

Tarea 6

Reconocimiento de Patrones

JULIO WAISSMAN VILANOVA

Universidad de Sonora

1. Error de generalización

La desigualdad de Hoeffding modificada es un medio para caracterizar el error de generalización a través de una cota superior de probabilidad dada por

$$\Pr(|E_{in}(g) - E_{out}(g)| > \epsilon) \leq 2M \exp(-2\epsilon^2 N)$$

para todo $\epsilon > 0$, donde N es el número de datos utilizados en el conjunto de aprendizaje. Si imponemos un error máximo de generalización $\epsilon = 0,05$ y queremos que la cota superior de la probabilidad que la generalización sea peor que ϵ sea a lo más 0.03, ¿Cuál es el número de ejemplos N que se requieren en el caso que

1. $M = 1$.
2. $M = 10$.
3. $M = 100$.

2. Punto de quiebre

En clase vimos que para un clasificador binario lineal en dos dimensiones de la forma

$$h(x) = \text{sign}(w_0 + w_1 x_1 + w_2 x_2)$$

el (menor) punto de quiebre k es 4 puntos.

¿Para un clasificador binario lineal en tres dimensiones de la forma

$$h(x) = \text{sign}(w_0 + w_1 x_1 + w_2 x_2 + w_3 x_3)$$

cual es el (menor) punto de quiebre k ?

3. Función de crecimiento

Consideremos ahora el algoritmo de aprendizaje *2-intervalos*, el cual es un conjunto de hipótesis de la forma $h : \mathbf{R} \rightarrow \{-1, 1\}$ de manera que $h(x) = 1$ si el valor de x se encuentra dentro de alguno de dos intervalos, establecidos a partir de cuatro parámetros que definen a h . En caso contrario $h(x) = -1$.

- ¿Cual es el (menor) punto de quiebre del conjunto de hipótesis?
- ¿Cual sería la función de crecimiento $m_{\mathcal{H}}(N)$ para \mathcal{H} el conjunto de todas las hipótesis posibles del método de *2-intervalos*?
- ¿Cual sería el (menor) punto de quiebre k para el método de *M-intervalos* (el cual es una generalización obvia del método de *2-intervalos*)?

4. El metodo de circulos concentricos

Consideremos ahora otro método diferente de aprendizaje, consideremos $\mathcal{X} = [-1, 1] \times [-1, 1]$, de manera que $x = (x_1, x_2)$ es un punto en el plano, donde el valor $(0, 0)$ es el centro.

Sea \mathcal{H} el conjunto de todas las funciones tales que $h(x) = 1$ cuando

$$a^2 \leq x_1^2 + x_2^2 \leq b^2$$

y $h(x) = -1$ en otro caso. Cada hipótesis h es caracterizada por dos parámetros, a y b . Calcule la función de crecimiento de \mathcal{H} .