LAMBDA

Un programa para la exploración del cálculo λ puro

Introducción El programa lambda¹ tiene la finalidad de proveer una entorno computacional ameno para estudiar el contenido de este trabajo de manera interactiva. La presente implementación está escrita en el lenguaje de programación Racket² y consta de un intérprete de expresiones del cálculo λ el cuál puede ser utilizado de tres maneras diferentes:

- 1. A través de un ciclo de lectura, evaluación y escritura (conocido como REPL) por consola;
- 2. Por medio de un editor estructural gráfico;
- 3. Como una biblioteca para facilitar la programación de algoritmos que involucren términos del cálculo λ .

El corazón del intérprete es un *evaluador*, una función que transforma expresiones de un lenguaje a valores, los cuales a su vez pueden ser expresiones de este lenguaje. El lenguaje con el que trabaja este procedimiento es una extensión a Λ que incluye "huecos" y "metainstrucciones", estas últimas permiten manipular términos λ de manera arbitraria, por ejemplo calcular la longitud de un término M involucraría invocar una metainstrucción similar a la definición de $\|M\|$. Las expresiones de este lenguaje son almacenadas en memoria como un árbol de sintaxis. Para construír estos árboles se utilizan dos métodos: usando un *lector* (o parser) que transforma cadenas de caracteres a árboles o utilizando el *editor estructural* que permite únicamente editar expresiones válidas del lenguaje.

Estructuras del lenguaje

Árbol de sintaxis Un árbol de sintaxis para el lenguaje de lambda consiste de vértices que pueden ser *variables, aplicaciones, abstracciones, huecos* o *metainstrucciones*. Estos tipos de vértices son implementados haciendo uso del macro struct el cuál a partir de un identificador de la estructura y los identificadores de sus componentes produce un constructor, un predicado y selectores para cada componente.

La estructura que representa a las variables de un árbol es llamada variable y se compone de una cadena de caracteres llamada nombre.

¹Nombrado así en ausencia de originalidad.

²Para más información, visitar el sitio oficial http://racket-lang.org/.

2

⟨estructuras del lenguaje 1⟩+≡

```
1  ⟨estructuras del lenguaje 1⟩≡
    (struct variable (nombre) #:transparent)

Define:
```

```
variable, usado en fragmentos 1, 4, 7, 1, 8, 9, 26, 29, 33, 1, 34–36, 40, 1, 41, 42, 47–49, 53, 54, 56, 59, y 60. Esta definición se continua en fragmentos 2, 3, 5, y 6. Este código es usado en fragmento 10.
```

La estructura que representa a las abstracciones de un árbol es llamada abstracción, se compone de una variable llamada argumento y de otro vértice del árbol llamado cuerpo, este último puede ser de cualquiera de los cuatro tipos de vértices mencionados.

```
(struct abstracción (argumento cuerpo) #:transparent)

Define:
```

La estructura que representa a las aplicaciones de un árbol es llamada aplicación, se compone de un vértice llamado operador y de otro vértice llamado operado.

abstracción, usado en fragmentos 2, 4, 7, 2, 8, 9, 22, 2, 25, 2, 26, 33, 36, 40, 42, 43, 47, 49, 53, 54, 56, 59, y 60.

Se define el predicado término? para determinar si un objeto dado es un término λ , es decir, si es una estructura variable, abstracción o aplicación. Se debe verificar que los campos de cada subtérmino corresponden a un término λ adecuado, por ejemplo, las abstracciones deben tener como argumento una variable y como cuerpo un término.

Define:

```
término?, usado en fragmentos 4 y 9.
Hace referencia a abstracción 2, aplicación 3, y variable 1.
Esta definición se continua en fragmento 7.
Este código es usado en fragmento 10.
```

La estructura que representa a las metainstrucciones de un árbol es llamada metainstrucción, se compone de una cadena de caracteres llamada nombre y de una lista de vértices llamada argumentos.

(structuras del lenguaje 1)+≡
(struct metainstrucción (nombre argumentos) #:transparent)
Define:
metainstrucción, usado en fragmentos 5, 7, 9, 11, 29, 33, 39, 40, 45, 47, 52-54, 56, y 58.

Para representar un vértice sin un término asignado se utiliza la estructura hueco, esta funciona como una especie de comodín o valor nulo.

```
6 \(\langle \text{estructuras del lenguaje 1}\rmathcap += \(\text{(struct hueco () #:transparent)}\)

Define:
hueco, usado en fragmentos 6, 7, 9, 23, 24, 33, 40, 44, 47, 51, 53, 54, y 56.
```

De manera análoga a la identificación de términos λ mediante el procedimiento término? se define el predicado expresión? el cuál permite distinguir estructuras que sean expresiones de este lenguaje, incluyendo a los términos λ .

```
⟨predicados del lenguaje ₄⟩+≡
  (define (expresión? x)
    (cond
     [(variable? x)
                           (string? (variable-nombre x))]
     [(abstracción? x)
                           (and (variable? (abstracción-argumento x))
                                 (expresión? (abstracción-cuerpo x)))]
     [(aplicación? x)
                           (and (expresión? (aplicación-operador x))
                                 (expresión? (aplicación-operando x)))]
     [(metainstrucción? x) (and (string? (metainstrucción-nombre x))
                                 (every expresión? (metainstrucción-argumentos x)))]
     [(hueco? x)
                           #t]
     [else
                           #f]))
```

Define:

expresión?, usado en fragmentos 7, 9, y 26.

