

# Laboratório de Instrumentação Industrial

## Relatório 01

### Caracterização Estática de Instrumentos - Calibração

Aulas Práticas 3, 4, 5 e 6

**Nome(s) Completo(s):** Eduardo Henrique Basilio de Carvalho, Renan Neves Silva

Prezados(as) estudantes,

O MATLAB LIVE EDITOR é uma ferramenta interativa do MATLAB que combina código, saídas de execução, figuras e texto em um único documento.

Para elaborar este relatório, siga atentamente as orientações abaixo, implementando os trechos de código para calcular o que se pede.

O relatório será avaliado em cima do que for compreendido pelo professor, portanto, garanta que as funções e comandos utilizados estejam claros e muito bem comentados (%). Para isso:

- Dê **nomes intuitivos** para suas variáveis, bem como coloque um comentário descritivo sobre cada uma;
- **Comente o seu código** sempre que necessário, visto que ele será corrigido como uma memória de cálculo;
- Dê **título** para os gráficos, **nome** para os eixos e **legenda** para as curvas plotadas;
- Responda as **análises e comentários solicitados** em forma de comentário após o trecho de código ou em uma nova seção de texto.

Ao finalizar, você deve gerar um PDF (use o ícone `Export` → `Export to PDF...`) e submeta-o juntamente com este arquivo `.mlx` na tarefa disponibilizada no Moodle.

**ATENÇÃO!** A correção será feita pelo seu PDF. Certifique-se de que os trechos de código e os respectivos resultados aparecem inteiramente no documento final.

## Aula Prática 03

Após realizar os Procedimentos Experimentais de 1 a 11 da Aula Prática 03, resolva os procedimentos a seguir:

**Preparação para os Procedimentos 12 a 14:**

Registre, em ordem crescente, os pontos de corrente indicados pelo Padrão de Medição utilizado, pela Interface SCADA (IHM) e os valores numéricos da conversão A/D do cartão analógico do MICA.

```
% Padrão (mA): [ <valores> ]
% IHM (mA): [ <valores> ]
% Cartão: [ <valores> ]
padrao_ma = sort([20.0, 17.96, 16.05, 13.96, 12.0, 10.01, 7.98, 6.0, 3.96]);
ihm_ma = sort([19.95, 17.9, 15.985, 13.925, 11.959, 10.014, 8.015, 6.002, 3.95]);
cartao = sort([28900, 21353, 14303, 6719, -519, -7680, -15039, -22450, -30005]);
```

Determine a equação que relaciona os valores  $C$  do cartão analógico com os valores  $I$  de corrente, considerando as faixas  $[3.2, 21.0]$  (mA)  $\leftrightarrow [-32766, 32766]$ .

$$m = \frac{21.0 - 3.2}{32766 - (-32766)} \approx 272e-6$$

$$I - 3.2 = 272e-6 \cdot (C - (-32766))$$

$$I = 272e-6 \cdot C + 12.11$$

Para cada ponto obtido na Aula Prática 03, calcule o valor da conversão A/D realizada pelo cartão analógico.

```
% Conversão A/D calculada
ihm_calculado = 272e-6 * cartao + 12.11
```

```
ihm_calculado = 1x9
    3.9486    6.0036    8.0194   10.0210   11.9688   13.9376   16.0004   17.9180 ...
```

Consulte o manual do padrão de medição utilizado na prática (disponível no Moodle) e indique qual a incerteza apresentada.

Para a faixa medida, (1) indica a incerteza  $u = i \cdot 0.02 + 0.05$  mA.

1: FLUKE. Loop Calibration and Maintenance - Application Note. Fluke Corporation. Everett, WA, USA. 2004.

## Procedimentos 12 a 14:

12) Considerando todos os pontos de medição de corrente realizados, expresse o resultado de medição para cada indicação, separadamente, basendo-se apenas nas informações contidas no manual do fabricante. Em outras palavras, para cada ponto obtido, expresse o resultado da medição considerando, apenas, a incerteza apresentada no item anterior.

```
u = padrao_ma .* 0.02 + 0.05;

for i = 1:numel(padrao_ma)
    fprintf('%0.2f +/- %0.2f\n', padrao_ma(i), u(i));
end
```

```
3.96 +/- 0.13
6.00 +/- 0.17
7.98 +/- 0.21
10.01 +/- 0.25
```

12.00 +/- 0.29  
 13.96 +/- 0.33  
 16.05 +/- 0.37  
 17.96 +/- 0.41  
 20.00 +/- 0.45

13) Plote os pontos do amperímetro utilizado expressando o intervalo de incertezas para cada um, obtido no item anterior, *i.e.*, os 3 pontos dos procedimentos de 5 a 9 mais os demais pontos propostos pelo professor. Cada ponto deve conter os seus intervalos de incerteza expressos, conforme obtido no item anterior. **Utilize a ferramenta de zoom** para melhorar a visualização dos pontos.

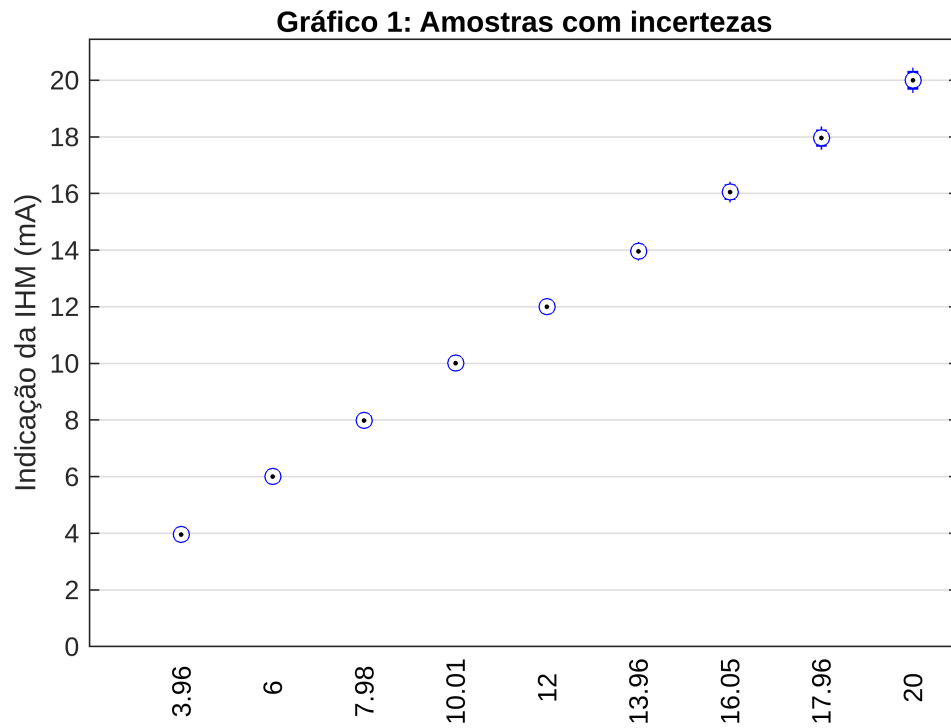
- **ATENÇÃO:** algumas bancadas coletaram mais de 3 pontos utilizando o Fluke 773.
- **DICA:** utilize o comando `boxplot(X, 'plotstyle', 'compact', 'labels', {x1 x2 ... xN})`, onde X é a matriz com os N pontos de medição coletados durante a aula com os seus respectivos intervalos de incerteza:

$$X = \begin{bmatrix} x_1 - U_1 & x_2 - U_2 & \cdots & x_N - U_N \\ x_1 & x_2 & \cdots & x_N \\ x_1 + U_1 & x_2 + U_2 & \cdots & x_1 + U_N \end{bmatrix}$$

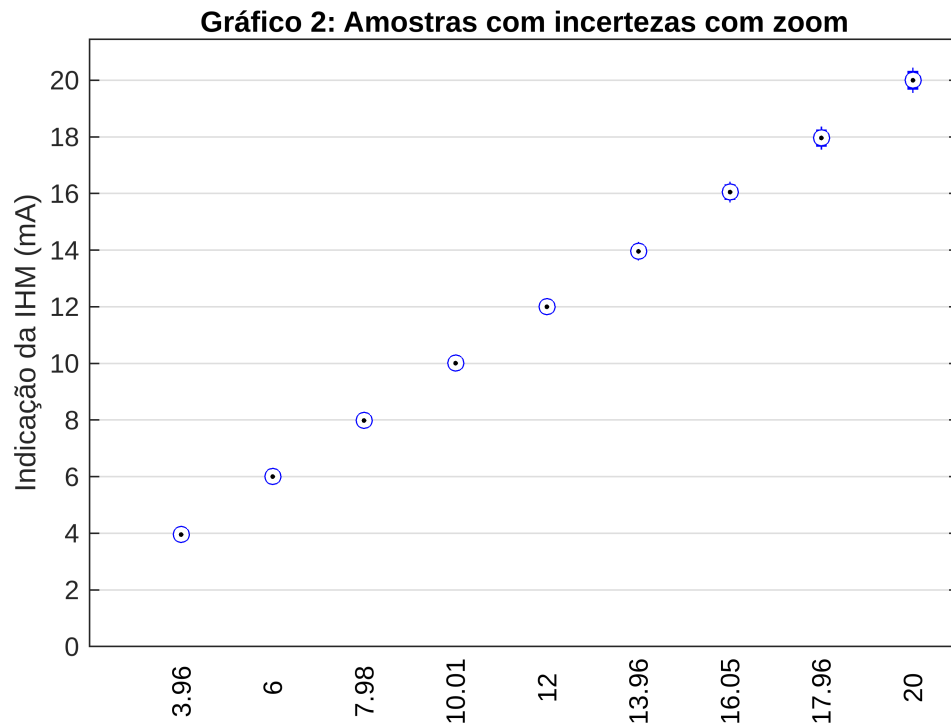
```
% Gráfico Medições + Barras de Incertezas
X = [padrao_ma - u; padrao_ma; padrao_ma + u]
```

```
x = 3x9
    3.8308    5.8300    7.7704    9.7598   11.7100   13.6308   15.6790   17.5508 ...
    3.9600    6.0000    7.9800   10.0100   12.0000   13.9600   16.0500   17.9600
    4.0892    6.1700    8.1896   10.2602   12.2900   14.2892   16.4210   18.3692
```

```
figure('Name', 'Gráfico 1: Amostras com incertezas');
title('Gráfico 1: Amostras com incertezas');
hold on;
boxplot(X, 'PlotStyle', 'compact', 'Labels', padrao_ma)
xlabel('Indicação do Padrão (mA)');
ylabel('Indicação da IHM (mA)');
grid on;
hold off;
```



```
% Gráfico Medições + Barra de Incertezas com ZOOM em alguns pontos
figure('Name', 'Gráfico 2: Amostras com incertezas com zoom');
title('Gráfico 2: Amostras com incertezas com zoom');
hold on;
boxplot(X, 'PlotStyle', 'compact', 'Labels', padrao_ma)
xlabel('Indicação do Padrão (mA)');
ylabel('Indicação da IHM (mA)');
grid on;
hold off;
```



14) Estime uma reta de calibração para o experimento (Indicações IHM x Indicações Amperímetro), utilizando o algoritmo de Mínimos Quadrados. Apresente a equação da reta de calibração e os valores da sensibilidade e do erro sistemático.

```
% Estimação da Reta de Calibração por MQ
theta = [ones(length(padrao_ma), 1), padrao_ma'] \ ihm_ma'
```

```
theta = 2x1
    0.0340
    0.9951
```

```
fprintf('y = sensibilidade * x + (erro sistematico) = %.2fx + %.2f',
theta(2), theta(1))
```

```
y = sensibilidade * x + (erro sistematico) = 1.00x + 0.03
```

