

---

# Métodos Numéricos e Otimização Não Linear

## 1º teste, 1h40m (7.5 valores)

Mestrado Integrado em Engenharia Informática

*Universidade do Minho, Escola de Engenharia, Departamento de Produção e Sistemas*

---

Apresente todos os cálculos que tiver de efetuar e use **4 casas decimais**

---

1. [0.75] Um medicamento L precisa, entre outros componentes, de duas substâncias A e B na sua composição. Após reação química, a massa  $m_L$  (g) de uma pastilha do medicamento, obedece à seguinte fórmula matemática:

$$m_L = (m_A)^2 + e^{m_B}$$

em que  $m_A$  e  $m_B$ , correspondem às massas das respetivas substâncias antes da reação química. Considerando  $m_A = 1.053$  e  $m_B = 0.31$  estime um limite superior do erro absoluto da massa da pastilha, devido ao facto de A e B não terem sido medidas exatamente. Qual o número de algarismos significativos da massa da pastilha,  $m_L$ ?

2. [1.5] Em problemas de fluxos em tubagens, é frequente resolver-se a seguinte equação:

$$c_5 D^5 + c_1 D = -c_0$$

Se  $c_5 = 1000$ ,  $c_1 = -3$  e  $c_0 = 9.04$  calcule a raiz perto de  $-0.45$ , utilizando um método de convergência quadrática e  $\epsilon_1 = 0.025$ ,  $\epsilon_2 = 0.075$  ou  $n_{max} = 2$ .

3. [1.5] Considere a seguinte tabela de valores da função  $f$ :

$x_j$	1	1.2	1.6	2.1	2.2
$f_j$	1	<b>a</b>	0.6	<b>b</b>	-0.5

Determine **a** e **b** da tabela, sabendo que a diferença dividida  $[1.2, 1.6, 2.1] = -0.5833$  e o polinómio de grau um, calculado com base nos pontos  $(1, 1)$  e  $(1.2, \mathbf{a})$ , satisfaz  $p_1(1.2) = 0.95$ .

4. [2] A seguinte tabela relaciona o número de alunos num laboratório de computação ( $x$ ) com o número de horas de utilização de postos de trabalho ( $f(x)$ ) num determinado dia de semana:

$x$	1	2	5
$f(x)$	1	0	45

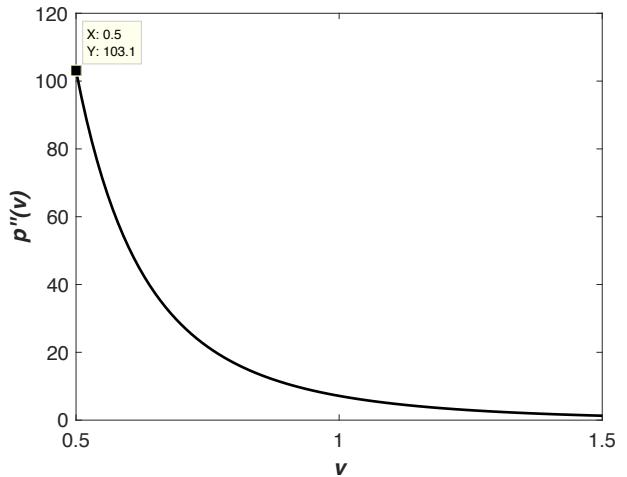
Considere  $f'(1) = -2$  e  $f'(5) = 0$ .

- Construa o sistema para cálculo dos  $M$ 's duma spline cúbica completa.
- Resolva o sistema usando um método numericamente estável.
- Sem fazer cálculos, identifique o segmento para estimar as horas de utilização dos postos de trabalho para 4 alunos.

5. [1.75] O “trabalho”,  $W$ , a executar entre  $v = 0.5$  e  $v = 1.5$  (em radianos), é dado por uma função que relaciona o volume,  $v$ , e a pressão,  $p$ , para vapor aquecido:

$$W = \int_{0.5}^{1.5} p(v) dv, \text{ sendo } p(v) = \frac{\cos(v)}{v^2}.$$

- (a) Se pretendesse estimar o integral com a fórmula composta do trapézio, com erro absoluto inferior a 0.6, quantos pontos deveria usar?
- (b) Com os pontos calculados em (a) (5 pontos caso não tenha resolvido (a)), use a fórmula de integração mais adequada para estimar o integral.



**FIM**

---

Derivadas:

- $(u^n)' = n u^{n-1} u'$
- $(e^u)' = u' e^u$