



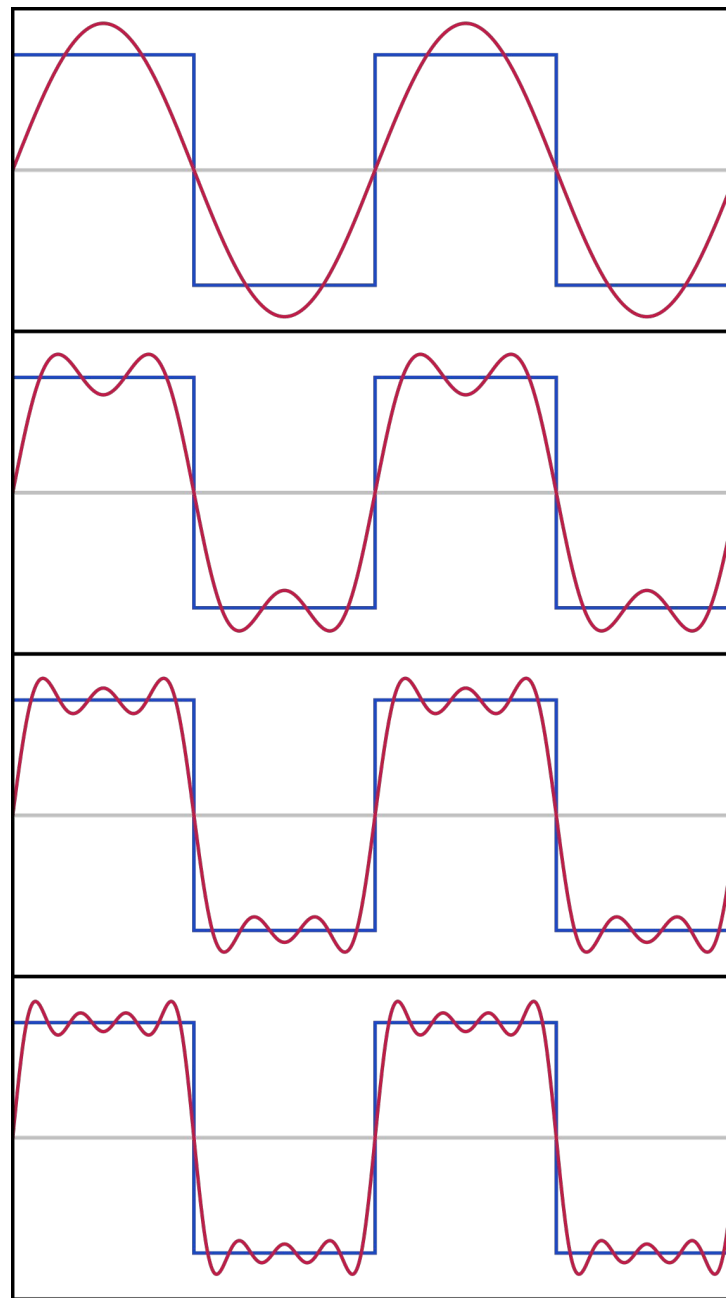
# Série e Transformada de Fourier

Fabio Irigon Pereira

# Série de Fourier

Idéia principal:

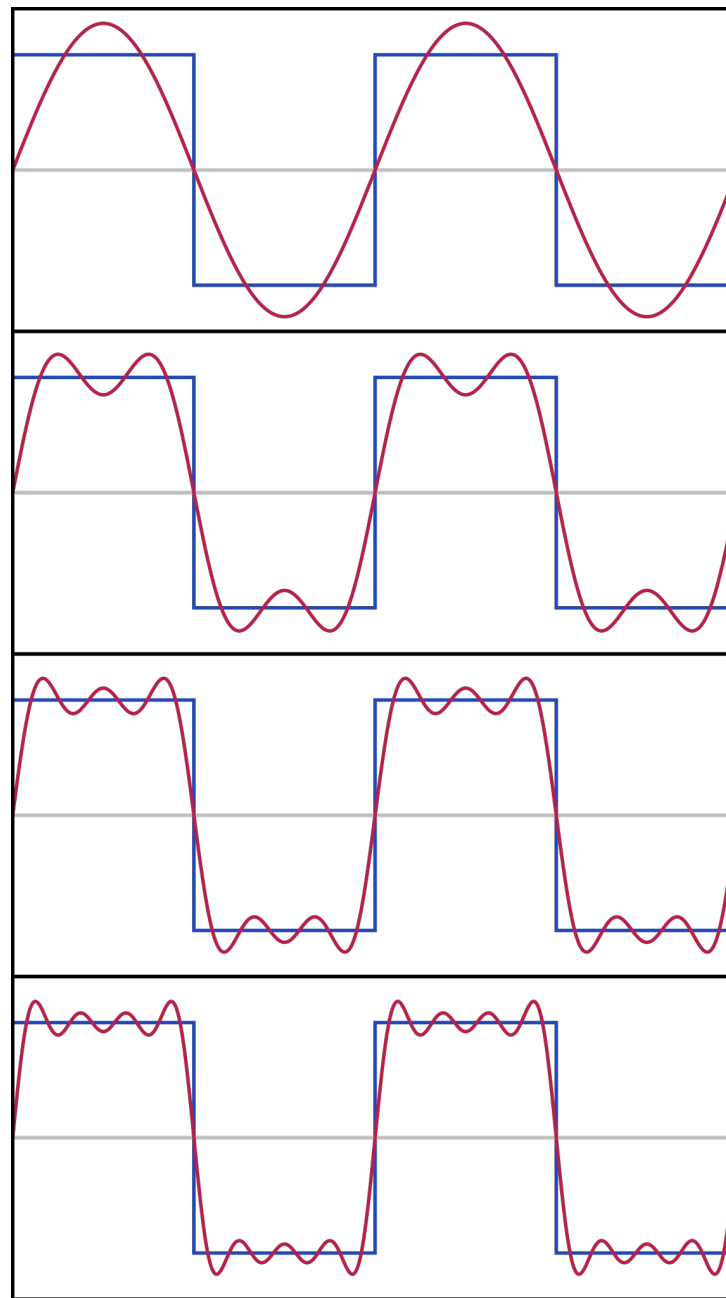
Um sinal periódico pode  
ser decomposto em uma  
soma de senos e  
cossenos.



# Série de Fourier

$$f(x) = \frac{1}{2}a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} a_n \cos(nx) + \sum_{n=1}^{\infty} b_n \sin(nx),$$

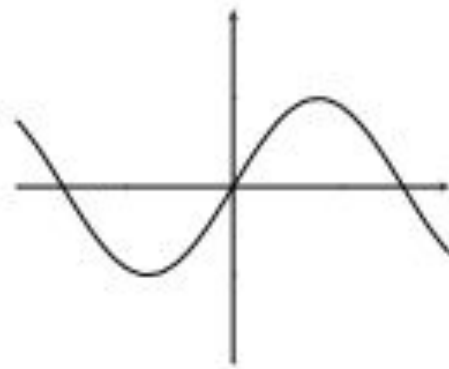
Na fórmula acima  $a_n$  representa a amplitude do cosseno de frequência 'n' e  $b_n$  é a amplitude do enésimo seno.



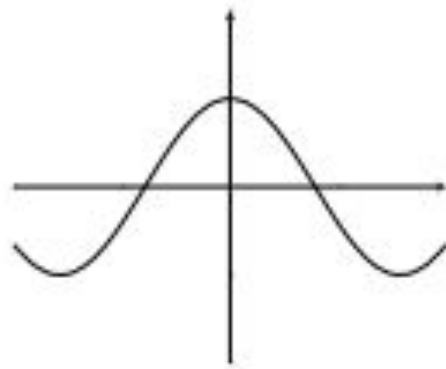
# Série de Fourier

A parte par do sinal original será decomposta por uma soma de cossenos.

A parte ímpar do sinal original será decomposta por uma soma de senos.



$\sin x$  (odd)



$\cos x$  (even)

# Série Discreta de Fourier

No caso de sinais discretos representamos as senóides como exponenciais complexas.

$$x[n] = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} S_N[k] e^{i2\pi \frac{k}{N}n}$$

# Série Discreta de Fourier

No caso de sinais discretos representamos as senóides como exponenciais complexas.

$$x[n] = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} S_N[k] e^{i2\pi \frac{k}{N} n}$$

Se chamarmos de  $\omega_k$  a  $k$ -ésima frequência, a relação fica

$$\omega_k = 2\pi \frac{k}{N}$$

$$x[n] = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} S_N[k] e^{i\omega_k n}$$