Hace referencia a abstracción 2, aplicación 3, hueco 6, metainstrucción 5, y variable 1.

Utilizando los constructores variable, abstracción y aplicación, un término λ como

$$(\lambda x.(x x))(\lambda x.(x x))$$

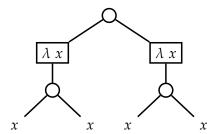
puede ser representado en memoria como

8 ⟨construcción de un término 8⟩≡

Hace referencia a abstracción 2, aplicación 3, y variable 1.

Fragmento raíz (no usado en este documento).

el cuál corresponde a un árbol de sintaxis visualizado graficamente como



Módulo de estructuras del lenguaje Las estructuras y procedimientos del árbol de sintaxis son agrupados en un módulo de Racket el cuál podrá ser accesado desde otros módulos. Para "exportar" los identificadores definidos se utiliza el macro provide.

9 ⟨provee las definiciones del árbol 9⟩≡

⟨estructuras.rkt 10⟩≡

10

```
(provide variable variable? variable-nombre
    abstracción abstracción? abstracción-argumento abstracción-cuerpo
    aplicación aplicación? aplicación-operador aplicación-operando
    metainstrucción metainstrucción? metainstrucción-nombre metainstrucción-argumentos
    hueco hueco?
    término? expresión?)
```

Hace referencia a abstracción 2, aplicación 3, expresión? 7, hueco 6, metainstrucción 5, término? 4, y variable 1. Este código es usado en fragmento 10.

El archivo estructuras. rkt contiene este módulo y tiene la siguiente forma:

```
;;; -*- mode: racket; coding: utf-8 -*-
;;; Copyright (C) 2016 Eduardo Acuña Yeomans <eduardo.acye@gmail.com>
;;; Procura no editar este archivo, mejor modifica lambda.nw
#lang racket/base
(require srfi/1)
```

(provee las definiciones del árbol 9)

```
;;; Estructuras del árbol de sintaxis 
⟨estructuras del lenguaje 1⟩
```

;;; Predicados especiales

```
⟨predicados del lenguaje 4⟩
Fragmento raíz (no usado en este documento).
```

Lectura de expresiones

Este código es usado en fragmento 32.

Representación textual El lenguaje de lambda es descrito conceptualmente por las estructuras de los árboles de sintaxis. Sin embargo es tedioso definir expresiones del lenguaje escribiendo manualmente los constructores de las expresiones. Trabajando en un contexto meramente textual como en el código de un lenguaje de programación es conveniente tener una manera de transformar una cadena de caracteres como " $(\lambda x.(xx))(\lambda x.(xx))$ " (o mejor aún, con abuso de notación " $(\lambda x.xx)\lambda x.xx$ ") a un árbol de sintaxis de este término. Este es el trabajo del lector.

La representación textual del lenguaje contempla la escritura de términos descrita en la definición formal de Λ y los abusos de notación contemplados en el trabajo. Adicionalmente se reprsentan las metainstrucciones de tal manera que

Parser El lector de expresiones de este lenguaje es un *parser* descendente recursivo que a partir de un puerto de entrada de Racket construye un árbol de sintaxis.

El procedimiento leer es el punto de entrada del parser, recibe opcionalmente un puerto llamado p que por defecto es (current-input-port).

```
(define (leer [p (current-input-port)])
  (let ([e (parsear-expresión p)])
        (cond
        [(and (char? e) (char=? #\; e))
            (leer p)]
        [(not (char? e))
            e]
        [else
            (error 'leer "Se esperaba una expresión completa pero se leyó '~a'" e)])))

Define:
    leer, usado en fragmentos 12, 31, 12, y 32.
Hace referencia a parsear-expresión 13.
Esta definición se continua en fragmento 13.
```

13

El procedimiento parsear-expresión se encarga de regresar una expresión e, en caso que la estructura sintáctica analizada no haya sido una expresión válida se regresa un caracter que indica el inicio de lo que no se pudo leer. En esta implementación del lector el caracter punto y coma delimita expresiones, por lo tanto, obtener como resultado #\; provoca que se analice la siguiente expresión del puerto.

La implementación de parsear-expresión considera un puerto de entrada p de donde se consumen caracteres, un caracter c que es el primer caracter del puerto y un acumulador de expresiones a que representa el árbol leído. A partir de c se puede determinar el tipo de expresión que se está leyendo.

```
(define (parsear-expresión [p (current-input-port)]
                                   [c (peek-char p)]
                                   [a null])
    (cond
      [(eof-object? c)
       \langle lectura de fin de archivo 14 \rangle]
      [(delimitador-final? c)
       (lectura de delimitador final 16)]
      [(char-whitespace? c)
       \langle lectura de espacio en blanco 19 \rangle
      [(char=? #\( c)
       (lectura de paréntesis abierto 20)
      [(char=? #\[ c)
       (lectura de hueco 23)]
      [(or (char=? (integer->char 955) c)
            (char=? #\\ c))
       (lectura de lambda 25)]
      [else
       (lectura de variable o metainstrucción 30)]))
Define:
  parsear-expresión, usado en fragmentos 12, 13, 19, 20, 13, 22, 23, 25, 26, 30, y 31.
Hace referencia a delimitador-final? 15.
```

El análisis de casos tiene tres cláusulas "triviales": cuando no hay más que leer del puerto, cuando se lee un delimitador final y cuando se lee un espacio en blanco. Cuando el siguiente objeto del puerto de entrada es el "fin de archivo", el lector debe regresar este objeto si el acumulador a es núlo, de lo contrario se regresa la expresión acumulada.

```
(lectura de fin de archivo 14)
(if (null? a) c a)
Este código es usado en fragmento 13.
```