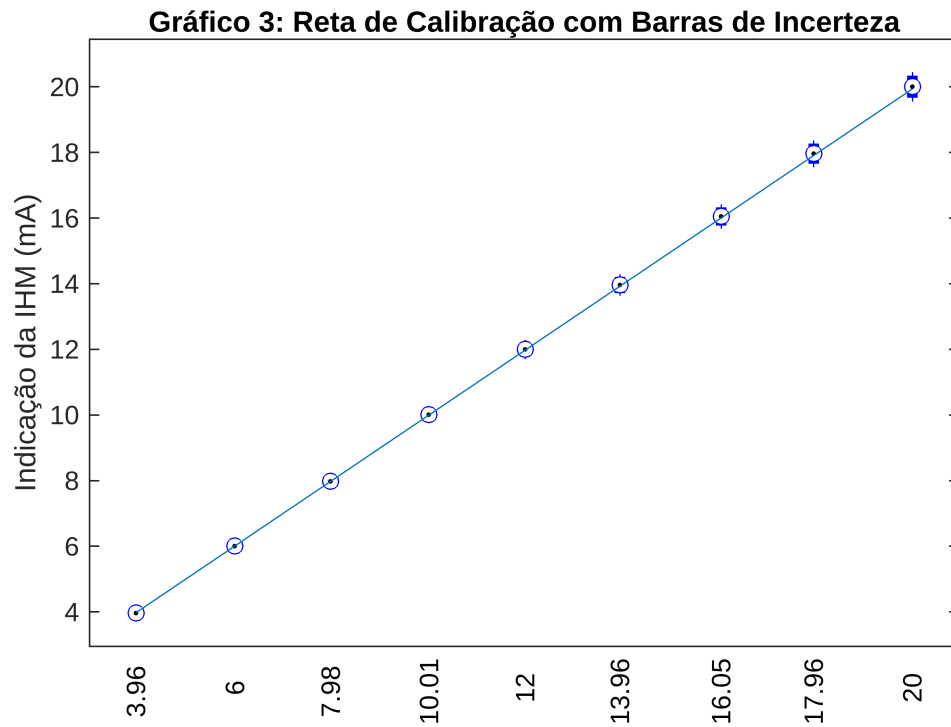
```
y = theta(2) * padrao_ma + theta(1)
```

```
y = 1x9
    3.9747    6.0047    7.9751    9.9952   11.9755   13.9260   16.0058   17.9065 ...
```

14.1) Plote a reta de calibração estimada sobreposto aos pontos  $x_{1,2,\dots} \pm U_{1,2,\dots}$  configurados no item anterior.

```
% Gráfico da Reta de Calibração + Medições + Barras de Incertezas
boxplot(X, 'Positions', padrao_ma, 'PlotStyle', 'compact', 'Labels',
padrao_ma)
title('Gráfico 3: Reta de Calibração com Barras de Incerteza');
hold on
```

```
plot(padrao_ma, y)
xlabel('Indicação do Padrão (mA)');
ylabel('Indicação da IHM (mA)');
hold off
```



```
clf
```

14.2) **Verifique e comente**, de forma quantitativa, se as indicações mostradas pela IHM (Intouch) estão adequadas, tendo como referência a incerteza do amperímetro utilizado ( $x_{1,2,\dots} \pm U_{1,2,\dots}$ ).

As indicações estão adequadas, já que a reta que melhor as estima é admitida pelas incertezas do padrão.

## Aula Prática 04

Após realizar os Procedimentos Experimentais de 1 a 10 da Aula Prática 04, resolva os procedimentos a seguir:

**Preparação para os Procedimentos 11 a 18:**

Registre, em ordem crescente, os pontos de pressão e de corrente indicados pelo Padrão de Medição utilizado e pela Interface SCADA (IHM).

```
% Padrão (kPa): [ <valores> ]
% IHM (kPa): [ <valores> ]
% Padrão (mA): [ <valores> ]
% IHM (mA): [ <valores> ]

padrao_kpa = [0.0, 5.0, 10.06, 15.04, 20.03, 25.04, 30.0, 35.0, 40.01, 45.0,
50.01]';
ihm_kpa = [0.0, 5.14, 10.3, 15.36, 20.35, 25.36, 30.35, 35.25, 40.2, 45.05,
49.95]';
padrao_ma = [4.012, 5.657, 7.311, 8.936, 10.54, 12.147, 13.733, 15.317,
16.893, 18.466, 20.006]';
ihm_ma = [4.0, 5.65, 7.293, 8.92, 10.52, 12.12, 13.71, 15.29, 16.85, 18.44,
19.96]';
```

11) Utilizando o algoritmo de Mínimos Quadrados e com os pontos coletados, realize o ajuste da **reta de calibração** (Indicações do Padrão x Indicações da IHM) para o experimento de calibração realizado com o sistema de medição.

```
% Estimação da Reta de Calibração por MQ
theta = [ones(length(padrao_kpa), 1), padrao_kpa] \ ihm_kpa
```

```
theta = 2x1
    0.2345
    0.9983
```

```
fprintf('y = %.2fx + %.2f', theta(2), theta(1))
```

```
y = 1.00x + 0.23
```

11.1) Plote a reta de calibração estimada. O gráfico da reta de calibração deve estar sobreposto aos pontos coletados (marcados com um círculo - "o"). **Não se esqueça de mostrar a equação da reta.**

```
% Gráfico da Reta de Calibração
y = theta(2) * padrao_kpa + theta(1)
```

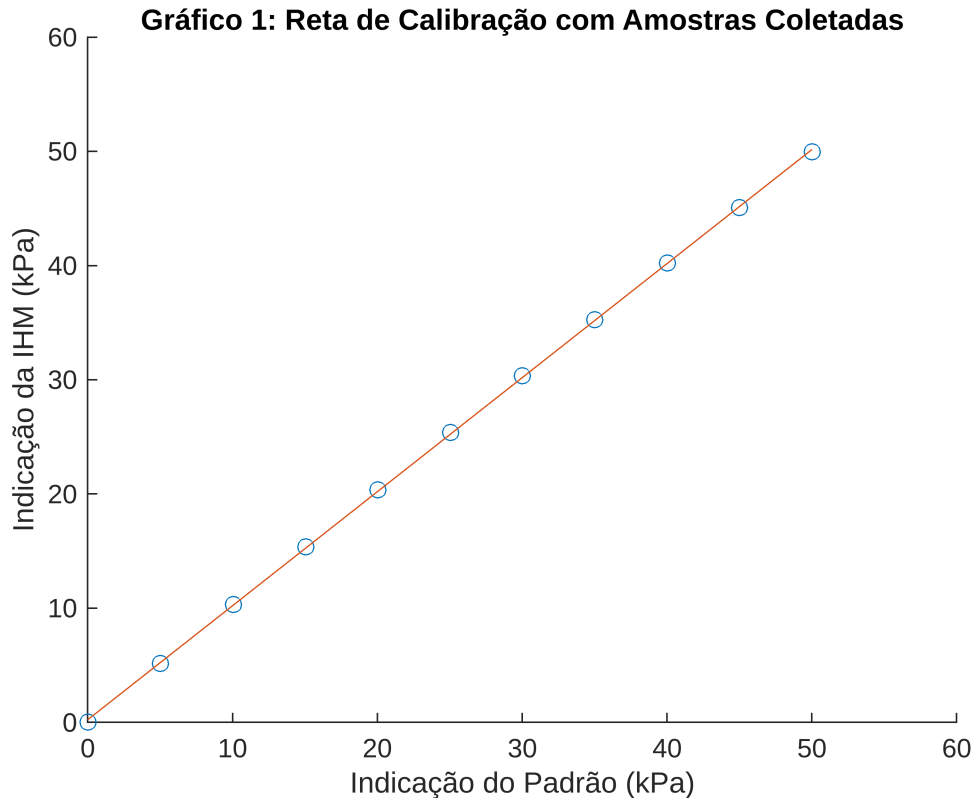
```
y = 11x1
    0.2345
    5.2261
   10.2777
   15.2494
   20.2311
   25.2327
   30.1844
   35.1761
   40.1777
   45.1594
      ⋮
```

```
scatter(padrao_kpa, ihm_kpa)
```

```

xlabel('Indicação do Padrão (kPa)');
ylabel('Indicação da IHM (kPa)');
hold on
title('Gráfico 1: Reta de Calibração com Amostras Coletadas');
plot(padrao_kpa, y)
hold off

```



12) Baseando-se nos dados do experimento, calcule e expresse o erro sistemático desse sistema de medição, bem como a sua sensibilidade.

```

% Erro sistemático e sensibilidade
fprintf('Sensibilidade: %.2f', theta(2));

```

Sensibilidade: 1.00

```

fprintf('Erro sistemático: %.2f', theta(1));

```

Erro sistemático: 0.23

13) Levando em consideração a combinação das incertezas.

13.1) Qual a **incerteza padrão** considerando o erro de estimação dos parâmetros **a** e **b** da reta de calibração?

```

% Incerteza padrão do tipo A
res = ihm_kpa - y;
n = length(padrao_kpa);
incerteza_reg = sqrt(sum(res.^2) / (n - 2));
sxx = sum((padrao_kpa - mean(padrao_kpa)).^2);

```



```
incerteza_b = sqrt(incerteza_reg^2 / sxx);
incerteza_a = sqrt(incerteza_reg^2 * (1/n + mean(padrao_kpa)^2 / sxx));
fprintf('Incertezas:\n');
```

Incertezas:

```
fprintf('\tRegressão: %.2f', incerteza_reg);
```

Regressão: 0.15

```
fprintf('\tSensibilidade: %.2f', incerteza_a);
```

Sensibilidade: 0.08

```
fprintf('\tErro Sistemático: %.2f', incerteza_b);
```

Erro Sistemático: 0.00

13.2) Qual a **incerteza padrão** do manômetro padrão do calibrador Fluke 718 em kPa? **ATENÇÃO:** assuma um intervalo de confiança de 95%.

Segundo (2), para o instrumento usado:

- Faixa de medição: -83 a 207 kPa;
- Faixa Total (Span): 207 kPa - (-83 kPa) = 290 kPa;
- Incerteza Expandida (U):  $0.05\% \times 290 \text{ kPa} = 0.0005 \times 290 = 0.145 \text{ kPa}$ ;
- Incerteza Padrão (u):  $0.145 \text{ kPa} / 2 = 0.0725 \text{ kPa}$ .

2: FLUKE. Fluke 718 User Manual, 1998.

13.3) Qual a **incerteza padrão** do cartão analógico do CLP em kPa? **ATENÇÃO:** assuma um intervalo de confiança de 95%.

Segundo (3), para o instrumento usado:

- Exatidão: 0.2% da escala cheia;
- Incerteza Expandida (U) em mA:  $0.2\% \times 20 \text{ mA} = 0.04 \text{ mA}$ ;
- Incerteza Expandida (U) em kPa:  $0.04 \text{ mA} \times (50 \text{ kPa} / 16 \text{ mA}) = 0.125 \text{ kPa}$ ;
- Incerteza Padrão (u):  $0.125 \text{ kPa} / 2 = 0.0625 \text{ kPa}$ .

3: ROCKWELL AUTOMATION. Compact Combination Fast Analog I/O Module - 1769-IF4FXOF2F, 2007.

13.4) Considerando as incertezas calculadas anteriormente, calcule a incerteza expandida da **indicação** do instrumento, para um intervalo de confiança de 95% (para  $\nu \rightarrow \infty, t \rightarrow 1, 960$ ).

- **DICA:** siga o Roteiro 1 (disponível no moodle). Entenda que é necessário calcular a incerteza padrão combinada e um vetor de graus de liberdade efetivo, bem como outro vetor de coeficientes t-Student.

```
% Incertezas Padrão (Tipo A e B)
% Incerteza do Padrão (Fluke 718 30G)
u_padrao = 0.0725; % (kPa)
```

```
% Incerteza do Cartão Analógico (Rockwell)
u_cartao = 0.0625; % (kPa)

% Incerteza da Reta de Calibração (Tipo A).
u_A_sq = incerteza_reg^2 * (1/n + (padrao_kpa - mean(padrao_kpa)).^2 / sxx);
u_A = sqrt(u_A_sq);

% Incerteza Padrão Combinada (u_c)
u_c_sq = u_A_sq + u_padrao^2 + u_cartao^2;
u_c = sqrt(u_c_sq);

fprintf('Vetor de Incerteza Padrão Combinada (u_c) [kPa]:\n');
```

Vetor de Incerteza Padrão Combinada (u\_c) [kPa]:

```
disp(u_c');
```

0.1268    0.1196    0.1136    0.1092    0.1065    0.1055    0.1065    0.1092    0.1136    0.1195    0.

```
% Graus de Liberdade Efetivos
nu_A = n - 2;
% V para Tipo B é considerado infinito.
nu_eff = (u_c.^4) ./ (u_A.^4 / nu_A);

fprintf('Vetor de Graus de Liberdade Efetivos (nu_eff):\n');
```

Vetor de Graus de Liberdade Efetivos (nu\_eff):

```
disp(nu_eff');
```

48.6318    69.7081    107.0865    167.9643    245.4795    286.5929    245.5450    167.8839    106.7465    69.8984    48.

```
% Fator de Abrangência (t-Student) e Incerteza Expandida (U)
k = tinv(0.975, nu_eff);

% A Incerteza Expandida é U = k * u_c
U = k .* u_c;

fprintf('Vetor de Incerteza Expandida (U) [kPa] para 95% de confiança:\n');
```

Vetor de Incerteza Expandida (U) [kPa] para 95% de confiança:

```
disp(U');
```

0.2549    0.2385    0.2252    0.2156    0.2097    0.2077    0.2097    0.2156    0.2253    0.2384    0.

