho apresenta a determinação e a análise do desempenho de motores de indução trifásicos por meio do circuito equivalente de regime permanente. São obtidos parâmetros elétricos a partir de modelos pré-definidos no Simulink e, com eles, calculam-se grandezas fundamentais no ponto nominal, como escorregamento, velocidade, corrente, torque, potências e eficiência. Em seguida, são geradas curvas características em função do escorregamento e da potência mecânica, permitindo avaliar comportamento em partida, torque máximo e operação a vazio. O estudo inclui ainda a análise da operação em frequência variável, destacando como a variação proporcional tensão-frequência altera as curvas torque-velocidade.

Palavras-chave: conversores, motor de indução

Abstract

This work presents the determination and analysis of the performance of three-phase induction motors using the steady-state equivalent circuit. Electrical parameters are obtained from predefined models in Simulink, and fundamental quantities at the nominal point, such as slip, speed, current, torque, power, and efficiency, are calculated using them. Subsequently, characteristic curves are generated as a function of slip and mechanical power, allowing for the evaluation of behavior during starting, maximum torque, and no-load operation. The study also includes an analysis of variable frequency operation, highlighting how the proportional voltage-frequency variation alters the torque-speed curves.

Keywords: converters, induction motor

Sumário

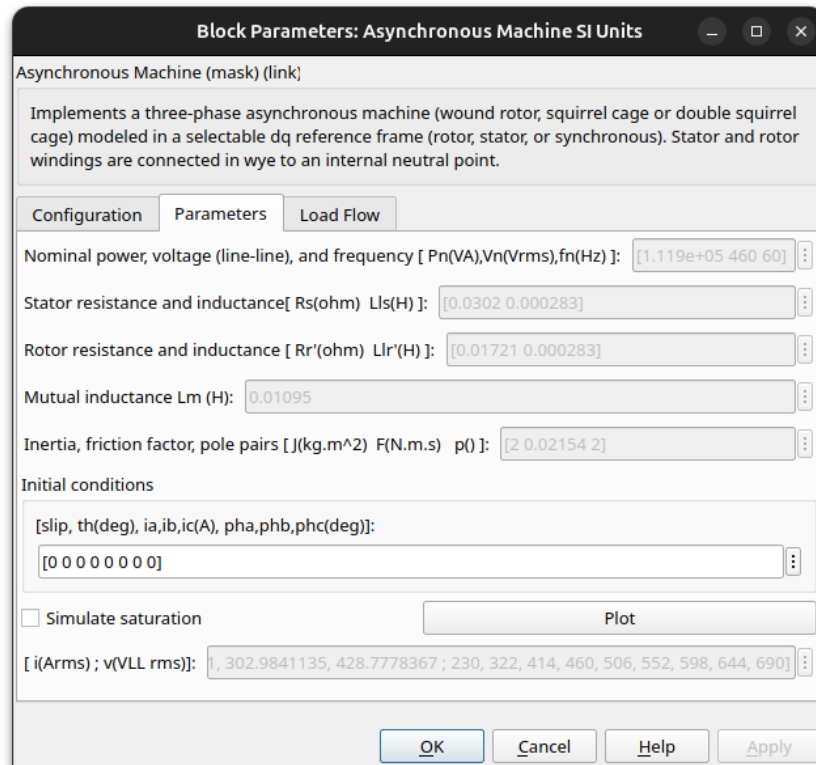
1	Parâmetros do Circuito Equivalente	5
2	Operação em Condições Nominais	7
2.1	Escorregamento	7
2.2	Velocidade Mecânica	9
2.3	Corrente do Estator	9
2.4	Torque	10
2.5	Potência Ativa de Entrada	11
2.6	Potência Reativa de Entrada	11
2.7	Potência Aparente de Entrada	11
2.8	Fator de Potência	12
2.9	Eficiência	12
2.10	Características Nominais	12
3	Curvas	14
	Referências Bibliográficas	15

Capítulo 1

Parâmetros do Circuito Equivalente

Figura 1.1 mostra os parâmetros do modelo predefinido de número 6 do bloco *Asynchronous Machine SI Units* do Simulink, para tipo de rotor *Squirrel Cage*.