 $\langle lector\ de\ expresiones\ _{12}\rangle + \equiv$

El siguiente caso es la lectura de un delimitador final, el procedimiento delimitador-final? se encarga de determinar si un caracter termina una expresión.

```
(define (delimitador-final? c)
    (or (eof-object? c)
        (char=? #\] c)
        (char=? #\] c)
        (char=? #\. c)
        (char=? #\, c)
        (char=? #\, c)
        (char=? #\, c)))
Define:
delimitador-final?, usado en fragmentos 13, 15, y 18.
Esta definición se continua en fragmentos 17, 18, 21, 22, 24, 26-28, y 31.
Este código es usado en fragmentos 32.
```

Cuando un objeto leído de un puerto de entrada satisface este predicado, el lector consume y regresa el delimitador si el acumulador a es núlo, de lo contrario regresa la expresión acumulada.

```
(if (null? a) (read-char p) a)
Este código es usado en fragmento 13.
```

El caracter delimitador no es consumido en caso de que a no sea núlo ya que usualmente los delimitadores finales tienen asociado un delimitador inicial con el que deben concordar, por ejemplo, el predicado delimitador-inicial? se define³ como

En el lenguaje, el delimitador #\(debe estar asociado al delimitador #\) y de igual manera con #\[y #\]. Esta verificación se realiza en otra parte del código, pero se debe preservar la información del delimitador leído.

Técnicamente, los caracteres delimitadores del lenguaje son los que satisfacen los predicados delimitador-inicial?, delimitador-final? y char-whitespace?, sin embargo es conveniente definirlos por separado ya que son tratados de manera diferente en la lectura de una expresión.

 $^{^3}$ Se realiza una comparación con (integer->char 955) ya que 955 es el valor numérico del caracter λ en Unicode.

Para determinar si algún caracter es delimitador (sin importar el tipo de delimitador que sea) se utiliza el predicado delimitador?.

El tercer y último caso "trivial" en la lectura es el de espacios en blanco. Al encontrarse un caracter de este tipo se consume del puerto y se llama de manera recursiva parsear-expresión de tal manera que el caracter es ignorado y se preserva el valor de la expresión acumulada a.

El resto de los casos son significativamente más complejos que los primeros tres. Primero se aborda el leer un paréntesis abierto, esto puede ocurrir cuando se desea agrupar una aplicación o una abstracción. El procedimiento parsear-paréntesis se encarga de leer una expresión después de un paréntesis abierto y verificar que dicha expresión termina con un paréntesis cerrado.

Primero se consume el caracter #\(del puerto de entrada, después se llama el procedimiento parsear-paréntesis el cuál regresará la expresión e delimitada por #\(y #\). El procedimiento parsear-expresión es llamado de manera recursiva ya que es posible que esta expresión entre paréntesis sea parte de una aplicación escrita con abuso de notación, por ejemplo (M N)P. El resultado es acumulado con el procedimiento aplicación/identidad, este contempla la posibilidad que la expresión leída sea parte de una expresión de la forma M(N P) y se define como

```
Define:
```

```
aplicación/identidad, usado en fragmentos 20, 21, 23, 25, 21, y 30. Hace referencia a aplicación 3.
```

Cuando el acumulador a es núlo, el nuevo acumulador es la expresión e, de lo contrario, el nuevo acumulador es la aplicación de a con e.

El procedimiento parsear-paréntesis lee una expresión e, verifica que el resultado es una aplicación o una abstracción y verifica que el caracter después la representación textual de e es un paréntesis cerrado.

Ahora se aborda el caso de leer el caracter #\[este caracter es utilizado después de leer el nombre de una metainstrucción, sin embargo, cuando se encuentra este caracter por sí solo denota el inicio de un hueco, los cuales se conforman de un corchete abierto y uno cerrado con espacios en blanco opcionales entre los corchetes.

Define:

parsear-hueco, usado en fragmento 23. Hace referencia a hueco 6.

El siguiente caso es leer un caracter que representa a λ , en esta implementación estos caracteres son #\\ y el resultado de (integer->char 955) que es el caracter Unicode de la letra lambda minúscula. De manera similar a la lectura de paréntesis abierto, se consume del puerto el caracter leído, se obtiene la abstracción con el procedimiento parsear-abstracción y se manejan los abusos de notación de la aplicación.

La implementación del procedimiento parsear-abstracción es un poco más compleja a la de parsear-paréntesis, la representación textual de las abstracciones con el abuso de notación es de la forma "\ x-1 x-2 ... x-n . M", ya que el procedimiento inicia después de consumir el caracter de λ , primero se deben identificar todas las variables antes del punto y regresar una abstracción "descurrificada".

```
\langle procedimientos auxiliares de lectura 15 \rangle + \equiv
26
         (define (parsear-abstracción [p (current-input-port)]
                                        [c (peek-char p)])
           (let itera ([c c]
                        [a null])
             (cond [(or (eof-object? c)
                         (and (delimitador? c) (not (char-whitespace? c)) (not (char=? #\. c))))
                     (error 'parsear-abstracción
                             "Se esperaba una variable pero se leyó '~a'" c)]
                    [(char-whitespace? c)
                     (read-char p)
                     (itera (peek-char p) a)]
                    [(char=? #\. c)
                     (read-char p)
                     (if (null? a)
```

Define:

parsear-abstracción, usado en fragmentos 26, 25, y 26.