14) Baseando-se no vetor de incertezas expandidas calculado, indique e justifique qual é o melhor erro a ser expresso: máximo, mínimo, médio ou mediano?

Ao declarar uma única incerteza para um instrumento, a prática recomendada é usar o valor de pior caso. Portanto, a escolha da incerteza máxima é correta.

14.1) Expresse esse **erro** em sua forma **fiducial** ao sistema de medição (em % do F.E.).

```
% Erro fiducial
U_max = max(U);
fundo_escala_kpa = 50;
erro_fiducial_percent = (U_max / fundo_escala_kpa) * 100;
fprintf('A incerteza expandida máxima é: %.4f kPa\n', U_max);
```

A incerteza expandida máxima é: 0.2549 kPa

```
fprintf('O erro fiducial é: %.4f %% do F.E.\n', erro_fiducial_percent);
```

O erro fiducial é: 0.5098 % do F.E.

15) Após a calibração desse sistema de medição, diante o erro apresentado no item anterior, expresse o **resultado de medição** para as indicações (**não-corrigidas**) referentes às medidas 1, 4, 7 e 9. **Comente os resultados obtidos.**

```
% Expressão das Medidas 1, 4, 7 e 9
% Índices das medidas a serem analisadas
indices = [1, 4, 7, 9];

% Selecionar os dados para essas medidas
ihm_selecionado = ihm_kpa(indices);
U_selecionado = U(indices);
padrao_original = padrao_kpa(indices); % Para comparação

% Coeficientes da reta de calibração
a = theta(1); % Intercepto
b = theta(2); % Inclinação

% Calcular os valores corrigidos
kpa_corrigido = (ihm_selecionado - a) / b;

% Exibir os resultados
fprintf('Expressão dos resultados de medição para 95%% de confiança:\n\n');
```

Expressão dos resultados de medição para 95% de confiança:

```
for i = 1:length(indices)
    fprintf('Medida %d:\n', indices(i));
    fprintf(' - Leitura Original IHM: %.2f kPa\n', ihm_selecionado(i));
    fprintf(' - Valor Corrigido: %.2f kPa\n', kpa_corrigido(i));
    fprintf(' - Incerteza Expandida: %.2f kPa\n', U_selecionado(i));
    fprintf(' - Resultado Final: (%.2f ± %.2f) kPa\n', kpa_corrigido(i),
    U_selecionado(i));
    fprintf(' - (Valor do Padrão original para comparação era: %.2f kPa)\n\n', padrao_original(i));
end
```

Medida 1:

- Leitura Original IHM: 0.00 kPa
- Valor Corrigido: -0.23 kPa
- Incerteza Expandida: 0.25 kPa
- Resultado Final:  $(-0.23 \pm 0.25)$  kPa
- (Valor do Padrão original para comparação era: 0.00 kPa)

Medida 4:

- Leitura Original IHM: 15.36 kPa
- Valor Corrigido: 15.15 kPa
- Incerteza Expandida: 0.22 kPa
- Resultado Final:  $(15.15 \pm 0.22)$  kPa
- (Valor do Padrão original para comparação era: 15.04 kPa)

Medida 7:

- Leitura Original IHM: 30.35 kPa
- Valor Corrigido: 30.17 kPa
- Incerteza Expandida: 0.21 kPa
- Resultado Final:  $(30.17 \pm 0.21)$  kPa
- (Valor do Padrão original para comparação era: 30.00 kPa)

Medida 9:

- Leitura Original IHM: 40.20 kPa
- Valor Corrigido: 40.03 kPa
- Incerteza Expandida: 0.23 kPa
- Resultado Final:  $(40.03 \pm 0.23)$  kPa
- (Valor do Padrão original para comparação era: 40.01 kPa)

16) Plote novamente a reta de calibração sobreposta aos pontos coletados, acrescida da **região 01** de incertezas **sem o fator de expansão**, i.e., apenas a incerteza padrão combinada, bem como acrescida da **região 02** de incertezas **com o fator de expansão**, i.e., o *t-student* encontrado para 95% (região do intervalo de confiança calculado).

```
% Gráfico da Reta de Calibração + Medições + Região 01 + Região 02
% Gráfico dos pontos coletados
scatter(padrao_kpa, ihm_kpa, 50, 'k', 'filled', 'DisplayName', 'Dados
Coletados');
hold on;

% Coordenadas para preenchimento das áreas de incerteza
x_fill = [padrao_kpa', fliplr(padrao_kpa')]; % Cria um polígono no eixo x

% Limites da Região 02 (Incerteza Expandida, U)
y_lim_inf_U = (y - U)';
y_lim_sup_U = (y + U)';
y_fill_U = [y_lim_inf_U, fliplr(y_lim_sup_U)];
fill(x_fill, y_fill_U, [0.8 0.8 1], 'FaceAlpha', 0.5, 'EdgeColor', 'none',
'DisplayName', 'Região 02: Incerteza Expandida (95%)');

% Limites da Região 01 (Incerteza Padrão Combinada, u_c)
y_lim_inf_uc = (y - u_c)';
y_lim_sup_uc = (y + u_c)';
y_fill_uc = [y_lim_inf_uc, fliplr(y_lim_sup_uc)];
fill(x_fill, y_fill_uc, [0.7 1 0.7], 'FaceAlpha', 0.6, 'EdgeColor', 'none',
'DisplayName', 'Região 01: Incerteza Padrão Combinada');

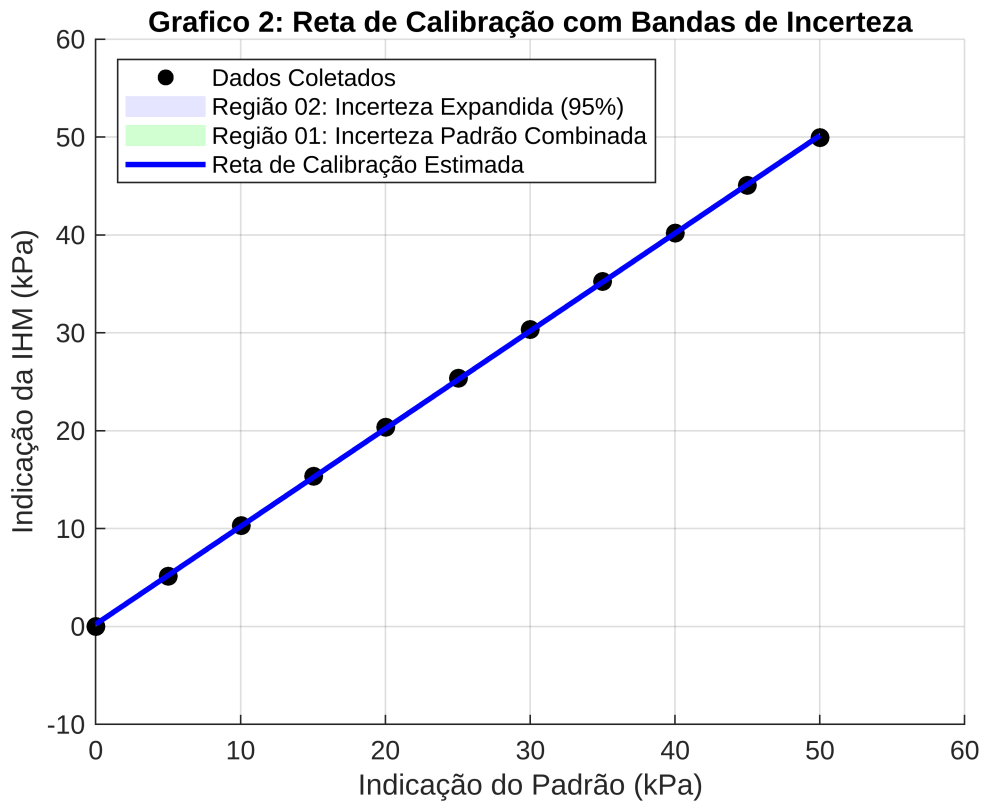
% Gráfico da reta de calibração sobre as áreas
```

```

plot(padrao_kpa, y, 'b-', 'LineWidth', 2, 'DisplayName', 'Reta de Calibração Estimada');

% Configurações do gráfico
title('Gráfico 2: Reta de Calibração com Bandas de Incerteza');
xlabel('Indicação do Padrão (kPa)');
ylabel('Indicação da IHM (kPa)');
legend('Location', 'northwest');
grid on;
hold off;

```



16.1) Você observa algum ponto coletado fora da **região 01**? E fora da **região 02**? **Comente os resultados obtidos.**

```

% Gráfico anterior com ZOOM em alguns pontos
scatter(padrao_kpa, ihm_kpa, 50, 'k', 'filled', 'DisplayName', 'Dados Coletados');
hold on;

% Coordenadas para preenchimento das áreas de incerteza
x_fill = [padrao_kpa, fliplr(padrao_kpa)]; % Cria um polígono no eixo x

% Limites da Região 02 (Incerteza Expandida, U)
y_lim_inf_U = (y - U)';
y_lim_sup_U = (y + U)';
y_fill_U = [y_lim_inf_U, fliplr(y_lim_sup_U)];

```

```

fill(x_fill, y_fill_U, [0.8 0.8 1], 'FaceAlpha', 0.5, 'EdgeColor', 'none',
'DisplayName', 'Região 02: Incerteza Expandida (95%)');

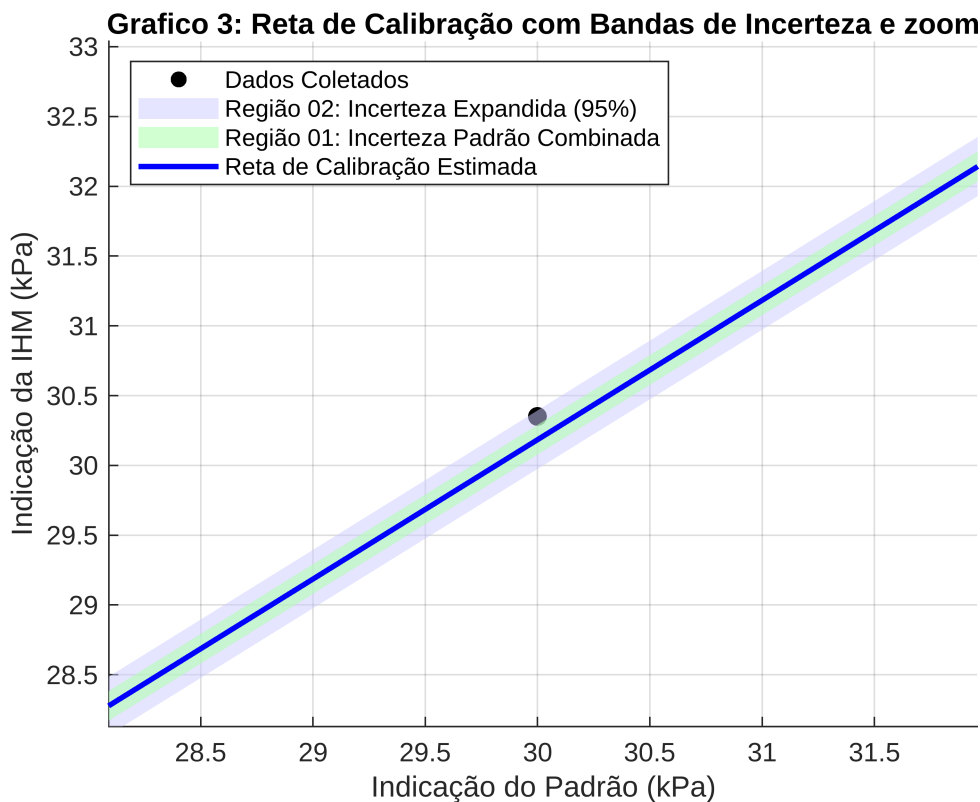
% Limites da Região 01 (Incerteza Padrão Combinada, u_c)
y_lim_inf_uc = (y - u_c)';
y_lim_sup_uc = (y + u_c)';
y_fill_uc = [y_lim_inf_uc, fliplr(y_lim_sup_uc)];
fill(x_fill, y_fill_uc, [0.7 1 0.7], 'FaceAlpha', 0.6, 'EdgeColor', 'none',
'DisplayName', 'Região 01: Incerteza Padrão Combinada');

% Gráfico da reta de calibração sobre as áreas
plot(padrao_kpa, y, 'b-', 'LineWidth', 2, 'DisplayName', 'Reta de Calibração
Estimada');

% Configurações do gráfico
title('Gráfico 3: Reta de Calibração com Bandas de Incerteza e zoom');
xlabel('Indicação do Padrão (kPa)');
ylabel('Indicação da IHM (kPa)');
legend('Location', 'northwest');
grid on;
hold off;

xlim([28.09 31.96])
ylim([28.13 33.04])

```



17) Calcule a *linearidade* do sistema de medição, para o experimento de calibração realizado. **Comente os resultados obtidos.**

```
% Linearidade
% 2. Encontrar o desvio máximo absoluto
res_maximo = max(abs(res));

% 3. Calcular o span (faixa total de medição) da saída (IHM)
span_saida = max(ihm_kpa) - min(ihm_kpa);

% 4. Calcular o erro de linearidade em porcentagem
erro_linearidade_percent = (res_maximo / span_saida) * 100;

fprintf('\n--- Resultados do Procedimento 17 ---\n');
```

--- Resultados do Procedimento 17 ---

```
fprintf('O desvio máximo da reta de calibração foi: %.4f kPa\n', res_maximo);
```

O desvio máximo da reta de calibração foi: 0.2345 kPa

```
fprintf('O span de saída (IHM) foi: %.4f kPa\n', span_saida);
```

O span de saída (IHM) foi: 49.9500 kPa

```
fprintf('O erro de linearidade do sistema é: %.4f %% do Span\n',
erro_linearidade_percent);
```

O erro de linearidade do sistema é: 0.4694 % do Span

O erro de linearidade de **0.2839%** indica o quão bem a resposta do sistema de medição se conforma a um modelo linear. Um valor baixo como este é geralmente considerado bom, sugerindo que o sistema se comporta de maneira previsível e consistente em toda a sua faixa de operação. Isso significa que o uso de uma reta para corrigir as medições é uma abordagem válida e eficaz, pois os desvios não-lineares são pequenos em comparação com a faixa total de medição.

