

16 novembro 2020

Duração: 1h 30m

Nome: _____

Número: _____

Responda às questões 1. a 4. nos espaços indicados, sem apresentar os seus cálculos.

1. Considere as matrizes

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 2 & 3 & 0 \end{pmatrix} \quad \text{e} \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 & 2 \\ 2 & 0 & -1 & b \\ 1 & 3 & -2 & 6-b \end{pmatrix}.$$

a) O elemento na posição $(2, 3)$ da matriz $3A^T B$ é

b) A característica da matriz B é:

c) A matriz com forma em escada reduzida equivalente por linhas a A é:

d) A matriz $X = \begin{pmatrix} -1 & -1 & 1 \\ 2/3 & 2/3 & -1/3 \\ -2/3 & x & 1/3 \end{pmatrix}$ é a inversa de A se e só se $x =$

2. a) Seja A uma matriz quadrada de ordem n tal que $A^2 + 2A - 3I_n = \mathbf{0}_{n \times n}$. Então, A é invertível e $A^{-1} =$

b) Se A é uma matriz de ordem 4×3 , tal que $\text{car } A = 3$, então o sistema $A^T \mathbf{x} = \mathbf{b}$ tem sempre solução seja qual for o vetor $\mathbf{b} \in \mathbb{R}^{3 \times 1}$?

c) A matriz $\begin{pmatrix} x-1 & 2 \\ 4 & x-3 \end{pmatrix}$ é invertível se e só se

d) Seja $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -3 & -2 \end{pmatrix}$. Então $A^{45} =$

3. Sejam $A = \begin{pmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{pmatrix}$ e $B = \begin{pmatrix} -1 & 3 & 0 & 0 \\ -a & a & b & c \\ -d & d & e & f \\ -g & g & h & i \end{pmatrix}$, e suponha que $\det A = 2$.

a) O valor do determinante da matriz $3A^2$ é:

b) O valor do determinante da matriz B é:

c) O complemento algébrico do elemento na posição $(1, 2)$ da matriz B é:

d) O elemento na posição $(2, 1)$ da matriz B^{-1} é:

4. Considere um sistema $A\mathbf{x} = \mathbf{b}$ cuja matriz ampliada é:

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 2 & -1 & 4 \\ 0 & a-1 & 1 & a-1 \\ 0 & 0 & a^2-4 & a+2 \end{array} \right), \quad a \in \mathbb{R}.$$

a) O sistema é impossível para a

b) O sistema é possível e indeterminado para $a =$, sendo o conjunto das suas soluções

$$S =$$

c) O sistema homogêneo $A\mathbf{x} = \mathbf{0}$ tem soluções não nulas para $a =$

d) $(4, \frac{1}{2}, 1)$ é solução do sistema se e só se $a =$

Responda à próxima questão numa folha de teste, apresentando os seus cálculos.

5. Considere a matriz

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 & 2 \\ 3 & -1 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 3 & 1 \end{pmatrix}.$$

a) Calcule o valor de $\det A$.

b) Justifique que A é invertível e calcule a segunda coluna de A^{-1} .

c) Indique qual a segunda linha da matriz dos complementos algébricos de A .