Hace referencia a abstracción 2, delimitador? 18, expresión? 7, parsear-constituyente 27, parsear-expresión 13, y variable 1.

El procedimiento parsear-constituyente se utiliza para consumir del puerto de entrada una cadena de caracteres constituida por no-delimitadores.

parsear-constituyente, usado en fragmentos 26, 27, y 29. Hace referencia a delimitador? 18.

Las cadenas conformadas por caracteres constituyentes son usadas en los nombres de las variables y metainstrucciones, para determinar si una cadena es un "nombre" se puede utilizar el predicado nombre?.

Define:

```
nombre?, usado en fragmentos 28 y 32. Hace referencia a delimitador? 18.
```

La última cláusula del análisis de casos se encarga de leer variables o metainstrucciones, esto es debido a que ambas inician con la lectura de caracteres constituyentes. Para obtener la variable o la expresión se lee una cadena de caracteres constituyentes del puerto de entrada, si el delimitador de esta cadena es #\[entonces la expresión debe ser una metainstrucción, de lo contrario debe ser una variable.

Al igual que en el caso del paréntesis abierto y que la λ , se debe acumular este valor utilizando aplicación/identidad.

En el caso que la expresión termine con el corchete abierto, se utiliza el procedimiento parsear-corchetes para obtener una lista de expresiones separadas por coma y delimitadas por #\]. Es importante tener en cuenta que no se admiten espacios entre el nombre de una metainstrucción y el corchete que denota el inicio de su lista de argumentos.

Módulo de lector El módulo del lector utiliza el módulo de estructuras.rkt y provee el procedimiento leer, evitando que los usuarios del parser malutilicen los procedimientos auxiliares de lectura. Adicionalmente se proveen los predicados delimitador? y nombre? que pueden ser reutilizados en otras partes del programa. El archivo lector.rkt contiene este módulo y tiene la siguiente forma:

```
⟨lector.rkt 32⟩≡
32
         ;;; -*- mode: racket; coding: utf-8 -*-
        ;;; Copyright (C) 2016 Eduardo Acuña Yeomans <eduardo.acye@gmail.com>
        ;;; Procura no editar este archivo, mejor modifica lambda.nw
        #lang racket/base
        (require srfi/1
                  "estructuras.rkt")
         ;;; Exportar punto de entrada del parser
        (provide leer
                  delimitador? nombre?)
        ;;; Procedimientos principales
        (lector de expresiones 12)
        ;;; Procedimientos auxiliares
        (procedimientos auxiliares de lectura 15)
      Hace referencia a delimitador? 18, leer 12, y nombre? 28.
```

Fragmento raíz (no usado en este documento).

Pruebas del lector El archivo de pruebas lector-pruebas.rkt es utilizado para verificar si la funcionalidad del lector es la esperada. Se omite su definición en este documento pero es distribuído con el código del trabajo.

33

Escritura de expresiones

Así como se tiene un mecanismo para pasar de la representación externa textual de una expresión a una estructura en memoria, también se tiene un mecanismo para realizar el procedimiento inverso, es decir, escribir la representación externa textual de una estructura en memoria.

Diversidad en la escritura En el caso del lenguaje de expresiones esto es algo complicado ya que hay varias representaciones textuales para una sola expresión, por ejemplo, formalmente correcta o con algún abuso de notación. Por lo tanto, la escritura de expresiones se maneja utilizando diferentes procedimientos que resultan en estilos diversos de escritura.

Una cuestión importante que se debe tener en cuenta es que una misma representación externa textual puede escribirse para ser interpretada de manera diferente, por ejemplo, se pudieran escribir diferentes "backends" de escritura: texto plano, IATEX, postscript, o incluso escribir la estructura en memoria de Racket a otro lenguaje de programación en la que pueda ser representada.

Los escritores que son implementados en el programa son:

- A texto plano sin abuso de notación;
- A texto plano con abuso de notación;
- A LATEXsin abuso de notación;
- A LATEX con abuso de notación.

Se abordan estos estilos en orden.

De expresiones a texto plano Para traducir una expresión a texto plano se procesa el árbol de manera recursiva, concatenando cadenas de caracteres con la representación externa de las subexpresiones.

Primero define el procedimiento expresión->texto-plano el cuál se encarga de identificar la clase de expresión que se desea traducir.

```
⟨A texto plano sin abuso 33⟩≡
  (define (expresión->texto-plano e)
    (cond
    [(variable? e)
    ⟨Traducir variable a texto plano sin abuso 35⟩]
    [(abstracción? e)
    ⟨Traducir abstracción a texto plano sin abuso 36⟩]
    [(aplicación? e)
    ⟨Traducir aplicación a texto plano sin abuso 37⟩]
    [(hueco? e)
    ⟨Traducir hueco a texto plano sin abuso 38⟩]
```

```
[(metainstrucción? e)
    ⟨Traducir metainstrucción a texto plano sin abuso 39⟩]
[else
    (error 'expresión->texto-plano
        "La expresión ~a no es válida" e)]))

Define:
    expresión->texto-plano, usado en fragmentos 33, 36, 37, 39, 33, y 55.

Hace referencia a abstracción 2, aplicación 3, hueco 6, metainstrucción 5, y variable 1.

Esta definición se continua en fragmento 34.

Este código es usado en fragmento 55.
```

Para traducir una variable a texto plano sin abuso de notación, basta con obtener el nombre de la variable ya que los nombres de las variables ya son cadenas de caracteres. Sin embargo, la traducción de variables es utilizada en la traducción de abstracciones, por lo tanto es conveniente definir el procedimiento variable->texto-plano el cuál regresa su nombre.