Figura 1.1: Parâmetros do modelo predefinido 6 do bloco *Asynchronous Machine SI Units*.



Fonte: captura de tela do programa Simulink na versão R2024b.

Tais parâmetros são transcritos em Tabela 1.1.

Destes, os parâmetros do circuito equivalente são calculados em Equações (1.2) – (1.7).

Tabela 1.1: Parâmetros do modelo predefinido 6 do bloco *Asynchronous Machine SI Units*.

Parâmetro	Símbolo	Valor
Potência nominal	P_n	111.9 kVA
Tensão nominal de linha	V_n	460 V _{rms}
Frequência nominal	f_n	60 Hz
Resistência do estator	R_s	0.0302 Ω
Indutância do estator	L_s	0.000283 H
Resistência do rotor	R'_r	0.01721 Ω
Indutância do rotor	L'_r	0.000283 H
Indutância mútua	L_m	0.01095 H
Inércia	J	2 kg.m ²
Fator de fricção	F	0.02154 Nms
Número de pares de polos	p	2

$$w_e = 2\pi f_n = 2\pi \cdot 60 = 376.99 \text{ rad/s} \quad (1.1)$$

$$V_{ph} = \frac{V_n}{\sqrt{3}} = \frac{460}{\sqrt{3}} = 265.58 \text{ V} \quad (1.2)$$

$$R_s = 0.0302\Omega \quad (1.3)$$

$$X_s = w_e L_s = 376.99 \cdot 0.000283 = 0.1067\Omega \quad (1.4)$$

$$X_m = w_e L_m = 376.99 \cdot 0.01095 = 4.126\Omega \quad (1.5)$$

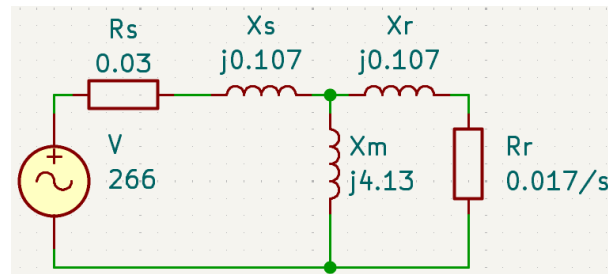
$$X'_r = w_e L'_r = 376.99 \cdot 0.000283 = 0.1067\Omega \quad (1.6)$$

$$R_r = \frac{R'_r}{s} = \frac{0.01721}{s}\Omega \quad (1.7)$$

Este trabalho considera $P_n = P_{\text{out}}$.

Figura 1.2 mostra o circuito equivalente do motor de indução.

Figura 1.2: Circuito equivalente do motor de indução.



Fonte: captura de tela do programa KiCad na versão 9.0.x.