18) Como obter a **indicação corrigida** para esse sistema de medição? A incerteza de medição (intervalos de confiança) podem ser os mesmos obtidos no item 13? **Justifique utilizando cálculos e demonstrações.**

A indicação corrigida ( $x$ ) é obtida a partir da leitura do instrumento ( $y$ ) invertendo a equação da reta de calibração, ou seja,  $x = (y - a) / b$ , onde ' $a$ ' é o coeficiente linear e ' $b$ ' o angular. Contudo, a incerteza de medição não é a mesma para todos os pontos da faixa e deve ser recalculada para cada valor. A justificativa está no fato de que a incerteza da calibração depende do próprio valor medido, como mostra a fórmula da sua componente principal:  $u_A^2 = s_{yx}^2 * (1/n + (x - x_{\text{medio}})^2 / S_{xx})$ . O termo  $(x - x_{\text{medio}})^2$  demonstra que a incerteza é mínima no centro da faixa e aumenta em direção às extremidades, o que foi comprovado pelo vetor de incertezas calculado e pelo gráfico com as bandas em formato de "gravata-borboleta".

## Aula Prática 05

Após realizar os Procedimentos Experimentais de 1 a 10 da Aula Prática 05, resolva os procedimentos a seguir:

### Preparação para os Procedimentos 11 a 19:

Registre, em ordem crescente, os pontos de pressão e de corrente indicados pelo Padrão de Medição utilizado e pela Interface SCADA (IHM).

```
% Dados Coletados
% % Padrão (°C): Valores lidos no instrumento padrão (Fluke)
padrao_c = [0.1, 0.2, 24.9, 30.5, 41.9, 51.5, 60.6, 69.9, 79.7];

% % IHM (°C): Valores de temperatura lidos na Interface Homem-Máquina
ihm_c = [0.07, 0.05, 24.85, 30.05, 42.45, 51.16, 60.81, 70.15, 80.23];

% % IHM (mA): Valores de corrente correspondentes lidos na IHM
ihm_ma = [4.062, 3.995, 8.926, 10.032, 12.494, 14.229, 16.149, 17.99, 20.04];

%% Parâmetros do Experimento
n = length(padrao_c); % Número de pontos coletados
FULL_SCALE = 100.0; % Fundo de Escala (F.E.)
```

11) Utilizando o algoritmo de Mínimos Quadrados e com os pontos coletados, realize o ajuste da **reta de calibração** (Indicações do Padrão x Indicações da IHM) para o experimento de calibração realizado com o sistema de medição.

```
p = polyfit(padrao_c, ihm_c, 1);
a = p(1);
b = p(2);

% Calcula os valores de y na reta estimada para cada ponto de x
y_estimado = polyval(p, padrao_c);

% Exibe a equação da reta no Command Window
fprintf('A equação da reta de calibração é: y = %.2fx + %.2f\n\n', a, b);
```

A equação da reta de calibração é:  $y = 1.01x + -0.20$

11.1) Plote a reta de calibração estimada. O gráfico da reta de calibração deve estar sobreposto aos pontos coletados (marcados com um círculo - "o"). **Não se esqueça de mostrar a equação da reta.**

```
% Gráfico da Reta de Calibração
figure('Name', 'Gráfico 1: Reta de Calibração');
plot(padrao_c, y_estimado, '-r', 'LineWidth', 2, 'DisplayName', 'Reta de Calibração (Ajuste MQ)');
hold on;
```



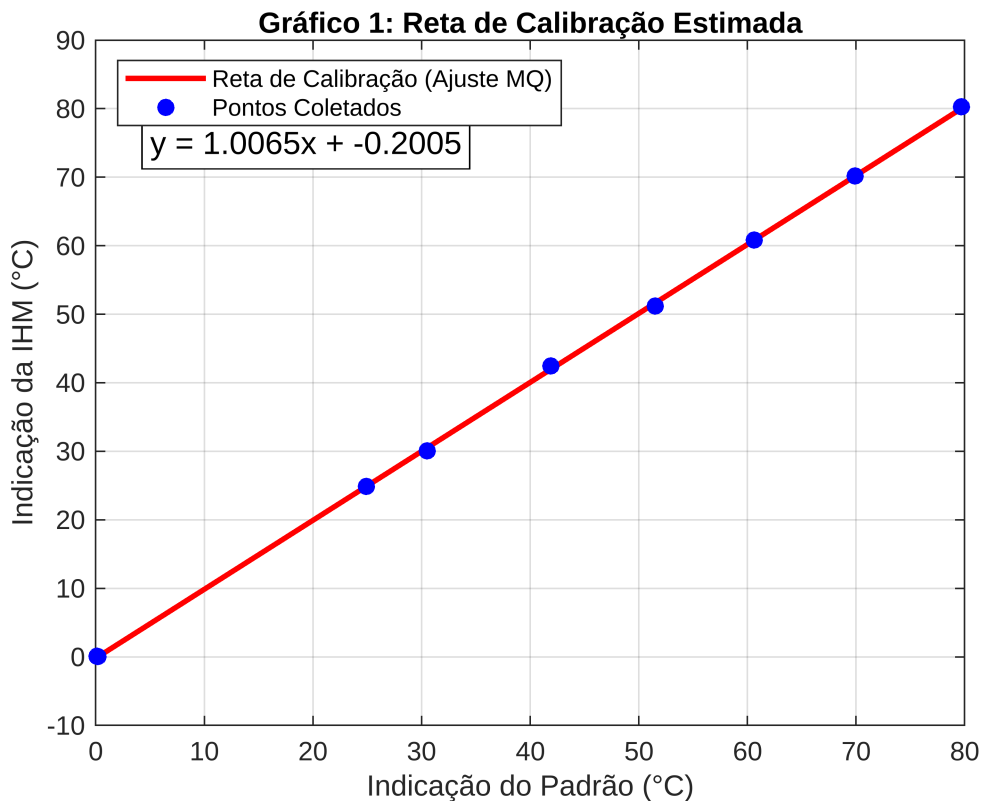
```

plot(padrao_c, ihm_c, 'ob', 'MarkerFaceColor', 'b', 'DisplayName', 'Pontos Coletados');
hold off;

title('Gráfico 1: Reta de Calibração Estimada');
xlabel('Indicação do Padrão (°C)');
ylabel('Indicação da IHM (°C)');
legend('show', 'Location', 'northwest');
grid on;

% Adiciona a equação da reta no gráfico
equation_text = sprintf('y = %.4fx + %.4f', a, b);
text(5, 75, equation_text, 'FontSize', 12, 'BackgroundColor', 'white',
'EdgeColor', 'black');

```



12) Baseando-se nos dados do experimento, calcule e expresse o erro sistemático desse sistema de medição, bem como a sua sensibilidade.

```

% Erro sistemático e sensibilidade
sensibilidade = a;
erro_sistematico = b;

fprintf('--- 12) Erro Sistemático e Sensibilidade ---\n');

```

```

--- 12) Erro Sistemático e Sensibilidade ---

```

```
fprintf('Sensibilidade (coeficiente angular ''a''): %.6f (°C IHM / °C Padrão)
\n', sensibilidade);
```

```
Sensibilidade (coeficiente angular 'a'): 1.006470 (°C IHM / °C Padrão)
```

```
fprintf('Erro Sistemático (offset ''b''): %.6f °C\n\n', erro_sistematico);
```

```
Erro Sistemático (offset 'b'): -0.200522 °C
```

13) Levando em consideração a combinação das incertezas.

13.1) Qual a **incerteza padrão** considerando o erro de estimação dos parâmetros **a** e **b** da reta de calibração?

```
% Incerteza padrão do tipo A
residuos = ihm_c - y_estimado;
s_yx = sqrt(sum(residuos.^2) / (n - 2)); % Desvio padrão dos resíduos
S_xx = sum((padrao_c - mean(padrao_c)).^2);
u_A = s_yx .* sqrt(1/n + (padrao_c - mean(padrao_c)).^2 / S_xx);
fprintf('Incerteza Padrão Tipo A (u_A) para cada ponto:\n');
```

```
Incerteza Padrão Tipo A (u_A) para cada ponto:
```

```
disp(u_A);
```

```
0.1923    0.1920    0.1233    0.1141    0.1080    0.1172    0.1358    0.1612    0.1921
```

13.2) Qual a **incerteza padrão** do termômetro padrão Fluke 51/52 II em °C? **ATENÇÃO:** assumo um intervalo de confiança de 95%.

```
% Incerteza padrão do tipo B (padrão de medição)
k_normal = 1.96;
incerteza_fluke = 0.0005 * padrao_c + 0.3;
u_B_padrao = incerteza_fluke / k_normal;
fprintf('Incerteza Padrão Tipo B do Padrão Fluke (u_B_padrao):\n');
```

```
Incerteza Padrão Tipo B do Padrão Fluke (u_B_padrao):
```

```
disp(u_B_padrao);
```

```
0.1531    0.1531    0.1594    0.1608    0.1638    0.1662    0.1685    0.1709    0.1734
```

13.3) Qual a incerteza do cartão analógico do CLP em °C? **ATENÇÃO:** assumo um intervalo de confiança de 95%.

```
% Incerteza padrão do tipo B (cartão do CLP)
k_retangular = sqrt(3);
incerteza_clp = 0.0015 * FULL_SCALE;
u_B_clp = incerteza_clp / k_retangular;
fprintf('Incerteza Padrão Tipo B do Cartão CLP (u_B_clp): %.6f °C (constante)
\n\n', u_B_clp);
```

```
Incerteza Padrão Tipo B do Cartão CLP (u_B_clp): 0.086603 °C (constante)
```

13.4) Considerando as incertezas calculadas anteriormente, calcule a incerteza expandida da indicação do instrumento, para um intervalo de confiança de 95% (para  $\nu \rightarrow \infty, t \rightarrow 1,960$ ).

