

6.

Exercício 6.1

a)

PontoCritico[$x^2 + y^4$, {x, y}]

O ponto crítico $\{0, 0\}$ é ponto de mínimo.

b)

PontoCritico[$2 - x - y^2$, {x, y}]

Não tem pontos críticos.

c)

PontoCritico[xy , {x, y}]

O ponto crítico $\{0, 0\}$ é ponto de sela.

d)

PontoCritico[x^2y^2 , {x, y}]

O ponto crítico $\{0, y\}$ é ponto de mínimo.

O ponto crítico $\{x, 0\}$ é ponto de mínimo.

Exercício 6.3

a)

PontoCritico[$x^2 - y^2 + xy$, {x, y}]

O ponto crítico $\{0, 0\}$ é ponto de sela.

b)

PontoCritico[$x y - x^2 - y^2$, {x, y}]

0 ponto crítico {0, 0} é ponto de máximo.

c)

PontoCritico[$x^2 + y^2 + 2xy$, {x, y}]

0 ponto crítico {x, -x} é ponto de mínimo.

d)

PontoCritico[$x^2 + y^2 + 3xy$, {x, y}]

0 ponto crítico {0, 0} é ponto de sela.

e)

PontoCritico[$\text{Exp}[1 + x^2 - y^2]$, {x, y}]

0 ponto crítico {0, 0} é ponto de sela.

f)

PontoCritico[$2x^3 + xy^2 + 5x^2 + y^2$, {x, y}]0 ponto crítico $\left\{-\frac{5}{3}, 0\right\}$ é ponto de máximo.

0 ponto crítico {-1, -2} é ponto de sela.

0 ponto crítico {-1, 2} é ponto de sela.

0 ponto crítico {0, 0} é ponto de mínimo.

g)

PontoCritico[$x^2 - 2xy^2 + y^4 - y^5$, {x, y}]

0 ponto crítico {0, 0} é ponto de sela.

h)

```
PontoCritico[3 x^2 + 2 x y + 2 x + y^2 + y + 4, {x, y}]
```

O ponto crítico $\left\{-\frac{1}{4}, -\frac{1}{4}\right\}$ é ponto de mínimo.

i)

```
f[x_, y_] = y + x Sin[y];
```

O ponto crítico $\{-1, 2k\pi\}$ é ponto de sela.

O ponto crítico $\{1, \pi + 2k\pi\}$ é ponto de sela.

j)

```
f[x_, y_] = Cos[x^2 + y^2];
```

O ponto crítico $\{0, 0\}$ é ponto da máxima.

O ponto crítico $\left\{\sqrt{\frac{\pi}{2}}, \sqrt{\frac{\pi}{2}}\right\}$ é ponto de mínimo.

O ponto crítico $\{0, \sqrt{\pi}\}$ é ponto de mínimo.

k)

```
PontoCritico[Exp[x] x Cos[y], {x, y}]
```

Não tem pontos críticos.

l)

```
PontoCritico[x y (1 - x - y), {x, y}]
```

O ponto crítico $\{0, 0\}$ é ponto de sela.

O ponto crítico $\{0, 1\}$ é ponto de sela.

O ponto crítico $\left\{\frac{1}{3}, \frac{1}{3}\right\}$ é ponto de máximo.

O ponto crítico $\{1, 0\}$ é ponto de sela.

m)

PontoCritico[$(x - y)(xy - 1)$, { x , y }]

O ponto crítico $\{-1, -1\}$ é ponto de sela.

O ponto crítico $\{1, 1\}$ é ponto de sela.

n)

PontoCritico[$xy + 1/x + 1/y$, { x , y }]

O ponto crítico $\{1, 1\}$ é ponto de mínimo.

o)

PontoCritico[$(x + y)(xy + 1)$, { x , y }]

O ponto crítico $\{-1, 1\}$ é ponto de sela.

O ponto crítico $\{1, -1\}$ é ponto de sela.

p)

PontoCritico[$(x^2 + 3y^2) \text{Exp}[1 - x^2 - y^2]$, { x , y }]

O ponto crítico $\{-1, 0\}$ é ponto de sela.

O ponto crítico $\{0, -1\}$ é ponto de máximo.

O ponto crítico $\{0, 0\}$ é ponto de mínimo.

O ponto crítico $\{0, 1\}$ é ponto de máximo.

O ponto crítico $\{1, 0\}$ é ponto de sela.

q)

PontoCritico[$x^2 + y^2 + z^2 + xy$, { x , y , z }]

O ponto crítico $\{0, 0, 0\}$ é ponto de mínimo.

r)

PontoCritico[$x^3 + y^3 + z^3 - x^2 - y^2 - z^2 + 4$, { x , y , z }]

O ponto crítico $\{0, 0, 0\}$ é ponto de máximo.

O ponto crítico $\{0, 0, \frac{2}{3}\}$ é ponto de sela.

O ponto crítico $\{0, \frac{2}{3}, 0\}$ é ponto de sela.

O ponto crítico $\{0, \frac{2}{3}, \frac{2}{3}\}$ é ponto de sela.