Para traducir una abstracción a texto plano sin abuso de notación, primero se debe traducir su argumento y su cuerpo y después concatenarlos de la forma (λ argumento.cuerpo).

Para traducir una aplicación a texto plano sin abuso de notación, se traduce su operador y su operando y después se concatenan de la forma (operador operando).

La traducción de un hueco a texto plano sin abuso de notación es simplemente la cadena compuesta por el corchete abierto y el corchete cerrado.

```
38 ⟨Traducir hueco a texto plano sin abuso 38⟩≡
"[ ]"
Este código es usado en fragmento 33.
```

La traducción de una metainstrucción a texto plano sin abuso de notación es un poco más complicada que en los otros casos. Primero se verifica que el nombre de la metainstrucción es una cadena de caracteres y que los argumentos de la metainstrucción sean una lista, después se obtiene una lista de las traducciones de cada expresión en la lista de argumentos de la metainstrucción, teniendo esta lista se concatenan comas entre cada argumento de la lista.

En ocaciones será de utilidad obtener la representación externa de una expresión con las convenciones de abuso de notación utilizadas en este trabajo. La lectura de expresiones admite el abuso de notación en cualquier parte de la expresión, sin embargo, para la escritura de expresiones con abuso, habrá una sola representación externa con abuso de notación y será aquella que aproxime la máxima cantidad de abuso de notación posible.

La implementación del escritor para texto plano con abuso de notación es el procedimiento expresión->abuso-texto-plano el cuál tiene una forma similar a expresión->texto-plano sólo que en el análisis de casos se invocan procedimientos especializados para cada clase de expresión.

```
[(aplicación? e)
       (aplicación->abuso-texto-plano e)]
     [(hueco? e)
       (hueco->abuso-texto-plano e)]
     [(metainstrucción? e)
       (metainstrucción->abuso-texto-plano e)]
     [else
       (error 'expresión->abuso-texto-plano
               "La expresión ~a no es válida" e)]))
Define:
  expresión->abuso-texto-plano, usado en fragmentos 40, 42, 43, 40, 45, y 55.
Hace referencia a abstracción 2, abstracción->abuso-texto-plano 42, aplicación 3, aplicación->abuso-texto-plano
  43, hueco 6, hueco->abuso-texto-plano 44, metainstrucción 5, metainstrucción->abuso-texto-plano 45,
  variable 1, y variable->abuso-texto-plano 41.
Esta definición se continua en fragmentos 41-45.
Este código es usado en fragmento 55.
```

Para traducir una variable a texto plano con abuso de notación, se hace uso del procedimiento variable->texto-plano ya que las variables tienen una sola representación externa en texto plano.

```
41     ⟨A texto plano con abuso 4o⟩+≡
          (define (variable->abuso-texto-plano e)
                (variable->texto-plano e))

Define:
                variable->abuso-texto-plano, usado en fragmentos 4o y 42.
Hace referencia a variable 1 y variable->texto-plano 34.
```

La traducción de abstracciones a texto plano con abuso de notación consiste en revisar la clase de expresión que es el cuerpo, en caso que sea también una abstracción se debe iterar sobre los cuerpos de las abstracciones acumulando la representación externa de sus argumentos hasta llegar a un cuerpo que no sea abstracción. La forma de la cadena resultante debe ser λ argumento $_1$ argumento $_2$... argumento $_n$.cuerpo $_n$.

(variable->abuso-texto-plano (abstracción-argumento cuerpo)))))))

Define:

abstracción->abuso-texto-plano, usado en fragmentos 40 y 43. Hace referencia a abstracción 2, expresión->abuso-texto-plano 40, variable 1, y variable->abuso-texto-plano 41.

Para traducir una aplicación a texto plano con abuso de notación primero se computa una lista de términos conformada por los operandos anidados de las aplicaciones de la forma $((M\ N)P)$ donde el primer operador que no sea aplicación es el primer elemento de la lista, es decir, se obtiene la lista de expresiones removiendo la asociación a la izquierda de la aplicación original, por ejemplo si consideramos una aplicación de la forma

$$(...((((M_1 M_2) M_3) M_4) M_5) ... M_n)$$

la lista de expresiones seria

$$(list M_1 M_2 M_3 M_4 M_5 ... M_n)$$

donde M_1 no es una aplicación.

Después de remover la asociación a la izquierda se determinan los elementos de la lista que deben estar encerrados entre paréntesis. El criterio utilizado en general es: si el elemento de la lista es una aplicación o una abstracción, va encerrada entre paréntesis, de lo contrario, se escribe tal cuál. Además se aplica un criterio diferente para un caso en particular: cuando el último elemento de la lista es una abstracción, no se encierra entre paréntesis, esto es para que una expresión como

$$(((M\ N)\ P)\ (\lambda x.Q))$$

pueda ser escrita como

$$M N P \lambda x.Q$$

la cuál es una expresión sintácticamente equivalente. Esto no se puede realizar para las abstracciones en general ya que una expresión como

$$((M(\lambda x.N))P)$$

sería considerada equivalente a

$$M \lambda x.N P$$

sin embargo, esta última expresión corresponde a

$$(M(\lambda x.(NP)))$$

al tener los paréntesis escritos de manera adecuada se concatenan las expresiones con un espacio en blanco.