- **DICA:** siga o Roteiro 1 (disponível no moodle). Entenda que é necessário calcular a incerteza padrão combinada e um vetor de graus de liberdade efetivo, bem como outro vetor de coeficientes t-Student.

```
% Incerteza Combinada
u_c = sqrt(u_A.^2 + u_B_padrao.^2 + u_B_clp^2);
fprintf('Incerteza Padrão Combinada (u_c):\n');
```

Incerteza Padrão Combinada (u\_c):

```
disp(u_c);
```

0.2606    0.2604    0.2194    0.2154    0.2144    0.2211    0.2331    0.2504    0.2729

```
v_A = n - 2;
v_eff = u_c.^4 ./ (u_A.^4 / v_A);
fprintf('Graus de Liberdade Efetivos (v_eff):\n');
```

Graus de Liberdade Efetivos (v\_eff):

```
disp(v_eff);
```

23.6128    23.6926    70.0618    88.8544    108.7828    88.4762    60.7761    40.7501    28.4919

```
k_t_student = tinv(0.975, v_eff);
fprintf('Fator de Abrangência t-Student (k):\n');
```

Fator de Abrangência t-Student (k):

```
disp(k_t_student);
```

2.0657    2.0653    1.9944    1.9870    1.9820    1.9871    1.9998    2.0199    2.0468

```
% Incerteza Expandida
U = k_t_student .* u_c;
fprintf('Incerteza Expandida para 95% de confiança (U):\n');
```

Incerteza Expandida para 95% de confiança (U):

```
disp(U);
```

0.5383    0.5377    0.4375    0.4280    0.4250    0.4393    0.4662    0.5057    0.5586

14) Baseando-se no vetor de incertezas expandidas calculado, expresse o **erro** em sua forma **fiducial** ao sistema de medição (em % do F.E.).

```
% Erro fiducial
% Erro fiducial = (Incerteza Expandida / Fundo de Escala) * 100
erro_fiducial_percent = (U / FULL_SCALE) * 100;
```

```
fprintf('O erro em sua forma fiducial é (%% F.E.):\\n');
```

```
O erro em sua forma fiducial é (% F.E.):
```

```
disp(erro_fiducial_percent);
```

```
0.5383    0.5377    0.4375    0.4280    0.4250    0.4393    0.4662    0.5057    0.5586
```

15) Após a calibração desse sistema de medição, diante o erro apresentado no item anterior, expresse o **resultado de medição** para as indicações (**não-corrigidas**) referentes às medidas 1, 3, 5 e 8. **Comente os resultados obtidos.**

```
% Expressão das Medidas 1, 3, 5 e 8
indices_medidas = [1, 3, 5, 8];

for i = 1:length(indices_medidas)
    idx = indices_medidas(i);
    fprintf('Medida %d: (%.2f ± %.2f) °C\\n', idx, ihm_c(idx), U(idx));
end
```

```
Medida 1: (0.07 ± 0.54) °C
Medida 3: (24.85 ± 0.44) °C
Medida 5: (42.45 ± 0.42) °C
Medida 8: (70.15 ± 0.51) °C
```

16) Plote novamente a reta de calibração sobreposta aos pontos coletados, acrescida da **região 01** de incertezas **sem o fator de expansão**, *i.e.*, apenas a incerteza padrão combinada, bem como acrescida da **região 02** de incertezas **com o fator de expansão**, *i.e.*, o *t-student* encontrado para 95% (região do intervalo de confiança calculado).

```
% Gráfico da Reta de Calibração + Medições + Região 01 + Região 02
figure('Name', 'Gráfico 2: Calibração com Bandas de Incerteza');

x_fill = [padrao_c, fliplr(padrao_c)];

% Região 02: Incerteza Expandida (U) - plotada primeiro para ficar no fundo
y_fill_U = [y_estimado - U, fliplr(y_estimado + U)];
fill(x_fill, y_fill_U, [0.7 1 0.7], 'EdgeColor', 'none', 'DisplayName',
'Região 02: Incerteza Expandida (U_{95%})');
hold on;

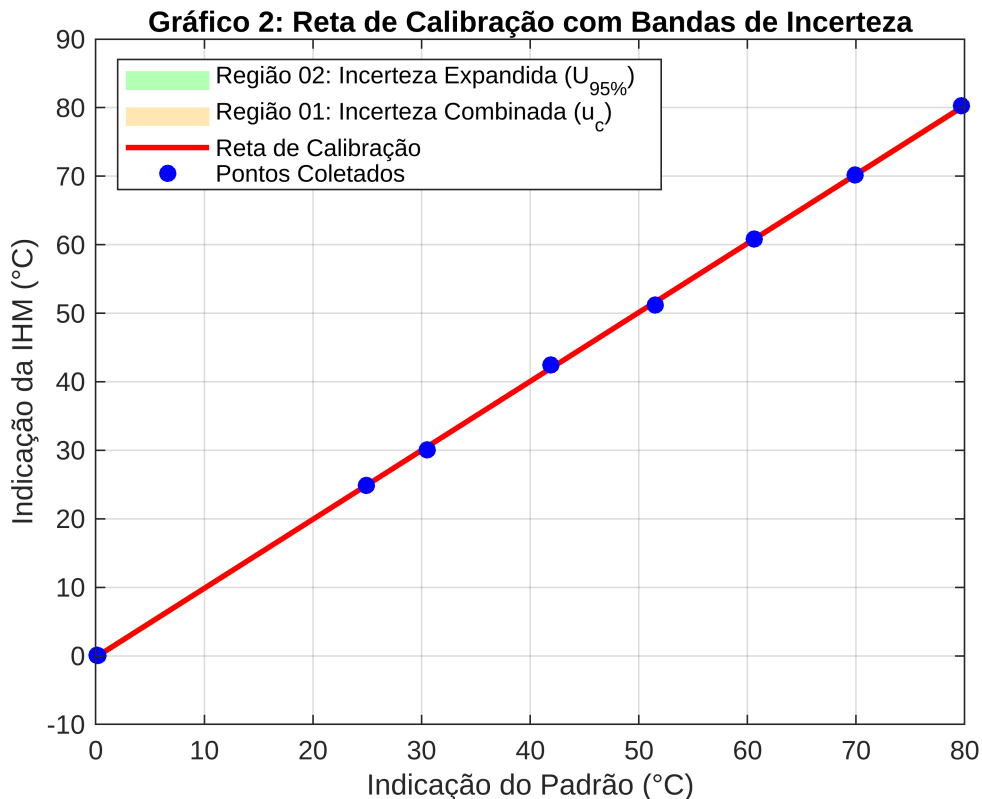
% Região 01: Incerteza Padrão Combinada (u_c)
y_fill_uc = [y_estimado - u_c, fliplr(y_estimado + u_c)];
fill(x_fill, y_fill_uc, [1 0.9 0.7], 'EdgeColor', 'none', 'DisplayName',
'Região 01: Incerteza Combinada (u_c)');

% Reta e pontos (plotados por último para ficarem na frente)
plot(padrao_c, y_estimado, '-r', 'LineWidth', 2, 'DisplayName', 'Reta de
Calibração');
plot(padrao_c, ihm_c, 'ob', 'MarkerFaceColor', 'b', 'DisplayName', 'Pontos
Coletados');
```

```

title('Gráfico 2: Reta de Calibração com Bandas de Incerteza');
xlabel('Indicação do Padrão (°C)');
ylabel('Indicação da IHM (°C)');
legend('show', 'Location', 'northwest');
grid on;
hold off;

```



16.1) Você observa algum ponto coletado fora da **região 01**? E fora da **região 02**? **Comente os resultados obtidos.**

```

% Gráfico anterior com ZOOM em alguns pontos
figure('Name', 'Gráfico 2: Calibração com Bandas de Incerteza');

x_fill = [padrao_c, fliplr(padrao_c)];

% Região 02: Incerteza Expandida (U) - plotada primeiro para ficar no fundo
y_fill_U = [y_estimado - U, fliplr(y_estimado + U)];
fill(x_fill, y_fill_U, [0.7 1 0.7], 'EdgeColor', 'none', 'DisplayName',
'Região 02: Incerteza Expandida (U_{95%})');
hold on;

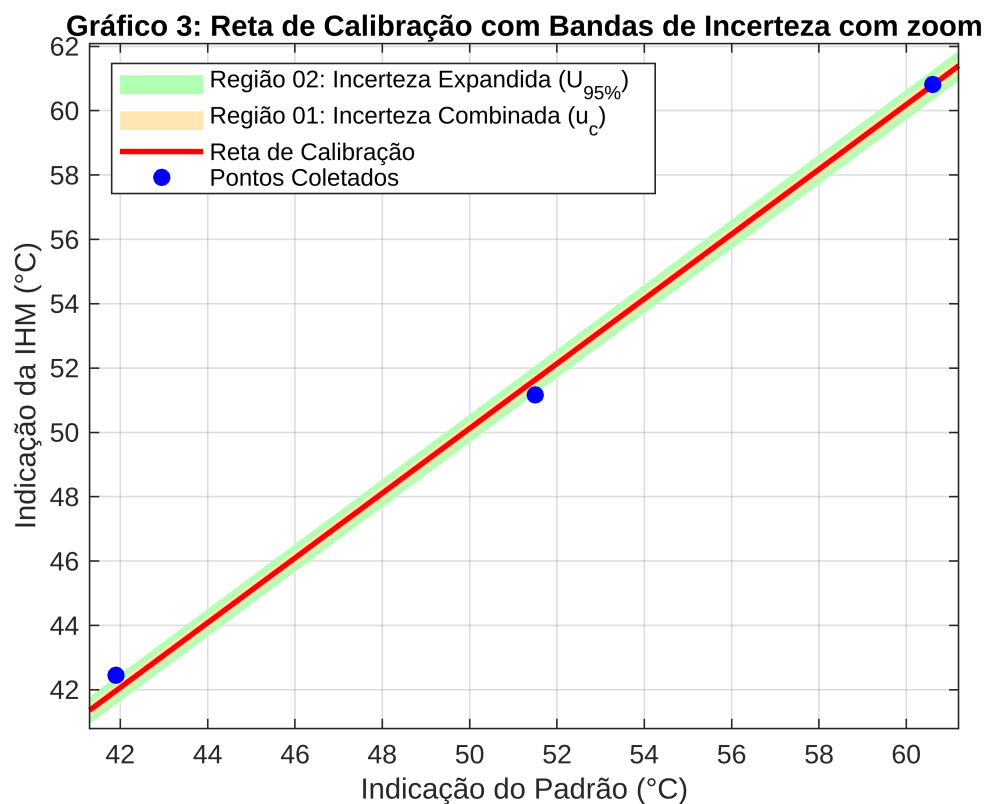
% Região 01: Incerteza Padrão Combinada (u_c)
y_fill_uc = [y_estimado - u_c, fliplr(y_estimado + u_c)];
fill(x_fill, y_fill_uc, [1 0.9 0.7], 'EdgeColor', 'none', 'DisplayName',
'Região 01: Incerteza Combinada (u_c)');

```

```
% Reta e pontos (plotados por último para ficarem na frente)
plot(padrao_c, y_estimado, '-r', 'LineWidth', 2, 'DisplayName', 'Reta de
Calibração');
plot(padrao_c, ihm_c, 'ob', 'MarkerFaceColor', 'b', 'DisplayName', 'Pontos
Coletados');

title('Gráfico 3: Reta de Calibração com Bandas de Incerteza com zoom');
xlabel('Indicação do Padrão (°C)');
ylabel('Indicação da IHM (°C)');
legend('show', 'Location', 'northwest');
grid on;
hold off;

xlim([41.3 61.2])
ylim([40.8 62.1])
```



17) Calcule a *linearidade* do sistema de medição para o experimento de calibração realizado. **Comente os resultados obtidos.**

```
% Linearidade
desvios = ihm_c - y_estimado; % mesmos que os resíduos
linearidade_abs = max(abs(desvios));
linearidade_percent = (linearidade_abs / FULL_SCALE) * 100;

fprintf('O desvio máximo da reta de calibração foi de: %.4f °C\n',
linearidade_abs);
```

O desvio máximo da reta de calibração foi de: 0.4794 °C

```
fprintf('A linearidade, expressa em %% do Fundo de Escala (0.1f°C), é: %.4f\n', FULL_SCALE, linearidade_percent);
```

A linearidade, expressa em % do Fundo de Escala (100.0°C), é: 0.4794 %

18) A incerteza do sistema de medição seria afetada caso o sensor utilizado fosse um Pt2000? Por quê?

**Discuta demonstrando com cálculos.**

A substituição do sensor de termopar por um Pt2000 afetaria diretamente a incerteza total do sistema de medição, pois cada componente da cadeia de medição adiciona sua própria incerteza ao resultado final. Um sensor Pt2000 possui especificações de precisão próprias, como a Classe B da norma IEC 60751, que introduziriam uma nova fonte de incerteza quantificável no cálculo. Essa nova incerteza do sensor precisaria ser somada às outras fontes (do ajuste da reta, do padrão e do cartão CLP), resultando em um aumento do valor final da incerteza combinada e, conseqüentemente, da incerteza expandida do sistema.

