



## II. DIGITALIZAÇÃO

*"Processo que permite **transformar** os **sinais analógicos**, contínuos no tempo, em **sequências de números** com um número limitado de dígitos, que representam a amplitude do sinal em instantes de tempo regularmente espaçados"*

- as questões relacionadas com **analógico** vs **digital** abrangem os domínios dos dados, dos sinais e dos sistemas de transmissão



## II. DIGITALIZAÇÃO

Exemplo: Questões relacionadas com a **natureza dos sinais**





## II. DIGITALIZAÇÃO

Exemplo: Questões relacionadas com a **transmissão**

### Transmissão Analógica

- Sinal analógico é transmitido independentemente dos dados que ele transporta
- Sinal é atenuado ao longo da distância percorrida
- Utilização de **amplificadores** para aumentar a potência do sinal mas...
- ...também amplificam o **ruído** existente (exemplo?)

3



## II. DIGITALIZAÇÃO

### Transmissão Digital

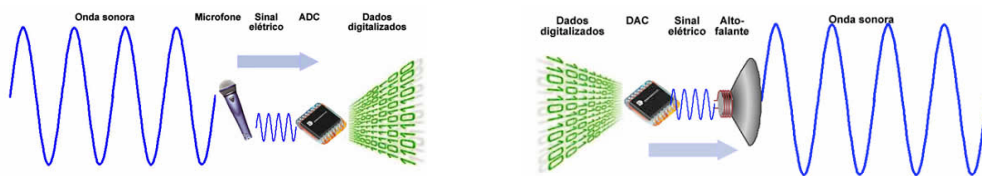
- Preocupação com os dados (mensagem) que o sinal transporta
- Utilização de equipamentos que: recebem o sinal, observam os dados que eles transportam, e **retransmitem/regeneram o sinal**
  - a atenuação do sinal é assim ultrapassada e...
  - ... o ruído não é amplificado (exemplo?)
- Possibilidade da utilização de **mecanismos detectores/correctores de erros** (como mais tarde veremos)

4

## II. DIGITALIZAÇÃO

Este capítulo foca principalmente...

*"Processo que permite **transformar** os **sinais analógicos**, contínuos no tempo, em **sequências de números** com um número limitado de dígitos, que representam a amplitude do sinal em instantes de tempo regularmente espaçados"*



nota: Relação entre digitalização e técnicas de multiplexagem?

5

## II. DIGITALIZAÇÃO

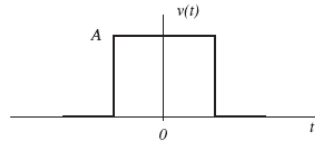
- A base teórica da digitalização (e alguns dos exercícios associados) requer a compreensão de conceitos adicionais:
  - **espectro** de um sinal
  - **largura de banda** de um sinal
  - **largura de banda de transmissão** de um sistema
  - **ritmo máximo de símbolos** digitais suportado por um sistema de transmissão

6

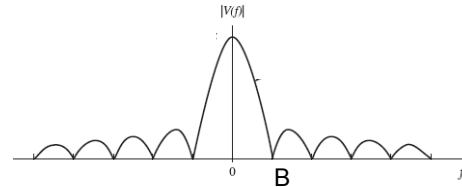


## II. DIGITALIZAÇÃO - conceitos introdutórios -

Exemplo da representação de um sinal no **domínio do tempo**



Representação de um sinal no **domínio das frequências**



- **Espectro de um sinal** - é uma representação do sinal no **domínio das frequências**
- **Largura de Banda (B)** de um sinal é a amplitude de um intervalo espectral positivo onde está *"parte significativa"* da energia do sinal

... mais tarde  
será estudado  
em profundidade

7



## II. DIGITALIZAÇÃO - conceitos introdutórios -

- **Sistemas de transmissão**
  - Também podem ser representados no **domínio das frequências**
  - Define-se **largura de banda de transmissão** de um sistema ( $B_T$ ) como o intervalo de frequências nas quais o sistema permite uma transmissão com *"aceitável"* qualidade

... mais tarde será estudado em profundidade

8



## II. DIGITALIZAÇÃO - conceitos introdutórios -

- **Ritmo de Nyquist** num sistema de transmissão com largura de banda  $B_T$ , o ritmo máximo teórico de símbolos ( $r_s$ ) digitais que por ele se podem transmitir é de:

$$r_s \leq 2 * B_T$$

- **Filtros** sistemas que por alguma razão pretendem alterar o espectro do sinal (modelados da mesma forma que os sistemas de transmissão). Diversos tipos: passa-baixo, passa-alto, passa-banda (exemplo?)