El procedimiento aplicación->abuso-texto-plano implementa este algoritmo para el abuso de notación.

```
\langle A \text{ texto plano con abuso } 40 \rangle + \equiv
43
        (define (aplicación->abuso-texto-plano e)
          (let itera ([operador (aplicación-operador e)]
                       [resultado (format " ~a"
                                           (let ([e (aplicación-operando e)])
                                              (if (aplicación? e)
                                                  (format "(~a)" (aplicación->abuso-texto-plano e))
                                                  (expresión->abuso-texto-plano e))))])
             (if (not (aplicación? operador))
                 (format "~a~a"
                         (cond [(aplicación? operador)
                                 (format "(~a)" (aplicación->abuso-texto-plano operador))]
                                [(abstracción? operador)
                                 (format "(~a)" (abstracción->abuso-texto-plano operador))]
                                [else
                                 (expresión->abuso-texto-plano operador)])
                         resultado)
                 (let ([e (aplicación-operando operador)])
                   (itera (aplicación-operador operador)
                          (format " ~a~a"
                                   (cond [(aplicación? e)
                                          (format "(~a)" (aplicación->abuso-texto-plano e))]
                                         [(abstracción? e)
                                          (format "(~a)" (abstracción->abuso-texto-plano e))]
                                          (expresión->abuso-texto-plano e)])
                                   resultado))))))
```

Define:

aplicación->abuso-texto-plano, usado en fragmentos 40 y 43. Hace referencia a abstracción 2, abstracción->abuso-texto-plano 42, aplicación 3, y expresión->abuso-texto-plano 40.

La traducción a texto plano con abuso de notación para huecos es exactamente la misma que cuando no se tiene abuso de notación.

hueco->abuso-texto-plano, usado en fragmento 40.

Hace referencia a hueco 6.

45

En el caso de la traducción de metainstrucciones a texto plano con abuso de notación se emplea el mismo procedimiento que en el caso donde no hay abuso de notación, con la excepción de que las llamadas recursivas a la traducción de argumentos se realizan invocando el procedimiento expresión->abuso-texto-plano en lugar de expresión->texto-plano.

```
\langle A \text{ texto plano con abuso } 40 \rangle + \equiv
  (define (metainstrucción->abuso-texto-plano e)
    (let itera ([argumentos (metainstrucción-argumentos e)]
                 [resultado (format "~a[" (metainstrucción-nombre e))])
      (cond [(null? argumentos)
              (format "~a]" resultado)]
             [(null? (cdr argumentos))
              (format "~a~a]"
                       resultado
                       (expresión->abuso-texto-plano (car argumentos)))]
             [else
              (itera (cdr argumentos)
                      (format "~a~a, "
                              resultado
                               (expresión->abuso-texto-plano (car argumentos))))])))
Define:
  metainstrucción->abuso-texto-plano, usado en fragmento 40.
```

Hace referencia a expresión->abuso-texto-plano 40 y metainstrucción 5.

De expresiones a LATEX Traducir expresiones a código interpretable por LATEX es relativamente fácil, esta tarea se divide en dos: la escritura de la expresión en sí y la plantilla del documento. Primero se define la plantilla del documento en donde se encuentra el preámbulo, el \begin{document} y \end{document}. El parámetro plantilla-latex contiene una cadena de caracteres que es utilizada de tal manera que (format (plantilla-latex) expresión-latex) sea una cadena de caracteres con el contenido de un documento válido de LATEX.

```
(lambda (x)
      (if (and (string? x) (= (length (string-split x "~a" #:trim? #f)) 2))
            x
            +plantilla-latex-inicial+))))

Define:
   plantilla-latex, usado en fragmentos 46 y 55.
Esta definición se continua en fragmentos 47-52.
Este código es usado en fragmento 55.
```

Los escritores para LATEX tienen una estructura similar a los de texto plano, la única diferencia es que se escriben comandos del modo de matemáticas de LATEX para darle formato a las expresiones. La definición del procedimiento expresión->latex es similar a expresión->texto-plano.

```
\langle A \ LaTeX \ sin \ abuso \ 46 \rangle + \equiv
47
         (define (expresión->latex e)
           (cond
             [(variable? e)
              (variable->latex e)]
             [(abstracción? e)
              (abstracción->latex e)]
             [(aplicación? e)
              (aplicación->latex e)]
             [(hueco? e)
              (hueco->latex e)]
             [(metainstrucción? e)
              (metainstrucción->latex e)]
             [else
              (error 'expresión->latex
                      "La expresión ~a no es válida" e)]))
       Define:
         expresión->latex, usado en fragmentos 47, 49, 50, 52, y 55.
       Hace referencia a abstracción 2, abstracción->latex 49, aplicación 3, aplicación->latex 50, hueco 6,
         hueco->latex 51, metainstrucción 5, metainstrucción->latex 52, variable 1, y variable->latex 48.
```

Para la traducción de una variable a LATEX sin abuso de notación simplemente se obtiene su nombre.

```
48     ⟨A LaTeX sin abuso 46⟩+≡
          (define (variable->latex e)
                (variable-nombre e))

Define:
                variable->latex, usado en fragmentos 47 y 49.
Hace referencia a variable 1.
```

