

Elementos de Probabilidades
e
Teoria de Números

Teoria de Números - soluções de (alguns) exercícios

Ex 1.

- a) $310156 = 1574 \times 197 + 78$; quociente: 1574; resto: 78
b) $32 = 0 \times 45 + 32$; quociente: 0; resto: 32
c) $0 = 0 \times 28 + 0$; quociente: 0; resto: 0
d) $-19 = -4 \times 6 + 5$; quociente: -4; resto: 5
e) $-234 = 26 \times -9 + 0$; quociente: 26; resto: 0

Ex 2. a) 12 b) 32

Ex 10.

- a) $\text{mdc}(1001, 357) = 7 = 5 \times 1001 - 14 \times 357$.
b) $\text{mdc}(1001, 33) = 11 = 1001 - 30 \times 33$.
c) $\text{mdc}(56, 126) = 14 = 126 - 2 \times 56$.
d) $\text{mdc}(-90, 1386) = 18 = -2 \times 1386 - 31 \times (-90)$.
e) $\text{mdc}(-2860, -2310) = 110 = 4 \times (-2860) - 5 \times (-2310)$.

Ex 11. a) $x = 4$ $y = -3$ b) $x = 6$ $y = -1$.

Ex 12. $k = 11$.

Ex 13. a) Não b) Sim c) Não

Ex 14.

- a) $x = 20 + 9k$, $y = -15 - 7k$, $k \in \mathbb{Z}$
b) $x = 18 + 23k$, $y = -3 - 4k$, $k \in \mathbb{Z}$
c) $x = 176 + 35k$, $y = -1111 - 221k$, $k \in \mathbb{Z}$

Ex 15.

- a) $x = 1$ $y = 6$
b) $(x = 2, y = 38)$ ou $(x = 9, y = 20)$ ou $(x = 16, y = 2)$
c) $x = -58 - 11k$, $y = -29 - 5k$, $k \leq -6$.

Ex 16 Existe uma infinidade de maneiras. Exemplo de 3 delas:

$$4 = 8 \times 8 - 15 \times 4 \quad \text{ou} \quad 4 = 8 \times 23 - 15 \times 12 \quad \text{ou} \quad 4 = 8 \times 38 - 15 \times 20$$

Ex 17. $42 = 126 \times 3 - 56 \times 6$

Ex 18. a) $x = 400 + 7k$ $y = -600 - 11k$, $k \in \mathbb{Z}$ b) k múltiplo de 3

Ex 19. 40 adultos e 24 crianças, ou 45 adultos e 12 crianças, ou 50 adultos e 0 crianças.

Ex 20. 128 clientes.

Ex 22 $507 = 3 \times 13^2$ $1287 = 3^2 \times 11 \times 13$
 $\text{mdc}(507, 1287) = 3 \times 13$ $\text{mmc}(507, 1287) = 3^2 \times 11 \times 13^2$

Ex 23. 701 não é divisível por 2,3,5,7,11,13,17,19 e 23, logo é primo.

Ex 24. a) V b) F c) F

Ex 25. $n \in \{1, 3, 7, 21\}$

Ex 26. $a = 3, \quad b = 2, \quad n = 5$

Ex 27. a) Sim b) Não c) Sim d) Sim

Ex 28. a) 23 b) $x = -10, y = 95$ c) Não existe d) Não existem e) 94 f) -268

Ex 29. Resto 10

Ex 30. Resto 4

Ex 31. Resto 4 e resto 6

Ex 32. Resto 7

Ex 36. 3456 ou 3852

Ex 37. 3466584

Ex 38.

a) $x = 18 + 29k, k \in \mathbb{Z}$

b) $x = 16 + 26k, k \in \mathbb{Z}$

c) $x = 16 + 43k, k \in \mathbb{Z}$

Ex 39. a) Não tem solução b) 21 c) 2 d) 3 e) 5

Ex 40. Não

Ex 41. a) -31 e -73 b) Não existe

Ex 42. a) Sim b) 4, 11, 18, 25, 32, 39, 46, 53, 60, 67, 74.

Ex 43.

a) $x = 52 + 105t, t \in \mathbb{Z}$

b) $x = 47 + 70t, t \in \mathbb{Z}$

c) $x = 53 + 84t, t \in \mathbb{Z}$

d) $x = 5 + 12t, t \in \mathbb{Z}$

e) $x = 653 + 770t, t \in \mathbb{Z}$

f) $x = -1 + 30t, t \in \mathbb{Z}$

Ex 44. $x = 25 + 42t, t \in \mathbb{Z}$

Ex 45. -128, -44, 40, 124, 208

Ex 46. 50, 218

Ex 47. 13

Ex 48. -27, 18, 63

Ex 49. 119

Ex 50. 3930

Ex 54. $\phi(420) = 96 \quad \phi(1001) = 720 \quad \phi(5040) = 1152$

Ex 58. 21

Ex 62. a) 1 b) 28