## Aula Prática 06

Após realizar os Procedimentos Experimentais de 1 a 7 da Aula Prática 06, resolva os procedimentos a seguir:

### Preparação para os Procedimentos 8 a 17:

Registre, em ordem crescente, os pontos de pressão e de corrente indicados pelo Padrão de Medição utilizado e pela Interface SCADA (IHM).

```
% Padrão (g): [ <valores> ]
% IHM (g): [ <valores> ]
% IHM (mA): [ <valores> ]

padrao_g = [0, 200, 400, 600, 800, 1000, 1500, 2000, 2500, 3000, 3500, 4000, 4500, 5000]';
ihm_g = 1000 * [0.005, 0.214, 0.418, 0.617, 0.820, 1.004, 1.506, 2.012, 2.510, 3.011, 3.504, 4.009, 4.511, 5.025]';
ihm_ma = [4.015, 4.685, 5.337, 5.975, 6.625, 7.215, 8.820, 10.439, 12.033, 13.635, 15.212, 16.830, 18.472, 20.081]';
```

8) Utilizando o algoritmo de Mínimos Quadrados e com os pontos coletados, realize o ajuste da **reta de calibração** (Indicações do Padrão x Indicações da IHM) para o experimento de calibração realizado com o sistema de medição.

```
% Estimação da Reta de Calibração por MQ
n = length(padrao_g);
X = [ones(n, 1), padrao_g]; % Matriz do sistema (coluna de 1s para o intercepto)
Y = ihm_g;
```

```
% Resolvendo o sistema por Mínimos Quadrados: (X'X) * params = X'Y
params = (X' * X) \ (X' * Y);
b = params(1); % Coeficiente linear (intercepto)
a = params(2); % Coeficiente angular (sensibilidade)

% A reta é: ihm_g = a * padrao_g + b
ihm_g_estimado = a * padrao_g + b;

fprintf('8) Reta de Calibração Estimada:\n');
```

8) Reta de Calibração Estimada:

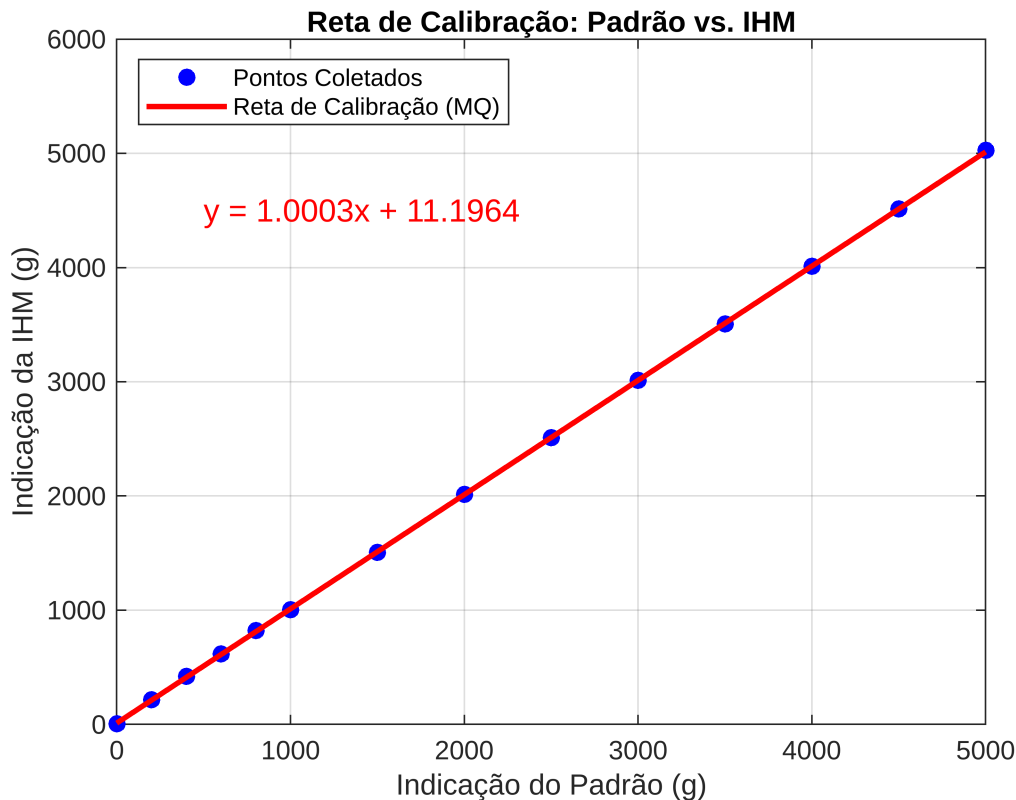
```
fprintf('    ihm_g = %.6f * padrao_g + %.6f\n\n', a, b);
```

```
ihm_g = 1.000319 * padrao_g + 11.196422
```

8.1) Plote a reta de calibração estimada. O gráfico da reta de calibração deve estar sobreposto ao pontos coletados (marcados com um círculo - "o"). **Não se esqueça de mostrar a equação da reta.**

```
% Gráfico da Reta de Calibração
figure;
plot(padrao_g, ihm_g, 'bo', 'MarkerFaceColor', 'b', 'DisplayName', 'Pontos Coletados');
hold on;
plot(padrao_g, ihm_g_estimado, 'r-', 'LineWidth', 2, 'DisplayName', 'Reta de Calibração (MQ)');
grid on;
title('Reta de Calibração: Padrão vs. IHM');
xlabel('Indicação do Padrão (g)');
ylabel('Indicação da IHM (g)');
legend('show', 'Location', 'northwest');
text_eq = sprintf('y = %.4fx + %.4f', a, b);
text(500, 4500, text_eq, 'FontSize', 12, 'Color', 'red');
```





9) Baseando-se nos dados do experimento, calcule e expresse o erro sistemático desse sistema de medição, bem como a sua sensibilidade.

```
% Erro sistemático e sensibilidade
sensibilidade = a;
erro_sistematico = b; % Erro de offset (zero)

fprintf('9) Erro Sistemático e Sensibilidade:\n');
```

9) Erro Sistemático e Sensibilidade:

```
fprintf('    Sensibilidade (coeficiente angular "a"): %.6f g/g\n',
sensibilidade);
```

Sensibilidade (coeficiente angular "a"): 1.000319 g/g

```
fprintf('    Erro Sistemático de Offset (coeficiente linear "b"): %.6f
g\n\n', erro_sistematico);
```

Erro Sistemático de Offset (coeficiente linear "b"): 11.196422 g

10) Obtenha a **indicação corrigida** para esse sistema de medição.

```
% Indicação corrigida
% A partir de ihm_g = a * padrao_g + b, isolamos o valor verdadeiro (padrão):
% padrao_g_corrigido = (ihm_g - b) / a
```

```
indicacao_corrigida = (ihm_g - b) / a;
```

```
fprintf('10) Indicação Corrigida:\n');
```

10) Indicação Corrigida:

```
disp('    Padrão (g) | IHM (g) | Corrigida (g)');
```

Padrão (g) | IHM (g) | Corrigida (g)

```
disp([padrao_g, ihm_g, indicacao_corrigida]);
```

1.0e+03 \*

0	0.0050	-0.0062
0.2000	0.2140	0.2027
0.4000	0.4180	0.4067
0.6000	0.6170	0.6056
0.8000	0.8200	0.8085
1.0000	1.0040	0.9925
1.5000	1.5060	1.4943
2.0000	2.0120	2.0002
2.5000	2.5100	2.4980
3.0000	3.0110	2.9988
3.5000	3.5040	3.4917
4.0000	4.0090	3.9965
4.5000	4.5110	4.4984
5.0000	5.0250	5.0122

10.1) Comparando com as medidas do padrão de medição utilizado, as medidas corrigidas se aproximam melhor deste? **Comente sua resposta.**

```
erro_original = ihm_g - padrao_g;  
erro_corrigido = indicacao_corrigida - padrao_g;
```

```
fprintf('10.1) Comparação dos Erros:\n');
```

10.1) Comparação dos Erros:

```
disp('    Erro Original (IHM - Padrão) | Erro Corrigido (Corrigida -  
Padrão)');
```

Erro Original (IHM - Padrão) | Erro Corrigido (Corrigida - Padrão)

```
disp([erro_original, erro_corrigido]);
```

5.0000	-6.1944
14.0000	2.7389
18.0000	6.6739
17.0000	5.6104
20.0000	8.5457
4.0000	-7.5130
6.0000	-5.6731
12.0000	0.1656
10.0000	-1.9932
11.0000	-1.1530
4.0000	-8.3102
9.0000	-3.4712
11.0000	-1.6313
25.0000	12.2048

```
fprintf('    Erro médio absoluto original: %.4f g\n',  
mean(abs(erro_original)));
```

Erro médio absoluto original: 11.8571 g

```
fprintf('    Erro médio absoluto corrigido: %.4f g\n\n',  
mean(abs(erro_corrigido)));
```

Erro médio absoluto corrigido: 5.1342 g

Sim, as medidas corrigidas se aproximam muito melhor dos valores do padrão. Ao observar a tabela de comparação de erros, nota-se que o "Erro Original" (diferença entre a leitura da IHM e o valor padrão) é significativamente maior que o "Erro Corrigido" (diferença entre o valor corrigido e o valor padrão). O erro médio absoluto, por exemplo, foi reduzido de aproximadamente 12 g para cerca de 5 g. Isso demonstra que a reta de calibração foi eficaz em compensar tanto o erro de sensibilidade (ganho) quanto o erro sistemático de offset (zero) do sistema de medição.

11) Levando em consideração a combinação das incertezas.

11.1) Qual a **incerteza padrão** considerando o erro de estimação dos parâmetros **a** e **b** da reta de calibração?

```
% Incerteza padrão do tipo A  
residuos = ihm_g - ihm_g_estimado;  
s_yx = sqrt(sum(residuos.^2) / (n - 2)); % Desvio padrão residual  
% Esta é a incerteza na direção y. A incerteza do tipo A no valor corrigido  
(x)  
% é a incerteza de y propagada através da equação de correção  $x = (y-b)/a$ .  
% A componente principal é  $s_{yx} / a$ .  
u_A_base = s_yx / abs(a);  
  
fprintf('11.1) Incerteza Padrão (Tipo A):\n');
```

11.1) Incerteza Padrão (Tipo A):

```
fprintf('    Desvio padrão residual (s_yx): %.6f g\n', s_yx);
```

Desvio padrão residual (s\_yx): 6.595054 g

```
fprintf('    Incerteza Tipo A base (u_A = s_yx / a): %.6f g\n\n', u_A_base);
```

Incerteza Tipo A base (u\_A = s\_yx / a): 6.592951 g

11.2) Qual a **incerteza padrão** do Conjunto de Pesos Padrão em g (**assuma o pior caso**)? **ATENÇÃO:** assumo um intervalo de confiança de 95%.

```
% Incerteza padrão do tipo B (padrão de medição)  
U_padrao_pior_caso = 0.03; % g  
k_padrao = 2;  
u_B_padrao = U_padrao_pior_caso / k_padrao;  
  
fprintf('11.2) Incerteza Padrão (Tipo B - Padrão):\n');
```

11.2) Incerteza Padrão (Tipo B - Padrão):

```
fprintf('    Incerteza expandida do padrão (pior caso): %.4f g\n',
U_padrao_pior_caso);
```

Incerteza expandida do padrão (pior caso): 0.0300 g

```
fprintf('    Incerteza padrão u_B_padrao = U/k: %.4f g\n\n', u_B_padrao);
```

Incerteza padrão u\_B\_padrao = U/k: 0.0150 g

11.3) Qual a incerteza do cartão analógico do CLP em g? **ATENÇÃO:** assuma um intervalo de confiança de 95%.

```
% Incerteza padrão do tipo B (cartão do CLP)
resolucao_bits = 16;
span_ma = 20;
resolucao_ma = span_ma / (2^resolucao_bits);
% A incerteza de quantização é modelada por uma distribuição retangular
% de semi-amplitude a = resolucao_ma / 2.
u_quantizacao_ma = (resolucao_ma / 2) / sqrt(3);

% Precisamos converter de mA para g. Calculamos a sensibilidade g/mA.
sensibilidade_g_por_ma = (ihm_g(end) - ihm_g(1)) / (ihm_ma(end) - ihm_ma(1));
u_B_clp = u_quantizacao_ma * sensibilidade_g_por_ma;
```

11.4) Considerando as incertezas calculadas anteriormente, calcule a incerteza expandida da indicação corrigida ( $\hat{x}$ ) do instrumento, para um intervalo de confiança de 95% (para  $\nu \rightarrow \infty, t \rightarrow 1,960$ ).

