

FREQUÊNCIA DE ESTATÍSTICA APLICADA

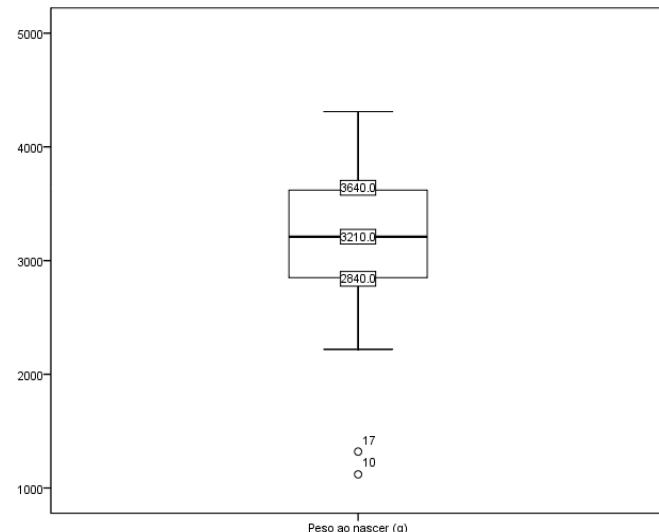
*Universidade do Minho, Escola de Engenharia, Departamento de Produção e Sistemas
Licenciatura em Engenharia Informática
Ano lectivo 2009/2010
11/11/2009 – Duração: 1h 45 minutos*



Leia com atenção os enunciados e apresente todos os cálculos que tiver de efectuar.

1. As seguintes representações dizem respeito a dados referentes ao peso ao nascer de 55 bebés, em gramas, registados num Hospital:

| Peso ao nascer (g) | Statistic |
|----------------------------------|-------------|
| Mean | |
| 95% Confidence Interval for Mean | Lower Bound |
| | Upper Bound |
| Median | |
| Variance | |
| Std. Deviation | |
| Minimum | |
| Maximum | |
| Range | |



- a. Qual o tipo de variável e qual a designação do gráfico apresentado?
- b. Apenas com base na informação apresentada, indique as medidas centrais e de dispersão dos dados.
- c. Qual a percentagem de bebés com peso superior ou igual a 3640 g? Qual a percentagem de bebés com peso inferior a 2000 g?
- d. Que pode dizer relativamente às observações 10 e 17 representadas no gráfico? Justifique.
2. Num conjunto de 5000 indivíduos observados quanto às características "cor dos olhos" e "cor do cabelo", registaram-se os seguintes resultados:

| Cor dos olhos | Cor do cabelo | | Total |
|---------------|---------------|--------|-------|
| | Loiro | Moreno | |
| Claros | 1225 | 3575 | 4800 |
| Escuros | 50 | 150 | 200 |
| Total | 1275 | 3725 | 5000 |

Na população de onde foi retirada esta amostra, determine:

- a. a probabilidade de ocorrência de pessoas com o cabelo loiro.
- b. a probabilidade de ocorrência de pessoas com cabelo loiro e olhos claros.

- c. a probabilidade de ocorrência de pessoas com cabelo loiro, caso tenham os olhos claros.
- d. a probabilidade de ocorrência de pessoas com olhos claros, caso tenham o cabelo loiro.
3. Uma companhia de seguros distribui os seus segurados por três classes, A, B e C, consoante o menor ou maior risco que lhes atribui. Em determinado momento, era a seguinte a carteira de apólices: classe A : 35000 segurados; classe B: 50000 segurados; classe C: 15000 segurados. A probabilidade de os segurados de cada classe sofrerem um ou mais acidentes no próximo ano é de 0.01, 0.04 e 0.15, respectivamente.
- A companhia de seguros nunca tem a certeza a que classe pertence o subscritor do seguro. Se o segurado tiver um acidente durante o primeiro ano de seguro, que conclusões pode tirar?
4. Seja X uma variável aleatória com a seguinte distribuição de probabilidades:

| x_i | 1-2k | k-1 | k | 2k |
|-----------------------|------|-----|---|----|
| $f(x_i) = P(X = x_i)$ | p | 3p | p | p |

a. Sabendo que $E(X) = 1/3$ calcule o valor de p e k.

