

Nome:

Número:

**Responda às questões 1. a 4. nos espaços indicados, sem apresentar os seus cálculos.**

1. Considere as matrizes

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 2 & 3 & 0 \end{pmatrix} \quad \text{e} \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 & 2 \\ 2 & 0 & -1 & b \\ 1 & 3 & -2 & 6-b \end{pmatrix}.$$

a) O elemento na posição (2, 3) da matriz  $3A^T B$  é

b) A característica da matriz  $B$  é:

c) A matriz com forma em escada reduzida equivalente por linhas a  $A$  é:

d) A matriz  $X = \begin{pmatrix} -1 & -1 & 1 \\ 2/3 & 2/3 & -1/3 \\ -2/3 & x & 1/3 \end{pmatrix}$  é a inversa de  $A$  se e só se  $x =$

2. a) Seja  $A$  uma matriz quadrada de ordem  $n$  tal que  $A^2 + 2A - 3I_n = \mathbf{0}_{n \times n}$ . Então,  $A$  é invertível e  $A^{-1} =$

b) Se  $A$  é uma matriz de ordem  $4 \times 3$ , tal que  $\text{car } A = 3$ , então o sistema  $A^T \mathbf{x} = \mathbf{b}$  tem sempre solução seja qual for o vetor  $\mathbf{b} \in \mathbb{R}^{3 \times 1}$ ?

c) A matriz  $\begin{pmatrix} x-1 & 2 \\ 4 & x-3 \end{pmatrix}$  é invertível se e só se

d) Seja  $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -3 & -2 \end{pmatrix}$ . Então  $A^{45} =$

3. Sejam  $A = \begin{pmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{pmatrix}$  e  $B = \begin{pmatrix} -1 & 3 & 0 & 0 \\ -a & a & b & c \\ -d & d & e & f \\ -g & g & h & i \end{pmatrix}$ , e suponha que  $\det A = 2$ .

a) O valor do determinante da matriz  $3A^2$  é:

b) O valor do determinante da matriz  $B$  é:

c) O complemento algébrico do elemento na posição  $(1, 2)$  da matriz  $B$  é:

d) O elemento na posição  $(2, 1)$  da matriz  $B^{-1}$  é:

4. Considere um sistema  $A\mathbf{x} = \mathbf{b}$  cuja matriz ampliada é:

$$\left( \begin{array}{ccc|c} 1 & 2 & -1 & 4 \\ 0 & a-1 & 1 & a-1 \\ 0 & 0 & a^2-4 & a+2 \end{array} \right), \quad a \in \mathbb{R}.$$

a) O sistema é impossível para  $a$

**b)** O sistema é possível e indeterminado para  $a =$  , sendo o conjunto das suas soluções

$$S =$$

**c)** O sistema homogéneo  $A\mathbf{x} = \mathbf{0}$  tem soluções não nulas para  $a =$

**d)**  $(4, \frac{1}{2}, 1)$  é solução do sistema se e só se  $a =$

**Responda à próxima questão numa folha de teste, apresentando os seus cálculos.**

5. Considere a matriz

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 & 2 \\ 3 & -1 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 3 & 1 \end{pmatrix}.$$

a) Calcule o valor de  $\det A$ .

b) Justifique que  $A$  é invertível e calcule a segunda coluna de  $A^{-1}$ .

- c) Indique qual a segunda linha da matriz dos complementos algébricos de  $A$ .