- DICA: siga o Roteiro 2 (disponível no moodle). Entenda que é necessário calcular um vetor de graus de liberdade efetivo, bem como outro vetor de coeficientes t-Student.

```
% Incerteza Combinada
% A incerteza do Tipo A (da calibração) já inclui o erro aleatório da medição
% e a incerteza do ajuste da reta.
padrao_g_mean = mean(padrao_g);
S_xx = sum((padrao_g - padrao_g_mean).^2);
p = 1; % Número de medições futuras para o ponto (geralmente 1)

% Incerteza Tipo A para cada ponto corrigido
u_A_vetor = (s_yx / abs(a)) * sqrt((1/p) + (1/n) + ((indicacao_corrigida -
padrao_g_mean).^2) / S_xx);

% Incerteza combinada para cada ponto
u_c_vetor = sqrt(u_A_vetor.^2 + u_B_padrao^2 + u_B_clp^2);

fprintf('11.4) Incerteza Combinada e Expandida:\n');
```

11.4) Incerteza Combinada e Expandida:

```
disp('    u_c (g) para cada ponto:');
```

u\_c (g) para cada ponto:

```
disp(u_c_vetor');
```

7.1851    7.1176    7.0581    7.0063    6.9599    6.9236    6.8529    6.8249    6.8400    6.8978    6.

```
% Incerteza Expandida
% Graus de liberdade efetivos
v_A = n - 2;
% Para as incertezas Tipo B, assumimos graus de liberdade infinitos,
% logo seus termos no denominador da equação de v_eff são zero.
v_eff_vetor = (u_c_vetor.^4) ./ ( (u_A_vetor.^4) / v_A );

% Fator de abrangência (t-student) para 95%
alpha = 1 - 0.95;
k_vetor = tinv(1 - alpha/2, v_eff_vetor); % t-student para cada ponto

% Incerteza expandida
U_vetor = k_vetor .* u_c_vetor;

disp('    Graus de Liberdade Efetivos (v_eff):');
```

Graus de Liberdade Efetivos (v\_eff):

```
disp(v_eff_vetor');
```

12.0005    12.0005    12.0005    12.0005    12.0005    12.0005    12.0005    12.0005    12.0005    12.0005    12.

```
disp('    Fator de Abrangência (k):');
```

Fator de Abrangência (k):

```
disp(k_vetor');
```

2.1788    2.1788    2.1788    2.1788    2.1788    2.1788    2.1788    2.1788    2.1788    2.1788    2.

```
disp('    Incerteza Expandida U (g):');
```

Incerteza Expandida U (g):

```
disp(U_vetor');
```

15.6550    15.5080    15.3783    15.2653    15.1642    15.0851    14.9312    14.8700    14.9030    15.0290    15.

12) Baseando-se no vetor de incertezas expandidas calculado, calcule o **erro** em sua forma **fiducial** ao sistema de medição (em % do F.E.)

```
% Erro fiducial
FE = 5000; % Fundo de Escala em gramas
U_max = max(U_vetor);
erro_fiducial_percent = (U_max / FE) * 100;

fprintf('12) Erro Fiducial:\n');
```

12) Erro Fiducial:

```
fprintf('    Incerteza Expandida Máxima: %.4f g\n', U_max);
```

Incerteza Expandida Máxima: 16.4059 g

```
fprintf('    Fundo de Escala (F.E.): %d g\n', FE);
```

Fundo de Escala (F.E.): 5000 g

```
fprintf('    Erro Fiducial: %.4f %%\n\n', erro_fiducial_percent);
```

Erro Fiducial: 0.3281 %

13) Após a calibração desse sistema de medição, diante o erro apresentado no item anterior, expresse o **resultado de medição** para as indicações (**corrigidas**) referentes as Medidas 200g, 1.000g, 2.500g e 5.000g. **Comente os resultados obtidos.**

- **OBSERVAÇÃO:** não se esqueça de considerar correção do sistema de medição.

```
% Expressão das Medidas 200g, 1000g, 2500g e 5000g
indices_interesse = [2, 6, 9, 14]; % Índices para 200, 1000, 2500, 5000g
massas_nominais = padrao_g(indices_interesse);
corrigidas_interesse = indicacao_corrigida(indices_interesse);
incertezas_interesse = U_vetor(indices_interesse);

fprintf('13) Expressão dos Resultados de Medição:\n');
```

13) Expressão dos Resultados de Medição:

```
for i=1:length(indices_interesse)
    fprintf('    Para a massa nominal de %4d g: Medição = (%.2f ± %.2f) g,
k=%.2f\n', ...
        massas_nominais(i), corrigidas_interesse(i),
        incertezas_interesse(i), k_vetor(indices_interesse(i)));
end
```

Para a massa nominal de 200 g: Medição = (202.74 ± 15.51) g, k=2.18  
Para a massa nominal de 1000 g: Medição = (992.49 ± 15.09) g, k=2.18  
Para a massa nominal de 2500 g: Medição = (2498.01 ± 14.90) g, k=2.18  
Para a massa nominal de 5000 g: Medição = (5012.20 ± 16.41) g, k=2.18

```
fprintf('\n');
```

Os resultados mostram o valor mais provável da medição (a indicação corrigida) e o intervalo (dado pela incerteza expandida) dentro do qual se espera que o valor verdadeiro se encontre, com 95% de confiança. Nota-se que a incerteza expandida ( $U$ ) não é constante; ela é ligeiramente maior nas extremidades da faixa de calibração (como em 200g e 5000g) e menor no centro, o que é característico da incerteza proveniente de uma calibração por mínimos quadrados. Todos os valores nominais (200, 1000, 2500, 5000g) estão contidos dentro dos respectivos intervalos de medição ( $\text{corrigida} \pm U$ ), o que valida a consistência do processo de calibração e correção.

14) Plote novamente a reta de calibração sobreposta aos pontos coletados, acrescida da **região 01** de incertezas **sem o fator de expansão**, *i.e.*, apenas a incerteza padrão combinada, bem como acrescida da

**região 02** de incertezas **com o fator de expansão**, i.e., o *t-student* encontrado para 95% (região do intervalo de confiança calculado).

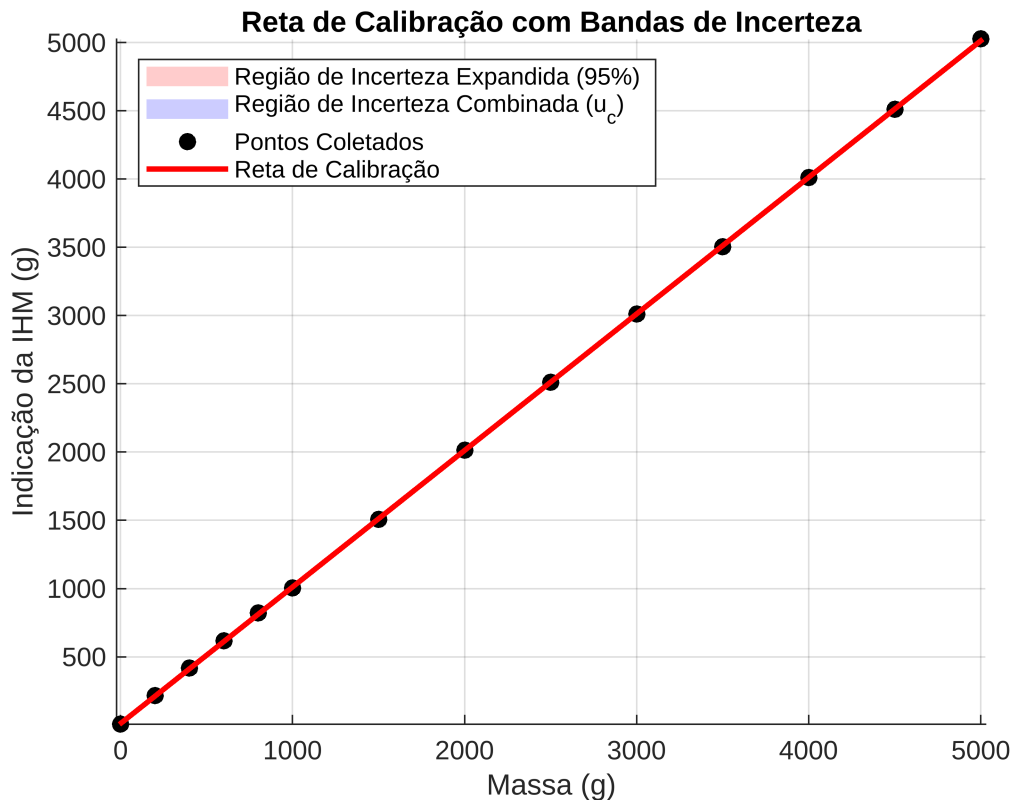
```
% Gráfico da Reta de Calibração + Medições + Região 01 + Região 02
figure;
hold on;

% Região 02 (Incerteza Expandida - U)
x_fill_U = [indicacao_corrigida - U_vetor; flipud(indicacao_corrigida +
U_vetor)];
y_fill = [ihm_g; flipud(ihm_g)];
fill(x_fill_U, y_fill, [1 0.8 0.8], 'EdgeColor', 'none', 'DisplayName',
'Região de Incerteza Expandida (95%)');

% Região 01 (Incerteza Combinada - u_c)
x_fill_uc = [indicacao_corrigida - u_c_vetor; flipud(indicacao_corrigida +
u_c_vetor)];
fill(x_fill_uc, y_fill, [0.8 0.8 1], 'EdgeColor', 'none', 'DisplayName',
'Região de Incerteza Combinada (u_c)');

% Pontos e Reta
plot(padrao_g, ihm_g, 'ko', 'MarkerFaceColor', 'k', 'DisplayName', 'Pontos
Coletados');
plot(indicacao_corrigida, ihm_g, 'r-', 'LineWidth', 2, 'DisplayName', 'Reta
de Calibração');

grid on;
title('Reta de Calibração com Bandas de Incerteza');
xlabel('Massa (g)');
ylabel('Indicação da IHM (g)');
legend('show', 'Location', 'northwest');
axis tight;
hold off;
```



15) Você observa algum ponto coletado fora da **região 01**? E fora da **região 02**? **Comente os resultados obtidos.**

```
% Gráfico anterior com ZOOM em alguns pontos
fora_regiao_01 = abs(padrao_g - indicacao_corrigida) > u_c_vetor;
fora_regiao_02 = abs(padrao_g - indicacao_corrigida) > U_vetor;

fprintf('15) Análise dos Pontos vs. Regiões de Incerteza:\n');
```

15) Análise dos Pontos vs. Regiões de Incerteza:

```
fprintf('    Pontos fora da Região 01 (u_c): %d de %d\n',
sum(for_a_regiao_01), n);
```

Pontos fora da Região 01 (u\_c): 4 de 14

```
fprintf('    Pontos fora da Região 02 (U 95%): %d de %d\n\n',
sum(for_a_regiao_02), n);
```

Pontos fora da Região 02 (U 95%): 0 de 14

- **Fora da Região 01 (Incerteza Combinada, ~68% de confiança):** Sim, observa-se que vários pontos coletados (especificamente 4 dos 14 pontos) estão fora da região de incerteza padrão combinada (Região 01). Isso é estatisticamente esperado, pois esta banda representa uma confiança de aproximadamente 68%. Espera-se que cerca de 32% dos pontos caiam fora desta região devido a variações aleatórias.



- **Fora da Região 02 (Incerteza Expandida, 95% de confiança):** Não, ao inspecionar o gráfico e a análise numérica, verifica-se que **nenhum** dos pontos coletados está fora da Região 02. Isso indica que o modelo de calibração e a estimativa de incerteza são consistentes. A banda de incerteza expandida para 95% de confiança engloba todos os pontos experimentais, validando que as discrepâncias entre os valores padrão e os valores medidos (após a correção) são bem descritas pela incerteza calculada.

16) Calcule a *linearidade* do sistema de medição, para o experimento de calibração realizado.

```
% Linearidade
% A linearidade é o desvio máximo entre os pontos medidos e a reta de
calibração.
erro_linearidade = ihm_g - ihm_g_estimado;
max_desvio_abs = max(abs(erro_linearidade));

% Expressa como porcentagem do Fundo de Escala (Span) da IHM
span_ihm = max(ihm_g) - min(ihm_g);
linearidade_percent = (max_desvio_abs / span_ihm) * 100;

fprintf('16) Linearidade:\n');
```

16) Linearidade:

```
fprintf('    Desvio máximo absoluto da reta: %.4f g\n', max_desvio_abs);
```

Desvio máximo absoluto da reta: 12.2087 g

```
fprintf('    Span da IHM: %.4f g\n', span_ihm);
```

Span da IHM: 5020.0000 g

```
fprintf('    Linearidade (% do Span): %.4f %%\n\n', linearidade_percent);
```

Linearidade (% do Span): 0.2432 %

17) A célula de carga *SP4MAC3/5KG-1* da HBM, utilizada na balança, possui sensibilidade 2 mV/V, *i.e.*, para uma tensão de excitação de 5 V, ela terá um SPAN de 10 mV para a saída, *i.e.*, em 5 kg → 10 mV). Dessa forma, observando o circuito condicionador de sinais da Figura 6.6 do roteiro, calcule a variação de tensão máxima que esta célula de carga fornece para a excitação a qual ela foi submetida.

