

# Cálculo de Programas

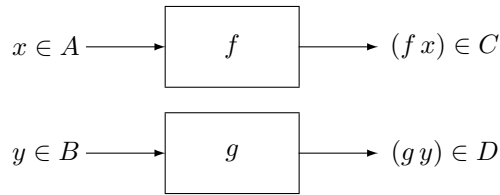
Lic. Ciências da Computação (3º ano)  
Lic./Mest.Int. em Engenharia Informática (3º ano)  
UNIVERSIDADE DO MINHO

2025/26 - Ficha nr.º 2

1. Na ficha anterior explorou-se o conceito de composição **sequencial**. Queremos agora um combinador que corra duas funções  $f$  e  $g$  em **paralelo**, isto é, ao mesmo tempo:

$$(f \times g)(x, y) = (f x, g y) \quad (\text{F1})$$

cf. o diagrama de blocos:



Recordando da aula teórica as funções de projecção

$$\begin{cases} \pi_1(x, y) = x \\ \pi_2(x, y) = y \end{cases} \quad (\text{F2})$$

demonstre as igualdades seguintes envolvendo esses operadores:

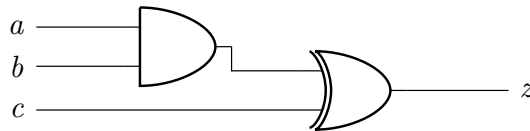
$$\pi_1 \cdot (f \times g) = f \cdot \pi_1 \quad (\text{F3})$$

$$\pi_2 \cdot (f \times g) = g \cdot \pi_2 \quad (\text{F4})$$

$$f \times g = \langle f \cdot \pi_1, g \cdot \pi_2 \rangle \quad (\text{F5})$$

---

## 2. O circuito booleano



pode descrever-se pela função  $f$  que se segue,

$$\begin{cases} f : (\mathbb{B} \times \mathbb{B}) \times \mathbb{B} \rightarrow \mathbb{B} \\ f = xor \cdot (and \times id) \end{cases} \quad (\text{F6})$$

onde  $and(a, b) = a \wedge b$  e  $xor(x, y) = x \oplus y$ .

Mostre que  $f$  se pode também definir como se segue:

$$f((a, b), c) = (a \wedge b) \oplus c$$

- 
3. Implemente e teste  $f$  (F6) no GHCi, após carregar a biblioteca *Cp.hs* disponível no material pedagógico. NB: recorde que  $x \oplus y = x \neq y$ .

- 
4. O combinador  $\langle f, g \rangle$  — isto é, “ $f$  em paralelo com  $g$ ” — satisfaz a seguinte propriedade, dita **universal**:

$$k = \langle f, g \rangle \equiv \begin{cases} \pi_1 \cdot k = f \\ \pi_2 \cdot k = g \end{cases} \quad (\text{F7})$$

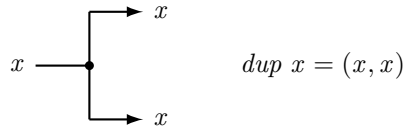
Identifique-a no formulário. Que outra propriedade desse formulário obtém fazendo  $k = id$  e simplificando?

- 
5. Derive a partir de (F7) a lei

$$\langle h, k \rangle \cdot f = \langle h \cdot f, k \cdot f \rangle$$

que também consta desse formulário sob a designação  *fusão- $\times$* .

- 
6. Uma das operações essenciais em processamento da informação é a sua *duplicação*:



Recorra à lei de fusão- $\times$  para demonstrar a seguinte propriedade da duplicação de informação:

$$dup \cdot f = \langle f, f \rangle$$

- 
7. O combinador

$$\begin{aligned} \text{const} &:: a \rightarrow b \rightarrow a \\ \text{const } a\ b &= a \end{aligned}$$

está disponível em Haskell para construir funções constantes, sendo habitual designarmos  $\text{const } k$  por  $\underline{k}$ . Demonstre a igualdade

$$(\underline{b}, \underline{a}) = \langle \underline{b}, \underline{a} \rangle \quad (\text{F8})$$

a partir da propriedade universal do produto e das propriedades das funções constantes que constam do formulário.

8. Definindo  $\text{swap} = \langle \pi_2, \pi_1 \rangle$ , demonstre

$$(g \times f) \cdot \text{swap} = \text{swap} \cdot (f \times g) \quad (\text{F9})$$

usando as leis que conhece do Cálculo de Programas

---

9. **Questão prática** — Este problema não irá ser abordado em sala de aula. Os alunos devem tentar resolvê-lo em casa e, querendo, publicarem a sua solução no canal **#all-cp2526** do Slack, com vista à sua discussão com colegas.

Dão-se a seguir os requisitos do problema.

**Problem requirements:** *Given a name, for instance "Jose Nuno Oliveira" we wish to obtain its acronym and its short version, as suggested below:*

```
*Cp> acronym "Jose Nuno Oliveira"
"JNO"
*Cp> short "Jose Nuno Oliveira"
"Jose Oliveira"
*Cp>
```

*Define*

```
acronym = ...
short = ...
```

*subject to the following restrictions:*

- you cannot use argument variables ( $x, y, \dots$ )
- you can use function composition  $f \cdot g$  and the parallel combinator  $\langle f, g \rangle$  as well as any function available from module *Cp.hs*
- you can resort to Haskell standard functions such as e.g. *map*, *filter* and so on.