## II. DIGITALIZAÇÃO

*"Processo que permite **transformar** os **sinais analógicos**, contínuos no tempo, em **sequências de números** com um número limitado de dígitos, que representam a amplitude do sinal em instantes de tempo regularmente espaçados"*

**> Quais as fases** de um processo de digitalização?



## II. DIGITALIZAÇÃO

discretização no tempo

1. **Amostragem** – recolha periódica de valores do sinal (amostras);

discretização na amplitude

2. **Quantização** – aproximação do valor das amplitudes das amostras a um número limitado de níveis quânticos;

3. **Conversão AD** – representação do valor aproximado das amplitudes das amostras através de valor numérico/digital (normalmente em binário);

4. **Codificação de Linha** – transformação dos valores numéricos em formas de representação apropriadas ao canal de transmissão.

11



## II. DIGITALIZAÇÃO

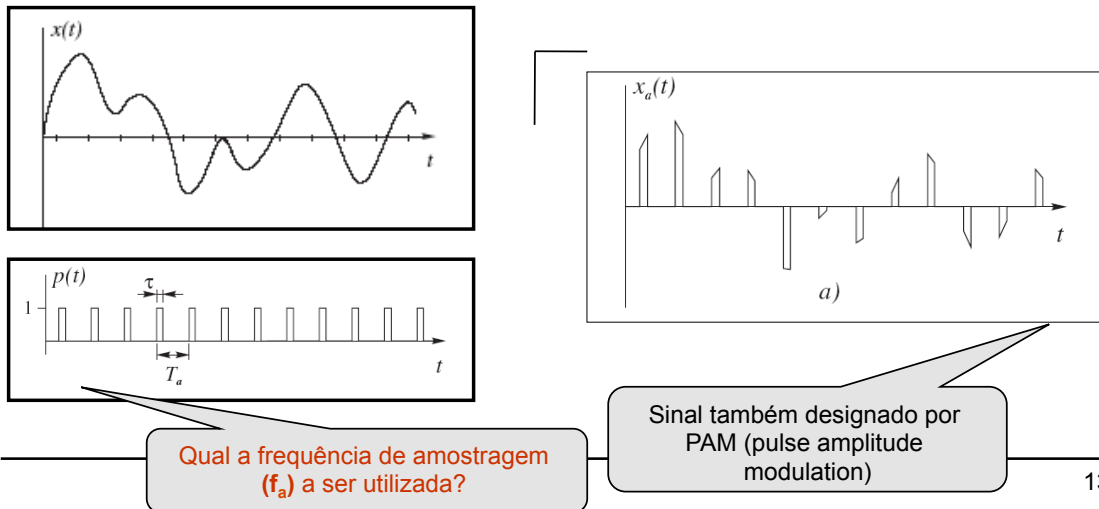
### Amostragem

- Processo pelo qual o sinal é **amostrado** através de uma sequência de pulsos intercalados no tempo
- A quantidade de amostras recolhidas depende de um parâmetro designado por **frequência de amostragem**
- Que valor para a frequência de amostragem?

12

## II. DIGITALIZAÇÃO

- Amostragem**  $x(t)$  é o sinal original;  $p(t)$  representa uma série de pulsos intercalados no tempo;  $x_a(t)$  é o sinal amostrado  $x_a(t) = x(t) * p(t)$



13

## II. DIGITALIZAÇÃO

Supondo um sinal limitado à Banda (0..B) quantas amostras precisamos para que  $x_a(t)$  represente de alguma forma o sinal  $x(t)$ ? Seja  $X(f)$  o espectro do sinal original e  $X_a(f)$  o espectro do sinal amostrado. Prova-se que:

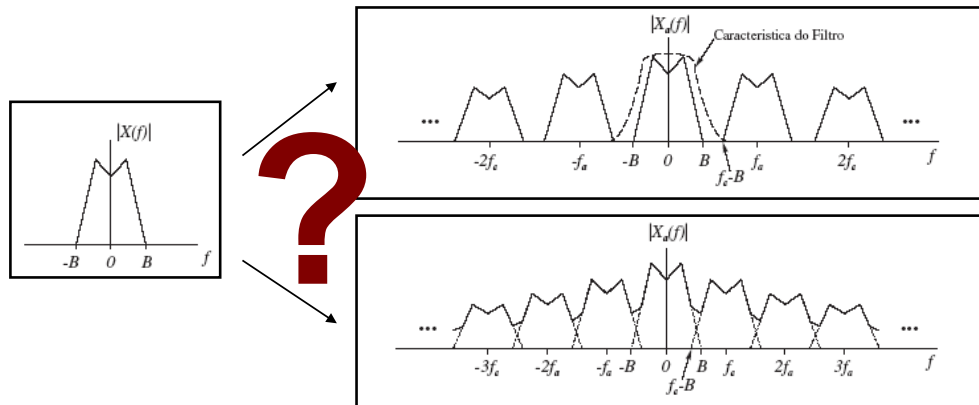
$$X_a(f) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} C(n f_a) X(f - n f_a)$$

ou seja, o espectro do sinal amostrado é aproximadamente igual à soma do espectro  $X(f)$  com réplicas desse espectro desfasadas em  $\pm n f_a$  Hz.

14

## II. DIGITALIZAÇÃO

- Exemplo de **dois cenários de amostragem...**



15

## II. DIGITALIZAÇÃO

**Teorema 5.1 (Teorema da Amostragem)** *Um sinal de espectro limitado à banda de frequências  $[0, B]$  fica completamente definido pelas suas amostras desde que recolhidas a uma frequência igual ou superior a  $2B$ ,*

$$f_a \geq 2B \quad (5.6)$$

*podendo o sinal ser recuperado a partir das amostras por filtragem passa-baixo com largura de banda do filtro  $B_T$  igual a  $B$  Hz.*

- teorema que define um limite mínimo para a frequência de amostragem

16



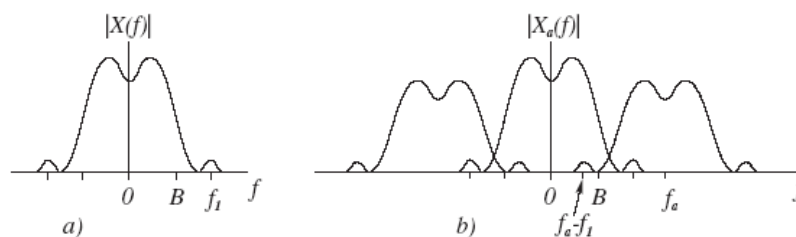
## II. DIGITALIZAÇÃO

- **Algumas considerações** relacionadas com a operação de amostragem na prática
  1. Filtros não são ideais
  2. Os sinais, na prática, não possuem espectros limitados
- Devido a isto a frequência de amostragem é normalmente maior que  **$2*B$** ; (mas em termos teóricos continuamos a assumir  $f_a \geq 2B$ )

17

## II. DIGITALIZAÇÃO

- O sinal, embora tenha largura de banda  $B$ , tem um espectro que se estende para além desta banda com componentes não nulas

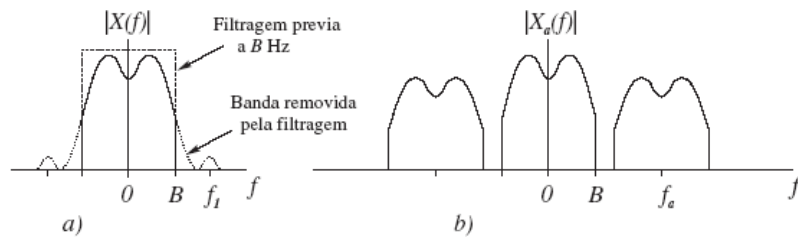


Aliasing espectral dos sinais da prática mesmo com  $f_a > 2B$

18

## II. DIGITALIZAÇÃO

- Exemplo envolvendo a **filtragem prévia do sinal** por forma a evitar o fenómeno de *aliasing*

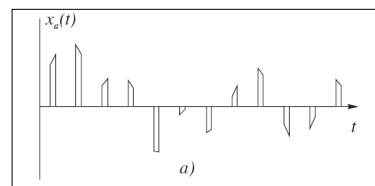


Filtragem prévia do sinal evitando o *aliasing* na amostragem

19

## II. DIGITALIZAÇÃO

### Quantização



- as amostras podem ter um valor infinito de valores
- por forma a ser possível a transformação das amplitudes das amostras em números elas precisam de **assumir um número finito de valores**
- esta aproximação **introduz ruído** no processo de conversão analógico/digital
- processo de **discretização das amplitudes** designa-se por quantização (existem diferentes estratégias de quantização)

20



## II. DIGITALIZAÇÃO

### Quantização Uniforme

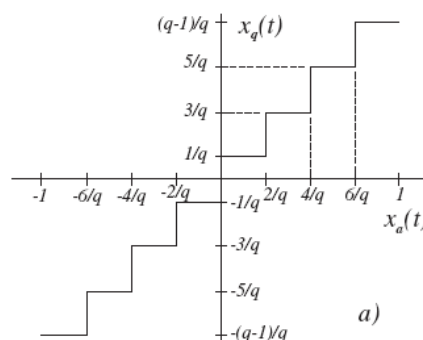
- Divisão do intervalo da variação do valor das amostras em **níveis quânticos de amplitude fixa** (i.e. igualmente espaçados entre si).
- Quantos mais níveis quânticos (**número  $q$** ) maior a precisão na representação da amostra.
- Se  **$K$  for o número de dígitos** a utilizar na representação dos valores dos níveis quânticos, então  **$K = \log_b(q)$** , em que  $b$  é a base escolhida (geralmente  $b=2$  pois a codificação binária é a mais frequente)

21



## II. DIGITALIZAÇÃO

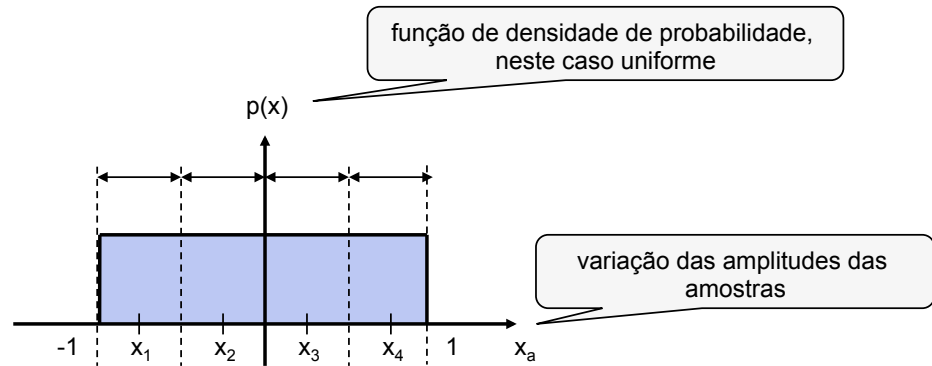
### Quantização Uniforme



22

## II. DIGITALIZAÇÃO

### Quantização Uniforme - exemplo com quatro intervalos -



23

## II. DIGITALIZAÇÃO

### Ruído da Quantização Uniforme

- **Erro em cada amostra**

$$\xi_q = |x_a(t) - x_q(t)|$$

- **Potência do ruído de quantização**

$$\overline{\varepsilon_q^2} = N_q = \int_{x_{\min}}^{x_{\max}} (x - x_q)^2 \cdot p(x) dx$$

$$N_q = 1/3 q^2$$

- **Relação entre potência do sinal e do ruído**

$$S/N_q = 3q^2 S \quad (S/N_q)_{dB} = 10 \log_{10} (S/N_q)$$

$$S/N_q \leq 3q^2$$

$$(S/N_q)_{dB} \leq 4.8 + 6K \text{ dB}, \quad [K \text{ dígitos binários}]$$

assumindo  $S \leq 1$

24

## II. DIGITALIZAÇÃO

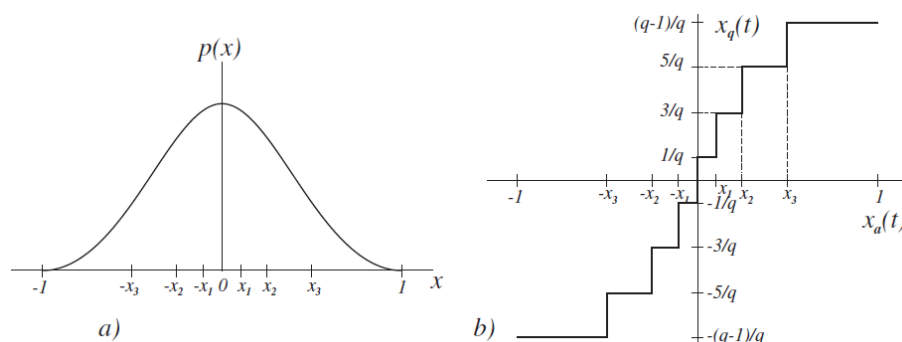
### Quantização Não Uniforme

- Por vezes os sinais analógicos possuem elevados valores de crista
- Amplitude do sinal situa-se mais frequentemente na zona das amplitudes mais baixas
- Objectivo é **diminuir o ruído** total da quantização para fontes com uma **função de densidade de probabilidade** não uniforme
- Quantização não uniforme.... níveis quânticos **não estão igualmente espaçados entre si**

25

## II. DIGITALIZAÇÃO

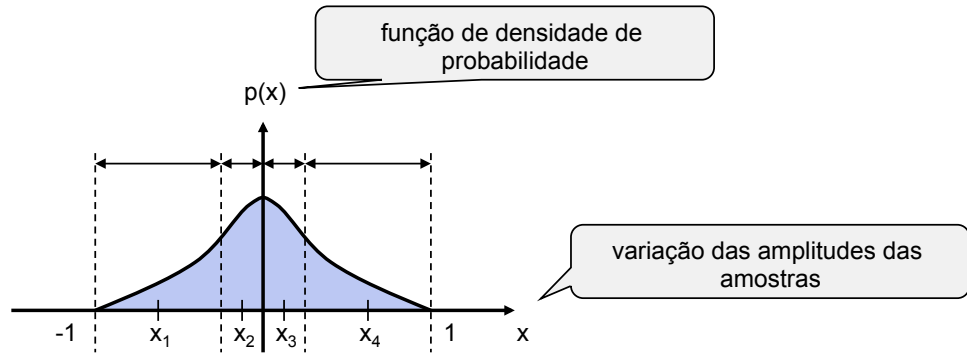
### Quantização Não Uniforme



26

## II. DIGITALIZAÇÃO

### *Quantização Não Uniforme - exemplo com quatro intervalos -*



27

## II. DIGITALIZAÇÃO

### **Quantização Não Uniforme**

- Um quantizador não uniforme é **mais complexo** de implementar que um uniforme
- na prática a **quantização não uniforme** pode realizar-se em duas fases:
  1. compressão não linear do sinal
  2. quantização uniforme do sinal comprimido
- » prova-se que **1 + 2** corresponde a uma quantização **não uniforme** do sinal original

28



## II. DIGITALIZAÇÃO

### Quantização Não Uniforme

- **Qual o objectivo** da compressão não linear do sinal?
  - **uniformizar a densidade de probabilidade** das amplitudes dos sinais
  - diversas formas de o fazer...
- Estudos provam que a **característica do compressor** que melhor uniformiza alguns sinais de audio:
  - linear de zero até um certo valor das amplitudes ( $1/A$ )
  - ... e depois logarítmica até ao valor máximo

29



## II. DIGITALIZAÇÃO

### Quantização Não Uniforme

- **Companding de Lei-A** (Lei de quantização europeia)

$$y = \begin{cases} \frac{Ax}{1 + \ln A} & \text{para } |x| \leq \frac{1}{A} \\ \frac{1 + \ln Ax}{1 + \ln A} & \text{para } \frac{1}{A} < |x| \leq 1 \end{cases}$$

- *$x(t)$  é comprimido segundo esta lei dando origem a  $y(t)$ ;  $y(t)$  é amostrado e quantizado uniformemente dando origem a  $y_q(t)$ ; ... ;  $y(t)$  é recuperado por filtragem (com erro de quantização);  $y(t)$  é depois expandido pela função inversa para se obter  $x(t)$*

30

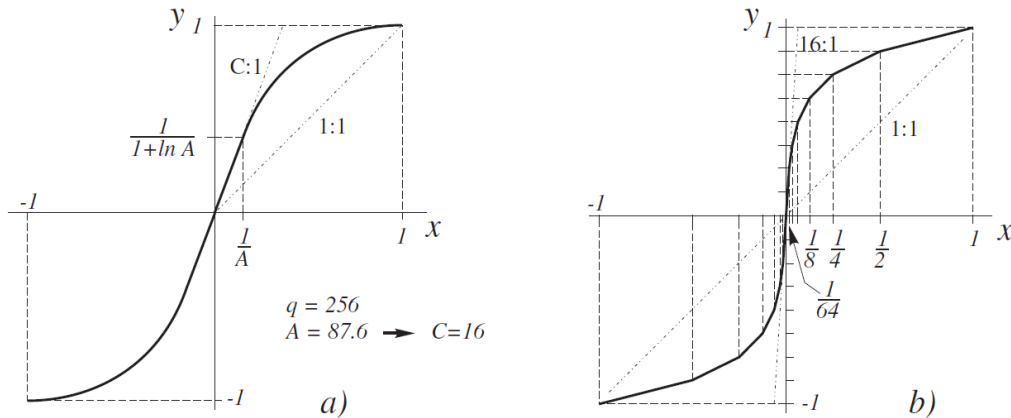


## II. DIGITALIZAÇÃO

### Quantização Não Uniforme

com Companding de Lei-A

Qual é a lógica  
desta transformação !!?



Compressor de lei-A e sua aproximação com 13 segmentos

31



## II. DIGITALIZAÇÃO

### Quantização Não Uniforme

- Nos Estados Unidos da América a lei de quantização difere da Lei-A e é designada por **Lei-μ**

$$y = \frac{\ln(1 + \mu x)}{\ln(1 + \mu)}$$

32





## II. DIGITALIZAÇÃO

### Conversão Analógico a Digital

- Depois de quantizadas as amostras já se encontram discretizadas a um conjunto de  $q$  valores
- A conversão analógico digital executa a conversão **para uma determinada base** dos valores discretizados das amostras
- Se  **$K$  for o número de dígitos** a utilizar na representação dos valores dos níveis quânticos, então  **$K = \log_M(q)$**  ( $M$ =base da numeração; base 2 normalmente usada)

---

33



## II. DIGITALIZAÇÃO

### Conversão Analógico a Digital - Codificação PCM

- **PCM (*Pulse Code Modulation*)** - é a designação que se dá à sequência serializada no tempo dos dígitos resultantes da codificação das amostras
- Ritmo de símbolos de um canal PCM codificado a  $K$  dígitos por amostra:

$$r_c = K * f_a \text{ (se base 2 então bits/seg)}$$

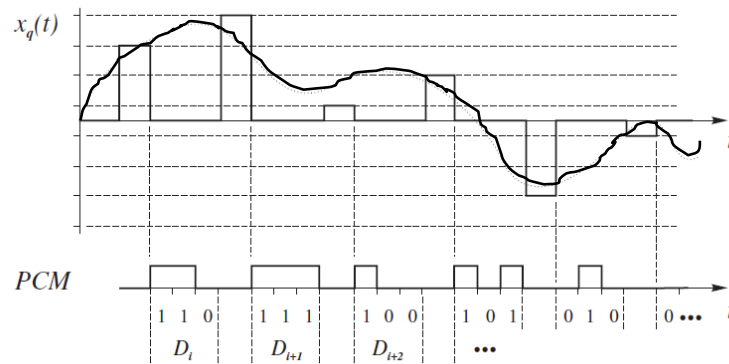
---

34



## II. DIGITALIZAÇÃO

### Codificação PCM



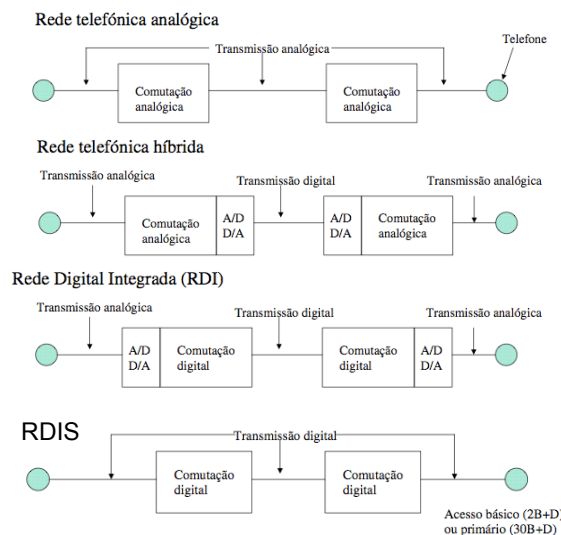
35



## II. DIGITALIZAÇÃO

e.g. Telefones RDIS..... evolução rede telefónica ....

... o acesso Básico possui dois canais B para transmissão de voz ou dados de 64 Kbps cada um e um canal D utilizado para sinalização de 16 Kbps ...



36



## II. DIGITALIZAÇÃO

### Exemplos de normalizações PCM

Sinais telefónicos (ITU, Recomendação G.711)		Transmissão de Música	
Frequência de amostragem:	$f_a = 8 \text{ KHz}$	Frequência de amostragem:	$f_a = 32 \text{ KHz}$
Quantização:	não-uniforme a $q = 256$ níveis	Quantização:	uniforme com $k = 14$ bits
Palavra PCM:	$k = 8$ bits	Ritmo binário:	$r_b = 448 \text{ Kbps}$ ou
Ritmo binário (um canal):	$r_b = k f_a = 64 \text{ Kbps}$	Quantização:	não-uniforme com $k = 12$ bits
Lei de quantização Europeia:	compressão digital segundo a lei-A, com 13 segmentos.	Ritmo binário:	$r_b = 384 \text{ Kbps}$
Lei de quantização Americana:	compressão digital segundo a lei- $\mu$ , com 15 segmentos.	Lei de quantização:	lei-A com 5 segmentos ou
Sinais de Vídeo (Televisão)		Quantização:	não-uniforme com $k = 10$ bits
Frequência de amostragem:	$f_a = 13.3 \text{ MHz}$	Ritmo binário:	$r_b = 320 \text{ Kbps}$
Quantização:	uniforme com $k = 8$ ou 9 bits	Lei de quantização:	lei-A com 13 segmentos
Gravação de Música			
Frequência de amostragem:	$f_a = 44.1 \text{ KHz}$		
Quantização:	uniforme com $k = 16$ bits		
Ritmo binário:	$r_b \approx 0.7 \text{ Mbps}$		

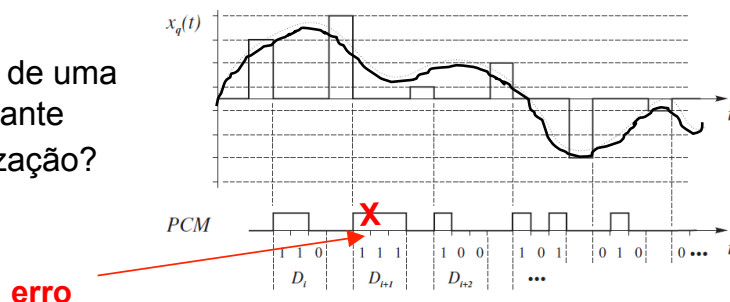
37



## II. DIGITALIZAÇÃO

### Codificação PCM

E se ocorrerem **erros** na transmissão (ou gravação) de uma sequência de dígitos resultante de um processo de digitalização? (consequências?)



E se na transmissão se adoptar **outra base** para os dígitos/símbolos que não a binária? (vantagens/desvantagens?)

É possível detetar/corrigir esses erros? ...

38

## II. DIGITALIZAÇÃO

### Ruído em PCM

- Ruído no canal de transmissão (ou gravação) pode **corromper algum dos bits** de codificação das amostras
- No processo de descodificação o nível quântico em que foi descodificada a determinada amostra **poderá não ser o correcto**
- Prova-se que a **potência do ruído (erro) de descodificação** é:

$$N_d = \frac{4P_e}{3}$$

Probabilidade de erro  
por bit na transmissão  
ou gravação

## II. DIGITALIZAÇÃO

### Ruído em PCM

- Potência total do **ruído no destino** ( $N_D$ ) será a soma da potência do **ruído de descodificação** ( $N_d$ ) com a potência do **ruído de quantização** ( $N_q$ )

$$N_D = N_d + N_q = \frac{4P_e}{3} + \frac{1}{3q^2} = \frac{1 + 4q^2 P_e}{3q^2}$$

descodificação

quantização



## II. DIGITALIZAÇÃO

### Ruído em PCM

(relação entre potência do sinal e do ruído)

$$S/N_D = \frac{3q^2}{1 + 4q^2 P_e} * S$$

$$\left(\frac{S}{N}\right)_D \leq \frac{3q^2}{1 + 4q^2 P_e}$$

$$\left(\frac{S}{N}\right)_D \leq \begin{cases} 3q^2 & \text{se } P_e \ll \frac{1}{4q^2} \\ \frac{3}{4P_e} & \text{se } P_e \gg \frac{1}{4q^2} \end{cases}$$

assumindo  $S \leq 1$

41



## II. DIGITALIZAÇÃO

### Ruído em PCM

#### Conclusão:

- Em PCM o ruído de quantização é a componente dominante da **qualidade da digitalização** quando  $P_e$  na transmissão (ou gravação) é pequena (comparativamente a  $1/4q^2$ ), mas...
- ....o ruído de descodificação devido a erros de transmissão (ou gravação) é mais significativo quando  $P_e$  é grande (comparativamente a  $1/4q^2$ )

42

## II. DIGITALIZAÇÃO

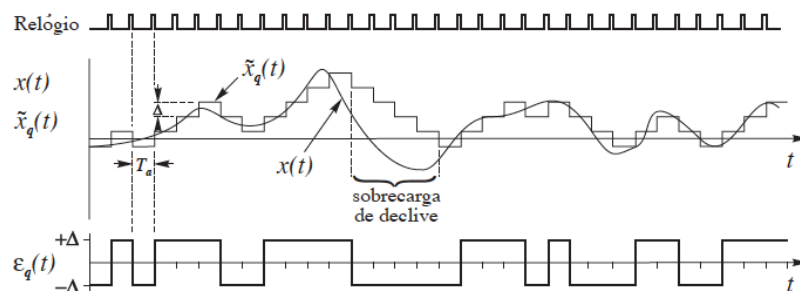
### Conversão Analógico a Digital

- Existem outros métodos distintos do PCM
- Alguns baseiam-se no facto de alguns sinais terem algum grau de previsibilidade
  - e.g. as alterações de valor de uma amostra para a amostra seguinte serem relativamente pequenas
  - neste esquemas é transmitido só o erro da previsão realizada
  - Exemplo: modulação delta e modulação delta adaptativa (vantagens: hardware mais simples)

43

## II. DIGITALIZAÇÃO

### Codificação Delta Linear (só breve referência)

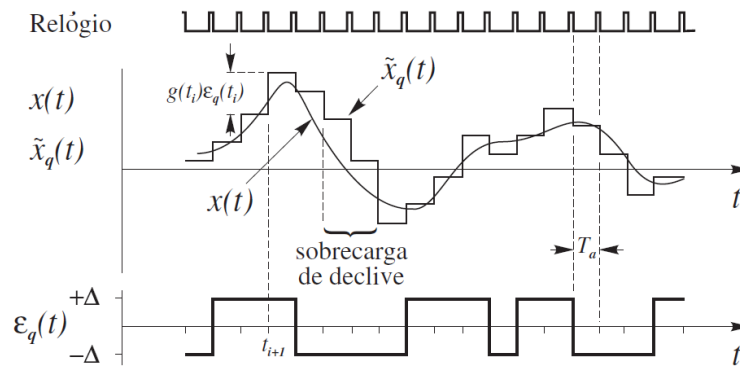


44



## II. DIGITALIZAÇÃO

### Codificação Delta Adaptativa (só breve referência)



45



## II. DIGITALIZAÇÃO

?

CD / Vinyl ?





## II. DIGITALIZAÇÃO



Digitalização / Teoria da Informação ?

