
Métodos Numéricos e Otimização Não Linear

1º teste, 1h40m (7.5 valores)

Mestrado Integrado em Engenharia Informática

Universidade do Minho, Escola de Engenharia, Departamento de Produção e Sistemas

Apresente todos os cálculos que tiver de efetuar e use **4 casas decimais**

1. [0.75] Um medicamento L precisa, entre outros componentes, de duas substâncias A e B na sua composição. Após reação química, a massa m_L (g) de uma pastilha do medicamento, obedece à seguinte fórmula matemática:

$$m_L = (m_A)^2 + e^{m_B}$$

em que m_A e m_B , correspondem às massas das respetivas substâncias antes da reação química. Considerando $m_A = 1.053$ e $m_B = 0.31$ estime um limite superior do erro absoluto da massa da pastilha, devido ao facto de A e B não terem sido medidas exatamente. Qual o número de algarismos significativos da massa da pastilha, m_L ?

2. [1.5] Em problemas de fluxos em tubagens, é frequente resolver-se a seguinte equação:

$$c_5 D^5 + c_1 D = -c_0$$

Se $c_5 = 1000$, $c_1 = -3$ e $c_0 = 9.04$ calcule a raiz perto de -0.45 , utilizando um método de convergência quadrática e $\epsilon_1 = 0.025$, $\epsilon_2 = 0.075$ ou $n_{max} = 2$.

3. [1.5] Considere a seguinte tabela de valores da função f :

| | | | | | |
|-------|---|----------|-----|----------|------|
| x_j | 1 | 1.2 | 1.6 | 2.1 | 2.2 |
| f_j | 1 | a | 0.6 | b | -0.5 |

Determine **a** e **b** da tabela, sabendo que a diferença dividida $[1.2, 1.6, 2.1] = -0.5833$ e o polinómio de grau um, calculado com base nos pontos $(1, 1)$ e $(1.2, \mathbf{a})$, satisfaz $p_1(1.2) = 0.95$.

4. [2] A seguinte tabela relaciona o número de alunos num laboratório de computação (x) com o número de horas de utilização de postos de trabalho ($f(x)$) num determinado dia de semana:

| | | | |
|--------|---|---|----|
| x | 1 | 2 | 5 |
| $f(x)$ | 1 | 0 | 45 |

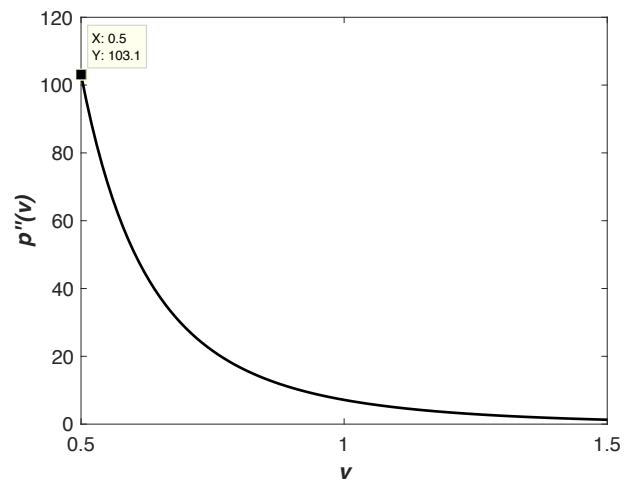
Considere $f'(1) = -2$ e $f'(5) = 0$.

- (a) Construa o sistema para cálculo dos M' s numa spline cúbica completa.
- (b) Resolva o sistema usando um método numericamente estável.
- (c) Sem fazer cálculos, identifique o segmento para estimar as horas de utilização dos postos de trabalho para 4 alunos.

5. [1.75] O “trabalho”, W , a executar entre $v = 0.5$ e $v = 1.5$ (em radianos), é dado por uma função que relaciona o volume, v , e a pressão, p , para vapor aquecido:

$$W = \int_{0.5}^{1.5} p(v) dv, \text{ sendo } p(v) = \frac{\cos(v)}{v^2}.$$

- (a) Se pretendesse estimar o integral com a fórmula composta do trapézio, com erro absoluto inferior a 0.6, quantos pontos deveria usar?
- (b) Com os pontos calculados em (a) (5 pontos caso não tenha resolvido (a)), use a fórmula de integração mais adequada para estimar o integral.



FIM

Derivadas:

- $(u^n)' = n u^{n-1} u'$
- $(e^u)' = u' e^u$