

Elementos de Probabilidades e Teoria de Números

Teste - Teoria de Números

duração: 2 horas

Nome:

Número:

Grupo I

Relativamente às questões deste grupo, indique para cada alínea se a afirmação é verdadeira (V) ou falsa (F), marcando x no quadrado respetivo.

- |  | V                        | F                        |
|--|--------------------------|--------------------------|
| 1. O resto $r$ da divisão de $-637$ por $26$ é tal que $0 \leq r \leq 13$ .  | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| 2. Para quaisquer $a, b, c \in \mathbb{Z}$ , se $a \nmid b$ e $a \nmid c$ , então $a \nmid bc$ .   | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| 3. Se $a, b \in \mathbb{N}$ e $\text{m.d.c.}(a, b) = 3$ , então $\text{m.m.c.}(a, b) = \frac{a}{3} \times \frac{b}{3}$ .                   | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| 4. Para quaisquer $a, b \in \mathbb{Z}$ tais que $a \neq 0$ ou $b \neq 0$ , $\text{m.d.c.}(a, b) \mid (5a - 6b)$ .                         | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| 5. Para quaisquer $a, b, c \in \mathbb{Z}$ , se $a \leq b$ , então $\text{m.m.c.}(a, c) \leq \text{m.m.c.}(b, c)$ .                        | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| 6. Seja $n \in \mathbb{N}$ tal que $1 < n < 280$ . Se $n$ não admite um divisor $d$ tal que $1 < d \leq 14$ , então $n$ é um número primo. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| 7. Sejam $a, p \in \mathbb{Z}$ e $n \in \mathbb{N}$ . Se $p$ é um número primo e $p \mid a^n$ , então $p^n \mid a^n$ .                     | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| 8. Para todo o inteiro $a$ , se $2a \equiv 6 \pmod{10}$ , então $a \equiv 3 \pmod{10}$ .   | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| 9. O sistema de congruências lineares $\begin{cases} x \equiv 8 \pmod{15} \\ x \equiv -1 \pmod{18} \end{cases}$ admite soluções.           | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| 10. Todo o inteiro pode ser escrito como combinação linear de 9 e 11.  | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

Grupo II

Para cada uma das questões deste grupo, indique a sua resposta no espaço disponibilizado a seguir à questão, justificando sucintamente.

1. Considere as divisões seguintes

$$\begin{array}{r} 1591 \overline{) 629} \\ 333 \overline{) 2} \end{array} \quad \begin{array}{r} 629 \overline{) 333} \\ 296 \overline{) 1} \end{array} \quad \begin{array}{r} 333 \overline{) 296} \\ 37 \overline{) 1} \end{array} \quad \begin{array}{r} 296 \overline{) 37} \\ 0 \overline{) 8} \end{array}$$

Indique o  $\text{m.d.c.}(1591, 629)$  e exprima-o como combinação linear de 1591 e 629.

Resposta:

2. Dê exemplo de um sistema completo de resíduos módulo 7 que contenha cinco inteiros negativos ímpares e dois inteiros positivos que sejam congruentes com 2 módulo 4.

Resposta:

3. Determine o resto de  $37^{145} + 4$  na divisão por 7.

Resposta:

4. Indique os inteiros que podem ser representados por  $\overline{60a65b}$  e que são simultaneamente divisíveis por 4 e por 11.

Resposta:

<b>Grupo III</b>
------------------

**Resolva cada uma das questões deste grupo na folha de exame. Justifique as suas respostas.**

- Para a organização de uma festa foram adquiridas algumas bebidas e snacks. Na compra de latas de refrigerante e de bolachas foram gastos 28,6 euros (28,6 euros = 2860 cêntimos), sendo que cada lata de refrigerante custou 91 cêntimos e o preço de cada pacote de bolachas foi de 65 cêntimos.
  - Escreva uma equação diofantina cuja resolução permita obter o número de latas de refrigerante e o número de pacotes de bolachas adquiridos.
  - Sabendo que foram comprados pelo menos 12 pacotes de bolachas e 18 latas de refrigerantes, determine o número de pacotes de bolachas e o número de latas de refrigerante que foram adquiridos para a festa.
- Resolva a congruência linear  $8x \equiv 574 \pmod{18}$  e indique duas soluções, uma positiva e outra negativa, não congruentes entre si módulo 18.
- Considere o sistema de congruências lineares  $(S)$  a seguir indicado

$$(S) \begin{cases} x \equiv 1 \pmod{4} \\ x \equiv 2 \pmod{3} \\ x \equiv 3 \pmod{5} \end{cases}$$

Recorrendo ao Teorema Chinês dos Restos, justifique que o sistema  $(S)$  é solúvel e resolva-o. Indique a maior solução negativa de  $(S)$ .

Cotações: Grupo I: 7, 5. Grupo II: 6, 0. Grupo III: 2, 5 + 1, 75 + 2, 25.