

**MAC 323 - Algoritmos e Estruturas de Dados II****Primeiro semestre de 2023**

## Lista de Exercícios para auto-avaliação

**Não é necessário entregar nenhum exercício. A ideia é que cada um possa verificar se está acompanhando a disciplina**

1. Descreva uma classe para representar **grafos**, implementando:
  - construtor: devolve um grafos com  $V$  vértices, sem arestas;
  - inclui aresta: inclui uma aresta  $u - v$  no grafo;
  - remove aresta: remove a aresta  $u - v$  (se existir) do grafo;
2. O que muda nas funções acima para digrafos?
3. Escreva uma função **achaFonte** que devolve, se existir, um vértice fonte no grafo e -1, caso contrário.
4. Escreva uma função **testaCaminho** que recebe um vetor **seq** e verifica se seq é um caminho no grafo.
5. Escreva uma função **kcaminho** que recebe dois vértices  $u$  e  $v$  e um inteiro  $k$  e verifica se existe no grafo um caminho de comprimento menor ou igual a  $k$ .
6. Escreva uma função que recebe um inteiro  $n$  e constroi o grafo correspondente aos movimentos de um cavalo no tabuleiro de xadrez  $n \times n$ , ou seja, os vértices são as posições do tabuleiro e dois vértices são ligados por uma aresta se é possível que um cavalo vá de uma posição para a outra. Observe que este grafo é bipartido :)

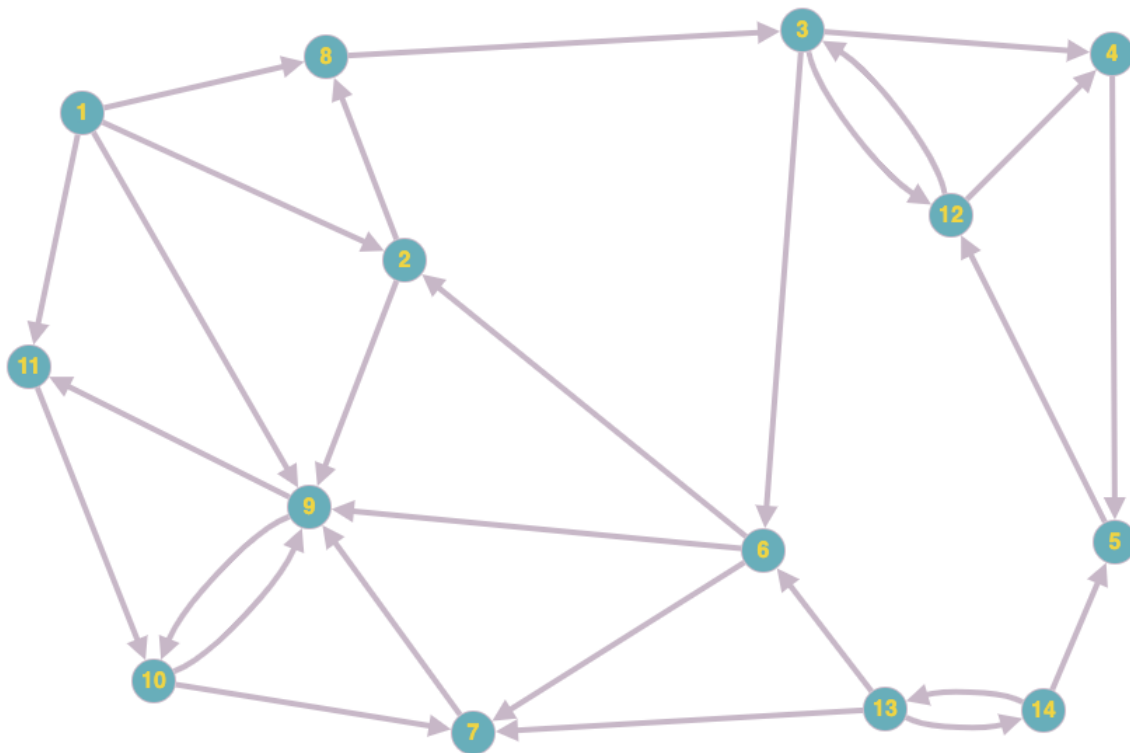
Faça um programa que determine, neste grafo, a distância do vértice correspondente ao canto superior esquerdo do tabuleiro a todas as outras posições do tabuleiro.

Exemplo: Para o tabuleiro  $4 \times 4$ , as distâncias entre a posição do canto e as posições do tabuleiro são:

0	3	2	5
3	4	1	2
2	1	4	3
5	2	3	2

7. Você pode representar uma genealogia por um grafo dirigido acíclico, em que os vértices representam as pessoas e existe um arco  $u - v$  se  $u$  é pai ou mãe de  $v$ . Faça uma função **ancestralComum** que recebe três vértices  $u$ ,  $v$  e  $w$  e devolve 1 se  $w$  é ancestral de  $u$  e  $v$ . Qual a complexidade da função?

8. Usando a função do item anterior, faça uma função que recebe dois vértices  $u$  e  $v$  que desejam se casar, e devolve a lista dos ancestrais comuns deles. Qual a complexidade da função?
9. Percorra o digrafo abaixo em profundidade (a partir do vértice de menor índice e supondo que as listas de adjacências estão ordenadas) fazendo o seguinte:
- anote o instante de tempo em que começa e termina o percurso dfs de cada vértice;
  - identifique cada arco como arco da arborescência dfs, descendente, retorno, ou cruzado.
  - identifique as componentes fortemente conexas do digrafo.



10. Considere agora o percurso bfs e a mesma classificação dos arcos. Podem existir arcos descendentes, de retorno e cruzados? Justifique.
11. Mostre que o algoritmo de Dijkstra pode dar resultados incorretos na presença de arcos de custo negativo.
12. Considere um país situado em um arquipélago em que o presidente mandou construir diversas pontes de mão única ligando as diferentes ilhas do arquipélago. O ministro da infraestrutura está, agora, preocupado com a segurança do país frente a desastres naturais. Faça uma função que, dadas duas ilhas  $s$  e  $t$ , encontre, se existir, uma ponte no grafo, cuja remoção aumenta a distância entre  $s$  e  $t$ . Qual a complexidade da sua função?
13. Chamamos de *clique* de um grafo, um conjunto  $S$  de vértices em que todos são vizinhos de todos, ou seja, para todo par  $u, v \in S$ ,  $u - v$  é aresta do grafo. Faça uma função que receba um

inteiro  $k$  e devolva, se existir, uma clique com  $k$  vértices de um grafo. Qual a complexidade de sua função?

14. Considere agora um grafo formado a partir de uma rede social, em que dois vértices estão ligados se as pessoas correspondentes são “amigas” nesta rede social. Use a função acima para encontrar o tamanho da maior clique do grafo. Qual a complexidade de seu algoritmo?