La traducción de una abstracción a LATEX sin abuso de notación es igual que en el caso de texto plano, solo que el símbolo λ es escrito \lambda.

```
\langle A \ LaTeX \ sin \ abuso \ 46 \rangle + \equiv
49
          (define (abstracción->latex e)
            (format "(\\lambda ~a . ~a)"
                      (variable->latex (abstracción-argumento e))
                      (expresión->latex (abstracción-cuerpo e))))
       Define:
          abstracción->latex, usado en fragmento 47.
       Hace referencia a abstracción 2, expresión->latex 47, variable 1, y variable->latex 48.
```

De manera similar se traduce una aplicación a LATEX sin abuso de notación, la diferencia en este caso es que el espacio entre el operador y el operando se escribe \, .

```
\langle A \ LaTeX \ sin \ abuso \ 46 \rangle + \equiv
50
          (define (aplicación->latex e)
            (format "(^a\\, ^a)"
                      (expresión->latex (aplicación-operador e))
                      (expresión->latex (aplicación-operando e))))
       Define:
          aplicación->latex, usado en fragmento 47.
       Hace referencia a aplicación 3 y expresión->latex 47.
```

Para traducir un hueco a LATEX sin abuso de notación se traduce el espacio como \quad.

```
51
         (define (hueco->latex e)
           "[\\quad ]")
       Define:
         hueco->latex, usado en fragmento 47.
       Hace referencia a hueco 6.
```

 $\langle A \ LaTeX \ sin \ abuso \ 46 \rangle + \equiv$

Para traducir una metainstrucción a LATEX sin abuso de notación se computa la lista de cadenas de los argumentos separados por la coma y el espacio \, .

```
\langle A \ LaTeX \ sin \ abuso \ 46 \rangle + \equiv
52
         (define (metainstrucción->latex e)
                                (metainstrucción-nombre e)]
           (let ([nombre
                   [argumentos (metainstrucción-argumentos e)])
              (format "~a[~a]"
                       nombre
                       (string-join (map expresión->latex argumentos) ",\\, "))))
```

Define:

```
metainstrucción->latex, usado en fragmento 47.
Hace referencia a expresión->latex 47 y metainstrucción 5.
```

La implementación del escritor a LATEX con abuso de notación sigue el algoritmo de escritura a texto plano con abuso.

Siguiendo las convenciones de los escritores previamente definidos, expresión->abuso-latex implementa el despacho a escritores especializados por la clase de expresión.

```
\langle A \ LaTeX \ con \ abuso \ 53 \rangle \equiv
53
         (define (expresión->abuso-latex e)
           (cond
            [(variable? e)
              (variable->abuso-latex e)]
             [(abstracción? e)
              (abstracción->abuso-latex e)]
             [(aplicación? e)
              (aplicación->abuso-latex e)]
             [(hueco? e)
              (hueco->abuso-latex e)]
             [(metainstrucción? e)
              (metainstrucción->abuso-latex e)]
             [else
              (error 'expresión->abuso-latex
                      "La expresión ~a no es válida" e)]))
       Define:
         expresión->abuso-latex, usado en fragmentos 53-55.
       Hace referencia a abstracción 2, abstracción->abuso-latex 54, aplicación 3, aplicación->abuso-latex 54,
         hueco 6, hueco->abuso-latex 54, metainstrucción 5, metainstrucción->abuso-latex 54, variable 1,
         y variable->abuso-latex 54.
       Esta definición se continua en fragmento 54.
       Este código es usado en fragmento 55.
```

Los escritores especializados para traducir a LATEX con abuso de notación se basan en la escritura a texto plano con abuso.

```
(format "^a\\, ^a"
                       resultado
                       (variable->abuso-latex (abstracción-argumento cuerpo)))))))
(define (aplicación->abuso-latex e)
  (let itera ([operador (aplicación-operador e)]
              [resultado (format "\\, ~a"
                                 (let ([e (aplicación-operando e)])
                                   (if (aplicación? e)
                                       (format "(~a)" (aplicación->abuso-latex e))
                                       (expresión->abuso-latex e))))])
    (if (not (aplicación? operador))
        (format "~a~a"
                (cond [(aplicación? operador)
                       (format "(~a)" (aplicación->abuso-latex operador))]
                      [(abstracción? operador)
                       (format "(~a)" (abstracción->abuso-latex operador))]
                      [else
                       (expresión->abuso-latex operador)])
                resultado)
        (let ([e (aplicación-operando operador)])
          (itera (aplicación-operador operador)
                 (format "\\, ~a~a"
                         (cond [(aplicación? e)
                                (format "(~a)" (aplicación->abuso-latex e))]
                               [(abstracción? e)
                                (format "(~a)" (abstracción->abuso-latex e))]
                               [else
                                (expresión->abuso-latex e)])
                         resultado))))))
(define (hueco->abuso-latex e)
  "[\\quad ]")
(define (metainstrucción->abuso-latex e)
  (let itera ([argumentos (metainstrucción-argumentos e)]
              [resultado (format "~a[" (metainstrucción-nombre e))])
    (cond [(null? argumentos)
           (format "~a]" resultado)]
          [(null? (cdr argumentos))
           (format "~a~a]"
                   resultado
                   (expresión->abuso-latex (car argumentos)))]
          [else
```