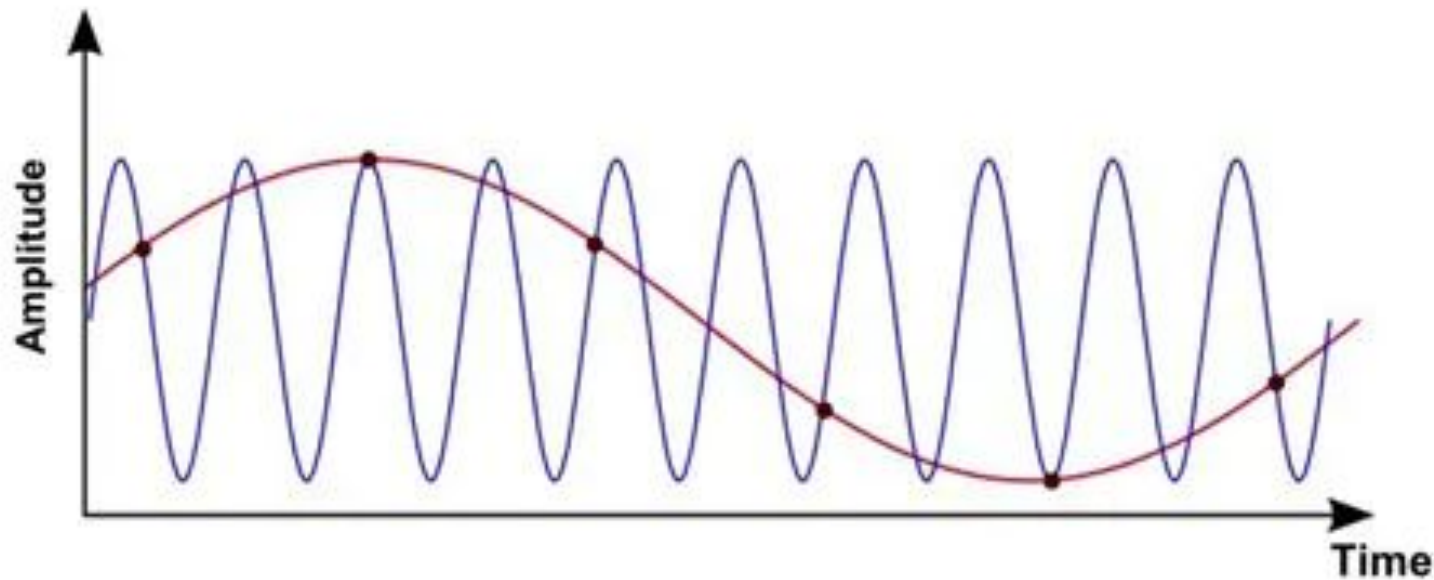
# Série Discreta de Fourier

Lembrando que uma exponencial complexa pode ser decomposta em uma soma de um seno e um cosseno.

$$S_n[k]e^{i\omega n} = a_n \cos(i\omega n) + ib_n \sin(i\omega n)$$

# Aliasing

Um sinal de alta frequência gera as mesmas amostras de um sinal de frequências mais baixas. A maior frequência que se pode amostrar é  $f_s/2$ .





# Transformada de Fourier (TF)

O objetivo da TF é descobrir o quanto de cada frequência existe no sinal original.

Frequências discretas normalizadas  $[-\pi, \pi]$ .

$$X(\omega) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} e^{-i\omega_k n}$$

# Transformada Discreta de Fourier

Sequências finitas:

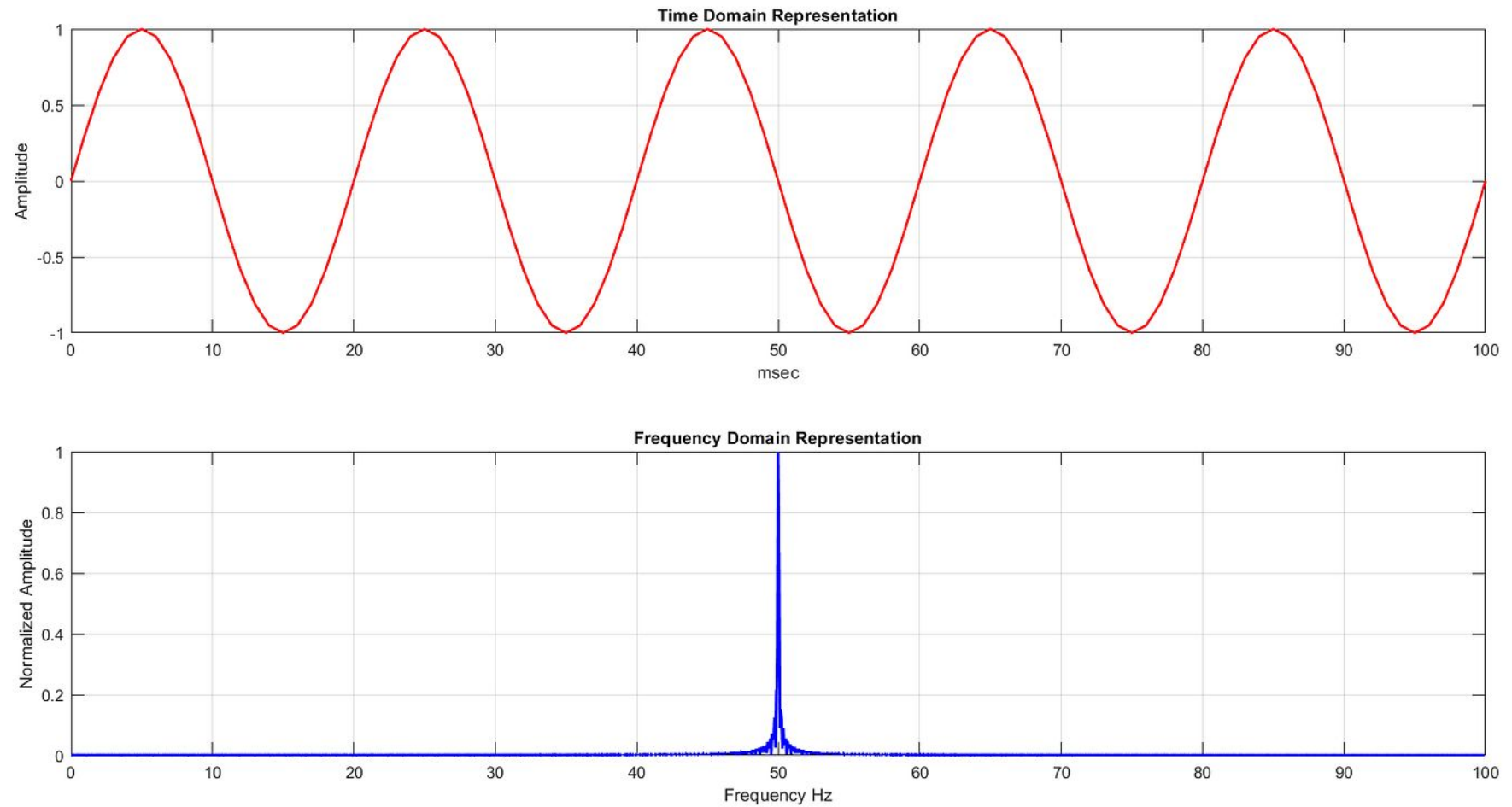
$$X(\omega) = \sum_{n=0}^{N-1} x[n]e^{-i\omega_k n}$$