O ponto crítico $\{\frac{2}{3}, 0, 0\}$ é ponto de sela.

O ponto crítico $\{\frac{2}{3}, 0, \frac{2}{3}\}$ é ponto de sela.

O ponto crítico $\{\frac{2}{3}, \frac{2}{3}, 0\}$ é ponto de sela.

O ponto crítico $\{\frac{2}{3}, \frac{2}{3}, \frac{2}{3}\}$ é ponto de mínimo.

s)

PontoCritico[$\text{Exp}[x^2 + y^2 + z^2]$, { x , y , z }]

O ponto crítico $\{0, 0, 0\}$ é ponto de mínimo.

Exercício 6.5

a)

MaxMin[$\text{Log}[xy]$, $2x + 3y = 5$, { x , y }]

O máximo é $\text{Log}\left[\frac{25}{24}\right]$ e é atingido no ponto $\left\{\frac{5}{4}, \frac{5}{6}\right\}$. Não tem mínimo.

b)

```
MaxMin[x^2 + y^2, x/2 + y/3, 1, {x, y}]
```

O mínimo é $\frac{36}{13}$ e é atingido no ponto $\left\{\frac{18}{13}, \frac{12}{13}\right\}$. Não tem máximo.

c)

```
MaxMin[xy, x^2 + y^2, 4, {x, y}]
```

O máximo é 2 e é atingido nos pontos do conjunto $\{[-\sqrt{2}, -\sqrt{2}], [\sqrt{2}, \sqrt{2}]\}$.

O mínimo é -2 e é atingido nos pontos do conjunto $\{[-\sqrt{2}, \sqrt{2}], [\sqrt{2}, -\sqrt{2}]\}$.

d)

```
MaxMin[xy, x + y, 1, {x, y}]
```

O máximo é $\frac{1}{4}$ e é atingido no ponto $\left\{\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right\}$. Não tem mínimo.

e)

```
MaxMin[x^3 + y^3, x^2 + y^2, 1, {x, y}]
```

O máximo é 1 e é atingido nos pontos do conjunto $\{\{0, 1\}, \{1, 0\}\}$.

O mínimo é -1 e é atingido nos pontos do conjunto $\{\{-1, 0\}, \{0, -1\}\}$.

f)

```
MaxMin[x^2 - y^2, x^2 + y^2, 1, {x, y}]
```

O máximo é 1 e é atingido nos pontos do conjunto $\{\{-1, 0\}, \{1, 0\}\}$.

O mínimo é -1 e é atingido nos pontos do conjunto $\{\{0, -1\}, \{0, 1\}\}$.

g)

```
MaxMin[2x + y, x^2 + 4y^2, 1, {x, y}]
```

O máximo é $\frac{\sqrt{17}}{2}$ e é atingido no ponto $\left\{\frac{4}{\sqrt{17}}, \frac{1}{2\sqrt{17}}\right\}$.

O mínimo é $-\frac{\sqrt{17}}{2}$ e é atingido no ponto $\left\{-\frac{4}{\sqrt{17}}, -\frac{1}{2\sqrt{17}}\right\}$.

h)

MaxMin[$x y, 9x^2 + y^2, 4, \{x, y\}]$

O máximo é $\frac{2}{3}$ e é atingido nos pontos do conjunto $\left\{\left\{-\frac{\sqrt{2}}{3}, -\sqrt{2}\right\}, \left\{\frac{\sqrt{2}}{3}, \sqrt{2}\right\}\right\}$.

O mínimo é $-\frac{2}{3}$ e é atingido nos pontos do conjunto $\left\{\left\{-\frac{\sqrt{2}}{3}, \sqrt{2}\right\}, \left\{\frac{\sqrt{2}}{3}, -\sqrt{2}\right\}\right\}$.

i)

MaxMin[$4x^2 + y^2 + 5z^2, 2x + 3y + 4z, 12, \{x, y, z\}]$

O mínimo é $\frac{120}{11}$ e é atingido no ponto $\left\{\frac{5}{11}, \frac{30}{11}, \frac{8}{11}\right\}$; não tem máximo.

j)

MaxMin[$z, x^2 + y^2 + z, 5, x + y + z, 1, \{x, y, z\}]$

O máximo é 3 e é atingido no ponto $\{-1, -1, 3\}$.

O mínimo é -3 e é atingido no ponto $\{2, 2, -3\}$.

k)

MaxMin[$x + 3y + 5z, x^2 + y^2 + z^2, 1, \{x, y, z\}]$

O máximo é $\sqrt{35}$ e é atingido no ponto $\left\{\frac{1}{\sqrt{35}}, \frac{3}{\sqrt{35}}, \sqrt{\frac{5}{7}}\right\}$.

O mínimo é $-\sqrt{35}$ e é atingido no ponto $\left\{-\frac{1}{\sqrt{35}}, -\frac{3}{\sqrt{35}}, -\sqrt{\frac{5}{7}}\right\}$.

l)

MaxMin[x + 2y, x + y + z, 1, y^2 + z^2, 4, {x, y, z}]

O máximo é $1 + 2\sqrt{2}$ e é atingido no ponto $\{1, \sqrt{2}, -\sqrt{2}\}$.

O mínimo é $1 - 2\sqrt{2}$ e é atingido no ponto $\{1, -\sqrt{2}, \sqrt{2}\}$.

m)

MaxMin[3x - y - 3z, x + y - z, 0, x^2 + 2z^2, 1, {x, y, z}]

O máximo é $2\sqrt{6}$ e é atingido $\{\{\sqrt{\frac{2}{3}}, -\sqrt{\frac{3}{2}}, -\frac{1}{\sqrt{6}}\}\}$

O mínimo é $-2\sqrt{6}$ e é atingido $\{\{-\sqrt{\frac{2}{3}}, \sqrt{\frac{3}{2}}, \frac{1}{\sqrt{6}}\}\}$

Exercício 6.6

O mínimo é -2 e é atingido no ponto $(\frac{3\pi}{2}, \pi)$.

O máximo é 2 e é atingido nos pontos $(\frac{\pi}{2}, 0)$ e $(\frac{\pi}{2}, 2\pi)$.

Exercício 6.7

a)

O mínimo é 0 e é atingido em $(0, 0)$.

O máximo é 1 e é atingido em todos os pontos da fronteira.

b)

O mínimo é 0 e é atingido em $(0, 0)$.

O máximo é $\frac{3}{2}$ e é atingido nos pontos do conjunto $\{(-\frac{1}{\sqrt{2}}, -\frac{1}{\sqrt{2}}), (\frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{\sqrt{2}})\}$

Exercício 6.8

MaxMin[xyz, x + y + z, 100, {x, y, z}]

O máximo é $\frac{1000000}{27}$ e é atingido no ponto $\{\frac{100}{3}, \frac{100}{3}, \frac{100}{3}\}$.

Exercício 6.9
 $\text{MaxMin}[x + y + z, xy z, 8, \{x, y, z\}]$

O mínimo é 6 e é atingido no ponto $\{2, 2, 2\}$.

Exercício 6.10
 $\text{MaxMin}[x^2 + y^2 + z^2, x + y + z, 13, \{x, y, z\}]$

O mínimo é $\frac{169}{3}$ e é atingido no ponto $\left\{\frac{13}{3}, \frac{13}{3}, \frac{13}{3}\right\}$.

Exercício 6.11
 $\text{MaxMin}[(x + 4)^2 + (y - 1)^2 + (z - 3)^2, 2x - y + z, 1, \{x, y, z\}]$

O mínimo é $\frac{49}{6}$ e é atingido no ponto $\left\{-\frac{5}{3}, -\frac{1}{6}, \frac{25}{6}\right\}$.

Exercício 6.12
 $\text{MaxMin}[y, 5x^2 + 5y^2 + 6xy - 4x + 4y, 0, \{x, y\}]$

O máximo é $\frac{1}{2}(-2 + \sqrt{5})$ e é atingido no ponto $\left\{\frac{1}{10}(10 - 3\sqrt{5}), \frac{1}{2}(-2 + \sqrt{5})\right\}$.

O mínimo é $\frac{1}{2}(-2 - \sqrt{5})$ e é atingido no ponto $\left\{\frac{1}{10}(10 + 3\sqrt{5}), \frac{1}{2}(-2 - \sqrt{5})\right\}$.

Exercício 6.13
 $\text{MaxMin}[(x - 1)^2 + (y - 2)^2 + z^2, x^2 + y^2 - z^2, 0, \{x, y, z\}]$

O máximo é $\frac{5}{2}$ e é atingido nos pontos do conjunto $\left\{\left\{\frac{1}{2}, 1, -\frac{\sqrt{5}}{2}\right\}, \left\{\frac{1}{2}, 1, \frac{\sqrt{5}}{2}\right\}\right\}$.

O mínimo é $\frac{5}{2}$ e é atingido nos pontos do conjunto $\left\{\left\{\frac{1}{2}, 1, -\frac{\sqrt{5}}{2}\right\}, \left\{\frac{1}{2}, 1, \frac{\sqrt{5}}{2}\right\}\right\}$.

Exercício 6.14
 $\text{MaxMin}[x^2 + y^2 + z^2, 2x - y + 2z, 20, \{x, y, z\}]$

O mínimo é $\frac{400}{9}$ e é atingido no ponto $\left\{\frac{40}{9}, -\frac{20}{9}, \frac{40}{9}\right\}$.

Exercício 6.15

`MaxMin[2 x y + 2 y z + 2 x z, x y z, 27, {x, y, z}]`

O mínimo é 54 e é atingido no ponto {3, 3, 3}.

Exercício 6.16

`MaxMin[x y z, 2 x y + 2 y z + 2 x z, 24, {x, y, z}]`

O máximo é 8 e é atingido no ponto {2, 2, 2}.

O mínimo é -8 e é atingido no ponto {-2, -2, -2}.

Created with the Wolfram Language