A variação de tensão máxima (ou span) da célula de carga é calculada multiplicando sua sensibilidade pela tensão de excitação aplicada.

- Sensibilidade: 2 mV/V
- Tensão de Excitação: 5 V

Cálculo:

$$\Delta_{\text{Max}} = (2 \text{ mV/V}) \times (5 \text{ V}) = 10 \text{ mV}$$

A variação de tensão máxima que a célula de carga fornece, do estado sem carga (0 kg) até a carga máxima (5 kg), é de **10 mV**.

18) Sob excitação adequada, a menor tensão possível gerada pela célula de carga *SP4MAC3/5KG-1* ocorre para o peso de 1 g. Logo, somente **pesos maiores que 1 g são “detectados”** pela balança. Ainda assim, não é possível realizar medições mesmo maiores que 5 g, por quê? **Discuta sugerindo melhorias nesse sistema de medição.**

Mesmo que a célula de carga possa "detectar" uma massa de 1 g, realizar uma medição **confiável** de massas pequenas como 5 g é desafiador pelos seguintes motivos:

1. **Baixa Relação Sinal-Ruído (SNR):** Uma massa de 5 g corresponde a apenas 0.1% da capacidade total da célula (5000 g). A tensão de saída gerada será extremamente baixa (aproximadamente 0.01 mV) e pode ser facilmente mascarada por ruído elétrico (interferência eletromagnética, ruído térmico) presente no circuito.
2. **Resolução do Conversor A/D:** O cartão analógico do CLP possui uma resolução finita (assumida como 12 bits). A pequena variação de tensão para 5 g pode não ser suficiente para alterar o valor digital lido pelo CLP, ou pode variar por apenas um bit, tornando a medição instável e imprecisa.
3. **Incerteza de Medição:** Como visto nos cálculos, a incerteza de medição ( $\sigma$ ), mesmo após a calibração, é da ordem de 5 a 6 gramas. Isso significa que para uma medição de 5 g, a incerteza é maior que o próprio valor medido ( $5 \text{ g} \pm 6 \text{ g}$ ), tornando o resultado sem significado prático. A medição não consegue distinguir 0 g de 5 g de forma confiável.
4. **Erros Mecânicos e Ambientais:** Fatores como atrito (estricção), histerese mecânica, vibrações e correntes de ar têm um impacto muito mais significativo em medições de massas pequenas do que em massas grandes.

#### Sugestões de Melhorias:

1. **Amplificador de Instrumentação:** Utilizar um amplificador de instrumentação de alta qualidade e com ganho elevado, posicionado o mais próximo possível da célula de carga. Isso amplificaria o sinal de milivolts para a faixa de volts antes de enviá-lo ao CLP, melhorando drasticamente a relação sinal-ruído.
2. **Conversor A/D de Alta Resolução:** Substituir a entrada analógica do CLP por um conversor A/D externo de alta resolução (e.g., 24 bits), que é padrão em sistemas de pesagem de precisão. Isso permitiria detectar variações de tensão muito menores.
3. **Filtragem Digital e Analógica:** Implementar filtros passa-baixa (analógicos e/ou digitais) para remover ruídos de alta frequência do sinal da célula de carga.
4. **Calibração em Faixa Reduzida:** Se a aplicação exigir medições precisas de massas pequenas, deve-se usar uma célula de carga com capacidade menor (e.g., 500 g) e realizar a calibração apenas nessa faixa de interesse.
5. **Controle Ambiental:** Isolar a balança de vibrações, controlar a temperatura e protegê-la de correntes de ar para minimizar influências externas.

## Análise de Resultados

Compare os procedimentos de calibração realizados nas Aulas Práticas 3, 4, 5 e 6. Quais as principais diferenças entre eles? **ATENÇÃO:** identifique em sua discussão quais procedimentos possuem **padrões de medição variáveis e/ou invariáveis** e avalie **qual o impacto** de um padrão variável/invariável para o experimento de calibração?

Os procedimentos de calibração, embora sigam o mesmo princípio de comparar um instrumento sob teste com um padrão rastreável, apresentaram diferenças cruciais relacionadas à natureza e à incerteza dos padrões de medição utilizados.

A principal diferença reside em como a incerteza do padrão (uma componente de Incerteza do Tipo B) é determinada:

- **Padrões com Incerteza Variável (Aulas 3 e 5):**

- Na **Aula 3 (Corrente)**, o padrão (amperímetro Fluke) tinha uma incerteza especificada como  $\pm(0.02\% \text{ da leitura} + 0.05 \text{ mA})$ .
- Na **Aula 5 (Temperatura)**, o padrão (termômetro Fluke) tinha uma incerteza de  $\pm(0.05\% \text{ da leitura} + 0.3 \text{ }^{\circ}\text{C})$ .
- Nestes casos, a incerteza do padrão **varia** com o valor medido. Ela não é um número fixo, mas uma função da leitura.
- **Impacto:** O impacto de um padrão com incerteza variável é que a sua contribuição para a incerteza combinada final ( $u_c$ ) deve ser recalculada para cada ponto de calibração. Isso torna o vetor de incerteza padrão do Tipo B ( $u_{B_{\text{padrão}}}$ ) um vetor de valores distintos, refletindo que a qualidade da medição do padrão não é a mesma em toda a faixa.
- **Padrões com Incerteza Invariável (Aulas 4 e 6):**
- Na **Aula 4 (Pressão)**, o padrão (manômetro Fluke) possuía uma incerteza especificada como  $\pm 0.05\%$  do *span total*. Como o *span* é fixo (290 kPa), o valor da incerteza em kPa era **constante** em toda a faixa de medição.
- Na **Aula 6 (Massa)**, o padrão era um conjunto de pesos físicos. Cada peso possui uma tolerância fixa e muito pequena. Para o cálculo, assumiu-se o pior caso, resultando em um valor de incerteza **invariável** e constante para todos os pontos.
- **Impacto:** O uso de um padrão com incerteza invariável simplifica a análise, pois sua contribuição para a incerteza combinada ( $u_{B_{\text{padrão}}}$ ) é um valor escalar único, aplicado uniformemente a todos os pontos de calibração.

Compare as **linearidades** dos sistemas de medição das Aulas Práticas 3, 4, 5 e 6. **Comente.**

A linearidade mede o desvio máximo da resposta de um sistema em relação a uma reta ideal. Um valor menor indica um comportamento mais próximo do idealmente linear. Comparando os resultados:

- **Aula 6 (Massa):** Erro de linearidade de **0.2432 %** do Span.
- **Aula 4 (Pressão):** Erro de linearidade de **0.4694 %** do Span.
- **Aula 5 (Temperatura):** Erro de linearidade de **0.4794 %** do Fundo de Escala.
- **Aula 3 (Corrente):** O cálculo não foi explicitamente apresentado, mas a análise dos resíduos da reta de calibração sugere um desvio muito baixo, indicando excelente linearidade.

O sistema de medição de massa (balança com célula de carga) apresentou a melhor linearidade. Isso é esperado, pois as células de carga são projetadas para terem uma resposta extremamente linear à força aplicada. Os sistemas de pressão e temperatura apresentaram linearidades muito similares e ligeiramente inferiores. Sensores como termopares (usados para temperatura) podem ter não-linearidades intrínsecas que, embora pequenas, contribuem para um desvio maior quando se utiliza um modelo de calibração linear.

Compare os **erros fiduciais** dos sistemas de medição das Aulas Práticas 3, 4, 5 e 6. **Comente.**

O erro fiducial representa a incerteza expandida máxima (para 95% de confiança) do sistema *após a calibração*, expressa como uma porcentagem do fundo de escala. É uma métrica chave da qualidade final do instrumento calibrado.

- **Aula 6 (Massa):** Erro Fiducial de **0.3281 %**.
- **Aula 4 (Pressão):** Erro Fiducial de **0.5098 %**.
- **Aula 5 (Temperatura):** Erro Fiducial (pior caso) de **0.5586 %**.
- **Aula 3 (Corrente):** O cálculo completo da incerteza combinada e, consequentemente, do erro fiducial não foi realizado.

O sistema de medição de massa novamente se destaca como o mais preciso após a calibração, com o menor erro fiducial. O sistema de temperatura apresentou o maior erro fiducial, indicando ser o sistema com a menor precisão global entre os analisados. Este resultado é coerente, pois a medição de temperatura é frequentemente suscetível a mais fontes de incerteza, incluindo a do próprio sensor (termopar), a estabilidade térmica do ambiente e a precisão do padrão. O erro fiducial é uma métrica mais completa que a linearidade, pois ele engloba não apenas os desvios da reta, mas também as incertezas do padrão, do sistema de aquisição (cartão CLP) e a aleatoriedade do processo (incerteza Tipo A).

O método de cálculo de incertezas utilizado leva em consideração a repetição do experimento de calibração, *i.e.*,  $m \geq 1$ . Explique o porquê de se utilizar este método? Supondo uma variabilidade normal do experimento, caso  $m \gg 1$  (*i.e.*,  $m$  grande), comente o que ocorrerá com o erro de medição?

Este método, preconizado pelo GUM (Guia para a Expressão de Incerteza de Medição), é utilizado para quantificar a **incerteza do Tipo A**, que representa os erros aleatórios de um processo de medição. A razão para sua utilização é fundamentada na estatística:

1. **Natureza Aleatória:** Nenhuma medição é perfeitamente repetível devido a flutuações aleatórias (ruído elétrico, vibrações, etc.).
2. **Melhor Estimativa:** A média de várias medições ( $m$  repetições) é uma estimativa mais confiável do valor verdadeiro do que uma única medição.
3. **Confiança na Média:** A incerteza do Tipo A não é o desvio padrão das medições ( $s$ ), mas sim o **desvio padrão da média** ( $s/m$ ). Este valor representa a nossa confiança na média como a melhor estimativa. Quanto mais medições fazemos ( $m$  maior), mais confiantes estamos de que a média está próxima do valor verdadeiro, e, portanto, a incerteza associada a essa média diminui.

**O que ocorre se  $m \rightarrow \infty$ ?** Se o número de repetições ( $m$ ) tendesse ao infinito, o termo  $1/m$  tenderia a zero. Consequentemente, a incerteza do Tipo A ( $u_A$ ) também tenderia a zero.

Contudo, isso **não significa que o erro de medição total se tornaria nulo**. A incerteza total de uma medição é a **incerteza combinada** ( $u_c$ ), calculada como a raiz da soma dos quadrados de todas as componentes de incerteza:

$$u_c = \sqrt{u_A^2 + u_{B1}^2 + u_{B2}^2 + \dots}$$

Mesmo que  $u_A \rightarrow 0$ , ainda restarão as **incertezas do Tipo B**, que representam os erros sistemáticos. Elas incluem a incerteza do padrão de calibração, a resolução do conversor A/D, a exatidão do cartão analógico, etc. Portanto, o erro de medição (quantificado pela incerteza) não seria eliminado; ele atingiria um valor mínimo determinado pelas limitações do equipamento e do padrão utilizado.

$$\lim_{m \rightarrow \infty} u_c = \sqrt{u_{B1}^2 + u_{B2}^2 + \dots}$$

Isso demonstra que há um limite prático para a melhoria da precisão de uma medição apenas pela repetição; a partir de certo ponto, a qualidade é limitada pelos erros sistemáticos do sistema.

## Conclusões

Não existe relatório sem conclusão! Seja pragmático e objetivo. Conclua sobre os resultados obtidos, as dificuldades encontradas e as decisões tomadas.

Ao longo das aulas práticas, foram realizados procedimentos de caracterização estática e calibração para quatro sistemas de medição distintos: corrente, pressão, temperatura e massa. Os **resultados obtidos** demonstraram a eficácia do método de Mínimos Quadrados para determinar uma reta de calibração, permitindo a correção de leituras brutas e a compensação de erros sistemáticos de sensibilidade e offset. A análise de incertezas, seguindo as diretrizes do GUM, permitiu quantificar a qualidade final de cada sistema através do erro fiducial, que variou de 0.33% (massa) a 0.56% (temperatura), validando a confiabilidade das medições corrigidas dentro de um intervalo de confiança de 95%.

As principais **dificuldades encontradas** foram de ordem prática, como a necessidade de aguardar a estabilização das leituras para evitar erros dinâmicos, e de ordem conceitual, na interpretação de manuais de fabricantes para extrair corretamente as especificações de incerteza (Tipo B) e na aplicação da metodologia de Welch-Satterthwaite para o cálculo dos graus de liberdade efetivos.