b. Calcule $V[X]$.

c. Determine a função distribuição acumulada de X.

| x_i | -1 | 0 | 1 | 2 |
|-----------------------|-----|-----|-----|-----|
| $f(x_i) = P(X = x_i)$ | 1/6 | 3/6 | 1/6 | 1/6 |

- d.** Calcule $P(X \geq 0 | X < 2)$.
- 5.** Suponha que o tempo, em minutos, necessário para que um técnico afine cada componente de uma máquina numa linha de produção é descrito por uma variável aleatória X com distribuição $U(5,10)$.
- Qual a probabilidade de que uma componente escolhida ao acaso:
 - Tenha necessitado de mais de 7 minutos para ser afinada.
 - Tenha exigido ao técnico um tempo de afinação inferior a 9 minutos sabendo que aquele tempo foi superior a 7 minutos.
 - Seja $Y = 10 + 5X$ o custo em euros de afinação de cada componente. Qual o custo esperado de afinação de uma componente escolhida ao acaso?
- 6.** A vida útil de uma calculadora fabricada pela empresa SOMAESEGUE segue uma distribuição normal com $\mu=54$ meses e $\sigma=8$ meses. A empresa garante que qualquer calculadora que comece a funcionar mal até ao 36º mês após a compra é substituída por uma nova.
- Que percentagem de calculadoras feitas por esta empresa espera-se substituir?
 - Qual período de garantia deve a empresa dar se ela não quiser substituir mais do que 1% das calculadoras avariadas?
- 7.** Sejam x_1, x_2, \dots, x_n , os elementos de uma amostra aleatória da distribuição:
- $$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{\theta} x^{-(1+\theta)/\theta} & x > 1, \theta > 0 \\ 0 & x \leq 1 \end{cases}$$
- Encontre o Estimador de Máxima Verosimilhança para θ .

- b.** Admita que observou a seguinte amostra: (1.3; 2.1; 1.7; 1.5; 2.7). Determine o valor da estimativa de máxima verosimilhança para θ .
- 8.** O índice de massa corporal é obtido dividindo o peso de uma pessoa pelo quadrado da sua altura e é usado como um indicador de obesidade. Suponha que a distribuição do índice de massa corporal tem um desvio padrão de 3 kg/m^2 , e se deseja estimar a média a partir de uma amostra de dimensão 49.
- Determine a probabilidade de o valor estimado ter um erro máximo de 1 kg/m^2 .
- b.** Construa um intervalo de confiança a 99% para o verdadeiro valor médio.
- Qual deveria ser a dimensão da amostra para que se conseguir um intervalo de confiança a 99% e simultaneamente a probabilidade de o valor estimado ter um erro máximo de 1 kg/m^2 ?
- 9.** Considere a variável aleatória peso de componentes electrónicos produzidos por determinada empresa. Pretendendo-se estudar a variabilidade do peso dos referidos componentes, recolheu-se uma amostra de 11 elementos, cujos valores (em gramas) foram: 98, 97, 102, 100, 98, 101, 102, 105, 95, 102, 100.

- a. Apresente uma estimativa para a variância do peso dos componentes.
- b. Construa um intervalo de confiança para a variância do peso, com um grau de confiança de 95%.
- c. Construa um intervalo de confiança a 99% para o desvio padrão do peso.
- d. Qual o pressuposto que se deve verificar para que o intervalo de confiança seja válido?

Questão 1a 1b 1c 1d 1e 2a 2b 2c 3 4a 4b 4c 4d 5ai 5aii 5b 6a 6b 7a 7b 8a 8b 8c 9a 9b 9c 9d

Cotação 0,5 0,5 0,5 0,5 0,5 0,5 0,5 0,5 2 0,5 1 1 0,5 0,75 0,75 0,5 1 1 1,5 0,5 1 0,75 0,75 0,5 0,75 0,75 0,5