# Transformada Discreta de Fourier

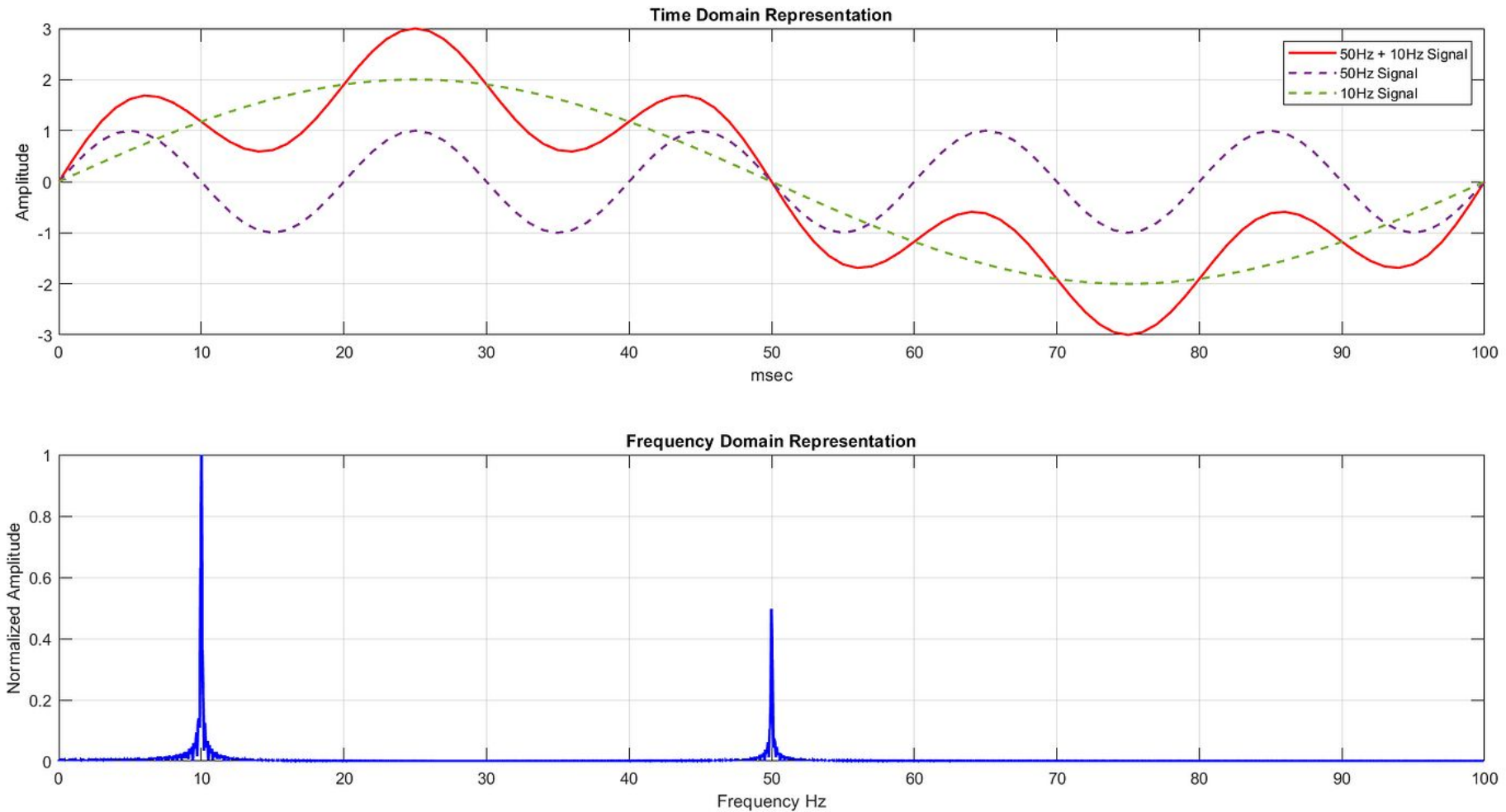
Sequências finitas:

$$X(\omega) = \sum_{n=0}^{N-1} x[n]e^{-i\omega_k n}$$

# TF de uma senóide

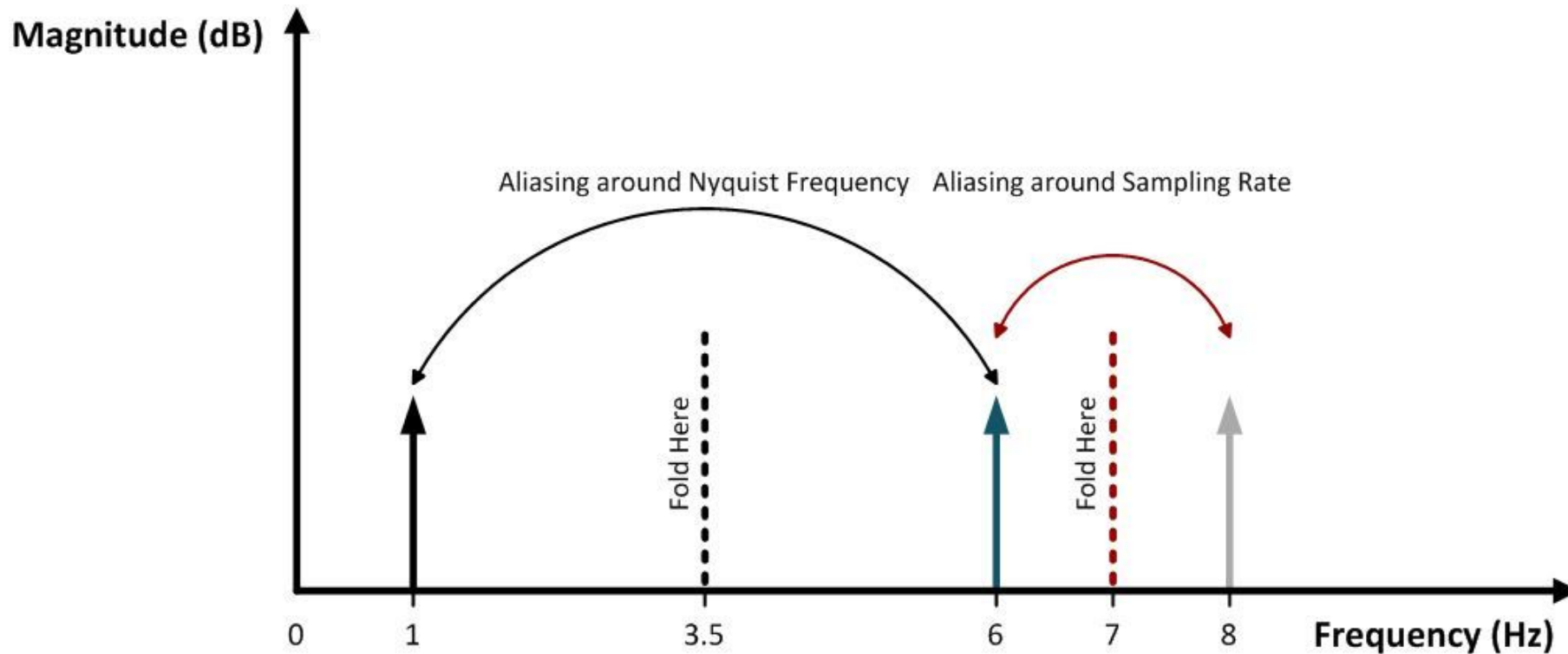


# TF de duas senóides



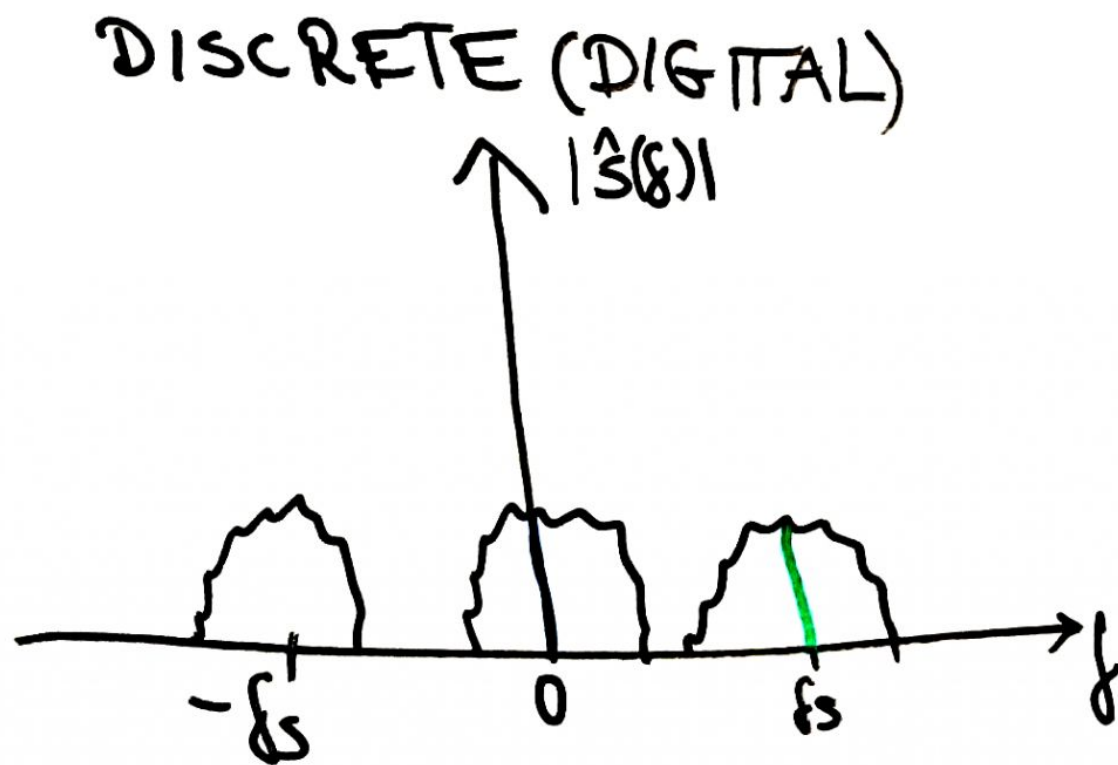
# Aliasing no domínio frequência

Se plotarmos o espectro de frequência de um sinal



# Aliasing no domínio frequência

Uma sinal após amostragem, tem espectro simétrico a  $f_s$ , e se repete em múltiplos de  $f_s$ .



# Aliasing no domínio frequência

Ex: sinal de 10KHz amostrado a uma frequência de 50KHz:

