

1. (a) i.  $X : \left\{ \begin{array}{ccc} 0 & \frac{1}{36} & \frac{2}{36} \\ \frac{9}{36} & \frac{18}{36} & \frac{9}{36} \end{array} \right. , F_X(c) = \left\{ \begin{array}{lll} 0 & se & c < 0 \\ \frac{9}{36} & se & 0 \leq c < 1 \\ \frac{27}{36} & se & 1 \leq c < 2 \\ 1 & se & c \geq 2 \end{array} ; \right.$

ii. igual à alínea anterior;

iii.  $Z : \left\{ \begin{array}{ccccccc} \frac{1}{36} & \frac{2}{36} & \frac{3}{36} & \frac{4}{36} & \frac{5}{36} & \frac{6}{36} & \frac{11}{36} \end{array} \right. , F_Z(c) = \left\{ \begin{array}{lll} 0 & se & c < 1 \\ \frac{1}{36} & se & 1 \leq c < 2 \\ \frac{4}{36} & se & 2 \leq c < 3 \\ \frac{9}{36} & se & 3 \leq c < 4 \\ \frac{16}{36} & se & 4 \leq c < 5 \\ \frac{25}{36} & se & 5 \leq c < 6 \\ 1 & se & c \geq 6 \end{array} ; \right.$

vi.  $N : \left\{ \begin{array}{ccccccc} \frac{1}{36} & \frac{2}{36} & \frac{3}{36} & \frac{4}{36} & \frac{5}{36} & \frac{6}{36} & \frac{1}{36} \end{array} \right. , F_N(c) = \left\{ \begin{array}{lll} 0 & se & c < 1 \\ \frac{11}{36} & se & 1 \leq c < 2 \\ \frac{20}{36} & se & 2 \leq c < 3 \\ \frac{27}{36} & se & 3 \leq c < 4 \\ \frac{32}{36} & se & 4 \leq c < 5 \\ \frac{35}{36} & se & 5 \leq c < 6 \\ 1 & se & c \geq 6 \end{array} ; \right.$

v.  $W : \left\{ \begin{array}{ccccccc} 0 & \frac{1}{36} & \frac{2}{36} & \frac{3}{36} & \frac{4}{36} & \frac{5}{36} & \frac{2}{36} \end{array} \right. , F_W(c) = \left\{ \begin{array}{lll} 0 & se & c < 0 \\ \frac{6}{36} & se & 0 \leq c < 1 \\ \frac{16}{36} & se & 1 \leq c < 2 \\ \frac{24}{36} & se & 2 \leq c < 3 \\ \frac{30}{36} & se & 3 \leq c < 4 \\ \frac{34}{36} & se & 4 \leq c < 5 \\ 1 & se & c \geq 5 \end{array} ; \right.$

vi.  $S : \left\{ \begin{array}{ccccccccccccc} \frac{2}{36} & \frac{3}{36} & \frac{4}{36} & \frac{5}{36} & \frac{6}{36} & \frac{7}{36} & \frac{8}{36} & \frac{9}{36} & \frac{10}{36} & \frac{11}{36} & \frac{12}{36} \end{array} \right. , F_S(c) = \left\{ \begin{array}{lll} 0 & se & c < 2 \\ \frac{1}{36} & se & 2 \leq c < 3 \\ \frac{3}{36} & se & 3 \leq c < 4 \\ \frac{6}{36} & se & 4 \leq c < 5 \\ \frac{10}{36} & se & 5 \leq c < 6 \\ \frac{15}{36} & se & 6 \leq c < 7 \\ \frac{21}{36} & se & 7 \leq c < 8 \\ \frac{26}{36} & se & 8 \leq c < 9 \\ \frac{30}{36} & se & 9 \leq c < 10 \\ \frac{33}{36} & se & 10 \leq c < 11 \\ \frac{35}{36} & se & 11 \leq c < 12 \\ 1 & se & c \geq 12 \end{array} ; \right.$

vii.  $V : \left\{ \begin{array}{ccc} 0 & \frac{1}{36} & \frac{2}{36} \end{array} \right. , F_V(c) = \left\{ \begin{array}{lll} 0 & se & c < 0 \\ \frac{25}{36} & se & 0 \leq c < 1 \\ \frac{35}{36} & se & 1 \leq c < 2 \\ 1 & se & c \geq 2 \end{array} \right.$

- (b) i.  $\frac{3}{4}$ ; ii.  $\frac{1}{4}$ ; iii.  $\frac{1}{4}$ ; iv.  $\frac{1}{4}$ ; v.  $\frac{1}{6}$ ; vi.  $\frac{5}{6}$ ; vii.  $\frac{1}{6}$ ; viii.  $\frac{1}{15}$   
 (c)  $\frac{4}{9}$

2. a)  $\Omega = \{(C_a, C_a), (C_a, C_o), (C_o, C_a), (C_o, C_o)\}$ ;

$\omega$	$X(\omega)$	$Y(\omega)$
$(C_a, C_a)$	2	0
$(C_a, C_o)$	1	1
$(C_o, C_a)$	1	1
$(C_o, C_o)$	0	2

ii. Funções massa de probabilidade são iguais a:  $\begin{cases} 0 & se c < 0 \\ \frac{1}{4} & se 0 \leq c < 1 \\ \frac{1}{2} & se 1 \leq c < 2 \\ \frac{3}{4} & se c \geq 2 \end{cases}$ ,

$$\text{Funções de distribuição são iguais a: } F(c) = \begin{cases} 0 & se c < 0 \\ 1/4 & se 0 \leq c < 1 \\ 3/4 & se 1 \leq c < 2 \\ 1 & se c \geq 2 \end{cases}$$

Comentário:  $X$  e  $Y$  são funções distintas. Enquanto v.a.'s, têm em comum as funções que as caracterizam (a f.m.p. e a função de distribuição) e, por isso,  $X$  e  $Y$  são identicamente distribuídas (i.d.'s). Estas v.s.'s são ainda i.d.'s com as dos exercícios 1.(a)i. e 1.(a)ii..

3. (a) — (b)  $F_X(c) = \begin{cases} 0 & se c < 0 \\ \frac{1}{8}c & se 0 \leq c < 4 \\ \frac{1}{2} + \frac{1}{4}(c-4) & se 4 \leq c < 6 \\ 1 & se c \geq 6 \end{cases}$ ;

(c) i.  $\frac{3}{16}$ ; ii.  $\frac{13}{16}$ ; iii. igual a ii.; iv. todas iguais a  $\frac{3}{8}$ ; (d)  $\frac{13}{16}$ ;  $\frac{11}{13}$

4. (a)  $F_T(c) = \begin{cases} 0 & se c < 0 \\ 1 - e^{-\lambda c} & se c \geq 0 \end{cases}$ ; (b)  $e^{-1}$ ; (c)  $\frac{1}{4}e^{-2} + \frac{3}{4}e^{-4}$ ;  $\frac{3e^{-4}}{e^{-2}+3e^{-4}}$

Exercícios Suplementares à Folha 2

1. (a) — (b) 0.65; 0.5; 0.5

(c)  $F_X(c) = \begin{cases} 0 & se c < 0 \\ 0.05 & se 0 \leq c < 1 \\ 0.15 & se 1 \leq c < 2 \\ 0.35 & se 2 \leq c < 3 ; (d) \frac{0.15}{0.8}; \frac{0.45}{0.8}; \frac{0.3}{0.8} \\ 0.5 & se 3 \leq c < 4 \\ 0.8 & se 4 \leq c < 5 \\ 1 & se c \geq 5 \end{cases}$

2. (a)  $k = \frac{1}{4}$ ;  $F(c) = \begin{cases} 0 & se c < 1 \\ \frac{1}{8}(c^2 - 1) & se 1 \leq c < 3 ; (b) i. \frac{27}{32}; ii. \text{ igual a i.}; iii. \frac{39}{128}; \\ 1 & se c \geq 3 \end{cases}$

c)  $\frac{20}{27}$

3. (a)  $F_X(c) = \begin{cases} 0 & se c < -1 \\ \frac{1}{2} + c + \frac{c^2}{2} & se -1 \leq c \leq 0 ; (b) 0, \frac{7}{8}, \frac{3}{8}, \frac{1}{8}, \frac{5}{9} \\ \frac{1}{2} + c - \frac{c^2}{2} & se 0 < c \leq 1 \\ 1 & se c > 1 \end{cases}$

4.  $P(Y = 0) = 1 - e^{-\lambda a}$ ,  $F_Y(c) = \begin{cases} 0 & se c < 0 \\ 1 - e^{-\lambda(c+a)} & se c \geq 0 \end{cases}$

[Sug.: Usar T.P.T. com a partição formada pelos acontecimentos  $(X \leq a)$  e  $(X > a)$ ]