Capítulo 2

Operação em Condições Nominais

2.1 Escorregamento

Do circuito,

$$Z'_r(s) = \frac{R'_r}{s} + jX'_r \quad (2.1)$$

$$Z_s = R_s + jX_s \quad (2.2)$$

$$Z_m = jX_m \quad (2.3)$$

$$Z_{par}(s) = \frac{Z_m Z'_r(s)}{Z_m + Z'_r(s)} \quad (2.4)$$

$$Z_{eq}(s) = Z_s + Z_{par}(s) \quad (2.5)$$

$$I_s(s) = \frac{V_{ph}}{Z_{eq}(s)} \quad (2.6)$$

$$I'_r(s) = I_s(s) \frac{Z_m}{Z_m + Z'_r(s)} \quad (2.7)$$

$$|I'_r(s)| = \frac{V_{ph} X_m}{\sqrt{\text{Re}^2 + \text{Im}^2}} \quad (2.8)$$

$$P_n = 3 |I'_r(s)|^2 R'_r \frac{1-s}{s} \quad (2.9)$$

para

$$\text{Re} = \frac{R_s R'_r}{s} - X_s(X_m + X'_r) - X_m X'_r \quad (2.10)$$

$$\text{Im} = R_s(X_m + X'_r) + \frac{R'_r}{s}(X_s + X_m) \quad (2.11)$$

$$(2.12)$$

No motor estudado,

$$\text{Re} = \frac{0.0302 \cdot 0.01721}{s} - 0.1067(4.126 + 0.1067) - 4.126 \cdot 0.1067 \quad (2.13)$$

$$= \frac{0.000519742}{s} - 0.891873 \quad (2.14)$$

$$\text{Im} = 0.0302(4.126 + 0.1067) + \frac{0.01721}{s}(0.1067 + 4.126) \quad (2.15)$$

$$= 0.127828 + \frac{0.0728448}{s} \quad (2.16)$$

$$\text{Re}^2 + \text{Im}^2 = \left(\frac{0.000519742}{s} - 0.891873 \right)^2 + \left(0.127828 + \frac{0.0728448}{s} \right)^2 \quad (2.17)$$

$$= \frac{0.812s^2 + 0.0177s + 0.00531}{s^2} \quad (2.18)$$

$$(2.19)$$

Assim,

$$111900 = 3 \left(\frac{265.58 \cdot 4.126}{\sqrt{\frac{0.812s^2 + 0.0177s + 0.00531}{s^2}}} \right)^2 0.01721 \frac{1-s}{s} \quad (2.20)$$

$$111900 = 0.05163 \frac{1200740}{\frac{0.812s^2 + 0.0177s + 0.00531}{s^2}} \frac{1-s}{s} \quad (2.21)$$

$$111900 = 61994 \frac{s(1-s)}{0.812s^2 + 0.0177s + 0.00531} \quad (2.22)$$

$$1.805 = \frac{s - s^2}{0.812s^2 + 0.0177s + 0.00531} \quad (2.23)$$

$$s - s^2 = 1.466s^2 + 0.0319s + 0.00959 \quad (2.24)$$

$$0 = 2.466s^2 - 0.9681s + 0.00959 \quad (2.25)$$

$$(2.26)$$

Cujas soluções são

$$s_0 = 0.0102 \quad (2.27)$$

$$s_1 = 0.3824 \quad (2.28)$$

Conforme [1],

$$s_{\max} = \frac{R'_r}{\sqrt{R_s^2 \left(\frac{X_m}{X_s + X_m} \right)^4 + (X_s + X'_r)^2}} \quad (2.29)$$

Para os valores considerados,

$$s_{\max} = \frac{0.01721}{\sqrt{0.0302^2 \left(\frac{4.126}{0.1067+4.126} \right)^4 + (0.1067 + 0.1067)^2}} \quad (2.30)$$

$$\approx 0.08 \quad (2.31)$$

Por operar em condições nominais, $s < s_{\max}$. Portanto,

$$s = s_0 = 0.0102 = 1.02\% \quad (2.32)$$

2.2 Velocidade Mecânica

$$n_{\text{sync}} = \frac{60 \cdot f_n}{p} \quad (2.33)$$

$$n_{\text{sync}} = \frac{60 \cdot 60}{2} \quad (2.34)$$

$$= 1800 \text{ rpm} \quad (2.35)$$

$$n = n_{\text{sync}}(1 - s) \quad (2.36)$$

$$= 1800(1 - 0.0102) \quad (2.37)$$

$$= 1781.64 \text{ rpm} \quad (2.38)$$

2.3 Corrente do Estator

Sob escorregamento nominal,

$$Z'_r = \frac{0.01721}{0.0102} + j0.1067 \quad (2.39)$$

$$= 1.687 + j0.1067 \, \Omega \quad (2.40)$$

$$Z_{par} = \frac{j4.126(1.687 + j0.1067)}{j4.126 + 1.687 + j0.1067} \quad (2.41)$$

