RESOLUÇÃO DO TESTE TMD (24 NOVEMBRO 2012)

1.

a) Sendo r falsa, para φ ser falsa teríamos de ter $p \to q$ verdadeira, ou seja, p falsa ou q verdadeira.
Logo, não é independente dos valores de p e q e a afirmação é falsa.

(OBS: podia fazer-se uma tabela de verdade de φ e comprovar que podemos ter r falsa e φ verdadeira)

b) $$\psi \underset{\text{dupla negação}}{\Leftrightarrow} \neg\neg(p \vee q \vee r) \underset{\text{Leis de DeMorgan}}{\Leftrightarrow} \neg(\neg p \wedge \neg q \wedge \neg r)$$

$\neg(\neg p \wedge \neg q \wedge \neg r)$ é logicamente equivalente a ψ e não contém o conetivo $\vee$.

2.

a) $$y^3 x + x = 0 \Leftrightarrow (y^3+1)\, x = 0 \Leftrightarrow y^3 = -1 \vee x = 0$$
$$\Leftrightarrow y = -1 \vee x = 0$$

Pretendemos determinar $y \in A$ tal que $y^3x + x = 0$ para todos os valores x de A.

Se $A = \{-3, -1, 0, 9\}$, podemos considerar $y = -1$: de facto, $(-1)^3 x + x = -x + x = 0$, para todo o valor de x em A. Logo, para este conjunto, p é verdadeira.

Se $A = \mathbb{N}$, $-1 \notin A$, pelo que $y^3x + x = 0 \Leftrightarrow x = 0$.
Logo, para $x \neq 0$ não existe $y \in A$ tal que $y^3x + x = 0$ e p é falsa.