Módulo de escritor El módulo de los escritores utiliza el módulo estructuras.rkt y provee los procedimientos de escritura a texto plano, LATEX y a figuras de Racket con abuso y sin abuso de notación. El archivo escritor.rkt contiene este módulo y tiene la siguiente forma.

```
⟨escritor.rkt 55⟩≡
55
         ;;; -*- mode: racket; coding: utf-8 -*-
         ;;; Copyright (C) 2016 Eduardo Acuña Yeomans <eduardo.acye@gmail.com>
         ;;; Procura no editar este archivo, mejor modifica lambda.nw
         #lang racket/base
         (require "estructuras.rkt"
                  racket/list
                  racket/string
                  (for-syntax racket/base))
         (provide expresión->texto-plano
                  expresión->abuso-texto-plano
                  plantilla-latex
                  expresión->latex
                  expresión->abuso-latex)
         ;;; Traducir a texto plano sin abuso de notación
         \langle A \text{ texto plano sin abuso } 33 \rangle
         ;;; Traducir a texto plano con abuso de notación
         (A texto plano con abuso 40)
         ;;; Traducir a LaTeX sin abuso de notación
         (A LaTeX sin abuso 46)
```

56

```
;;; Traducir a LaTeX con abuso de notación
  ⟨A LaTeX con abuso 53⟩
Hace referencia a expresión->abuso-latex 53, expresión->abuso-texto-plano 40, expresión->latex 47,
  expresión->texto-plano 33, y plantilla-latex 46.
Fragmento raíz (no usado en este documento).
```

Pruebas de escritores El archivo de pruebas escritor-pruebas.rkt es utilizado para verificar si la funcionalidad de los escritores es la esperada. Se omite su definición en este documento pero es distribuído con el código del trabajo.

Evaluador de expresiones

```
⟨Evaluación de metainstrucciones 56⟩≡
  (define (evaluar-expresión e)
    (cond
     [(variable? e)
      (variable (variable-nombre e))]
     [(abstracción? e)
      (abstracción (evaluar-expresión (abstracción-argumento e))
                    (evaluar-expresión (abstracción-cuerpo e)))]
     [(aplicación? e)
      (aplicación (evaluar-expresión (aplicación-operador e))
                   (evaluar-expresión (aplicación-operando e)))]
     [(hueco? e)
      (hueco)]
     [(metainstrucción? e)
      (cond [(hash-ref metainstrucciones (metainstrucción-nombre e) #f) =>
             (lambda (procedimiento)
                (apply procedimiento (metainstrucción-argumentos e)))]
             (metainstrucción (metainstrucción-nombre e)
                                (map evaluar-expresión
                                     (metainstrucción-argumentos e)))])]
     [else
      (error 'evaluar-expresión "La expresión ~a no es válida" e)]))
Define:
  evaluar-expresión, usado en fragmento 58.
Hace referencia a abstracción 2, aplicación 3, hueco 6, metainstrucción 5, metainstrucciones 57, y variable 1.
```

```
Fragmento raíz (no usado en este documento).
```

```
⟨Registro de metainstrucciones 57⟩≡
57
         (define metainstrucciones (make-hash))
      Define:
         metainstrucciones, usado en fragmentos 56 y 58.
      Fragmento raíz (no usado en este documento).
      \langle Macros para definir metainstrucciones 58 \rangle \equiv
58
         (define-syntax define-metainstrucción
           (syntax-rules ()
             [(_ (id . args) cuerpo ...)
              (begin
                 (define (id . args) cuerpo ...)
                 (hash-set! metainstrucciones (symbol->string 'id) id))]
             [(_ id value)
               (begin
                 (define id value)
                 (hash-set! metainstrucciones (symbol->string 'id) id))]))
         (define-syntax define-instrucción
           (syntax-rules ()
             [(_ (id . args) cuerpo ...)
              (define-metainstrucción (id . args*)
                 (apply (lambda args cuerpo ...)
                         (map evaluar-expresión args*)))]
             [(_ id value)
               (define-metainstrucción id
                 (lambda args
                   (apply value (map evaluar-expresión args))))]))
      Define:
         define-instrucción, usado en fragmentos 59 y 60.
         define-metainstrucción, nunca usado.
      Hace referencia a evaluar-expresión 56, metainstrucción 5, y metainstrucciones 57.
      Fragmento raíz (no usado en este documento).
      \langle Instrucciones 59 \rangle \equiv
59
         (define-instrucción (decodifica-numeral M)
           (match M
             [(abstracción (variable f) (abstracción (variable x) N))
               (let itera ([N N]
                            [n 0])
                 (match N
                   [(== (variable x))
                    (variable (number->string n))]
```

```
[(aplicación (== (variable f)) N)
                    (itera N (+ n 1))]
                   [_
                    (variable "-1")]))]
             [_ (variable "-1")]))
      Define:
         decodifica-numeral, nunca usado.
      Hace referencia a abstracción 2, aplicación 3, define-instrucción 58, y variable 1.
      Esta definición se continua en fragmento 60.
      Fragmento raíz (no usado en este documento).
      ⟨Instrucciones 59⟩+≡
60
         (define-instrucción (codifica-número M)
           (match M
             [(variable x)
              (let ([n (string->number x)])
                 (if (and (number? n) (integer? n) (>= n 0))
                     (abstracción
                      (variable "f")
                      (abstracción
                       (variable "x")
                       (let itera ([n n])
                         (if (zero? n)
                              (variable "x")
                              (aplicación (variable "f")
                                           (itera (- n 1)))))))
                     M))]
             [_{-}
              M]))
      Define:
         codifica-número, nunca usado.
      Hace referencia a abstracción 2, aplicación 3, define-instrucción 58, y variable 1.
```

Ciclo de Lectura Evaluación y Escritura

Pendiente

Editor estructural

Pendiente

¿Cómo hackear la λ ?