$$= 1.384 + j0.655 \, \Omega \quad (2.42)$$

$$Z_{eq} = (0.0302 + j0.1067) + (1.384 + j0.655) \quad (2.43)$$

$$= 1.414 + j0.762 \, \Omega \quad (2.44)$$

$$= 1.606 \angle 28.3^\circ \, \Omega \quad (2.45)$$

$$(2.46)$$

Então,

$$I_s = \frac{265.58}{1.606 \angle 28.3^\circ} \quad (2.47)$$

$$= 165.4 \angle -28.3^\circ \, \text{A} \quad (2.48)$$

2.4 Torque

Na velocidade mecânica nominal,

$$w_m = \frac{2\pi n}{60} \quad (2.49)$$

$$= \frac{2\pi \cdot 1781.64}{60} \quad (2.50)$$

$$= 186.7 \, \text{rad/s} \quad (2.51)$$

$$T_n = \frac{P_n}{w_m} \quad (2.52)$$

$$= \frac{111900}{186.7} \quad (2.53)$$

$$= 599.5 \, \text{Nm} \quad (2.54)$$

2.5 Potência Ativa de Entrada

Pelas grandezas de linha,

$$P_{\text{in}} = \sqrt{3}V_n I_s \cos \phi \quad (2.55)$$

$$= \sqrt{3} \cdot 460 \cdot 165.4 \cdot \cos 28.3^\circ \quad (2.56)$$

$$= 116030 \text{ W} \quad (2.57)$$

2.6 Potência Reativa de Entrada

Pelas grandezas de linha,

$$Q_{\text{in}} = \sqrt{3}V_n I_s \sin \phi \quad (2.58)$$

$$= \sqrt{3} \cdot 460 \cdot 165.4 \cdot \sin 28.3^\circ \quad (2.59)$$

$$= 62476 \text{ var} \quad (2.60)$$

2.7 Potência Aparente de Entrada

Por definição,

$$S_{\text{in}} = P_{\text{in}} + jQ_{\text{in}} \quad (2.61)$$

$$= 116030 + j62476 \text{ VA} \quad (2.62)$$

$$|S_{\text{in}}| = \sqrt{P_{\text{in}}^2 + Q_{\text{in}}^2} \quad (2.63)$$

$$= \sqrt{116030^2 + 62476^2} \quad (2.64)$$

$$= 131.8 \text{ kVA} \quad (2.65)$$

2.8 Fator de Potência

Por definição,

$$\text{fp} = \cos \phi \text{ característica} \quad (2.66)$$

$$= \cos 28.3^\circ \text{ atrasado} \quad (2.67)$$

$$= 0.880 \text{ atrasado} \quad (2.68)$$

2.9 Eficiência

Pelas potências,

$$\eta = \frac{P_{\text{out}}}{P_{\text{in}}} \quad (2.69)$$

$$= \frac{111900}{116030} \quad (2.70)$$

$$= 0.9645 \quad (2.71)$$

$$= 96.45\% \quad (2.72)$$

2.10 Características Nominais

Tabela 2.1 apresenta as características nominais calculadas.

Tabela 2.1: Características nominais calculadas.

Grandeza	Símbolo	Valor
Escorregamento	s	1.02%
Velocidade mecânica	n	1781.64 rpm
Corrente de linha do estator	I_s	165.4 A
Torque nominal	T_n	599.5 Nm
Potência ativa de entrada	P_{in}	116030 W
Potência reativa de entrada	Q_{in}	62476 var
Potência aparente de entrada	$ S_{\text{in}} $	131.8 kVA
Fator de potência	fp	0.880 atrasado
Eficiência	η	96.45%

Capítulo 3

Curvas

Referências Bibliográficas

- [1] Stephen J. Chapman. *Fundamentos de Máquinas Elétricas*. AMGH Editora, Porto Alegre, 5 edition, 2013.